

# CIENCIAS EXACTAS Y DE LA TIERRA:

Observación, formulación y predicción

2

**FRANCISCO ODÉCIO SALES  
HUDSON DE SOUZA FELIX  
RAMOM SANTANA REBOUÇAS**  
(Organizadores)

# **CIENCIAS EXACTAS Y DE LA TIERRA:**

**Observación, formulación y predicción**

**2**

**FRANCISCO ODÉCIO SALES  
HUDSON DE SOUZA FELIX  
RAMOM SANTANA REBOUÇAS  
(Organizadores)**

**Editora chefe**

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

**Editora executiva**

Natalia Oliveira

**Assistente editorial**

Flávia Roberta Barão

**Bibliotecária**

Janaina Ramos

**Projeto gráfico**

Bruno Oliveira

Camila Alves de Cremo

Daphynny Pamplona

Luiza Alves Batista

Natália Sandrini de Azevedo

**Imagens da capa**

iStock

**Edição de arte**

Luiza Alves Batista

2022 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do texto © 2022 Os autores

Copyright da edição © 2022 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.

Open access publication by Atena Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-Não-Derivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

**Conselho Editorial****Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Profª Drª Alana Maria Cerqueira de Oliveira – Instituto Federal do Acre

Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie

Profª Drª Ana Paula Florêncio Aires – Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná



Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás  
Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho  
Prof. Dr. Juliano Bitencourt Campos – Universidade do Extremo Sul Catarinense  
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá  
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora  
Prof. Dr. Miguel Adriano Inácio – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais  
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Sidney Gonçalo de Lima – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista



## Ciencias exactas y de la tierra: observación, formulación y predicción 2

**Diagramação:** Camila Alves de Cremo  
**Correção:** Maiara Ferreira  
**Indexação:** Amanda Kelly da Costa Veiga  
**Revisão:** Os autores  
**Organizadores:** Francisco Odécio Sales  
Hudson de Souza Felix  
Ramom Santana Rebouças

### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

C569 Ciências exactas y de la tierra: observación, formulación y predicción 2 / Organizadores Francisco Odécio Sales, Hudson de Souza Felix, Ramom Santana Rebouças. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2022.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-258-0083-7

DOI: <https://doi.org/10.22533/at.ed.837221705>

1. Ciências exactas. I. Sales, Francisco Odécio (Organizador). II. Felix, Hudson de Souza (Organizador). III. Rebouças, Ramom Santana (Organizador). IV. Título.

CDD 507

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

**Atena Editora**

Ponta Grossa – Paraná – Brasil

Telefone: +55 (42) 3323-5493

[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)

contato@atenaeditora.com.br



**Atena**  
Editora  
Ano 2022

## DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.



## DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access*, *desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce*, ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.



## APRESENTAÇÃO

A obra “Ciencias exactas y de la tierra: Observación, formulación y predicción 2” aborda uma série de publicações da Atena Editora apresenta, em seus 16 capítulos, discussões de diversas abordagens acerca do ensino, pesquisa e inovação. As Ciências Exatas e da Terra englobam, atualmente, alguns dos campos mais promissores em termos de pesquisas atuais. Estas ciências estudam as diversas relações existentes da Física; Biodiversidade; Ciências Biológicas; Ciência da Computação; Engenharias; Geociências; Matemática/ Probabilidade e Estatística e Química. O conhecimento das mais diversas áreas possibilita o desenvolvimento das habilidades capazes de induzir mudanças de atitudes, resultando na construção de uma nova visão das relações do ser humano com o seu meio, e, portanto, gerando uma crescente demanda por profissionais atuantes nessas áreas. A ideia moderna das Ciências Exatas e da Terra refere-se a um processo de avanço tecnológico, formulada no sentido positivo e natural, temporalmente progressivo e acumulativo, segue certas regras, etapas específicas e contínuas, de suposto caráter universal. Como se tem visto, a ideia não é só o termo descritivo de um processo e sim um artefato mensurador e normalizador de pesquisas. Neste sentido, essa obra é dedicada aos trabalhos relacionados a pesquisa e inovação. A importância dos estudos dessa vertente, é notada no cerne da produção do conhecimento, tendo em vista o volume de artigos publicados. Nota-se também uma preocupação dos profissionais de áreas afins em contribuir para o desenvolvimento e disseminação do conhecimento. Os organizadores da Atena Editora, agradecem especialmente os autores dos diversos capítulos apresentados, parabenizam a dedicação e esforço de cada um, os quais viabilizaram a construção dessa obra no viés da temática apresentada. Por fim, desejamos que esta obra, fruto do esforço de muitos, seja seminal para todos que vierem a utilizá-la.

Francisco Odécio Sales  
Hudson de Souza Felix  
Ramom Santana Rebouças

## SUMÁRIO

### **CAPÍTULO 1..... 1**

AUTONOMÍA ACADÉMICA, APOYO INSTITUCIONAL, MOTIVACIÓN Y ACTITUDES HACIA LA ENSEÑANZA, COMPROMISO DOCENTE Y BURNOUT EN DOCENTES DE FÍSICA DE NIVEL TERCARIO EN EL CETP-UTU

Andrea Cabot Echevarría

Alexander Ibarra Flores

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8372217051>

### **CAPÍTULO 2..... 15**

¿QUÉ OPINAN LOS ESTUDIANTES DE CULTURA FÍSICA Y DEPORTE SOBRE EL USO DE LA ESTADÍSTICA EN SU ÁREA?

Alejandrina Bautista Jacobo

Graciela Hoyos Ruiz

Manuel Alejandro Vazquez Bautista

Maria Elena Chavez Valenzuela

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8372217052>

### **CAPÍTULO 3..... 25**

ANÁLISIS DE SISTEMA DE GESTIÓN DE ACCIÓN TUTORIAL BAJO EL ANÁLISIS DEL MODELO DE NEGOCIO CON DIAGRAMAS UML

Isaac Alberto Aldave Rojas

Levi Jared Guevara Cid

Gerardo Espinoza Ramírez

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8372217053>

### **CAPÍTULO 4..... 34**

ENSAYO ANTIMICROBIANO DE HIDROGELES DE QUITOSANO CARGADOS CON EXTRACTO DE ROMERO (*ROSMARINUS OFFICINALIS*) Y MODIFICADOS POR TECNOLOGÍA DE PLASMA

Claudia Gabriela Cuellar Gaona

María Cristina Ibarra Alonso

Miriam Desireé Dávila Medina

Aidé Sáenz Galindo

Rosa Idalia Narro Céspedes

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8372217054>

### **CAPÍTULO 5..... 43**

LAS FIRMAS DIGITALES Y SU APORTE EN LA PROTECCIÓN DEL MEDIO AMBIENTE

Rómulo Danilo Arévalo Hermida

Jefferson Bayardo Almeida Cedeño

Orlen Ismael Araujo Sandoval

Sergio Fernando Mieles Bachicoria

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8372217055>

**CAPÍTULO 6..... 51**

**LABERINTO DE LOS COMPUESTOS INORGÁNICOS**

Jorge Haro-Castellanos  
Leticia Ramírez Chavarín  
Arturo Salame Méndez  
Alondra Castro Campillo  
Edith Arenas Rios  
Julio César Bracho Pérez

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8372217056>

**CAPÍTULO 7..... 58**

**ESTUDIO DE LA RESPUESTA A LOS ARMÓNICOS DE UN SISTEMA MASA RESORTE:  
CUASI-RESONANCIA**

J. Agustín Flores Ávila  
Georgina Flores Garduño

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8372217057>

**CAPÍTULO 8..... 70**

**POLINOMIOS GENERADORES DE NÚMEROS PRIMOS**

Ronald Cordero Méndez

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8372217058>

**CAPÍTULO 9..... 81**

**DESIGNING AN EXPERIMENTAL PROTOTYPE FOR THE TEACHING OF CONICS  
(ELLIPSIS) BASED ON THE LAW OF LIGHT REFLECTION**

Juan Carlos Ruiz Mendoza

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8372217059>

**CAPÍTULO 10..... 97**

**REÚNE LOS COMPUESTOS INORGÁNICOS CORRESPONDIENTES A CADA FAMILIA**

Jorge Haro-Castellanos  
Leticia Ramírez Chavarín  
Arturo Salame Méndez  
Alondra Castro Campillo  
Edith Arenas Rios  
Julio César Bracho Pérez  
Yarit Samantha Haro Ramírez

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.83722170510>

**CAPÍTULO 11..... 103**

**VISUALIZANDO DOMINIOS DINÁMICOS DE FUNCIONES VECTORIALES CON  
GEOGEBRA**

Clara Regina Moncada Andino  
Deyanira Ochoa Vásquez  
Enrique López Durán

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.83722170511>

<b>CAPÍTULO 12.....</b>	<b>106</b>
UNA INTRODUCCIÓN A LA MODELACIÓN DE FULLERENOS	
Francisco Javier Sánchez-Bernabe	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.83722170512">https://doi.org/10.22533/at.ed.83722170512</a>	
<b>CAPÍTULO 13.....</b>	<b>112</b>
MANUAL DE EXPERIMENTOS PARA UN CURSO DE QUÍMICA ORGÁNICA HETEROCÍCLICA ORIENTADO A LA CARRERA DE QUÍMICA DE ALIMENTOS	
Patricia Elizalde Galván	
Juan Gómez Dueñas	
Cristina del Carmen Jiménez Curiel	
Fernando León Cedeño	
Martha Menes-Arzate	
Margarita Romero Ávila	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.83722170513">https://doi.org/10.22533/at.ed.83722170513</a>	
<b>CAPÍTULO 14.....</b>	<b>120</b>
DETECCIÓN DE VINOS PERUANOS CON DIFERENTES TIEMPOS DE EXPOSICIÓN AL AMBIENTE UTILIZANDO NARICES ELECTRÓNICAS	
María del Rosario Sun Kou	
Henry Cárcamo Cabrera	
Ana Lucía Paredes-Doig	
Elizabeth Doig-Camino	
Gino Picasso	
Adolfo La Rosa-Toro Gómez	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.83722170514">https://doi.org/10.22533/at.ed.83722170514</a>	
<b>CAPÍTULO 15.....</b>	<b>137</b>
RELAÇÃO ENTRE MATEMÁTICA E MÚSICA: UMA PROPOSTA METODOLÓGICA	
Antonia Alana Claudino Sousa	
Francisco Odecio Sales	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.83722170515">https://doi.org/10.22533/at.ed.83722170515</a>	
<b>CAPÍTULO 16.....</b>	<b>151</b>
FUNCIONALIZACIÓN DEL GEL DE POLISILOXANO CON NANOPARTÍCULAS DE PLATA Y SU CARACTERIZACIÓN	
Rosa Aida Balvin Beltran	
Julia Lilians Zea Álvarez	
Corina Vera Gonzáles	
Luis De Los Santos Valladares	
María Elena Talavera Núñez	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.83722170516">https://doi.org/10.22533/at.ed.83722170516</a>	
<b>SOBRE OS ORGANIZADORES .....</b>	<b>168</b>
<b>ÍNDICE REMISSIVO.....</b>	<b>170</b>

# CAPÍTULO 1

## AUTONOMÍA ACADÉMICA, APOYO INSTITUCIONAL, MOTIVACIÓN Y ACTITUDES HACIA LA ENSEÑANZA, COMPROMISO DOCENTE Y BURNOUT EN DOCENTES DE FÍSICA DE NIVEL Terciario EN EL CETP-UTU

*Data de aceite: 02/05/2022*

### **Andrea Cabot Echevarría**

Profesora de Física  
Experto Universitario en Administración  
de la Educación

### **Alexander Ibarra Flores**

Especialista en Psicología Clínica  
Profesor universitario  
Universidad Católica del Uruguay

**RESUMEN:** El estudio de factores relacionados con la enseñanza puede contribuir con el diseño de estrategias de apoyo que puedan favorecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes, no solo en lo referente a los contenidos curriculares, sino también en la promoción del docente como referente vocacional de sus estudiantes en función de factores relacionados con su disposición hacia la enseñanza. En este sentido, se realizó un estudio para conocer el grado de autonomía y de apoyo institucional percibido, la motivación y actitudes hacia la enseñanza, el compromiso docente y burnout en once de los 18 docentes de física de nivel III en CETP-UTU que accedieron a realizar el estudio. En primer lugar, se realizó una entrevista semiestructurada para conocer la percepción que tienen los docentes de su profesión, los problemas que identifican en la institución y en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes, y cómo se les ha dado respuesta a esas dificultades desde la institución. Por último, se administró un cuestionario en línea

con los instrumentos que evaluaban las variables del estudio. Se encontró que en general los profesores concentran su atención laboral en CETP-UTU, con más de seis años de dedicación docente y con interés en formación continua. Se perciben con alta autonomía en su trabajo y con apoyo por parte de la institución, con una motivación y actitud positiva hacia su profesión de enseñanza, alto compromiso docente y baja sensación de burnout en su trabajo. Se proponen recomendaciones para el diseño de estrategias de apoyo docente y para la promoción del docente como referente vocacional.

**PALABRAS CLAVE:** Vocación científica, compromiso docente, motivación hacia la enseñanza, burnout docente.

**ABSTRACT:** The study of factors related to teaching can contribute to the design of support strategies that can favor the teaching and learning process of students, both in terms of curricular contents, and also in teacher promotion as a vocational reference. of its students as a function of factors related to their disposition towards the enseñanza. In this sense, a study was carried out to know the degree of autonomy and perceived institutional support, the motivation and attitudes of the teaching, the teaching commitment and burnout in one of the 18 physics professors of level III at CETP-UTU that they accessed to carry out the study. In the first place, a semi-structured interview was carried out to know the perception that the teachers of their profession have, the problems that they identify in the institution and in the teaching and learning process of the students, and how they have responded to these difficulties

from the institution. Finally, an online questionnaire was administered with the instruments that evaluated the variables of the study. It is found that in general the teachers concentrate their labor attention at CETP-UTU, with more than six years of teaching dedication and with interest in continuous training. They are perceived with high autonomy in their work and with support from the institution, with a motivation and positive attitude for their teaching profession, high teaching commitment and low burnout sensation in their work. Recommendations are proposed for the design of teaching support strategies and for the promotion of teachers as a vocational reference.

**KEYWORDS:** Scientific vocation, teacher commitment, motivation for teaching, teacher burnout.

## INTRODUCCIÓN

Este trabajo se ubica en el ámbito de Consejo de Educación Técnico Profesional (CETP-UTU) que, sin lugar a dudas, constituye la Institución tradicional en educación para el trabajo en el país. Es en América Latina una de las instituciones más antiguas y, a diferencia de otros países, no fue sustituida por otras, sino que evolucionó a lo largo de más de un siglo.

La enseñanza de la Física en Uruguay, en cursos dependientes del CETP-UTU, por su vinculación directa con el perfil de egreso de cada una de las orientaciones ocupacionales, está orientada a que el estudiante logre conocer y comprender la esencia de la Física con un alto nivel de motivación, y que a su vez contribuya a aprender ante la necesidad actual del aumento cotidiano de la información.

El proceso de enseñanza a nivel terciario puede comprenderse desde dos vertientes. En primer lugar, desde lo que significa presentar los contenidos curriculares y apoyar el proceso de aprendizaje de los estudiantes (Martínez, 2016). En segundo lugar, puede abordarse concibiendo al docente como un motivador de las áreas de contenido, sobre todo en niveles de estudio terciario o superior, sea a nivel universitario o técnico (Martínez, 2016). En estos casos, el docente no solo presenta los contenidos y facilita el proceso de aprendizaje, sino que también cumple un rol promotor de la disciplina en la que está inserta la materia que imparte. De modo que el docente puede entusiasmar y atraer a los estudiantes a que continúen desarrollándose profesionalmente en la misma línea de la materia que están estudiando. Los docentes pueden ser un referente vocacional de los estudiantes, con lo cual les ayudan en el proceso de decisión respecto a qué hacer luego de culminar su formación técnica o universitaria (Triadó, Chueca, Freixa, y Torrado, 2015).

El uso que hacen los estudiantes de las oportunidades de aprendizaje brindadas por las instituciones educativas va más allá de la adquisición de conocimientos y competencias tal como se manifiesta en el rendimiento académico, bien sea expresado como es tradicional con un número o por medio de descripciones cualitativas de los docentes (Oviedo, 2007). Uno de los modos de este aprovechamiento, es la motivación de los estudiantes hacia el estudio y hacia la vocación profesional, en la medida que el proceso de enseñanza

proporciona elementos que le ayudan a construir un proyecto primero de carrera, para luego integrarse con lo que será la inserción al mundo laboral y otras áreas de vida (Vázquez y Manassero, 2009).

Este proceso de motivación de la conformación del proyecto de carrera y del desarrollo de la vocación profesional, puede facilitarse por el compromiso docente hacia lo que es la profesión de enseñanza, por el grado de involucramiento institucional y por la búsqueda de la mejora continua en su desempeño docente y en su formación profesional. La influencia de los docentes en los estudiantes no solo se basa en consideraciones formales como el dominio del contenido, sino también en aspectos no formales que se relacionan con las características personales de los docentes (Martínez, 2016). De allí la relevancia del docente como referente vocacional, en la medida que su compromiso hacia su labor docente es alto, también se promoverá aspectos más allá del contenido curricular, como los relacionados con la vocación de carrera.

Un buen desempeño laboral está asociado a la satisfacción personal en dicho trabajo (Memeri, Mahdieh, y Marnani, 2013; Yucel y Bektas, 2012). De modo que si los docentes sienten satisfacción en su labor, manifestada por una motivación y actitud positiva hacia la enseñanza, también estarán con mayor disposición a comprometerse con la institución y a realizar esfuerzos tendientes a mejorar las condiciones de enseñanza en el aula y a nivel institucional. La institución puede favorecerse de escuchar los planteamientos de docentes comprometidos profesionalmente, en aras a la mejora de la calidad educativa.

La retribución económica de la labor docente no suele ser el motivo fundamental del por qué los docentes eligen esta profesión (Vegas, 2005), de hecho se ha discutido la efectividad de los incentivos individuales orientados a la mejora de la calidad de la enseñanza, particularmente en la región (Acuña, 2015; Vegas, 2005). Por lo que, pareciera que hay otros factores no formales que redundan en una mejor satisfacción, motivación y actitud hacia la enseñanza. Entre estos aspectos está el grado autonomía su trabajo y el apoyo insitucional en la labor de enseñanza, de modo que los docentes se sientan como parte de un todo que va en la misma dirección hacia la mejora de la calidad educativa (Mkumbo, 2013). Lo que que también puede traducirse en niveles bajos de agotamiento en la labor docente, pero es necesario identificar estos niveles ante la acostumbrada carga de trabajo docente en el aula y fuera de ella (Maslach y Jackson, 1981).

Este estudio busca explorar en docentes del nivel terciario del CEPT-UTU de física, la percepción de autonomía, de apoyo institucional, la motivación y actitudes hacia la enseñanza, el compromiso docente y el grado de burnout o agotamiento en la labor de enseñanza; para indentificar cómo estas variables están presentes en este grupo y la posible contribución en el diseño de estrategias institucionales de apoyo docente.

## METODOLOGÍA

### Población y muestra

La muestra estuvo conformada por once docentes de física pertenecientes al nivel terciario del Consejo de Formación Técnico Profesional. Fueron contactados 18 docentes por medio de la Inspección en Física, se incluyeron en el estudio solo a los que accedieron a participar. Estos docentes forman parte de la población de docentes del nivel terciario de la institución.

### Caracterización de la muestra

De los 11 docentes que participaron en el estudio seis eran de género femenino y cinco de género masculino. Con respecto al tiempo que tienen como docente en CEPT-UTU, dos profesores tienen entre uno y tres años; otros dos, entre cuatro y seis años; y siete, más de seis años.

La cantidad de cursos que imparten actualmente en CEPT-UTU varía entre dos y siete cursos. Tres docentes tienen dos cursos; otros tres tienen tres cursos; otros tres cuatro cursos y los dos restantes tienen siete cursos.

Respecto a la cantidad de horas semanales de dedicación docente en UTU, varió entre 12 horas y 55 horas. Seis docentes tienen entre 12 y 25 horas de clases y los restantes cinco tienen entre 28 y 55 horas de clases.

En relación con la cantidad de horas semanales dedicadas a la preparación de las clases, seis profesores dedican entre una hora y ocho horas, y los restantes cinco dedican entre nueve y más de 12 horas.

### Diseño de investigación

El tipo de investigación es no experimental, de tipo exploratorio, en la que no se tuvo control sobre las diferentes variables que pudieran influir en el reporte de los sujetos que participaron en el estudio. Se utilizaron escalas a modo de registro y una entrevista semiestructurada para ampliar el conocimiento sobre el grupo de interés. Los resultados se limitan, por tanto, al grupo de profesores del nivel terciario de física del CEPT-UTU y tienen un carácter exploratorio.

### Instrumentos

#### *Formato de registro para la entrevista semi-estructurada*

Este formato se desarrolló como guía para la entrevista a los docentes y para el registro de las respuestas. Estuvo compuesto por siete preguntas referidas a la actividad docente, la percepción acerca de algunos aspectos de la institución y de los estudiantes. Las preguntas que se realizaron se muestran a continuación:

1. ¿Cómo describiría lo que es ser docente?

2. ¿Cuáles son los principales problemas que ha encontrado en su labor como docente de CEPT-UTU?
3. ¿Cómo se les ha dado respuesta a estos problemas?
4. ¿Cuáles son las principales necesidades que tienen los estudiantes?
5. ¿Cómo se han atendido estas necesidades desde la institución?
6. ¿Qué otras acciones consideras que deben realizarse para atender a estas necesidades?
7. ¿Quién o quiénes serían los principales actores en la atención a estas necesidades?

Las preguntas fueron presentadas a la Inspección en física para su validación con respecto a las características de los docentes que participaron en el estudio y a las características institucionales. Se realizaron ajustes para su adaptación.

Adicionalmente, se les daba la oportunidad de agregar algún otro aspecto que considerarán relevante y que no hubiera sido preguntando, con relación a las temáticas de la entrevista.

#### *Cuestionario de datos personales y laborales*

Una primera parte del cuestionario que se administró luego de cada entrevista, se refería a variables sociodemográficas y a aspectos generales de la actividad laboral docente y no docente. Esta primera parte contenía once preguntas, las cuales se indican a continuación:

1. Sexo.
2. Tiempo como docente en CEPT-UTU.
3. Cantidad de cursos que imparten.
4. Cantidad de horas semanales de docencia en CEPT-UTU.
5. Cantidad de horas que estiman utilizan en la preparación de las clases.
6. Si dan clases en alguna otra institución educativa.
7. Cantidad de horas semanales de docencia en esas otras instituciones educativas.
8. Si tenían algún otro trabajo no docente.
9. Cantidad de horas a la semana que dedicaban a esta otra actividad laboral.
10. Cantidad de cursos, talleres, conferencias o seminarios a los que asistieron en el último año y que tuvieran que ver con la actividad docente.
11. Cantidad de cursos, talleres, conferencias o seminarios a los que asistieron en el último año y que tuvieran que ver con el área de contenido que imparten como docentes.

Estas preguntas fueron presentadas a la Inspección en física para su adaptación

a las características de los docentes y a las características institucionales. Se realizaron ajustes para la administración del cuestionario.

#### *Escalas de autonomía docente percibida y de apoyo docente percibido*

Se realizó una adaptación de esta variable tal como es medida en por el Departamento de Educación de los Estados Unidos, por el Centro Nacional de Estadística Educativa (NCES, por sus siglas en inglés) equivalente al Instituto Nacional de Evaluación Educativo del Uruguay (INEED).

El NCES viene aplicando una encuesta desde 1987 hasta la fecha, con rediseños y adaptaciones a lo largo de los años, con diferentes preguntas dirigidas a los diferentes actores del sector educativo primario y secundario (National Center for Education Statistics, 2017). De esta encuesta se realizó un extracto de dos de las variables, se tradujeron y adaptaron a las características de la población uruguaya y a las particularidades institucionales del CEPT-UTU, con base a la consulta a un institucional.

Por autonomía percibida se entiende a la impresión que tienen los docentes respecto al grado de independencia en la selección de los materiales del curso, el contenido del curso, las técnicas de enseñanza, la formulación de las actividades académicas y la evaluación de los estudiantes. Para estas cinco preguntas los docentes podían responder a una escala de cinco puntos que iba desde “Ninguna autonomía” hasta “Total autonomía”.

Por apoyo institucional percibido se entiende el grado de soporte que los docentes reciben por parte de la institución. Se les preguntó con respecto a: la formulación de las actividades académicas, la provisión de recursos para la realización de las actividades académicas y la formación continua orientada a la mejora de las prácticas de enseñanza. Los docentes podían responder a una escala de cuatro puntos que iba desde “Poco apoyo” hasta “Mucho apoyo”.

#### *Escala de motivación y actitud hacia la profesión de enseñanza*

La escala sobre motivación y actitud hacia la profesión de enseñanza utilizada en el presente estudio, fue adaptada a partir del estudio de Mkumbo (2013) sobre los factores asociados con la motivación y el compromiso docente. La adaptación fue validada en cuanto a su contenido y traducción por un experto institucional, se ajustó a las características de la población uruguaya y a las características institucionales.

La escala estuvo compuesta por 18 ítems y las alternativas de respuestas estuvo en una escala de cuatro puntos, desde “Muy de acuerdo” hasta “Muy en desacuerdo”. La redacción de los ítems era en sentido inverso con la variable, por lo que se invirtieron las puntuaciones para su análisis.

Se entendió por motivación y actitud hacia la enseñanza a aquellos factores que fueron considerados por los docentes para elegir la profesión de enseñanza (Mkumbo,

2013). En este sentido, puede concebirse como un componente vocacional de los docentes, puesto que contenía ítems referidos a factores directamente relacionados con la enseñanza.

#### *Escala de compromiso docente*

Esta escala también fue adaptada a partir del estudio de Mkumbo (2013) sobre los factores asociados con la motivación y el compromiso docente. La adaptación fue validada en cuanto a su contenido y traducción por un experto institucional, se ajustó a las características de la población uruguaya y a las características institucionales.

La escala estuvo compuesta por 17 ítems y las alternativas de respuestas estaban en una escala de cuatro puntos desde “Muy de acuerdo” hasta “Muy en desacuerdo”. Los ítems 8, 9 y 10 estaban redactados en formato inverso, por lo que se invirtieron los puntajes para su análisis.

Se entiende por compromiso docente al grado de involucramiento de los docentes en su profesión, su disposición a participar en las actividades institucionales y a promover activamente el proceso de aprendizaje de los estudiantes (Mkumbo, 2013).

#### *Escala de burnout docente*

Se realizó una adaptación de la escala de burnout docente del Maslach Burnout Inventory (Maslach y Jackson, 1981). La adaptación fue validada en cuanto a su contenido y traducción por un experto institucional, se ajustó a las características de la población uruguaya y a las características institucionales.

La escala estuvo compuesta por 22 ítems y en formato de respuesta de frecuencia, con las siguientes alternativas de respuesta: Cada día equivalía a 7 puntos, Algunas veces a la semana a 6 puntos, Una vez por semana a 5 puntos, Un par de veces al mes a 4 puntos, Una vez al mes o menos a 3 puntos, Unas pocas veces al año a 2 puntos y Nunca a 1 punto. Los ítems 4, 7, 9, 12, 17, 18 y 19 estaban redactados en formato inverso por lo que se invirtieron los puntajes para su análisis.

Se entiende por burnout o agotamiento emocional, al grado de fatiga que los profesores pudieran experimentar ante las demandas del trabajo y en conjunción de otras exigencias que sobrepasan los recursos personales de afrontamiento (Maslach y Jackson, 1981).

#### *Procedimiento*

Luego de contactar a cada uno de los docentes por correo electrónico, se procedió a establecer un cronograma de entrevistas para aquellos que accedieron a participar en el estudio. Durante un mes se estuvieron realizando las entrevistas de manera individual. En primer lugar, se hicieron las preguntas de la entrevista semiestructurada, se registraron las respuestas y posteriormente se administró el resto de los instrumentos por medio de la

aplicación Google Forms. De esta manera se obtuvo la base de datos de las respuestas y el registro de las respuestas a las preguntas de la entrevista.

Se procedió a realizar un análisis descriptivo de las diferentes variables del estudio, por medio del programa estadístico SPSS versión 20. El análisis de contenido de las respuestas a la entrevista se realizó por medio de conteo de las frecuencias de cada palabra, concentrando el análisis en las primeras dos palabras con mayor frecuencia, sin considerar artículos, conjunciones o preposiciones.

## RESULTADOS

### De la entrevista semiestructurada

Respecto a la primera pregunta: ¿Cómo describiría lo que es ser docente?

La palabra que más frecuentemente fue empleada por los docentes para describir lo que significa para ellos ser docente fue “ser”, lo que posiblemente fue inducido por la pregunta tal como está redacta. El verbo “ser” es utilizado para definirse como actor educativo y parte del proceso de formación de otros, es un modo de verse como parte de un todo, como un elemento dentro de un engranaje orientado al mismo propósito, la formación de otros. También es empleado para definirse como guía, como aquel que orienta el camino de otros. Esto implica el tener disposición a enseñar conocimientos y también a mostrar experiencias profesionales como recursos para el proceso de enseñanza y aprendizaje; la sensibilidad como para adaptarse a las necesidades de formación particulares de cada grupo. También estuvo asociado a un componente motivacional, a la pasión por enseñar.

Palabra	Ejemplos
Ser	“... ser un actor educativo...” “... ser un guía...” “... ser docente implica estar dispuesto a enseñar lo que se aprendió y las experiencias...” “... ser docente de física es mostrarles lo que me apasiona...”

Tabla 1. Para la palabra “Ser”. Ejemplos de respuesta a la pregunta ¿Cómo describiría lo que es ser docente?

La segunda palabra con mayor frecuencia fue “dar”, que indica el modo como conciben el ser docente. Este “dar” se refiere a proporcionar consejos o herramientas cuando está dirigido hacia los otros. La otra acepción tiene un componente disposicional, el *dar* lo mejor a los estudiantes.

Palabra	Ejemplos
Dar	“... dar algún consejo...” “... dar consejos instrumentales...” “... dar lo mejor de vos...”

Tabla 2. Para la palabra “Dar”. Ejemplos de respuesta a la pregunta ¿Cómo describiría lo que es ser docente?

Respecto a la segunda pregunta: ¿Cuáles son los principales problemas que ha encontrado en su labor como profesor de CEPT-UTU?

El principal problema señalado fue el “nivel” con el que vienen los estudiantes a los estudios terciarios, señalan las diferencias en la formación entre quienes han estudiado ciencias y quienes no. Esta falta de base hace que sea más difícil seguir lo programado y demanda de parte de los docentes hacer esfuerzos por adaptar el proceso de enseñanza para cubrir algunas deficiencias en los estudiantes.

Palabra	Ejemplos
Nivel	“... no tienen el <i>nivel</i> adecuado al año en que están...” “... hay grandes desniveles en la procedencia...”

Tabla 3. Para la palabra “Nivel”. Ejemplos de respuesta a la pregunta ¿Cuáles son los principales problemas que ha encontrado en su labor como profesor de CEPT-UTU?

En segundo término, señalan la dificultad en materia de infraestructura, el déficit de laboratorios para las prácticas. Seguido de esto está, la poca comunicación entre los docentes y la manera cómo esto impacta negativamente en el uso de buenas prácticas de enseñanzas. La falta de integración entre los docentes puede ser en parte debido al manejo administrativo de las horas, a cómo se asignan, que hace difícil la construcción de un sentido de pertenencia y por ende dificulta la integración entre los docentes.

Respecto a la tercera pregunta: ¿Cómo se les ha dado respuestas a estos problemas?

Los docentes consideran que se necesita hacer “más” de lo que se ha hecho, por ejemplo, en materia de infraestructura reconocen avances, pero lo ven como insuficientes, sobre todo en los laboratorios para las prácticas. Les parece que se necesitan cursos de “nivelación” para los estudios, puesto que los esfuerzos tendientes a suplir déficits en conocimientos básicos son vistos como parcelados e insuficientes.

Palabra	Ejemplos
Más	“... tenemos más edificios, los edificios fueron mejorados, pero aún falta pila...”
Nivelación	“... tal vez lo mejor es darle respuesta más profunda, como nivelación...”

Tabla 4. Para las palabras “Más” y “Nivelación”. Ejemplos de respuesta a la pregunta ¿Cómo se les ha dado respuestas a estos problemas?

Respecto a la pregunta: ¿Cuáles son las principales necesidades que tienen los estudiantes?

Se señala como la principal dificultad el “estudiar”, el saber cómo “estudiar” y el darle valor a los estudios.

Palabra	Ejemplos
Estudiar	“... aprender a estudiar...” “... ellos no tienen muy claro de que ellos tienen que estudiar...”

Tabla 5. Para la palabra “Estudiar”. Ejemplos de respuesta a la pregunta ¿Cuáles son las principales necesidades que tienen los estudiantes?

Respecto a la pregunta: ¿Cómo se han atendido estas necesidades?

Para responder a este planteamiento, las palabras con mayor frecuencia fueron: “estudiante” y “problema”. La primera, para referirse a acciones orientadas directamente a hacia los estudiantes, como la creación de la unidad de atención al estudiante. La segunda, para indicar que las dificultades relacionadas con los estudiantes van más allá de las posibilidades institucionales, al tratarse más de un problema del sistema educativo.

Palabra	Ejemplos
Estudiante	“... se creó una unidad de atención al estudiante...” “... todo el tema de educación en proyectos ha intentado apuntar a eso...”
Problema	“... no tiene cómo, porque en realidad es un problema generado por la sociedad...” “... tenemos un problema, que a veces nuestra área está centrada en la industria y si ésta no tiene el avance tecnológico, no ayuda a los estudiantes...”

Tabla 6. Para las palabras “Estudiante” y “Problema”. Ejemplos de respuesta a la pregunta ¿Cómo se han atendido estas necesidades?

Respecto a la pregunta: ¿Qué otras acciones consideras que deben realizarse para atender a estas necesidades?

Resaltaron como más frecuentes las palabras: “docente” y “más”, al responder a esta pregunta. La primera palabra asociada a acciones que debería realizar el docente para atender a las necesidades de los estudiantes, particularmente la creación de la figura docente de apoyo, algo que ya existe en CEPT-UTU pero que algunos de los docentes entrevistados desconocen. La palabra “más” asociada a la idea de que se necesita ampliar lo que ahora se está haciendo para ayudar a los estudiantes, como la oferta de cursos de formación docente.

Palabra	Ejemplos
Docente	“... plantear alguna ayuda, como docente para apoyo...” “... desde mi punto de vista estaría bueno que hubiera un docente como referente de apoyo...”
Más	“... que nosotros los docentes tengamos más cursos de aprendizajes...” “... hacer algo para que vean cuán importante es, capaz con eso se comprometen más...”

Tabla 7. Para las palabras “Docente” y “Más”. Ejemplos de respuesta a la pregunta ¿Qué otras acciones consideras que deben realizarse para atender a estas necesidades?

Respecto a la pregunta: ¿Quién o quiénes serían los principales actores en la atención a estas necesidades?

Al responder a este planteamiento, surgieron con mayor frecuencia las palabras “docente” e “institución”. La palabra docente fue utilizada en un sentido pasivo, ellos como receptores de acciones institucionales orientadas a la mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje. La segunda palabra “institución”, reafirma la visión de que es ésta la que debe idear programas y actividades para atender a las necesidades de los estudiantes.

Palabra	Ejemplos
Docente	“... principalmente quienes hacen los programas, plantear las necesidades de los docentes...” “... nuestros superiores y llamar a los docentes...”
Institución	“... que se procure que la institución mantenga ciertos niveles...” “... la institución educativa entera...”

Tabla 8. Para las palabras “Docente” e “Institución”. Ejemplos de respuesta a la pregunta ¿Quién o quiénes serían los principales actores en la atención a estas necesidades?

## De autonomía académica y apoyo institucional

Respecto al grado de autonomía académica se encontró que: los docentes tienden percibirse con independencia en la preparación de las clases, la selección de los materiales y las evaluaciones. El recorrido de la variable iba de 5 como puntuación mínima posible y 25 como puntuación máxima posible. En la tabla 10 se puede ver que la puntuación mínima obtenida fue 17, y la máxima 25, con nueve de los 11 docentes con una puntuación por encima de 20, que corresponde a la parte superior del recorrido de la variable.

Puntuaciones	Frecuencia
17	1
18	1
21	5
22	1
23	1
24	1
25	1

Tabla 9. Frecuencias simples obtenidas en la escala de autonomía académica

Respecto al grado de apoyo institucional percibido se encontró que: siete docentes de los 11 obtuvieron una puntuación de seis o siete, considerando que el recorrido de la variable iba desde 3 como puntaje mínimo posible hasta 12 como puntuación máxima posible. Los restantes cuatro docentes obtuvieron una puntuación de ocho o más en esta escala. Tienden a percibir apoyo institucional, aunque la mayoría se ubica en la parte central del recorrido de la variable.

Puntuaciones	Frecuencias
6	4
7	3
8	1
9	1
10	2

Tabla 10. Tabla de frecuencias de la escala de apoyo institucional percibido

### Con respecto a motivación y actitudes hacia la enseñanza, compromiso docente y burnout

Los docentes reportaron motivaciones y actitudes positivas hacia la enseñanza. La media las puntuaciones estuvo ubicada en la parte superior del recorrido de la variable ( $\bar{X}=59,18$ ;  $S_x=4,09$ ) que iba desde 17 a 68 como puntuaciones mínima y máxima posible, respectivamente.

Respecto a compromiso docente se observó un resultado similar, con una media ubicada también en la parte superior del recorrido de la variable ( $\bar{X}=60,36$ ;  $S_x=6,33$ ), que iba también desde 17 a 68 como puntuaciones mínima y máxima posible, respectivamente.

Por último, los docentes tuvieron puntuaciones medias con respecto a los criterios de interpretación de la escala de burnout, con una media ubicada en la parte baja del recorrido de la variable ( $\bar{X}=37,09$ ;  $S_x=10,94$ ), que iba desde 22 hasta 154 como puntuaciones mínima y máxima posible, respectivamente. Seis de los 11 docentes tuvieron una puntuación de 33 o menos, dentro del rango de bajo agotamiento emocional; mientras que los cinco docentes

restantes obtuvieron una puntuación entre 40 y 54, dentro del rango considerado como de nivel medio en agotamiento emocional.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Los docentes de física en el nivel terciario del CEPT-UTU, se identifican como guías de los estudiantes y en tal sentido, ven la necesidad de que la institución idea formas de mejorar o compensar su nivel, para mejorar el aprovechamiento académico. Aunque se ven como parte de la institución, valoran como deseable que mejore la integración entre los docentes. Concentran su trabajo docente en el CEPT-UTU, se perciben con autonomía para la realización de las diferentes actividades y con apoyo institucional. Poseen una motivación y actitud positiva hacia la enseñanza, con involucramiento hacia la mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje y con niveles medio bajos de agotamiento emocional.

Los resultados de este estudio sirven como insumo a la Inspección en física del CEPT-UTU para el diseño de actividades de apoyo docente, tendiente a la mejora de la calidad de la enseñanza, particularmente en la integración de los docentes para que pueden identificarse y compartirse mejores prácticas de la pedagogía en física. Esta mayor integración favorecerá la identidad institucional, el compromiso y potenciará la figura del docente como un referente vocacional.

## REFERENCIAS

Acuña, F. (2015). Incentivos al trabajo profesional docente y su relación con las políticas de evaluación e incentivo económico individual. *Estudios pedagógicos (Valdivia)*, 41(1), 7-26.

Maslach, C., y Jackson, S. (1981). *Maslach Burnout Inventory*. Palo Alto, CA: Consulting Psychologists Press.

Martínez, C. (2016). Deconstrucción del "buen profesor". Análisis de las características formales y no formales de la docencia universitaria. *Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa*, 22(2), art. 4; 1-14.

Memeri, N., Mahdieh, O., y Marnani, A. (2013). The impact of organizational commitment on employees job performance: "A study of Meli bank". *Interdisciplinary Journal of Contemporary Research in Business*, 5(5), 164-171.

Mkumbo, K. (2013). Factors associated with teachers' motivation and commitment to teach in Tanzania. *Journal for Educational Sciences and Psychology*, LXV(1), 58-71.

National Center for Education Statistics. (01 de Agosto de 2017). *National Teacher and Principal Survey*. Obtenido de National Center for Education Statistics: <https://nces.ed.gov/surveys/ntps/overview.asp>

Oviedo, P. (2007). Hacia una evaluación cualitativa en el aula. *REencuentro. Análisis de problemas universitarios*, 9-19.

Triadó, X., Chueca, P., Freixa, M., y Torrado, M. (2015). Satisfacción y motivación del profesorado en el primer curso en grados de ciencias sociales. *REDU Revista de docencia universitaria.*, 13(1), 203-229.

Vázquez, A., y Manassero, M. (2009). La vocación científica y tecnológica: predictores actitudinales significativos. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias.*, 6(2), 213-231.

Vegas, E. (2005). *Incentives to improve teaching: Lessons from Latin American*. Washington, DC: The International Bank for Reconstruction and Development / The World Bank.

Yucel, I., y Bektas, C. (2012). Job satisfaction, organizational commitment and demographic characteristics among teachers in Turkey: Younger is better? *Procedia: Social and Behavioral Sciences*, 46, 1598-1608.

## ¿QUÉ OPINAN LOS ESTUDIANTES DE CULTURA FÍSICA Y DEPORTE SOBRE EL USO DE LA ESTADÍSTICA EN SU ÁREA?

*Data de aceite: 02/05/2022*

### **Alejandrina Bautista Jacobo**

Docente e investigador del Departamento de Matemáticas, Universidad de Sonora  
Sonora México  
<http://orcid.org/0000-0001-8018-7546>

### **Graciela Hoyos Ruiz**

Docente e investigadora del Departamento de Ciencias del Deporte y de la Actividad Física, Universidad de Sonora  
Sonora México  
<http://orcid.org/0000-0001-6134-3179>

### **Manuel Alejandro Vazquez Bautista**

Estudiantes de Doctorado en Ciencias Químico Biológicas y de la Salud

### **Maria Elena Chavez Valenzuela**

Docente e investigadora del Departamento de Ciencias del Deporte y de la Actividad Física, Universidad de Sonora  
Sonora, México  
<http://orcid.org/0000-0001-9418-1321>

**RESUMEN:** Se llevó a cabo un estudio transversal descriptivo, en una muestra de 168 estudiantes de la Licenciatura en Cultura Física y Deporte de la Universidad de Sonora, con el objetivo de conocer su opinión sobre el uso y utilidad de la estadística en su área. Como instrumento se utilizó la Escala EAE (Escala de Actitud hacia la Estadística) de Auzmendi, que rescata el sentir y actitud de los estudiantes en cuanto a la utilidad, ansiedad, confianza, agrado y motivación

hacia la estadística. La encuesta se aplicó a estudiantes que ya habían llevado el curso de Bioestadística. Los resultados obtenidos indican que más del 50% de los estudiantes encuestados consideran la Estadística como una materia muy necesaria para su carrera y un 15.48% afirman que es una materia que les “va mal”. En general, el 62.5% mantienen una actitud neutral, casi un 30% reporta una actitud favorable y sólo un 7.7% actitud desfavorable.

**PALABRAS CLAVE:** Actitud, escala, creencias.

**ABSTRACT:** A cross-sectional descriptive study was carried out, in a sample of 168 students of the Degree in Physical Culture and Sports at the University of Sonora, with the aim of knowing their opinion on the use and utility of statistics in their area. As an instrument, Auzmendi's EAE Scale (Statistical Attitude Scale) was used, which rescues the feeling and attitude of students in the context of utility, anxiety, confidence, pleasure and motivation for the state. The survey was applied to students who had taken the Biostatistics course. The results obtained indicate that more than 50% of the surveyed students consider Statistics as a very necessary subject for their career and 15.48% say that it is a subject that they “go wrong”. In general, 62.5% maintain a neutral attitude, while 30% report a favorable attitude and only 7.7% an unfavorable attitude.

**KEYWORDS:** Attitude, scale, beliefs.

## INTRODUCCIÓN

La inclusión de los cursos de estadística a las diferentes licenciaturas como Psicología,

Comunicación, Derecho, Deporte, Sociología, etcétera, no ha sido de mucho agrado por parte de los estudiantes que estudian estas licenciaturas. La mayoría de ellos llegan a estas carreras con experiencias negativas sobre las matemáticas o la estadística desde el nivel básico y su elección en estas licenciaturas es porque creen que no llevarán cursos que tenga que ver con los números. Sus creencias y prejuicios sobre las dificultades y la idea de que no tienen capacidades para resolver problemas de esta disciplina, conduce a los estudiantes a no poner atención a los contenidos de la materia. Más aún, la mayoría de los estudiantes inscritos en el área de las Ciencias Sociales y Humanista, tienen las creencias de que estas materias no tienen nada que ver con su profesión.

Particularmente, en la licenciatura de Cultura Física y Deporte de la Universidad de Sonora, la Bioestadística es una materia del Eje de Formación Básica que se imparte en el segundo semestre. En México, existen 19 programas educativos en las Instituciones de Educación Superior en el área de la Cultura Física y el Deporte, de los cuales, 15 programas contemplan en sus planes de estudio la asignatura de Estadística, pero con diferentes nomenclaturas (Estadística Aplicada al Deporte, Estadística Básica, Estadística Aplicada, Bioestadística, Estadística Deportiva, entre otras).

La estadística es una asignatura que está presente en la mayoría de los programas educativos, esto se debe, como bien se sabe, que ésta es una herramienta indispensable para la formación científica y técnica de los futuros profesionistas de muy variado perfil, ya que permite describir cualquier conjunto de datos, ya sean económicos, políticos, psicólogos, físicos, etcétera. Sin embargo, también es cierto que dicha materia no es de gran agrado, como ya se había mencionado antes, y que persisten ciertas dificultades y errores en su aprendizaje [1], sobre todos en alumnos que provienen de éstas área.

La problemática de la enseñanza y aprendizaje de la estadística ha sido de gran preocupación, tanto por los investigadores como por los profesores que imparten esta asignatura. Esto se hace evidente por la gran cantidad de publicaciones en donde se reportan los resultados de entrevistas realizadas a estudiantes de diferentes licenciaturas sobre su opinión y actitudes hacia la matemática y estadística. Al respecto citamos el trabajo de Rodríguez Feijoo [2], que llevó a cabo un estudio comparativo entre estudiantes de carreras humanistas y no humanistas, detectando actitudes menos favorables para los estudiantes de carrera no humanista. El estudio realizado por Tejero y Castro [3], en estudiantes españoles de Ciencias del Deporte, reporta que éstos manifiestan un nivel medio de ansiedad hacia la estadística, así mismo, los estudiantes de este estudio consideran que la utilidad o importancia de esta asignatura para su profesión es de media a baja. Estudiantes de la Universidad Complutense de Madrid, matriculados en Pedagogía, Educación Social, Maestro de Educación primaria y Maestro de Educación Infantil, más del 50% de ellos no esperaba encontrarse con una materia de estadística. Además, un 55.4% opina que los conocimientos sobre la estadística no tienen utilidad para su desempeño profesional [4].

En esta misma línea de investigación, en las últimas tres décadas, se han reportado trabajos cuyo objetivo ha sido buscar una relación entre la actitud que tienen los estudiantes en esta materia y su desempeño académico. Entre ellos podemos citar el de Onwuegbuzie [5], quien comprueba que las actitudes y la ansiedad hacia la estadística influyen en los resultados finales en la materia, y sugiere que los profesores deberían crear entornos de aprendizaje adecuados (cognitivos y afectivo) en sus clases, para que sus alumnos puedan explorar diferentes metodologías, adquieran seguridad en sus propias capacidades para aprender Estadística y, sobre todo, valoren el importante papel que tiene esta asignatura. Otros trabajos [6] han relacionado la actitud con el sexo, encontrando que las mujeres reportan mayor ansiedad hacia la estadística en comparación a los hombres. Los conocimientos previos sobre estadística también ha sido una variable a correlacionar con la actitud hacia la materia, encontrándose que cuanto mayor sea la experiencia formativa previa de estadística o mayor haya sido el aprovechamiento de la misma, más positiva será la actitud y menor la ansiedad de los alumnos [7].

En base a estas series de investigaciones sobre las actitudes de los estudiantes hacia la estadística, otra línea de investigación ha sido el de presentar propuestas metodológicas para la enseñanza de la estadística, con el objetivo de disminuir el índice de reprobación y lograr una aprendizaje significativo de los conceptos de esta asignatura. Tal es el caso de la enseñanza basada en competencias [8], los modelos orientados hacia la práctica, la formación basada en la solución de problemas [9], el trabajo colaborativo [10] o el uso de la tecnología como apoyo para crear un ambiente de motivación y aprendizaje dinámico en el aula [11].

El objetivo de este trabajo es reportar la información obtenida al aplicar una encuesta que rescata la actitud y opinión que tienen los estudiantes de Cultura Física y Deporte acerca de la estadística y su utilizada en su área.

## **METODOLOGÍA**

### **Tipo de estudio y características de la muestra**

Se realizó una investigación no experimental transversal descriptiva en una muestra no aleatoria de 168 estudiantes de la Licenciatura en Cultura Física y Deporte de la Universidad de Sonora, que ya habían cursado la asignatura de Bioestadística. El 24.4% (41) son del sexo femenino y un 75.6% (127) masculinos. La población de estudio al momento de la encuesta era de 377 estudiantes. La edad media de los sujetos fue de 21.65 años ( $DS=2.995$ ). El 41% eran del 3° semestre, el 10.1% del 5°, el 18.5% del 6°, un 20.8% del 7° y el 9.5% del 8°.

## Instrumento de medición

Para rescatar la opinión y actitudes de los estudiantes acerca de la estadística se utilizó el instrumento EAE de Auzmendi [12] que consta de 25 ítems (10 negativos y 15 positivos) en escala tipo Likert con cinco opciones de respuesta: (1=Totalmente en Desacuerdo, 2= En Desacuerdo, 3 = Neutral, 4= De Acuerdo, 5= Totalmente de Acuerdo). La escala evalúa 5 componentes de la actitud: **Utilidad, Ansiedad, Confianza, Agrado y Motivación** (Ver tabla 1).

<b>Utilidad</b> que tiene para el estudiante el conocimiento Estadístico
Considero la Estadística como una materia muy necesaria en la carrera (1)
Quiero llegar a tener un conocimiento más profundo de la estadística (6)
Saber utilizar la estadística incrementaría mis posibilidades de trabajo (11)
Me provoca una gran satisfacción el llegar a resolver problemas de estadística (20)
Para el desarrollo profesional de mi carrera una de las asignaturas más importantes que ha de estudiarse es la estadística (21)
<b>Ansiedad</b> o temor que se manifiesta ante la Estadística
La asignatura de Estadística se me da bastante mal (2)
La estadística es una de las asignaturas que más temo (7)
Cuando me enfrento un problema de Estadística me siento incapaz de pensar con claridad (12)
Trabajar con la estadística hace que me sienta muy nervioso (17)
La estadística hace que me sienta incomodo/a y nervioso/a (22)
<b>Confianza</b> o seguridad que se tiene al enfrentarse a la Estadística
El estudiar o trabajar con la estadística no me asusta en absoluto (3)
Tengo confianza en mí mismo/a cuando me enfrento a un problema de estadística (8)
Estoy calmado/a y tranquilo/a cuando me enfrento a un problema de Estadística (13)
No me altero cuando tengo que trabajar en problemas de estadística (18)
Si me lo propusiera creo que llegaría a dominar bien la estadística (23)
<b>Agrado</b> o disfrute que provoca el trabajo estadística
El utilizar la estadística es una diversión para mí (4)
Me divierte hablar con otros de estadística (9)
La estadística es agradable y estimulante para mí (14)
Me gustaría tener una ocupación en la cual tuviera que utilizar la estadística. (19)
Si tuviera la oportunidad me inscribiría en más cursos de estadística de los que son necesarios (24)
<b>Motivación</b> que siente el estudiante hacia el estudio y uso de la estadística
La estadística es demasiado teórica como para hacer de utilidad práctica para el profesional (5)
La estadística puede ser útil para el que se dedique a la investigación pero no para el profesional (10)
Espero tener que utilizar poco la estadística en mi vida profesional (15)
Para el desarrollo profesional de mi carrera considero que existen otras asignaturas más importantes que la estadística (16)

Tabla 1. Componentes de la Actitud hacia la Estadística de Auzmendi (1992)

## Procedimiento

La aplicación de la encuesta fue en el salón de clase solicitando anticipadamente el permiso del Coordinador de la Licenciatura en Cultura Física y Deporte y del profesor en turno. El estudiante fue informado de los objetivos de la encuesta y de las instrucciones para su llenado, haciendo énfasis sobre el carácter voluntario y anónimo de la investigación, siendo ellos libres de decidir en aceptar o no el llenado de la encuesta. Asimismo, se les solicitó de dar respuestas sinceras a todas las preguntas de la escala. Finalmente, se les agradeció la colaboración en este estudio.

Las respuestas a cada una de las preguntas del instrumento fueron procesadas utilizando el software estadístico SPSS V. 22.

## RESULTADOS

En la siguiente tabla se reportan los porcentajes de respuestas de los ítems que tiene que ver con la utilidad de la estadística para su profesión (tabla 2). Para tener una idea más general de los estudiantes, se agruparon en esta y en las demás tablas, las respuestas negativas (en desacuerdo y Totalmente en desacuerdo) y las positivas (de acuerdo y totalmente de acuerdo).

Podemos observar de la tabla, que más del 50% de los alumnos consideran que la materia de estadística es muy necesaria para su carrera (pregunta 1 de este bloque) y que su conocimiento puede incrementar sus posibilidades de trabajo (Pregunta 3).

Opinión sobre la utilidad de la estadística en su área	En desacuerdo o totalmente en desacuerdo	Neutral	De acuerdo o totalmente de acuerdo
1. Considero la Estadística como una materia muy necesaria en la carrera	26 (15.48%)	50 (29.76%)	92 (54.76%)
2. Quiero llegar a tener un conocimiento más profundo de la estadística	30 (17.86%)	58 (34.52%)	80 (47.62%)
3. Saber utilizar la estadística incrementaría mis posibilidades de trabajo	27 (16.07%)	44 (26.19%)	97(57.74%)
4. Me provoca una gran satisfacción el llegar a resolver problemas de estadística	43 (25.60%)	61 (36.31%)	64 (38.10%)
5. Para el desarrollo profesional de mi carrera una de las asignaturas más importantes que ha de estudiarse es la estadística	54 (32.14%)	71 (42.26%)	43 (25.60%)

Tabla 21. Distribución porcentual de las respuestas a ítems que hacen referencia a la utilidad de la estadística (N = 168).

La tabla 3, resume la información con relación a la ansiedad o temor que sienten los estudiantes hacia los conceptos estadísticos. Observe que las preguntas de este factor todas son negativas y que cerca de un 50% de los alumnos está en desacuerdo con ellas, sin embargo, se puede observar que 1 de cada 5 estudiantes manifiesta algún síntoma de ansiedad hacia la estadística.

<b>Ansiedad o temor que sienten los estudiantes hacia la estadística</b>	<b>En desacuerdo o totalmente en desacuerdo</b>	<b>Neutral</b>	<b>De acuerdo o totalmente de acuerdo</b>
1. La asignatura de Estadística se me da bastante mal	84 (50%)	61 (36.31%)	23 (13.69%)
2. La estadística es una de las asignaturas que más temo	81 (48.21%)	54 (32.14%)	33 (19.64%)
3. Cuando me enfrento un problema de Estadística me siento incapaz de pensar con claridad	79 (47.02%)	45 (26.79%)	44 (26.19%)
4. Trabajar con la estadística hace que me sienta muy nervioso	62 (36.90%)	70 (41.67%)	36 (21.43%)
5. La estadística hace que me sienta incomodo/a y nervioso/a	75 (44.64%)	66 (39.29%)	27 (16.07%)

Tabla 3. Distribución porcentual de las respuestas a ítems que hacen referencia a la ansiedad o temor hacia la estadística (N = 168).

Con respecto a la confianza o seguridad que sienten los estudiantes hacia el trabajo estadístico, en la tabla 4 se reportan los resultados obtenidos. Para las preguntas de este bloque, en todas, excepto en la pregunta “*no me altero cuando tengo que trabajar en problemas de estadística*” que reporta un 33.33% de acuerdo o totalmente de acuerdo, los estudiantes en su mayoría manifiestan un grado de confianza hacia el trabajo estadística. Sin embargo, no hay que olvidar que los estudiantes fueron encuestados cuando ya habían llevado el curso de Bioestadística, por lo que no había presión de exámenes o de entrega de trabajos en ese momento.

<b>Confianza o seguridad hacia la estadística</b>	<b>En desacuerdo o totalmente en desacuerdo</b>	<b>Neutral</b>	<b>De acuerdo o totalmente de acuerdo</b>
1. El estudiar o trabajar con la estadística no me asusta en absoluto	27 (16.07%)	50 (29.76%)	91 (54.17%)
2. Tengo confianza en mí mismo/a cuando me enfrente a un problema de estadística	35 (20.83%)	44 (26.19%)	89 (52.98%)
3. Estoy calmado/a y tranquilo/a cuando me enfrente a un problema de Estadística	31 (18.45%)	65 (38.69%)	72 (42.86%)
4. No me altero cuando tengo que trabajar en problemas de estadística	41 (24.4%)	61 (36.31%)	66 (33.33%)

5. Si me lo propusiera creo que llegaría a dominar bien la estadística	23 (13.69%)	38 (22.62%)	107 (63.69%)
--	-------------	-------------	--------------

Tabla 4. Distribución porcentual de las respuestas a ítems que hacen referencia a la confianza o seguridad que sienten los estudiantes hacia la estadística (N = 168).

En la tabla 5, se reportan las respuestas a los ítems que hacen referencia al agrado o gusto por la estadística. En esta tabla se observa porcentajes más altos para la opción neutral. Los porcentajes son muy parecidos para las respuestas de “De acuerdo o totalmente de acuerdo” y para las “Desacuerdo o totalmente en desacuerdo”.

<b>Agrado o disfrute que provoca el trabajo estadístico en los estudiantes</b>	<b>En desacuerdo o totalmente en desacuerdo</b>	<b>Neutral</b>	<b>De acuerdo o totalmente de acuerdo</b>
1. El utilizar la estadística es una diversión para mí	56 (33.33%)	73 (43.45%)	49 (29.17%)
2. Me divierte hablar con otros de estadística	61 (36.31%)	71 (42.26%)	36 (21.43%)
3. La estadística es agradable y estimulante para mí	37 (22.02%)	79 (47.02%)	52 (30.95%)
4. Me gustaría tener una ocupación en la cual tuviera que utilizar la estadística.	51 (30.36%)	78 (46.43%)	39 (23.21%)
5. Los conceptos que se imparten en las clases de Estadística son muy poco interesantes	54 (32.14%)	60 (35.71%)	54 (32.14%)

Tabla 5. Distribución porcentual de las respuestas a ítems que hacen referencia al agrado o disfrute que sienten los estudiantes hacia la estadística (N = 168).

Por último se reportan los resultados a las preguntas que rescatan la motivación del estudiante hacia los cursos de estadística. Ver tabla 6. En este factor, al igual que en el de ansiedad, las preguntas son negativas. Se observa para las preguntas 1 y 2, un poco más del 40% de los estudiantes mencionó estar en desacuerdo con estas afirmaciones y alrededor de un 20% manifiesta una actitud negativa. Un 36% de los estudiantes espera no utilizar la estadística en su vida profesional y que existen otras materias más importante que se pueden impartir en su carrera (42.86%).

Motivación que siente el estudiantes hacia la estadística	En desacuerdo o totalmente en desacuerdo	Neutral	De acuerdo o totalmente de acuerdo
1. La estadística es demasiado teórica como para hacer de utilidad práctica para el profesional	69 (41.07%)	65 (38.69%)	34 (20.24%)
2. La estadística puede ser útil para el que se dedique a la investigación pero no para el profesional	73 (43.45%)	57 (33.93%)	38 (22.62%)
3. Espero tener que utilizar poco la estadística en mi vida profesional	48 (28.57%)	59 (35.12%)	61 (36.31%)
4. Para el desarrollo profesional de nuestra carrera considero que existen otras asignaturas más importantes que la estadística	33 (19.64%)	63 (37.50%)	72 (42.86%)
5. Los conceptos que se imparten en las clases de Estadística son muy poco interesantes	62 (36.90%)	59 (35.12%)	47 (27.985)

Tabla 6. Distribución porcentual de las respuestas a ítems que hacen referencia a la motivación del estudiante hacia el estudio de la estadística (N = 168).

En general, casi un 30% de los estudiantes encuestados manifiestan un actitud favorable o muy favorable, pero la mayoría se mostró con una actitud neutral (62.5%). Ver tabla 7.

Actitud hacia la estadística	Frecuencia	%
Actitud Desfavorable	13	7.7
Actitud Neutral	105	62.5
Actitud Favorable	43	25.6
Actitud muy Favorable	7	4.2
Total	168	100.0

Tabla 7. Actitud de los estudiantes de Cultura Física y Deporte

No se encontró correlación significativa entre semestre y puntaje total de la escala de actitud, pero al correlacionar la edad, se encontró una correlación negativa significativa ( $r_s = -0.14$ ,  $p = 0.047$ ), lo que nos indica que los estudiantes con menor edad mantienen puntajes de actitud más altos que los de más edad (ver Figura 1)

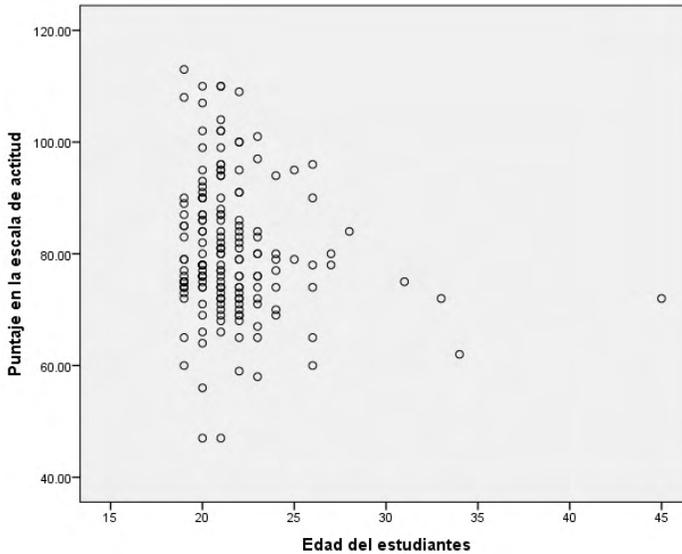


Figura 1. Correlación entre el puntaje total de la escala y la edad del estudiante.

## CONCLUSIONES Y DISCUSIÓN

Los resultados de esta investigación muestran que los estudiante al momento de aplicarles la encuesta, un 62.5% mantienen una actitud neutral, casi un 30% manifiestan una actitud favorable y sólo un 7.7% actitud desfavorable. Sin embargo, en preguntas como: “Considero la Estadística como una materia muy necesaria para mi carrera” más del 50 % está de acuerdo o totalmente de acuerdo y alrededor de un 15% no lo está. Un 41 % de los estudiantes de la Licenciatura en Cultura Física y Deporte afirman que la estadística es demasiado teórica como para ser de utilidad práctica para el profesional.

Al analizar por semestre, el puntaje de la escala de la actitud no se encuentra una correlación significativa, pero al considerar la edad como variable, se observa una relación débil pero significativa. En otros trabajos que han correlacionado la edad se han encontrado resultados contradictorios, tal es el caso del estudio reportado por Tomazic y Katz [13], donde no encuentra correlación entre la edad y la actitud hacia la estadísticas. Por otra parte, el trabajo reportado por Baloglu [14], refiere una correlación positiva, en donde los estudiantes de mayor edad, tienen niveles más altos de ansiedad.

Consideramos que los resultados obtenidos en esta investigación puede ser de gran utilidad, sobre todo para los profesores que imparten esta asignatura, ya que esto les proporcionará elementos para diseñar estrategias que incidan directamente en los estudiantes, motivando así a un aprendizaje significativo de la Bioestadística.

## REFERENCIAS

- [1] C. Batanero; J.D. Godino; D.R. Green; P. Holmes y A. Vallecillos, “*Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales*”. 2° Encuentro Iberoamericano de Biometría, 2009. Disponible en: [http://www.uv.mx/eib/curso\\_pre/videoconferencia/53ErroresEstadis.pdf](http://www.uv.mx/eib/curso_pre/videoconferencia/53ErroresEstadis.pdf)
- [2] N. Rodríguez, “*Actitudes de los estudiantes universitarios hacia la estadística*. 2011. Recuperado de: [http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1668-70272011000200002](http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1668-70272011000200002)
- [3] C.M. Tejero y M. Castro, “*Validación de la Escala de Actitudes hacia la Estadística en Estudiantes Españoles de Ciencias de la Actividad Física y del Deporte*”, Revista Colombiana de Estadística, 2011, vol. 34, núm. 1, pp. 1 a 14. Disponible en: <http://www.emis.de/journals/RCE/V34/v34n1a01.pdf>.
- [4] C. Ruíz de Miguel, “*Actitudes hacia la estadística de los alumnos del grado en Pedagogía, Educación Social y Maestro de Educación Infantil y Maestro de Educación Primaria de la UCM*”. Educación XXI, 18(2), 315-374, 2015.
- [5] A.J. Onwuegbuzie, “*Modeling Statistics Achievement among Graduate Students*”. Educational and Psychological Measurement, 2003, 63(6), pp. 1020-1038. <http://epm.sagepub.com/content/63/6/1020.short>
- [6] M. Zeidner, “*Statistics and mathematics anxiety in social science students: Some interesting parallels*. British Journal of Educational Psychology, 1991, 61(3), 319-328.
- [7] J. Carmona, “*Una Revisión de las Evidencias de Fiabilidad y Validez de los Cuestionarios de Actitudes hacia la Estadística*”. En Statistics Education Research Journal, 2004, 3(1), 5-28. Recuperado de: [https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ3%281%29\\_marquez.pdf](https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ3%281%29_marquez.pdf)
- [8] D. Eudave, “*El aprendizaje de la estadística en estudiantes universitarios de profesiones no matemáticas*”. Educación Matemática, 2007, vol. (19), núm. 2, pp. 41-66.
- [9] C. Batanero, “*Didáctica de la estadística*”. Grupo de Investigación en Educación Estadística. Departamento de Didáctica de la Matemática, 2001. Universidad de Granada. Disponible en: <http://www.ugr.es/~batanero/publicaciones.htm>
- [10] G. Cenich y G. Santos, “*Propuesta de aprendizaje basado en proyecto y trabajo colaborativo: experiencia de un curso en línea*”. Revista electrónica de investigación educativa, 2005. Recuperado de: <http://redie.uabc.mx/vol7no2/contenido-cenich.html>
- [11] R. Pizarro, “*Las TICs en la Enseñanza de las Matemáticas. Aplicación al caso de Métodos Numéricos*”. Tesis de Magister en Tecnología Informática Aplicada en Educación, 2009. Recuperada de: [http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/4152/Documento\\_completo.pdf?sequence=1](http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/4152/Documento_completo.pdf?sequence=1).
- [12] E. Auzmendi, “*Las Actitudes hacia la Matemática Estadística en las Enseñanzas Medias y Universitarias*”, 1992. Mensajero: Bilbao.
- [13] T. Tomazi y B. Katz, “*Statistical anxiety in Introductory Applied Statistics. ASA. Proceedings of the section on Statistical Education. Alexandria, 1988, VA: American Statistical Association.*
- [14] M. Baloglu, “*Individual differences in statistics anxiety among college student*”. Personality and Individual Differences, 2003, 34, 855-865.

## ANÁLISIS DE SISTEMA DE GESTIÓN DE ACCIÓN TUTORIAL BAJO EL ANÁLISIS DEL MODELO DE NEGOCIO CON DIAGRAMAS UML

*Data de aceite:* 02/05/2022

*Data de submissão:* 17/03/2022

### **Isaac Alberto Aldave Rojas**

Tecnológico Nacional de México Campus  
Ciudad Serdán  
Ciudad Serdán – Puebla  
<https://orcid.org/0000-0002-4388-8068>

### **Levi Jared Guevara Cid**

Tecnológico Nacional de México Campus  
Ciudad Serdán  
Ciudad Serdán – Puebla  
<https://orcid.org/0000-0002-6604-7990>

### **Gerardo Espinoza Ramírez**

Tecnológico Nacional de México Campus  
Ciudad Serdán  
Ciudad Serdán – Puebla  
<https://orcid.org/0000-0002-4152-1545>

**RESUMEN:** En este documento se presentan los resultados del procedimiento seguido para la obtención temprana de los requisitos generales y la estructura del negocio que requiere de los servicios de creación de un software a la medida, es de vital importancia para la correcta evaluación de los recursos que se emplearán y con ello presentar las evidencias que marcan la cotización del proyecto que esta en proceso de solicitud de costos por parte del cliente. Se presentan los resultados de la modelación de las interacciones de las distintas áreas y actores que dentro del negocio tienen algún tipo de impacto en el sistema que se quiere construir, generando

con ello una idea más clara de las necesidades del usuario que solo sus palabras y con ello poderlo plantear el impacto que el proyecto solicitado tendrá en el devenir de la organización. Tomando como ejemplo el análisis de las necesidades de sistematización de la coordinación de tutorías del campus Ciudad Serdán del Tecnológico Nacional de México.

**PALABRAS CLAVE:** Requerimientos tempranos, UML, Modelado interacciones, Acercamiento normalizado de la base de datos.

**ABSTRACT:** This document presents the results of the procedure followed for the early obtaining of the general requirements and the business structure that requires the services of creating custom software, it is of vital importance for the correct evaluation of the resources that are They will use and thereby present the evidence that marks the quote of the project that is in the process of requesting costs by the client. The results of the modeling of the interactions of the different areas and actors that within the business have some kind of impact on the system to be built are presented, thereby generating a clearer idea of the user's needs than just their words and with this, it can be proposed the impact that the requested project will have on the future of the organization. The results of the modeling of the interactions of the different areas and actors that within the business have some kind of impact on the system to be built are presented, thereby generating a clearer idea of the user's needs than just their words and with this, it can be proposed the impact that the requested project will have on the future of the organization.

**KEYWORDS:** Early requirements, UML, Interaction modeling, Normalized database approach.

## INTRODUCCIÓN

Dentro del proceso que conlleva, la creación de un software utilizando los principios de la ingeniería del software, la etapa de Levantamiento de requerimientos es la primera y considero que la más importante para que el nuevo producto se cree conforme a las necesidades reales del cliente. Puesto que es en esta etapa en donde tenemos el acercamiento al problema, y descubrimos cuales son las expectativas, alcance e impacto que el software tendrá dentro de la Organización que lo solicita.

En su obra Ingeniería de software Sommerv0ille (Sommerville, 2011), nos define la importancia de los requerimientos como: “Los requerimientos para un sistema son descripciones de lo que el sistema debe hacer: el servicio que ofrece y las restricciones en su operación. Tales requerimientos reflejan las necesidades de los clientes por un sistema que atienda cierto propósito, como sería controlar un dispositivo, colocar un pedido o buscar información”.

Mientras que Pressman (Pressman, 2010) nos comenta sobre la tarea de obtener los requerimientos de un sistema computacional: “Entender los requerimientos de un problema es una de las tareas más difíciles que enfrenta el ingeniero de software. Cuando se piensa por primera vez, no parece tan difícil desarrollar un entendimiento claro de los requerimientos. Después de todo, ¿acaso no sabe el cliente lo que se necesita? ¿No deberían tener los usuarios finales una buena comprensión de las características y funciones que le darán un beneficio? Sorprendentemente, en muchas instancias la respuesta a estas preguntas es “no”. E incluso si los clientes y los usuarios finales explican sus necesidades, éstas cambiarán mientras se desarrolla el proyecto.”

Por estas razones es que se busca una forma de entender las necesidades del cliente desde el momento en que hace el primer contacto con él, y antes de firmar cualquier compromiso con ellos.

Esta tarea que se denomina modelado del negocio es de mucha utilidad sobre todo cuando el cliente no tiene claro aun cual es el alcance de lo que necesita y para cuando es que lo requiere.

Por lo mismo en este trabajo se muestra los resultados de la aplicación de una metodología en desarrollo para el análisis de un negocio y sus necesidades de software que nos permita tener una idea de la estructura de las necesidades de sistematización de la organización que funge como cliente, sus interacciones y crecimiento.

Este Artículo se organiza de la siguiente forma. En la sección 2 describe la importancia de la obtención de los requerimientos en los modelos de ingeniería del software. La sección 3 muestra la metodología para la obtención de la información general de la organización que requiere el software en cuestión. para modelar las interacciones existentes en las

organizaciones para identificar las necesidades “reales” del cliente. La sección 4 describe brevemente la implementación del proceso que se llevo a cabo, La sección 5 presenta las conclusiones de los ejercicios realizados.

## Objetivos

En este trabajo se persigue como objetivo mostrar que el realizar el modelo del negocio desde de los primeros acercamientos del cliente, aun cuando inicia la negociación para obtener una cotización y autorización del proyecto, permite comprender la complejidad del proyecto y ademas se puede obtener información importante y que resulta relevante para la justificación de los costos y tiempos de desarrollo, así también comprender cuales partes del sistema son las principales a desarrollar en caso de que se busque un sistema que pueda crecer en base a módulos integrales.

## INGENIERÍA DE REQUERIMIENTOS

Pressman en su libro ingeniería del software un enfoque practico (Pressman, 2010), desarrollo en base a ejemplos una metodología muy completa para el levantamiento y análisis de las necesidades del cliente, bajo el concepto de ingeniería de requerimientos, la que es un avance significativo sobre el modelo tradicional de la ingeniería del software lo cual se consideraba solo como el primer paso de la Ingeniería del software, como paso, cada empresa de desarrollo implementa sus propias estrategias para realizar esta tarea solo en base a su experiencia, lo cual lo hacia muy incompleto.

Al subir la fase de requerimientos a ingeniería se crea una metodología estándar para encontrar y validar los elementos que deben formar parte del sistema en desarrollo.

“La ingeniería de requerimientos es una de las acciones importantes de la ingeniería de software que comienza durante la actividad de comunicación y continúa en la de modelado. Debe adaptarse a las necesidades del proceso, del proyecto, del producto y de las personas que hacen el trabajo” (Pressman, 2010). con esta definición se observa el alcance de esta fase del proceso de creación del nuevo sistema y su importancia en el resultado final.

La ingeniería de requerimientos esta conformada por 7 fases de las cuales algunas de ellas se ejecutan en paralelo siendo éstas, las siguientes:

- Concepción
- Indagación
- Elaboración
- Negociación
- Especificación
- Validación

- Administración

Además dentro de su proceso de construcción clasifica los requerimientos en cuanto al impacto que tendrán para los usuarios del sistema siendo esta clasificación la siguiente:

- Requerimientos Normales
- Requerimientos Esperados
- Requerimientos emocionantes

Este tipo de clasificaciones nos permite de algún modo identificar cuáles son las necesidades de información que requerimos con el fin de decidir si esta etapa está completa o no, sobre todo con los requerimientos esperados, los cuales al ser considerados por el cliente como implícitos en el producto o sistema y por ello generalmente el cliente no los menciona de manera explícita, con lo cual su identificación puede ser la diferencia en la satisfacción de los usuarios con el producto desarrollado.

La reformulación de la tarea del levantamiento de requisitos a una Ingeniería, proporciona un mejor control sobre esta fase del desarrollo de cualquier sistema informático, sin embargo al realizarse una vez que ya está negociado un costo y tiempos de desarrollo del sistema, puede implicar que la realización del producto tenga problemas en algunos de estos parámetros conllevando a pérdidas económicas al equipo de desarrollo o un proceso de renegociación del producto que lleva a molestias por parte del cliente hasta la cancelación del proyecto, sobre todo si está en una etapa temprana o los nuevos tiempos y costos sobrepasan aquel límite que el cliente considere aceptable o haya previsto en base a sus expectativas.

## DESARROLLO

La forma en que se pretende resolver este problema es aprovechar la experiencia de la entrevista inicial, donde el usuario plantea los generales de la aplicación que desea sea cotizada para su desarrollo utilizando modelado rápido o grabación de la entrevista (previa autorización por parte del cliente). Siguiendo el proceso descrito en la figura 1.

El objetivo de conocer a las personas y departamentos desde la descripción del contacto para la posible realización del software sin solicitar los detalles de sus funciones, sirve para conocer la complejidad del sistema, así como también evaluar que tanto pudiese crecer este desarrollo en cuanto a lo descrito por el contacto de la organización según las interacciones que pudiesen existir entre los departamentos, se encuentren actualmente o no involucrados de forma explícita en el desarrollo del proyecto actual.

Con esta información el entrevistador podrá construir diagramas de interacción y pertenencia, utilizando elementos de UML, ampliando su definición original, pero conservando su esencia, para valorar el esfuerzo que requerirá el sistema y detectar aquellos requerimientos normales, esperados y emocionantes, que permitirán que el

usuario obtenga el mejor uso y experiencia con el software desarrollado.

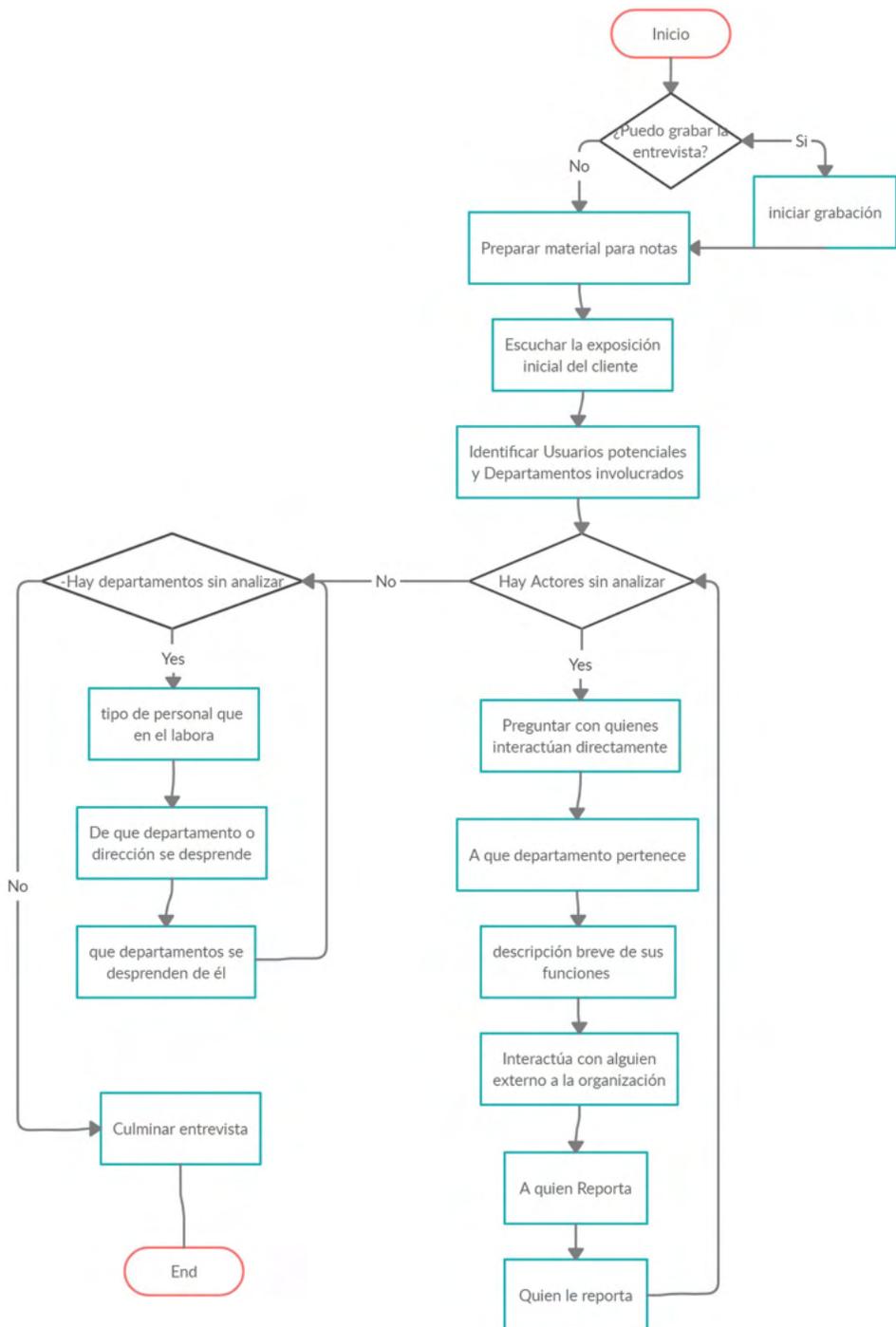


Figura 1: Proceso para obtención de datos

## IMPLEMENTACIÓN

Siguiendo este método se realizó el proceso para la creación de los anteproyectos para residencia profesional interno a la institución del sistema requerido por la coordinación de tutorías del campus de Ciudad Serdán del Tecnológico Nacional de México, el cual es por decreto de creación de índole descentralizada y por lo cual tiene características, que los tecnológicos cuya creación fue federal, específicas que están regidas por lineamientos (Acosta González, 2015) propios a este tipo de instituciones.

Derivado de la platica con La coordinadora de tutores, se derivó la siguiente información:

se encontraron 5 tipos de usuarios que el sistema atiende de diferente forma según su nivel de interacción siendo estos

- Usuarios de solo salida.- Aquellos a los que el sistema solo enviara reportes.
- Usuarios bajo solicitud.- Tendrán acceso a determinados datos y podrán alimentar el sistema con datos específicos bajo autorización explicita del coordinador de tutorías.
- Usuarios con interacción directa.- tienen ingresos a diferentes secciones en base a su nivel de interacción del sistema con permisos de creación modificación, consulta y en algunos caso eliminación de registros
- Usuarios involucrados por acción tutorial.- sin acceso al sistema directamente, entregan la información solicitada a los usuarios de entrada bajo activación explicita.
- Usuarios de alimentación de datos.- provenientes de otros departamentos.- son usuarios que alimentan sus sistemas propios y comparten información de sus bases de datos que son de relevancia para el sistema en creación

El listado de departamentos y tipos de usuarios que intervienen o no con el sistema es el siguiente:

- Usuarios de solo salida:
  - Dirección académica
    - Director Académico
  - Subdirección académica
    - Subdirector Académico
  - Desarrollo académico
    - Jefe del departamento
- Involucrados por acción tutorial
  - Academias de las diferentes carreras

- Docentes
- Instituciones externas al tecnológico.
  - Centros de salud
  - Centros de rehabilitación
  - Etc.
- Usuarios de alimentación de datos:
  - Recursos humanos
    - Jefe del departamentos
    - Asistentes
  - Departamento escolar
    - Jefe del departamentos
    - Asistentes
- Usuarios bajo solicitud
  - Jefatura de carrera
    - Jefe de carrera
  - Depto. de Psicología
    - Psicólogo Escolar
  - Depto. Médico.
    - Medico Escolar
- Usuarios con interacción directa:
  - Coordinación de tutorías
    - Coordinador de tutorías (usuario principal con todos los privilegios)
    - Asistente
    - Docente Tutor
  - Gestión tecnológica.
    - Jefe del departamento
    - Asistente
  - Departamentos Varios:
    - Docentes no tutores frente a grupo,
    - Instructores de actividades culturales

- Instructores de actividades deportivas,
- Responsables de visitas industriales
- Alumnado.
  - Alumnos matriculados en la actualidad

Con estos datos se creo el diagrama de modelo de negocio tomando como centro el departamento al cual se desarrollara el sistema bajo una metodología modular, mostrándose en la figura 2.

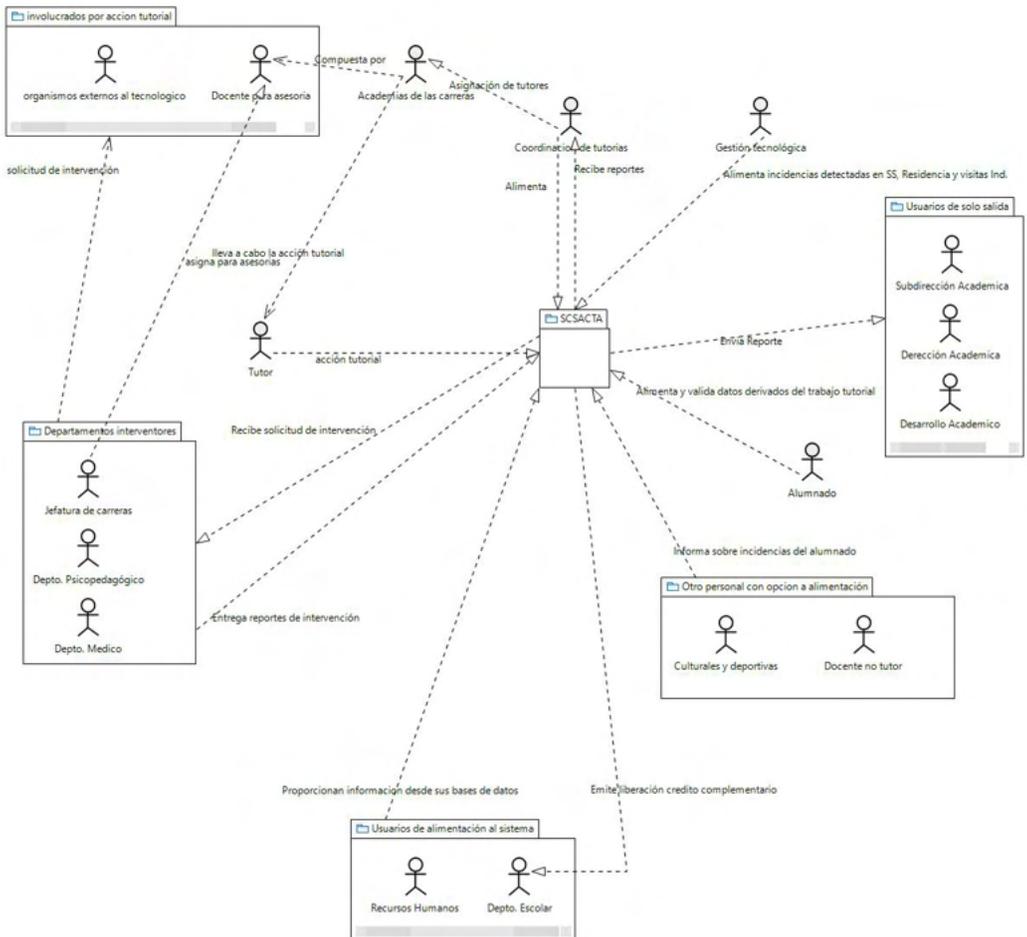


Figura 2: Modelado del negocio de la coordinación de tutorías de la institución

La descripción del diagrama de modelo de negocios que se presenta sirve como referente para visualizar la interacción de los distintos elementos que de alguna forma tienen que ver con el sistema que se quiere desarrollar y así predecir el número de

integrantes involucrados en el proyecto y las fases de construcción del sistema sin entrar en los detalles todavía, es cierto que los requerimientos explícitos del sistema no se han descubierto todavía, eso es competencia del proceso de ingeniería de requerimientos una vez que se haya aprobado el proyecto, pero de entrada se descubren 5 módulos para la construcción del sistema en su totalidad, así como también que usuarios son solo datos del sistema en esta implementación (caso de los tutores legales de los alumnos entre otros).

Si se describen los usuarios que se describieron también se puede tener una idea de los datos que requieren y haciendo un listado de ellos es posible obtener la primera aproximación a las clases y a la base de datos para su control y almacenamiento de la misma, pudiendo calcular con una certeza del 70% el almacenamiento requerido así como el número de tablas que se crearán, el otro 30% se descubre la fase correspondiente a la ingeniería de requerimientos con las entrevistas a los usuarios directos, indirectos y de salida del sistema, en caso de que se requiera algún dato adicional que el entrevistado haya omitido o ignorado en el tiempo de la entrevista.

## CONCLUSIONES

Del análisis de este ejercicio se desprende que este análisis “rápido” de 2 a 4 horas se puede encontrar y proyectar mucha información que nos permite dilucidar de una forma estructurada la complejidad, tiempo y personal involucrado en un sistema de cómputo, permitiendo realizar una cotización que conlleve una planeación y justificación que permita al cliente tomar conciencia de dichos puntos y tome una decisión acertada dada la complejidad y esfuerzo requerido para la realización de su trabajo.

En cuanto al caso de estudio, dilucido que el sistema puede ser creado durante el proceso de la residencia profesional, modulando los esfuerzos en 5 partes con 1 o dos integrantes por módulo funcional teniendo como base la metodología de desarrollo de aplicaciones ERP que permitan la integración en un futuro de otros departamentos, y que la información ya capturada sea fácilmente rehusada para los futuros desarrollos.

## REFERENCIAS

Acosta González, Mara Grassiel et al. **Manual de Lineamientos Académico-Administrativos del Tecnológico Nacional de México**. Tecnológico Nacional de México. 2015

Pressman, R. S. **Ingeniería De Software Un Enfoque Practico** 7a ed. MCGRAW HILL EDUCATION. 2010

Sommerville, I. **Ingeniería De Software** 9a ed. Pearson Educación. 2011

## ENSAYO ANTIMICROBIANO DE HIDROGELES DE QUITOSANO CARGADOS CON EXTRACTO DE ROMERO (*ROSMARINUS OFFICINALIS*) Y MODIFICADOS POR TECNOLOGÍA DE PLASMA

Data de aceite: 02/05/2022

### Claudia Gabriela Cuellar Gaona

Facultad de Ciencias Químicas. Universidad Autónoma de Coahuila  
Saltillo, Coahuila, México  
ORCID: 0000-0002-1173-0055

### María Cristina Ibarra Alonso

Facultad de Ciencias Químicas. Universidad Autónoma de Coahuila  
Saltillo, Coahuila, México  
ORCID: 0000-0002-5719-8164

### Miriam Desireé Dávila Medina

Facultad de Ciencias Químicas. Universidad Autónoma de Coahuila  
Saltillo, Coahuila, México  
ORCID: 0000-0001-8897-0375

### Aidé Sáenz Galindo

Facultad de Ciencias Químicas. Universidad Autónoma de Coahuila  
Saltillo, Coahuila, México  
ORCID: 0000-0001-7554-7439

### Rosa Idalia Narro Céspedes

Facultad de Ciencias Químicas. Universidad Autónoma de Coahuila  
Saltillo, Coahuila, México  
ORCID: 0000-0002-3559-1520

**RESUMEN:** Los hidrogeles son materiales blandos muy versátiles que pueden contener gran contenido de agua en su interior sin deformar su estructura. Se pueden obtener a partir de diferentes polímeros tanto sintéticos como

naturales. Dentro de los polímeros naturales más utilizados se encuentra el quitosano, el alginato, ácido hialurónico y colágeno. Los hidrogeles son capaces de servir como apósitos en heridas con el fin de mantener un ambiente húmedo en la herida y como vehículo para la entrega de agentes terapéuticos, entre otros. El objetivo de este trabajo fue evaluar cualitativamente la capacidad antimicrobiana de un hidrogel de quitosano cargado con extracto de romero (*Rosmarinus officinalis*) y modificado superficialmente por tecnología de plasma a diferentes potencias, utilizando aire como recurso. Se sembraron las cepas *Staphylococcus aureus* y *Escherichia coli* en placas de agar nutritivo seguido de la colocación de los hidrogeles, se incubaron durante 24 horas para analizar la zona de inhibición. Los hidrogeles presentaron evidentes halos de inhibición contra las cepas patógenas utilizadas, por lo que podrían ser prometedoras herramientas para ser utilizados como apósitos antimicrobianos para heridas.

**PALABRAS CLAVE:** Hidrogel, quitosano, plasma, antimicrobiano.

### ENSAIO ANTIMICROBIANO DE HIDROGÉIS DE QUITOSANA CARGADOS COM EXTRATO DE ALECRIM (*ROSMARINUS OFFICINALIS*) E MODIFICADOS POR TECNOLOGIA DE PLASMA

**RESUMO:** Os hidrogéis são materiais macios muito versáteis que podem conter um grande teor de água em seu interior sem deformar sua estrutura. Podem ser obtidos a partir de diferentes polímeros, sintéticos ou naturais.

Entre los polímeros naturales más utilizados están quitosana, alginato, ácido hialurónico e colágeno. Los hidrogéis son capaces de servir como curativos para mantener un ambiente húmedo de la herida e como vehículo para la entrega de agentes terapéuticos, entre otros. El objetivo de este trabajo fue evaluar cualitativamente la capacidad antimicrobiana de un hidrogel de quitosana cargado con extracto de alecrim (*Rosmarinus officinalis*) e modificado superficialmente por tecnología de plasma en diferentes potencias, utilizando el aire como recurso. Las cepas de *Staphylococcus aureus* e *Escherichia coli* fueron sembradas en placas de agar nutriente seguido de la colocación de hidrogéis, incubados por 24 horas para análisis de la zona de inhibición. Los hidrogéis presentaron evidentes halos de inhibición contra las cepas patógenas utilizadas, pudiendo ser herramientas promisoras para ser utilizadas como curativos antimicrobianos.

**PALAVRAS-CHAVE:** Hidrogel, quitosana, plasma, antimicrobiano.

### ANTIMICROBIAL ASSAY OF CHITOSAN HYDROGELS LOADED WITH ROSEMARY EXTRACT (*ROSMARINUS OFFICINALIS*) AND MODIFIED BY PLASMA TECHNOLOGY

**ABSTRACT:** Hydrogels are very versatile materials that can contain a large content of water inside without deforming their structure. They can be obtained from different polymers, synthetic or natural. Among the most used natural polymers are chitosan, alginate, hyaluronic acid, and collagen. Hydrogels are capable of serving as wound dressings to maintain a moist wound environment and as a vehicle for the delivery of therapeutic agents, among others. The objective of this work was to qualitatively evaluate the antimicrobial capacity of a chitosan hydrogel loaded with rosemary extract (*Rosmarinus officinalis*) and superficially modified by plasma technology at different powers, using air as a resource. *Staphylococcus aureus* and *Escherichia coli* strains were seeded on nutrient agar plates followed by placement of hydrogels, incubated for 24 hours to analyze the zone of inhibition. The hydrogels presented evident inhibition halos against the pathogenic strains used, so they could be promising tools to be used as antimicrobial wound dressings.

**KEYWORDS:** Hydrogel, chitosan, plasma, antimicrobial.

## 1 | INTRODUCCIÓN

La piel es el órgano más grande del cuerpo, compuesto por varias capas de células, y sirve como la primera barrera contra lesiones y patógenos (Patarroyo et al. 2022). Las heridas en la piel representan uno de los principales problemas sanitarios. La causa principal del cierre fallido en una herida es la propagación de una gran cantidad de bacterias en el sitio de la herida, que promueven la formación de biopelículas (Laurano et al. 2021). Además, la resistencia a agentes farmacéuticos es actualmente un gran desafío, ya que su uso ha sido excesivo e inadecuado, provocando la aparición de numerosas cepas microbianas resistentes. Una de las bacterias más comunes en las heridas y generadora de abscesos es el *Staphylococcus aureus*, ya que muestra diferentes mecanismos de resistencia, por lo que su eliminación es un reto diario. Sin embargo, innovadores sistemas de administración de fármacos a base de polímeros pueden ofrecer soluciones potenciales (Hemmingsen y

Col., 2021). Debido a que la regeneración de la piel y la cicatrización de heridas involucra varios procesos biológicos complejos que intentan restaurar la función de barrera de la piel, los procesos de cicatrización se retrasan o alteran especialmente en aquellos pacientes con inflamación crónica o cuando la herida está infectada (Rivero-Buceta et al. 2020).

Un hidrogel se define como un material polimérico que tiene la capacidad de retener grandes cantidades de agua en su interior sin disolver la red polimérica reticulada. Los hidrogeles se usan en diversas aplicaciones desde vendajes para heridas, sistemas de liberación de fármacos, o andamios para ingeniería de tejidos (Wang et al. 2022). Se pueden preparar utilizando diversos polímeros y diferentes técnicas (Alcântara et al. 2020). Entre los polímeros naturales más utilizados se encuentran el quitosano alginato, ácido hialurónico, gelatina, entre otros. El quitosano es un polisacárido no tóxico, es biodegradable, biocompatible, y antimicrobiano; ampliamente usado en hidrogeles, con la ventaja de tener propiedades mejor controladas, incluida resistencia mecánica (Lu y Col., 2020). (Wang et al. 2021). Los hidrogeles de quitosano son una herramienta novedosa para ser utilizados como apósitos para heridas ya que han servido principalmente como sistemas de administración de fármacos (Tran y Col., 2020).

El tratamiento con plasma se puede utilizar en varios tipos de objetivos, ya sean sólidos o líquidos. Estas modificaciones pueden cambiar las características físicas de la superficie (Busco et al. 2020). Esta tecnología se puede realizar a baja presión o presión atmosférica. Además del bajo costo energético, el plasma es una técnica asequible porque no requiere una costosa cámara de reacción para regular las condiciones de presión y temperatura (Rashid, Bao et al. 2020) y no produce residuos tóxicos (Zhu, Li et al. 2020). Es muy utilizado para la modificación y funcionalización de polímeros porque tiene capacidades probadas para modular la humectabilidad y la rugosidad de la superficie (Bao, Reddivari et al. 2020, Li, Liu et al. 2020). Otra de las ventajas de la modificación con plasma es que no requiere utilizar estabilizadores, como en los procesos clásicos, por lo que son seguros para el medio ambiente, además, las superficies que se obtienen son uniformes y reproducibles, por otro lado, se pueden utilizar una gran variedad de gases y monómeros (Akdoğan and Şirin 2021), con el fin de obtener las características superficiales específicas deseadas. Los plasmas gaseosos a baja presión son ampliamente utilizados en la investigación de biomateriales, ya que la descarga es más estable y las reacciones del plasma se pueden controlar más fácilmente. Dependiendo de la interacción entre la superficie del sustrato y el plasma a baja presión o a presión atmosférica, pueden ocurrir diferentes procesos, como activación de superficies, polimerización, grabado o erosión por plasma. En el tratamiento con plasma, los gases como argón, helio y nitrógeno, se utilizan para anclar grupos funcionales en las superficies y con el fin de mejorar la adhesión de las superficies, con otra capa polimérica, para injertar polímeros al sustrato, o para inducir hidrofiliidad superficial (Sundriyal, Sahu et al. 2021). Esta tecnología se puede utilizar también para lograr actividad antimicrobiana en las superficies. Los grupos funcionales o

radicales libres de la superficie creados con el tratamiento con plasma, sirven como puntos de anclaje para injertar agentes antibacterianos como antibióticos o, enzimas que disuelven biopelículas, entre otros (Akdoğan and Şirin 2021).

El objetivo de este estudio fue analizar cualitativamente la capacidad antimicrobiana de hidrogeles de quitosano cargados con extracto de romero (*Rosmarinus officinalis*) a diferentes concentraciones y modificados por tecnología de plasma frío a tres diferentes frecuencias: 100, 150 y 200 W.

## 2 | MATERIALES Y MÉTODOS

### 2.1 Materiales

Los reactivos para la síntesis del hidrogel se adquirieron en Sigma Aldrich y se utilizaron sin tratamiento adicional; quitosano de alto peso molecular (quitina desacetilada, poli (D-glucosamina)), ácido acético glacial ( $\text{CH}_3\text{COOH}$ , 99.98%) e hidróxido de sodio (NaOH). El extracto de *Rosmarinus officinalis* se obtuvo por radiación ultrasónica a una frecuencia de 40 a 60 kW durante 60 min. Las cepas bacterianas *Staphylococcus aureus* y *Escherichia coli* fueron proporcionadas por el laboratorio de microbiología de la Facultad de Ciencias Químicas de la Universidad Autónoma de Coahuila.

### 2.2 Síntesis de hidrogeles de quitosano con extracto de *Rosmarinus Officinalis*

Los hidrogeles se prepararon utilizando 3% de quitosano disuelto en ácido acético glacial al 2%, en agitación constante durante un periodo de 2 h y a una temperatura de 60 °C. Se prepararon hidrogeles a diferentes concentraciones de extracto de *Rosmarinus officinalis* (0.001, 0.005 y 0.01 mg/mL), el extracto se agregó transcurridas las 2 horas de agitación del quitosano. Se vació la solución en una placa celular de 24 pocillos y se ajustó el pH a 7 con NaOH 0.1 M. Se incubaron durante 24 horas a 37 °C. Posteriormente, se dejaron secar para realizar la modificación con plasma de radiofrecuencia a 13.56 MHz, utilizando aire como recurso, los tratamientos se realizaron a 100, 150 y 200 W, a una presión de  $4.5 \times 10^{-1}$  mbar durante 30 minutos. El hidrogel blanco no contenía extracto de *Rosmarinus officinalis*, ni sufrió modificación por plasma.

### 2.3 Ensayo antimicrobiano

Las cepas bacterianas se activaron en caldo nutritivo por una semana. Se realizaron diluciones seriales con agua destilada estéril, donde se agregó 1 mL del caldo nutritivo con cada cepa activada a 9 mL de agua destilada. Se tomó el tercer tubo de las diluciones para sembrar las bacterias en placas. Se prepararon placas con agar nutritivo, y se vaciaron 200  $\mu\text{L}$  de la tercera dilución en el centro de la placa, la cual se esparció de manera uniforme en toda la placa. Seguido a esto, se colocaron los hidrogeles secos, previamente esterilizados por radiación ultravioleta. Se incubaron a 37 °C durante 24 horas para analizar el área de

inhibición de cada placa.

### 3 | RESULTADOS Y DISCUSIONES

Se sintetizaron hidrogeles a diferentes concentraciones de extracto de romero (*Rosmarinus officinalis*) (0.001, 0.005 y 0.01 mg/mL). Cada hidrogel fue secado y modificado por tecnología de plasma utilizando diferentes potencias (100, 150 y 200 W). Posterior a la modificación, se realizó el ensayo cualitativo antimicrobiano a los hidrogeles. La Tabla 1 muestra las diferentes nomenclaturas para los hidrogeles obtenidos.

Nomenclatura del hidrogel	Potencia aplicada para la modificación con plasma (W)	Concentración de extracto de romero ( <i>Rosmarinus officinalis</i> ) (mg/mL)
Blanco	---	---
a	100	0.001
b	150	0.001
c	200	0.001
d	100	0.005
e	150	0.005
f	200	0.005
g	100	0.010
h	150	0.010
i	200	0.010

\*--- Sin modificación con plasma y sin extracto de *Rosmarinus officinalis*

Tabla 1. Nomenclatura de los diferentes hidrogeles sintetizados

En este ensayo cualitativo, se observó que el extracto de *Rosmarinus officinalis* posee actividad antibacteriana contra la cepa *Staphylococcus aureus*. Todas las placas donde se inoculó la cepa *Staphylococcus aureus*, presentaron halo de inhibición con los hidrogeles cargados a diferentes concentraciones de extracto de *Rosmarinus officinalis* que se evaluaron (Figura 1). En los hidrogeles a, b, d y e, se observó una inhibición abundante (+++), en comparación con los hidrogeles g y h, que tenían una mayor concentración y los cuales presentaban una inhibición intermedia (++) . Los resultados también mostraron que al modificar con plasma los hidrogeles, a una potencia de 200 W, la inhibición aumentaba, por lo que los hidrogeles c, f, e i presentaron una inhibición abundante (+++), ya que el halo de inhibición fue muy evidente. Mientras que el blanco no presentaba inhibición contra la cepa *Staphylococcus aureus*. Hernández y Col., en 2011, evaluaron películas de quitosano, sin adición de extractos naturales (blanco) contra la cepa *Staphylococcus aureus* y no exhibieron zona de inhibición contra la cepa probada, mencionan que independientemente del efecto antimicrobiano del quitosano, esta actividad ocurre sin la migración de agentes

activos y que el quitosano no se difunde a través del agar, por lo tanto, solo produce inhibición en contacto directo con los sitios activos del quitosano (Hernández et al., 2011). El extracto de *Rosmarinus officinalis* posee compuestos fenólicos como el ácido rosmarínico y el ácido caféico; y diterpenos tricíclicos que le otorgan la propiedad antimicrobiana. El efecto antimicrobiano del quitosano, posiblemente se debe a la interacción de grupos  $\text{NH}_3^+$ , que provocan la lisis celular en membranas con carga negativa, como es el caso de las bacterias gram positivas, que tienen carga negativa por la presencia de ácidos teicoicos en su pared celular, aunado a esto, el tratamiento con plasma ayuda a la injercción de grupos aminados en el hidrogel de quitosano, que posiblemente potencializan este efecto (Campo Vera, Delgado et al. 2017).

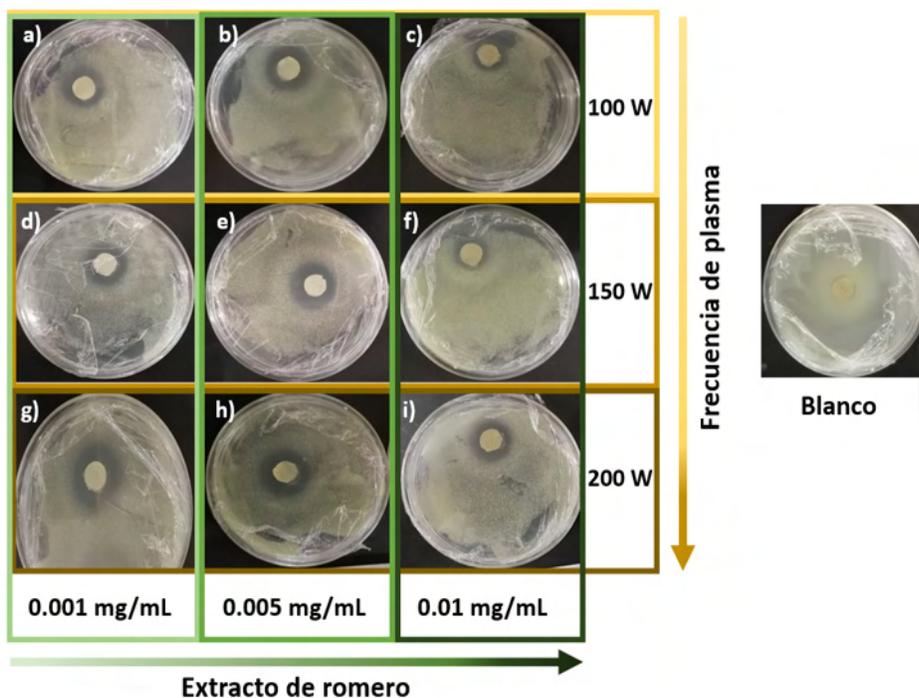


Figura 1. Halos de inhibición de los hidrogel de quitosano cargados con diferentes concentraciones de extracto de romero (*Rosmarinus officinalis*) contra la cepa *Staphylococcus aureus*.

Las placas que fueron inoculadas con la cepa *Escherichia coli*, también presentaron halo de inhibición (Figura 2), pero la inhibición no fue tan evidente en comparación con la inhibición presentada para *Staphylococcus aureus*. Los hidrogel modificados a una potencia de 100 y 150 W tuvieron una ligera inhibición (+). Mientras que los hidrogel modificados a 200 W, en las tres diferentes concentraciones de extracto de *Rosmarinus officinalis* presentaron una inhibición intermedia (++) . El hidrogel blanco no presentó inhibición contra la cepa *Escherichia coli*. El efecto del plasma está provocando un

incremento en la actividad antimicrobiana del quitosano y del extracto de *Rosmarinus officinalis*, las bacterias gram positivas son más sensibles a los compuestos antimicrobianos del quitosano y del extracto de *Rosmarinus officinalis* que las gram negativas, debido posiblemente a las diferencias estructurales de las bacterias, la pared de las bacterias gram negativas contiene una membrana externa con un alto porcentaje de lípidos, que protege la integridad de la pared celular (Campo Vera, Delgado et al. 2017).

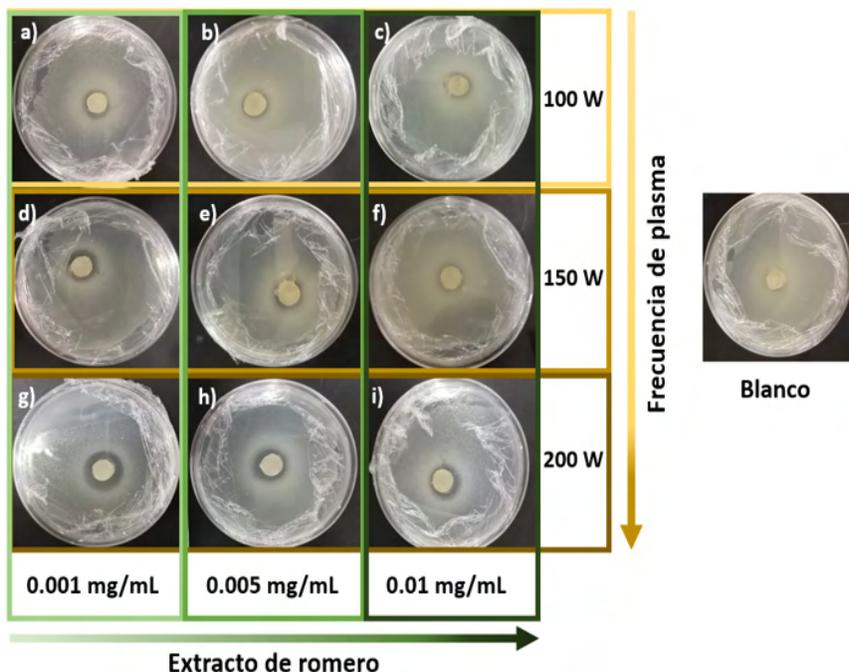


Figura 2. Halos de inhibición de los hidrogeles de quitosano cargados con diferentes concentraciones de extracto de romero (*Rosmarinus officinalis*) contra la cepa *Escherichia coli*.

#### 4 | CONCLUSIONES

Se puede concluir que es posible obtener hidrogeles de quitosano cargados con extracto de *Rosmarinus officinalis* con potencial actividad antimicrobiana, esto gracias a los halos de inhibición presentados en las placas de agar nutritivo.

Se encontró que la mejor actividad antimicrobiana fue contra la bacteria patógena *Staphylococcus aureus*, ya que presentó abundante inhibición, aunque al aumentar la concentración de extracto de *Rosmarinus officinalis*, no se observó mayor inhibición, como se esperaba.

En los ensayos para ambas cepas, la zona de inhibición aumentó conforme se incrementó la potencia de modificación de los hidrogeles con tecnología de plasma. Se concluye que esta tecnología permite que el hidrogel obtenga mejores propiedades

antimicrobianas por lo que los hidrogeles podrían utilizarse como novedosas herramientas para el tratamiento de heridas y/o abscesos y la tecnología de plasma utilizarse para potencializar las propiedades antimicrobianas de los materiales.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), por la beca otorgada a Claudia Gabriela Cuéllar Gaona, con número de CVU 618041, para sus estudios doctorales.

## REFERENCIAS

- Akdoğan, E. and H. T. Şirin “**Plasma surface modification strategies for the preparation of antibacterial biomaterials: A review of the recent literature.**” *Materials Science and Engineering: C* 131: 112474. 2021
- Alcántara, M. T. S., N. Lincopan, P. M. Santos, P. A. Ramirez, A. J. C. Brant, H. G. Riella, and A. B. Lugão. ‘**Simultaneous hydrogel crosslinking and silver nanoparticle formation by using ionizing radiation to obtain antimicrobial hydrogels**’, *Radiation Physics and Chemistry*, 169: 108777. 2020
- Bao, Y., et al. “**Enhancement of phenolic compounds extraction from grape pomace by high voltage atmospheric cold plasma.**” *LWT* 133: 109970. 2020
- Busco, G., Robert, E., Chettouh-Hammas, N., Pouvesle, Jean-Michel Grillon, C. “**The emerging potential of cold atmospheric plasma in skin biology.**” *Free Radical Biology and Medicine* 161: 290-304. 2020
- Campo Vera, Y., Delgado, M.A., Roa, Y., Mora, G. “**Efecto antimicrobiano del quitosano y cascara de naranja en el tratamiento de aguas residuales**” *J Revista de Investigaciones Altoandinas*. 19: 381-388. 2017
- Hemningsen, L.; Giordani, B.; Pettersen, A.; Vitali, B.; Basnet, P.; Skalko-Basnet, N. **Liposomes-in-chitosan hydrogel boosts potential of chlorhexidine in biofilm eradication in vitro.** *Carbohydrates Polymers*. 117939. 2021
- Hernández-Ochoa, L., Gonzales-Gonzales, A., Gutiérrez-Mendez, N., Muñoz-Castellanos, L.N., Quintero-Ramos, A. (2011). “**Estudio de la actividad antibacteriana de películas elaboradas con quitosano a diferentes pesos moleculares incorporando aceites esenciales y extractos de especias como agentes antimicrobianos**” *J Revista mexicana de ingeniería química*. 10: 455-463. 2011
- Laurano, Rossella, Valeria Chiono, Chiara Ceresa, Letizia Fracchia, Alice Zoso, Gianluca Ciardelli, and Monica Boffito. ‘**Custom-design of intrinsically antimicrobial polyurethane hydrogels as multifunctional injectable delivery systems for mini-invasive wound treatment**’, *Engineered Regeneration*, 2: 263-78. 2021
- Li, K., Liu, G., Wang, C., Li, K., Sun, X., Song, X., Ning, P. “**Acidic and basic groups introducing on the surface of activated carbon during the plasma-surface modification for changing of COS catalytic hydrolysis activity.**” *Catalysis Communications* 144: 106093. 2020

Lu, T. ; Huang, W. **Effect of Varied Hair Protein Fractions on the Gel Properties of Keratin/Chitosan Hydrogels for the Use in Tissue Engineering.** *Colloids and surfaces B: Biointerfaces.* 195: 111258. 2020

Patarroyo, Jorge Luis, Javier Cifuentes, Laura N. Muñoz, Juan C. Cruz, and Luis H. Reyes. **'Novel antibacterial hydrogels based on gelatin/polyvinyl-alcohol and graphene oxide/silver nanoconjugates: formulation, characterization, and preliminary biocompatibility evaluation'**, *Heliyon*, 8: e09145. 2022

Rashid, F., et al. **"Effect of high voltage atmospheric cold plasma on extraction of fenugreek galactomannan and its physicochemical properties."** *Food Research International* 138: 109776. 2020

Rivero-Buceta, Virginia, María Rosa Aguilar, Ana María Hernández-Arriaga, Francisco G. Blanco, Antonia Rojas, Marta Tortajada, Rosa Ana Ramírez-Jiménez, Blanca Vázquez-Lasa, and Auxiliadora Prieto. **'Anti-staphylococcal hydrogels based on bacterial cellulose and the antimicrobial biopolyester poly(3-hydroxy-acetylthioalkanoate-co-3-hydroxyalkanoate)'**, *International Journal of Biological Macromolecules*, 162: 1869-79. 2020

Sundriyal, P., Sahu, M., Prakash, O., Bhattacharya, S. **"Long-term surface modification of PEEK polymer using plasma and PEG silane treatment."** *Surfaces and Interfaces* 25: 101253. 2021

Tran, D. L.; Le Thi, P.; Thai, H.; Ki, P. **Progress in natural Science.** *Materials International.* 2020

Wang, Li, Govindasami Periyasami, Ali Aldalbahi, and Vincenzo Fogliano. **'The antimicrobial activity of silver nanoparticles biocomposite films depends on the silver ions release behaviour'**, *Food Chemistry*, 359: 129859. 2021

Wang, Luyao, Qingbo Wang, Anna Slita, Oskar Backman, Zahra Gounani, Emil Rosqvist, Jouko Peltonen, Stefan Willför, Chunlin Xu, Jessica M. Rosenholm, and Xiaoju Wang. **'Digital light processing (DLP) 3D-fabricated antimicrobial hydrogel with a sustainable resin of methacrylated woody polysaccharides and hybrid silver-lignin nanospheres†'**, *Green Chemistry*, 24: 2129-45. 2022

Zhu, Y., Chen, Zhi P., Hong, Zhan P., Zhang, L., Liang, X., Li, Y., Duan, X., Luo, H., Peng, J., Guo, J. **"Feasibility of cold plasma for the control of biofilms in food industry."** *Trends in Food Science & Technology* 99: 142-151. 2020

## LAS FIRMAS DIGITALES Y SU APOORTE EN LA PROTECCIÓN DEL MEDIO AMBIENTE

*Data de aceite: 02/05/2022*

### **Rómulo Danilo Arévalo Hermida**

Docente, Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí

### **Jefferson Bayardo Almeida Cedeño**

Docente, Ministerio de Educación

### **Orlen Ismael Araujo Sandoval**

Docente, Instituto Superior Tecnológico Japón

### **Sergio Fernando Mieles Bachicoria**

Investigador independiente

**RESUMEN:** Las firmas digitales son herramientas que garantizan el cumplimiento de políticas que actualmente regulan a las empresas. En los últimos diez años Ecuador las ha asumido como alternativa para mejorar la gestión, fundamentalmente en procesos organizativos. La presente investigación se basó en la recopilación de información, se empleó una metodología cualitativa, apoyada en el análisis, la comparación y la síntesis de artículos referentes a los temas en mención, encontrados en libros, revistas y repositorios digitales calificados. El extracto del estado de los conceptos propuestos, aspectos de la temática que aún no han sido explorados en el ámbito de la investigación y contradicciones existentes entre los investigadores que se han dedicado al estudio de esta temática fueron los resultados obtenidos. Se demostró que las firmas digitales aportan al cumplimiento de políticas internas y externas convirtiéndose en la solución adecuada a la obligación que

tienen estas de implementar tecnologías que sustituyan a los documentos físicos por digitales, manteniendo la integridad y autenticidad de esta información. Así mismo, se expone el estudio de los conceptos que abarcan las firmas digitales, y como estas podrían ayudar a las empresas en la conservación del medio ambiente a través del ahorro significativo de papel y otros gastos que se generan al momento de crear y enviar un documento, en su almacenamiento y posterior consulta. Como resultado de la revisión, análisis y discusión, se concluye que las firmas digitales son la ayuda tecnológica que genera un impacto económico con la disminución del consumo de papel y espacios de almacenamiento de los mismos.

**PALABRAS CLAVE:** Firmas digitales, seguridad, cero papel, medio ambiente.

### DIGITAL SIGNATURES AND THEIR CONTRIBUTION TO THE ENVIRONMENT PROTECTION

**ABSTRACT:** The digital signatures are tools for establishing the fulfillment of politics to control the enterprises nowadays. In the last ten years Ecuador has assumed them as an alternative to improve management, fundamentally in organizational processes. This research is based in the information collection, it used a qualitative methodology, and it was supported in the analysis, the comparison and the synthesis of similar researching about the same themes, which were found in books, magazines and digital and qualified repositories. The essential of the state of the proposed concepts, aspects about

the topics that haven't been explored yet in the researching field and actual contradictions among the investigators who had dedicated to study these themes, these were the obtained results. It demonstrated that the digital signatures support to the fulfilment of internal and external politics which become in the adequate solution to the obligation that the enterprises have to implement technologies to replace all the printed documents to digital ones, it permits to keep the integrity and authenticity about this information. Furthermore, it exposes the study of concepts that cover digital signatures, and now these could help companies in the conservation of the environment through the meaning save paper and other expenses that appear at the time of creating and send the document, in Storage and subsequent consultation.

**KEYWORDS:** Digital signatures, security, no paper, environment.

## INTRODUCCIÓN

Actualmente existen herramientas que son de gran ayuda para el ámbito laboral y que con su adecuada utilización permitirían aportar a soluciones de problemáticas consideradas de interés mundial, tales como la contaminación ambiental, la tala de árboles y demás acciones que causan grandes efectos negativos en el medio ambiente. En esta era tecnológica los procesos dentro de las oficinas se siguen manejando de forma tradicional, se continúa con la generación y duplicidad de documentos físicos en grandes escalas, generando alto volumen de documentos físicos y archivos con documentación poco organizada y de difícil consulta.

Esta mala administración en el consumo de papel e impresiones, que casi siempre responde a formalidades internas de las empresas, pueden ser disminuidas en un gran volumen con la implementación de políticas institucionales que obliguen a todo su recurso humano a utilizar correo institucional conjuntamente con las firmas digitales. Esta investigación se basa fundamentalmente en exponer el estudio de los conceptos que abarcan las firmas digitales, y como estas podrían ayudar a las empresas en la conservación del medio ambiente a través del ahorro significativo de papel y otros gastos que se generan al momento de crear y enviar un documento, en su almacenamiento y posterior consulta. Este mecanismo de criptografía permite que los receptores de la información tengan certeza de la integridad de la información, además de la autenticidad de la persona que lo emitió, sí a esto se le suma la obligatoriedad de un correo institucional, se tendría siempre disponible la información con el valor agregado de ser fácil y rápida de consultar.

Como lo explica el Art. 14 de la Constitución de la República del Ecuador (2008) “se reconoce el derecho a un ambiente sano y ecológicamente equilibrado, que garantice el buen vivir”, de este precepto parte que todas las Pequeñas y Medianas empresas (PyMES) y los ciudadanos deben preservar el ambiente, esta política de gobierno se refuerza en el Art 3 y 4, Acuerdo 131, Ministerio del Ambiente (2010), donde se habla del sistema informático de cero papeles como el sistema electrónico que tiene por objetivo disminuir el uso del papel y reemplazarlo por documentos digitales, además de obligar a las instituciones a notificar todos los fines de enero el consumo de kilogramos de papel. Orozco (2013) en entrevista

a la empresa Alter Bios opinó que esta política de cero papel del gobierno nacional del Ecuador es un nicho de negocios para las empresas desarrolladoras de software.

De esta forma se pretende exponer los aportes que realizan las firmas digitales en la protección del medio ambiente mediante su aplicación en empresas tanto públicas como privadas, las cuales busquen además de disminuir el consumo de papel, reducir la acumulación innecesaria de documentos, gasto en materiales de oficina, y cumplir con las normativas de ley sobre el cuidado del medio ambiente.

## MÉTODOLÒGIA

La metodología cualitativa utilizada en esta investigación, se fundamentó en la recopilación de información mediante la búsqueda exhaustiva y cuidadosa de documentación actual publicada en repositorios digitales calificados tanto de libros y artículos relacionados al tema, se tuvo como base un aproximado de 50 documentos, de los cuales se tomaron 23 como referencia y fueron aquellos que específicamente describían el funcionamiento, nivel de seguridad y características de las firmas electrónicas. Según Gómez (2011) menciona que las firmas digitales son simplemente un grupo de datos adicionales a la información específica que le permiten al receptor estar seguro del origen e integridad de los datos recibidos. El autor antes citado se tomó como referencia teórico de la investigación. Esta revisión se llevó a cabo con el fin de conocer el estado actual de esta teoría e identificar si existen estudios orientados hacia la protección del medio ambiente mediante el uso de las mismas, y se procedió a obtener conclusiones enfocadas en este ámbito.

## RESULTADOS

Según Rincón Cárdenas (2006) una firma digital es un conjunto de caracteres que acompañan a un documento o texto y dos claves, una pública y una privada por medio de las cuales es encriptado el contenido, este procedimiento asegura la autenticidad y la integridad de dicha información o documento, este concepto es compartido con Lacalle García (2014) quien define a la firma digital como una secuencia de datos electrónicos que se adjunta al cuerpo del documento firmado electrónicamente, la cual le permite al receptor tener la seguridad de que el documento no se ha modificado, quiere decir que se encuentra íntegro e identifica al emisor del mismo.

Dado que las empresas actualmente basan sus procesos de negociaciones en las tecnologías de la información y de la comunicación, es necesario se apliquen a sus unidades informáticas con sus respectivas estructuras de red, las políticas y medidas de seguridad que certifiquen la integridad y autoría de la información que se maneja digitalmente, porque esta información es la que genera el desarrollo y sostenibilidad de las actividades de las empresas. Como lo explica Areitio Bertolín (2008), la seguridad de la información no depende solo de la instalación de software costosos, ni de uno o dos elementos, pues es

un proceso creciente del número de elementos como los aspectos tecnológicos, de gestión-organizacionales, de recursos humanos, legales, entre otros; que engloban además de lo tecnológico, el aspecto físico, medio ambiental, económico, humano, y algunos otros.

Ahora mismo en el Ecuador las empresas públicas como el Registro Civil, Banco Central del Ecuador (BCE), trabajan con firmas digitales e incluso son las que emiten los certificados de firma electrónica; El BCE (2015) definen a la firma electrónica como “el equivalente electrónico de la firma manuscrita; garantiza la autenticidad, la integridad y evita la falsificación de los documentos”, a la vez asevera que su uso aporta al desarrollo del comercio electrónico y optimiza los procesos empresariales.

Puesto que la importancia de las firmas digitales ha ganado terreno en países como Colombia, Ecuador, Costa Rica, Estados Unidos, España, China, entre otros, se han creado entidades de certificación abierta que regulan y controlan su emisión, estas entidades son las únicas que avalan la autenticidad de las firmas digitales, en el Ecuador según Congreso Nacional (2002), el Consejo Nacional de Telecomunicaciones(CONATEL) es el único que puede autorizar y regular a las entidades de certificación, en consecuencia las entidades que hasta el momento se encuentran aprobadas son el BCE mediante Resolución 481-20-Conatel-2008 (2008) y el Registro Civil mediante Oficio Nro. SENATEL-DGGST-2014-0456-OF (2014).

Además como lo expone Sisalema Sánchez (2011), la ley de Comercio Electrónico mediante el mecanismo de las firmas digitales permite que los documentos digitales tengan el mismo valor jurídico que los documentos escritos, por lo tanto se encontrarán sometidos a leyes y acuerdos internacionales de la propiedad intelectual, de modo que cualquier violación a la intrusión electrónica, transferencia ilegal, o violación al secreto profesional, será sancionada de acuerdo a lo dispuesto en la ley. Pues se considera como íntegro a un documento digital cuando el contenido del mismo se mantiene completo e inalterable.

### **Funcionamiento de la Firma Digital**

El uso de las firmas digitales como lo expone Rojas (2014), es asegurar el documento digital mediante su código de verificación, este argumento es acogido por Advantage Security, S. de R.L. de C.V. (2011), acotando que la autenticidad de los documentos legales o de uso general es determinada gracias a la firma manuscrita, de modo que la fotocopia de la misma trasformaría al documento como inválido en cualquier proceso legal y para que cualquier documento digital tenga la misma validez que un documento firmado de forma manuscrita debe contar con una firma digital.

El funcionamiento de la firma digital se basa en la criptografía asimétrica Mendoza (2003), por lo tanto no es el fotocopiar una firma manuscrita o digitalizar de cualquier forma su imagen, por consiguiente, consiste en una técnica especial de encriptación que utiliza dos claves una asimétrica de forma pública y claves simétricas de forma privada, las cuales solo las conocen los implicados en el envío y recepción del documento, las claves públicas

y privadas son complementarias y se encuentran relacionadas, este mecanismo de criptografía permite que exista confianza en el documento digital, incluso en redes de poca seguridad como la World Wide Web, además de garantizar la autenticidad e integridad.

Como lo explica Tanenbaum (2003), la autoridad central de certificación de firmas digitales, es la encargada de regular y asegurar las claves privadas de cada uno de los usuarios, por lo tanto estos seleccionan sus claves y se dirigen a la entidad certificadora, la cual se encargará de encriptarlas mediante el mecanismo que utilice, cuando un usuario desee enviar un documento lo cifrará con su clave privada, formando un conjunto de datos que contendrá el documento, y la función hash firmada y certificada, el receptor podrá obtener la clave pública del remitente mediante el certificado y descriptar el documento, luego de aquello se calcula el hash que se realizó al enviar el documento con el generado por la clave pública, se comparan y deben ser idénticos, esto garantiza la Integridad.

### **Seguridades que brindan las firmas digitales**

Las seguridades que brindan las firmas digitales según Torrez Alvaréz (2005), son:

**Identidad:** el documento es identificable y válido como tal en cualquier proceso legal.

**Autoría:** el autor se encuentra relacionado al documento gracias a la creación del hash por medio de su clave privada.

**Autenticación:** El receptor tiene la seguridad de que el documento recibido fue enviado por el remitente apropiado.

**Integridad:** el contenido del documento se mantendrá inalterable, ya que cualquier tipo de cambio invalidará la información firmada digitalmente.

**Fecha y hora:** cuando se crea el hash del documento a enviar, se graban la hora y fecha de creación.

**No repudio:** ningún usuario puede negar la autoría de un documento, ya que la firma digital permite comprobar quien creó y envió el mismo.

Por la tanto Stallings (2004) menciona que el documento firmado digitalmente es igual de confiable que uno firmado manualmente, debido a que se puede identificar al autor, el documento, la hora y fecha de creación y envió, y además permite garantizar la integridad, confidencialidad, autenticidad, y no repudio de la información.

### **Ventajas y Desventajas de las Firmas Digitales**

En consecuencia de lo argumentado anteriormente se puede comprender que las ventajas de las firmas digitales son varias, pues según San Martín González (2014), permiten reconocer el emisor del documento, asegurar el no repudio y garantizar la integridad del contenido (que no se ha quitado, ni se ha incluido nada al documento durante el proceso de envió-recepción), siempre y cuando se encuentre una entidad de certificación que regule la emisión y manejo de firmas digitales. Por lo tanto, como lo explica iProfesional (2005), las ventajas se derivan desde el aumento de la seguridad hasta el ahorro en costos, ya que no

es necesario la presencia o el traslado físico de las personas; el objetivo final de las firmas digitales es el de sustituir las firmas manuscritas, con la diferencia que las segundas son falsificables y las digitales son casi imposible de falsificar.

No obstante las firmas digitales también cuentan con desventajas como lo argumenta Fernández Domingo (2006), la seguridad de las claves privadas depende de los usuarios, la generación de las claves se debe realizar mediante algún medio seguro y debe contar con la certificación emitida por la entidad reguladora, la recuperación de un documento emitido y almacenado en un disco duro que se malogró por virus o daño físico no tendría validez, por lo que la mayoría de los países no lo contemplan en la ley.

Por lo tanto Remolina Angarita (2010), sostiene que la tecnología de la misma forma que abre puertas también cierra algunas, pues el coste de la adquisición de los certificados de las firmas digitales, los dispositivos Token, los módulos de seguridad de Hardware, el Roaming, entre otros, no permiten que las personas naturales de bajos recursos económicos, las medianas y pequeñas empresas cuenten con este mecanismo de seguridad. En los países como Ecuador, Colombia, Estados Unidos, entre otros, donde se han creado normativas para el funcionamiento del comercio electrónico, también se han creado normativas que obligan a la facturación electrónica y la reducción del consumo del papel con campañas como el Cero Papel en Ecuador o la emisión de un informe anual sobre el consumo de papel que permita analizar y controlar su uso.

## CONCLUSIONES

Se puede determinar que las firmas digitales son un mecanismo de seguridad para el envío de la información en documentos digitales, que cuentan con las características adecuadas para garantizar la integridad de los documentos, la autoría y el no repudio de los mismos, convirtiéndose en el mecanismo que permite sustituir a la firma manuscrita, y así aumentar confianza en el documento digital, pues lo convierte en un documento más complicado de falsificar que uno firmado a mano.

El mecanismo de las firmas digitales se convierte en la principal herramienta que pueden utilizar las personas naturales y empresas para disminuir el consumo excesivo de papel, generar un ahorro significativo en los insumos de oficina, reducir la cantidad de espacio físico necesario para almacenar documentos y facilitar su posterior consulta, mejorar la rapidez en el reconocimiento de la autoría, otorgar validez jurídica a los documentos para algún proceso legal y cumplir con políticas gubernamentales sobre la protección del medio ambiente.

Se constató que para poder contar con todos los elementos de garantía de las firmas digitales es necesario realizar un gasto económico que las personas naturales y las pequeñas y medianas empresas en su mayoría no están dispuestas a realizar, por lo tanto continúan con la utilización de documentos físicos, consumiendo excesivas

cantidades de papel y llegando a gastar por este concepto más dinero del necesario para la implementación de las firmas digitales.

Las firmas digitales parecieran ser la herramienta idónea para combatir el excesivo uso de papel y a la vez garantizar la seguridad en la creación y envío de documentos, sin embargo, el rechazo de algunas personas hacia la tecnología, sobre todo las de edad más avanzada reduciría el impacto positivo que éstas pueden generar en este sentido y a su vez crearían vulnerabilidades en la seguridad de la información, sobre todo en el manejo de claves.

## REFERENCIAS

Advantage Security, S. de R.L. de C.V. (2011, sf sf). Certsuperior.com. Retrieved from Certsuperior.com: <https://www.certsuperior.com/FirmasDigitales.aspx>

Areitio Bertolín, J. (2008). Seguridad de la información. Redes, informática y sistemas de información: Redes, informática y sistemas de información. In J. Areitio Bertolín, , Redes, informática y sistemas de información: Redes, informática y sistemas de información (p. XV). Madrid: Paraninfo.

Asamblea Nacional. (2008, Octubre 14). Art. 14 de la Ley de la Republica. Art. 14 de la Ley de la Republica. Montecristi, Manabí, Ecuador: Art. 14 de la Ley de la Republica.

Banco Central del Ecuador. (2015, Agosto 12). Certificación Electronica Banco Central del Ecuador. Retrieved from Certificación Electronica Banco Central del Ecuador: <https://www.eci.bce.ec/web/guest/noticias1>

Certificación Electronica Banco Central del Ecuador. (sf, sf sf). Certificación Electronica Banco Central del Ecuador. Retrieved from Certificación Electronica Banco Central del Ecuador: <https://www.eci.bce.ec/quienes-somos>

Congreso Nacional. (2002, Abril 11). Ley de Comercio Electronico. Art. 37. Quito, Pichincha, Ecuador: Congreso Nacional.

Consejo Nacional de Telecomunicaciones. (2008, Octubre 8). Resolución 481-20-Conatel-2008. Resolución 481-20-Conatel-2008. Quito, Pichincha, Ecuador: Consejo Nacional de Telecomunicaciones.

Fernández Domingo, J. (2006). La firma electrónica: Aspectos de la Ley 59/2003, de 19 de diciembre. Madrid: Reus, S.A.

Gomez Vieites, Á. (2011). Enciclopedia de la seguridad informática. México: Alfaomega.

iProfesional. (2005, Marzo 03). iProfesional. Retrieved from iProfesional: <http://www.iprofesional.com/notas/15246-La-firma-digital-una-herramienta-para-agilizar-los-trmites>

Lacalle Garcia, G. (2014). El Certificado Digital y las Firma Electronica o Digital. In G. Lacalle Garcia, Operaciones Administrativa de compraventa (p. 194). Madrid: Editex.

Mendoza Luna, A. (2003, sf sf). Los Artículos 141 y 141-a Del Código Civil y la Firma digital. Los Artículos 141 y 141-a Del Código Civil y la Firma digital. Lima, Lima, Peru: Tesis de Maestría (PUCP).

Ministerio del Ambiente. (2010, Agosto 11). Art 3 y 4 del Acuerdo 131. Art 3 y 4 del Acuerdo 131. Quito, Pichincha, Ecuador: Ministerio del Ambiente.

Orozco, M. (2013). Revista de Lideres. Retrieved from Revista de Lideres: <http://www.revistalideres.ec/lideres/software-ayuda-pymes-bajar-papel.html>

Remolina Angarita, N. (2010). Documento GECTI nro. 10 ¿PENSAR EN LAS NECESIDADES DEL PAÍS O MANTENER A ULTRANZA UN STATU QUO PARA LA FIRMA DIGITAL DE LAS ENTIDADES DE CERTIFICACIÓN ABIERTA -ECA-? (Spanish). Revista de Derecho Comunicaciones y Nuevas Tecnologías, 2.

Rincón Cárdenas, E. (2006). Firmas Digitales. In E. Rincón Cárdenas, Manual de derecho de comercio electrónico y de internet (pp. 226-230). Bogotá: Centro Editorial Universidad del Rosario.

Rojas Mezarina, L. (2014). FIRMA DIGITAL EN EL INSTITUTO NACIONAL DE SALUD. Boletín INS, 1.

San Martín González, E. (2014). Salvaguarda y seguridad de los datos. IFCT0310. Málaga: IC Editorial.

Secretaría Nacional de Telecomunicaciones. (2014, Abril 14). Oficio Nro SENATEL-DGGST-2014-0456-OF. Certificado de Registro de Contrato en Calidad de Tercero Vinculado. Quito, Pichincha, Ecuador: Secretaría Nacional de Telecomunicaciones.

Sisalema Sánchez, D. N. (2011, Diciembre 14). Slideshare. Retrieved from Slideshare: <http://es.slideshare.net/danielasisalema/ley-comercio-electrnico-en-ecuador>

Stallings, W. (2004). Fundamentos de seguridad en redes: aplicaciones y estándares. Madrid: Pearson Prentice Hall.

Tanenbaum, A. (2003). Redes de Computadoras. Mexico: Pearso Prentice Hall.

Torrez Alvaréz, H. (2005). El sistema de seguridad jurídica en el comercio electrónico. Lima: Fondo Editorial de la Pontificia Universidad Católica del Perú.

## LABERINTO DE LOS COMPUESTOS INORGÁNICOS

*Data de aceite: 02/05/2022*

*Data de submissão: 09/03/2022*

### **Jorge Haro-Castellanos**

Depto. de Biología de la Reproducción, DCBS,  
UAM-Iztapalapa  
Ciudad de México, México

### **Leticia Ramírez Chavarín**

Depto. de Biología de la Reproducción, DCBS,  
UAM-Iztapalapa  
Ciudad de México, México

### **Arturo Salame Méndez**

Depto. de Biología de la Reproducción, DCBS,  
UAM-Iztapalapa  
Ciudad de México, México

### **Alondra Castro Campillo**

Depto. de Biología, DCBS, UAM-Iztapalapa  
Ciudad de México, México

### **Edith Arenas Rios**

Depto. de Biología de la Reproducción, DCBS,  
UAM-Iztapalapa  
Ciudad de México, México

### **Julio César Bracho Pérez**

UNTELS  
Lima, Perú

**RESUMO:** El propósito del juego didáctico aquí presentado, el “Laberinto de los Compuestos Inorgánicos”, es dar al alumnado una opción lúdica para aprender a caracterizar y distinguir las familias más importantes de los compuestos

inorgánicos, mediante su clasificación por medio de los rasgos estructurales de las representaciones moleculares condensadas o fórmulas moleculares (Chang, 2007, p. 54; Eliel, 1070 p.11; Whitten, 2008 p. 48). Además, esto sienta las bases para adquirir el conocimiento de la nomenclatura inorgánica.

**ABSTRACT:** The purpose of the didactic game presented here, the “Laberinto de los Compuestos Inorgánicos”, is to give the students a playful option to learn to characterize and distinguish the most important families from the inorganic components, by means of their classification by means of the structural features of them. condensed molecular representations or molecular formulas (Chang, 2007, p. 54; Eliel, 1070 p.11; Whitten, 2008 p. 48). In addition, we are on the basis of acquiring knowledge of inorganic nomenclature.

## INTRODUCCIÓN

El aprendizaje en una disciplina regularmente se inicia con la exposición de las bases integradas con los conocimientos relacionados para adquirir los conceptos, lo cual se realiza mediante el razonamiento, la comparación y el contraste (Haro, 2002). Con esto se establece una forma alternativa al aprendizaje tradicional basado en la memorización, la cual ha sido excesivamente utilizada. Más aún, es importante hacer notar que la aplicación del conocimiento mediante ejercicios elaborados para tal fin, permite

alcanzar un nivel superior al de la mención de las “definiciones”.

Por otra parte, la impartición de conocimiento con eventos competitivos como los juegos didácticos (Franco, 2012) en los que se aplica el conocimiento de forma amena y divertida, inyecta motivación especial para adquirir los conceptos.

## OBJETIVO

El propósito del juego didáctico aquí presentado, el “Laberinto de los Compuestos Inorgánicos”, es dar al alumnado una opción lúdica para aprender a caracterizar y distinguir las familias más importantes de los compuestos inorgánicos, mediante su clasificación por medio de los rasgos estructurales de las representaciones moleculares condensadas o fórmulas moleculares (Chang, 2007, p. 54; Eliel, 1970 p.11; Whitten, 2008 p. 48). Además, esto sienta las bases para adquirir el conocimiento de la nomenclatura inorgánica.

## FUNDAMENTO TEÓRICO

Se sabe que existen aproximadamente 500, 000 compuestos químicos y para estudiar sus nombres y comportamiento químico, se clasifican en familias (Haro, 2001). En este trabajo solo se consideran las familias más abundantes e importantes de los compuestos inorgánicos, conforme a la tabla 1. Primero, se componen cuatro grupos: óxidos, hidróxidos, ácidos y sales; se aclara que esta clasificación abarca aproximadamente el 80% de los compuestos inorgánicos existentes en la naturaleza y que se excluyen algunas familias como los peróxidos, los hidruros y otras más.

El primer grupo, los óxidos, se caracterizan por ser compuestos binarios (solo dos elementos), con un elemento ácido, anfotérico o básico al principio y oxígeno siempre al final de la representación molecular condensada. Este grupo se compone de tres familias: óxidos ácidos, óxidos anfotéricos y óxidos básicos, de acuerdo con la característica del primer elemento expresado en la representación molecular condensada, es decir, dependiendo de si el elemento referido posee característica ácida indicada en la tabla de las propiedades periódicas de los elementos (ej.: Cromo, Manganeso, Carbono, Nitrógeno, Fósforo, Azufre, Cloro, etc.), o anfotérica (ej.: Titanio, Hierro, Aluminio, Silicio, Plomo, Oro, Plata, etc.), o bien, básica (ej.: Sodio, Potasio, Magnesio, Calcio, Bario, Níquel, Cobre, Mercurio, etc.).

El segundo grupo se compone de una sola familia, hidróxidos, los cuales se caracterizan por ser compuestos ternarios (tres elementos), llevando hidrógeno al final, oxígeno intermedio y un elemento básico o anfotérico al inicio.

El tercer grupo está integrado por dos familias: los hidrácidos (binarios) con hidrógeno inicial seguido de un elemento ácido (ej.: Azufre, Flúor, Cloro, Bromo, Yodo, etc.) y los oxiácidos (ternarios), en cuya representación molecular condensada aparece hidrógeno al principio, seguido por un elemento ácido al centro y oxígeno al final.

Por último, el cuarto grupo está constituido por seis familias:

- a) Sales ácidas de hidrácidos (ternarios) con un elemento básico o anfotérico al principio, hidrógeno intermedio y un elemento ácido al final.
- b) Sales neutras de hidrácidos (binarios) con un elemento básico o anfotérico al principio y un elemento ácido al final.
- c) Sales básicas de hidrácidos (cuaternarios) con un elemento básico o anfotérico al principio, seguido de oxígeno, hidrógeno y al final un elemento ácido.
- d) Sales ácidas de oxiácidos (cuaternarios) con un elemento básico o anfotérico al principio, seguido de hidrógeno y un elemento ácido y con oxígeno al final.
- e) Sales neutras de oxiácidos (ternarios) con un elemento básico o anfotérico al principio, seguido de un elemento ácido y oxígeno al final.
- f) Sales básicas de oxiácidos (cuaternarios), con un elemento básico o anfotérico al principio, seguido de oxígeno, hidrógeno, un elemento ácido y oxígeno al final.

## METODOLOGÍA

Se basa en la aplicación de analogías y contrastes de las características moleculares de las diferentes familias, para formular preguntas discriminatorias, fundamentadas en las variables de la fórmula molecular de los compuestos inorgánicos, la cual está basada en el tipo y número de elementos químicos presentes (composición química); la mayoría de ellos auxiliándose con la presencia fundamental de los átomos de hidrógeno y oxígeno posicionados en la parte inicial, intermedia o final dentro de la representación molecular condensada. Este material contiene un instructivo, un juego de 40 cartas, tres tablas-laberinto, tres fichas y un dado. Cada una de las 40 cartas contiene la fórmula de un compuesto inorgánico correspondiente a una de las 12 familias consideradas en este juego.

## INSTRUCTIVO

Pueden participar dos o tres jugadores o equipos. El juego contiene 40 cartas problema (Figura 1), tres tablas-laberinto, tres fichas y un dado. Cada una de las 40 cartas contiene la fórmula de un compuesto inorgánico correspondiente a una de las 12 familias de los compuestos inorgánicos consideradas en este juego. Las tres tablas-laberinto contienen preguntas dicotómicas o binarias (de respuesta “sí” o “no”) con diferentes estrategias en la secuencia de preguntas para acertar el nombre de la familia correspondiente a la fórmula molecular de la carta-problema. En la periferia de las tres tablas-laberinto se encuentran como cuadros finales, los nombres de las familias inorgánicas. Para iniciar el juego cada participante o equipo tira el dado, si saca el número uno o cuatro le toca la Tabla-Laberinto 1 (Figura 2); si saca el número dos o el cinco, juega con la Tabla-Laberinto 2 (Figura 3) y si saca el número tres o el seis, le corresponde la Tabla-Laberinto 3 (Figura 4). A continuación se barajan las cartas y cada jugador saca una carta al azar con una fórmula molecular. A

continuación, en la entrada de su laberinto se le presenta la primera pregunta referente a la fórmula de su carta. Si su respuesta es afirmativa, mueve su ficha a la siguiente pregunta, pasando por la casilla que contiene la respuesta “SÍ”. En caso contrario, recorre su ficha a la pregunta que está después de la casilla con la respuesta “NO” y deja el turno a los siguientes jugadores, quienes harán lo mismo. Completada la primera ronda, el primer jugador tendrá que responder afirmativa o negativamente a la pregunta en donde se quedó su ficha y dependiendo de su respuesta, procederá como se mencionó antes; los demás participantes juegan en su turno, alternativamente de la misma manera. El primer jugador que llegue a la casilla con el nombre de alguna de las familias, compara si existe la misma relación en la tabla de concordancia (Tabla 1) para las familias y si coinciden, gana dos puntos. El segundo jugador gana un punto y el tercero ningún punto. Comienzan otro juego para continuar la contienda y el final llega cuando alguno de los jugadores gana alcanzando seis puntos.

1 $As_2O_5$	2 $Bi_2O_3$	3 $CO_2$	4 $CaO$	5 $Cu(OH)_2$	6 $NaOH$	7 $Al(OH)_3$	8 $Be(OH)_2$
9 $KMnO_4$	10 $NiOBr_2$	11 $CuO$	12 $Na_2O$	13 $Al_2O_3$	14 $Fe_2O_3$	15 $Zn(OH)_2$	16 $LiHSe$
17 $NaHS$	18 $KHTe$	19 $BaOHNO_3$	20 $Sc(OH)_2Cl$	21 $SiO_2$	22 $H_2S$	23 $HCl$	24 $HI$
25 $CoHPO_4$	26 $NaHCO_3$	27 $Ca(HSO_4)_2$	28 $AlCl_3$	29 $Ti(OH)_3NO_2$	30 $ZnOHI$	31 $H_2SO_3$	32 $H_3PO_4$
33 $HNO_3$	34 $La(OH)_3$	35 $CrBr_3$	36 $Na_2Se$	37 $Ag_2CrO_4$	38 $CuNO_3$	39 $AlOH(NO_2)_2$	40 $Fe(OH)_2NO_3$

Figura 1 - Conjunto de cartas problema con representaciones moleculares condensadas de las estructuras de 40 compuestos inorgánicos.

FAMILIAS	FÓRMULAS MOLECULARES
OXIDOS ÁCIDOS	1, 2, 3
ÓXIDOS BÁSICOS	4, 11, 12
ÓXIDOS ANFOTÉRICOS	13, 14, 21
HIDRÓXIDOS	5, 6, 7, 8, 15, 34
HIDRÁCIDOS	22, 23, 24
OXIÁCIDOS	31, 32, 33
SALES ÁCIDAS DE HIDRÁCIDOS	16, 17, 18
SALES BÁSICAS DE HIDRÁCIDOS	10, 20, 30
SALES NEUTRAS DE HIDRÁCIDOS	28, 35, 36
SALES ÁCIDAS DE OXIÁCIDOS	25, 26, 27
SALES BÁSICAS DE OXIÁCIDOS	19, 29, 39, 40
SALES NEUTRAS DE OXIÁCIDOS	9, 37, 38

TABLA 1 - De concordancia para las familias de los compuestos inorgánicos con las representaciones moleculares condensadas de las 40 cartas.



Figura 2 - Tabla-Laberinto 1



Figura 3 - Tabla-Laberinto 2

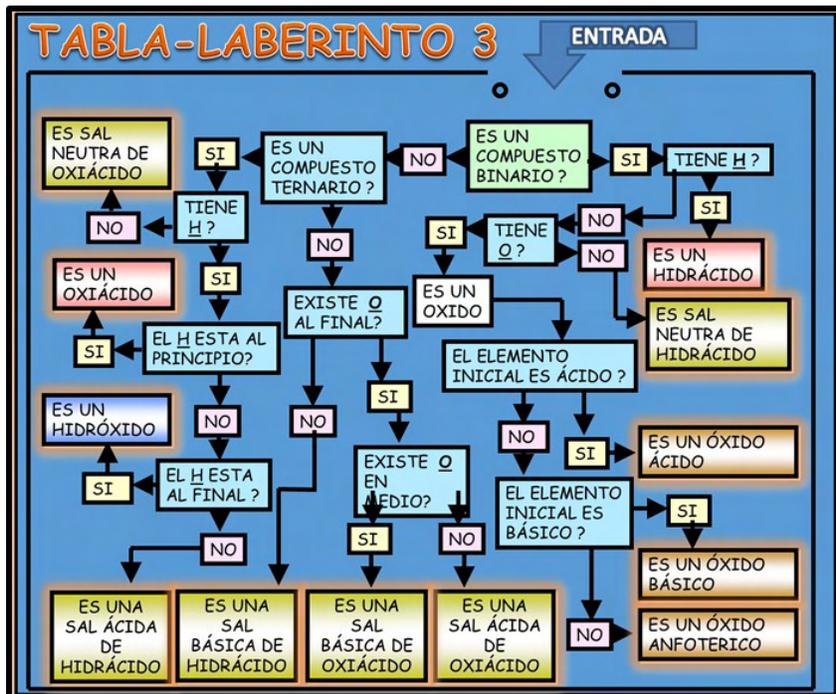


Figura 4 - Tabla-Laberinto 3

## REFERENCIAS

1. Chang, R. **Química**. México. Mc Graw-Hill Interamericana. 2007.
2. Eliel, E. L. **Elementos de Estereoquímica**. México. Limusa-Wiley. 1970.
3. Franco, M. A., Oliva, M. J.M. **Una revisión bibliográfica sobre el papel de los juegos didácticos en el estudio de los elementos químicos. Segunda parte: los juegos al servicio de la comprensión y uso de la tabla periódica**. *Educación Química*, México. 23 (4). 474–481. 2012. <http://www.scielo.org.mx/pdf/eq/v23n4/v23n4a8.pdf>
4. Haro, C. J. A. **Juego Didáctico para Familias Inorgánicas**. XX Congreso Nacional de Educación Química, Guerrero, México, 2001.
5. Haro, C. J.A., Ramírez, C. L. James, M. G., ... **Razonamiento, Vinculación, Asociación VS. Memorización, Dogmatismo, Atomización**. 17 Conferencia de Química. Santiago de Cuba. 2002.
6. Whitten. K. W., Davis, R. E., Peck, M. L. y Stanley, G. G. **Química**. México. Cengage Learning. 2008.

## ESTUDIO DE LA RESPUESTA A LOS ARMÓNICOS DE UN SISTEMA MASA RESORTE: CUASI-RESONANCIA

Data de aceite: 02/05/2022

**J. Agustín Flores Ávila**

Maestro en Ciencias  
Instituto Tecnológico de la Laguna

**Georgina Flores Garduño**

Ingeniera Industrial  
Instituto Tecnológico de la Laguna

**RESUMEN:** Uno de los objetivos que se fijan en la enseñanza de las Ecuaciones Diferenciales en el Tecnológico Nacional de México es emplearlas en el estudio de los sistemas dinámicos, y uno de los primeros sistemas que se estudian es el Oscilador Mecánico. En este artículo presentamos el análisis de la respuesta de un sistema tal ante los armónicos y, en particular, aquel en el que se presenta la *Cuasiresonancia*. En un oscilador es imposible que se presente la resonancia, ya que las frecuencias son magnitudes irracionales las que, como sabemos, no se pueden igualar. Sin embargo, si se pueden presentar valores muy próximos entre la frecuencia natural del sistema y la frecuencia de la señal de excitación: En este caso se presenta el fenómeno que denominamos *Cuasiresonancia*. Hay múltiples ejemplos en ingeniería de sistemas que se han destruido por esta causa. No obstante que la *Cuasiresonancia* es deseable en algunos sistemas eléctricos, en general, en los sistemas mecánicos es indeseable por los daños que provoca, por lo que conocer la respuesta de los sistemas en tales circunstancias es fundamental para evitar daños y respuestas no deseadas.

**PALABRAS CLAVE:** Ecuaciones Diferenciales; Oscilador Mecánico; Cuasiresonancia; Irracional; Señal de Excitación.

**ABSTRACT:** One of the objectives set in the teaching of the Differential Ecuaciones in the National Technology of Mexico is employed in the study of dynamic systems, and one of the first systems that are studied in the Mechanical Oscillator. In this article we present the analysis of the response of such a system before the harmonics and, in particular, the one in which the Cuasiresonance is presented. In an oscillator it is impossible for the resonance to be present, since the frequencies are irrational magnitudes which, as we know, cannot be equaled. However, it is possible to present very close values between the natural frequency of the system and the frequency of the excitation signal: In this case, the phenomenon that we call Cuasiresonance is presented. There are multiple examples in engineering of systems that have been destroyed for this reason. Notwithstanding that Cuasiresonance is desirable in some electrical systems, in general, in mechanical systems it is undesirable because of the damage it causes, therefore knowing the response of the systems in such circumstances is fundamental to avoid damage and undesired responses.

**KEYWORDS:** Differential Equations; Mechanical Oscillator; Cuasiresonance; Irrational; Excitement Sign.

## 1 | PRESENTACIÓN

Uno de los primeros sistemas dinámicos que se estudian en las carreras de ingeniería mecánica/mecatrónica es el sistema traslacional masa resorte (M-K), llamado normalmente oscilador mecánico, y que es un circuito formado por un resorte anclado uno de sus extremos a un soporte fijo y del otro pende una masa a la que se le aplica una fuerza “f(t)” conocida. (Figura 1).

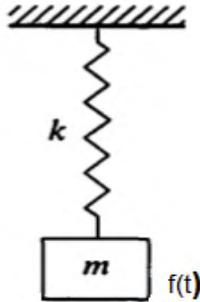


Figura 1: Gráfica de un Sistema masa-resorte: Un resorte fijo en uno de sus extremos y en el otro una masa a la que se le aplica una fuerza y se deja vibrar libremente.

Esta clase de sistemas tienen un comportamiento particular cuando la frecuencia de la señal de excitación es igual a su frecuencia natural. La frecuencia natural del sistema masa resorte está dada por:  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Es decir, la raíz cuadrada del cociente del coeficiente de restitución “k” del resorte y la masa “m”.

Cuando esto sucede, el sistema entra en resonancia y se presenta como una retroalimentación positiva que provoca un incremento sin control de la respuesta. Si es un sistema mecánico la oscilación experimenta un incremento en su amplitud en forma indefinida y si es un circuito eléctrico, como una red L-C en serie o en paralelo, se presenta como un incremento sin control de la corriente o el voltaje en el circuito. En cualquier caso provoca la destrucción del sistema. No obstante que en algunos circuitos eléctricos la resonancia es buscada de manera intencional, como es el caso de los selectores de canales en equipos de comunicación, en general, en los sistemas mecánicos debe evitarse para excluir su destrucción.

El circuito masa resorte se presenta en mecánica como el comportamiento de ciertos elementos mecánicos que están sujetos a tensiones, esfuerzos, presiones, etc, y en función de sus características materiales. Físicamente no existe un resorte, pero en su

funcionamiento se hace presente tal efecto.

Por otro lado, las señales de excitación para esta clase de “circuitos mecánicos” están dadas por las vibraciones mecánicas propias o de otros equipos que estén próximos y que son inherentes a todo dispositivo mecánico. Todo equipo mecánico, en su funcionamiento, genera vibraciones que determinan la “contaminación mecánica” propia de los ambientes industriales.

Por lo anterior, debido a la forma en que se generan los valores de los parámetros del circuito y como se genera la señal de excitación, no es posible que la igualdad entre las frecuencias, natural del sistema y de la señal de excitación, se presente en la práctica. *Ambos valores son números irracionales por lo que la igualdad queda cancelada y la resonancia excluida.*

Sin embargo, se plantea la siguiente pregunta: Si la igualdad está excluida por ser valores irracionales: ¿Qué sucede si los valores son “muy próximos”?; es decir, sin llegar a ser iguales la diferencia entre ellas es muy pequeña. Veámoslo a partir del siguiente problema:

## 2 | PROBLEMA

Determine la función  $x(t)$  que nos permite conocer la posición en todo instante de la masa  $m = 1$  que está unida a un resorte con  $k = 11$ , si partiendo del reposo y desde el punto de equilibrio, se le aplica una señal de excitación dada por la función:

$$f(t) := \begin{cases} (2 - t) & \text{if } 0 \leq t \leq 2 \\ f(t - T) & \text{if } t > 2 \end{cases}$$

Función periódica con período  $T = 2$  y frecuencia angular  $\omega_0 = \pi$ .

Nota: Las unidades se encuentran adecuadamente dimensionadas según el sistema en que se trabaje, sea “cgs o mks”.

La gráfica de la función fuerza la mostramos en la Figura 2.

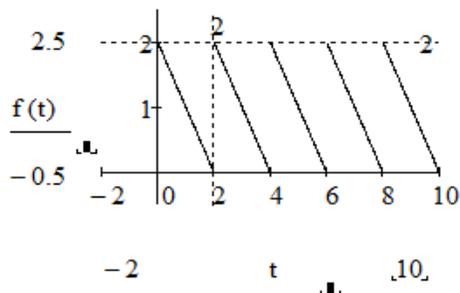


Figura 2: Gráfica de la señal de excitación aplicada al sistema masa resorte en estudio. Señal periódica conocida como diente de sierra con período  $T = 2$  y frecuencia angular  $\omega_0 = \pi$

Dado que es una primera aproximación al estudio de este tipo de sistemas, el problema se encuentra adecuadamente dimensionado para fines didácticos, es decir, para facilitar el aprendizaje.

### 3 | MARCO TEÓRICO

Las leyes de la física que posibilitan la resolución del problema son:

a).- Segunda ley de Newton.-

En forma simplificada nos dice que al aplicarle a una masa puntual “m” una fuerza  $f(t)$  conocida, experimenta una aceleración dada por el cociente de la magnitud de la fuerza y el valor de la masa en dirección al vector fuerza:  $F = ma$

b.- Ley de Hook.-

En forma simplificada nos dice que la fuerza necesaria para estirar o comprimir un resorte con coeficiente de restitución “k” es directamente proporcional al incremento o decremento de la longitud del resorte:

$$F = kx$$

c).- Principio de D’Alembert.-

En forma simplificada nos dice que la fuerza aplicada a un sistema traslacional se distribuye entre los componentes del sistema según sus propias leyes.

$$F = \sum_{i=1}^n F_i$$

### 4 | PROCESO DE RESOLUCIÓN

De acuerdo con este principio, la fuerza aplicada al sistema se distribuye entre la masa y el resorte:

$$F(t) = F_m + F_k$$

Donde:

$F(t)$  es la fuerza aplicada al sistema.

$F_m = ma$ : Es la fuerza en la masa dada por la segunda Ley de Newton

$F_k = kx$ : Es la fuerza en el resorte dada por la Ley de Hooke.

Por lo tanto:

$$F(t) = ma + kx$$

Dado que la aceleración es la segunda derivada con respecto al tiempo del desplazamiento y con los valores que nos proporciona el problema de “ $m = 1$  y  $k = 11$ ”, el modelo queda dado por la ecuación diferencial:

$$x''(t) + 11x(t) = f(t)$$

Con condiciones iniciales dadas por:

$x(0) = 0$  parte desde la posición de equilibrio y  $x'(0) = 0$  parte del reposo.

La señal de excitación está dada por la función  $f(t)$  indicada.

Es una ecuación diferencial ordinaria no homogénea de segundo orden con coeficientes constantes en cuya resolución emplearemos la Transformada de Laplace.

Para resolver la ecuación diferencial necesitamos hacer uso de las Series de Fourier, ya que la señal de excitación presenta puntos de discontinuidad y, por lo tanto, de no derivabilidad en el dominio de definición, específicamente para " $t = 2n$ ", por lo que vamos a representar la función de excitación mediante una Serie de Fourier que, como sabemos, es una suma infinita de términos cosenoidales que son derivables en todos los reales, y a esta serie igualamos la ecuación diferencial al momento de resolverla. ¡¡Veámoslo!!.

## 5 | SERIE DE FOURIER

a).- Obtenemos la serie de Fourier de nuestra función de excitación determinando los coeficientes de Fourier empleando las fórmulas que los definen.

$$a_0 = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(t) dt \quad \dots F.1$$

$$a_n = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(t) \cdot \cos(n \cdot \omega \cdot t) dt \quad \dots F.2$$

$$b_n = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(t) \cdot \sin(n \cdot \omega \cdot t) dt \quad \dots F.3$$

Y la correspondiente Serie de Fourier viene dada por:

$$f_s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \cdot \cos(n \cdot \omega \cdot t) + b_n \cdot \sin(n \cdot \omega \cdot t)) \quad \dots F.4$$

Empleando estas fórmulas encontramos que:

$$A_0 = 2 \quad ; \quad A_n = 0 \quad \text{y que:} \quad B_n = \frac{2}{\pi \cdot n}$$

Y la serie de Fourier queda dada por:

$$f_s(t) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (B(n) \cdot \sin(n \cdot \pi \cdot t))$$

La gráfica de la serie la mostramos en la Figura 3 tomando 10 términos de la misma.

$$f_s(t) = 1 + \sum_{n=1}^{10} (B(n) \cdot \sin(n \cdot \pi \cdot t))$$

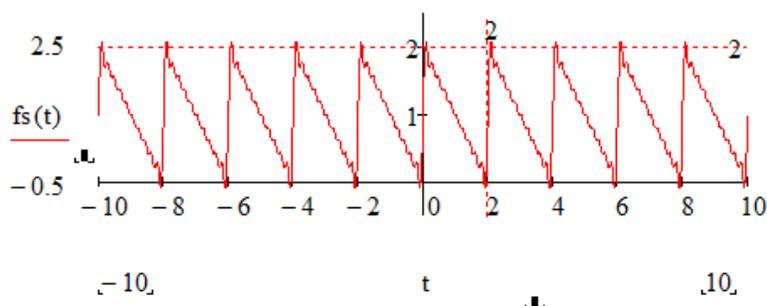


Figura 3: Gráfica de la señal de excitación aplicada al sistema masa resorte en estudio expresada mediante los primeros diez términos de la Serie de Fourier.

En la figura 4 mostramos las gráficas de la función original y la de la serie tomando en cada caso 10 términos de la sumatoria.

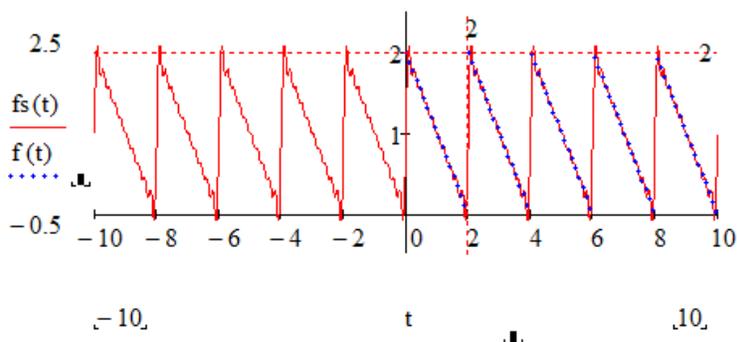


Figura No. 4: Gráficas sobrepuestas de la señal de excitación original y la representación alterna de la misma función mediante los primeros diez términos de la Serie de Fourier.

Como podemos observar, la gráfica es semejante a la gráfica de la función original; esta semejanza se acentúa si tomamos más términos en la serie.

## 6 | RESOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL

De esta manera tenemos la señal de excitación modelada mediante una serie que es derivable en todo el dominio, por lo tanto, la ecuación diferencial a resolver queda expresada en los siguientes términos:

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + 11 \cdot x(t) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (B(n) \cdot \sin(n \cdot \pi \cdot t))$$

Resolvemos la ecuación, empleando, como ya lo señalamos, la Transformada de Laplace.

Con condiciones iniciales cero la transformada queda dada por:

$$s^2 \cdot X(s) + 11 \cdot X(s) = \frac{1}{s} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( B(n) \cdot \frac{n \cdot \pi}{s^2 + n^2 \cdot \pi^2} \right)$$

Sabemos que la Transformada de Laplace “transforma” una Ecuación Diferencial en una ecuación algebraica de fácil resolución. En este caso obtenemos para X(s):

$$X(s) = \frac{1}{s \cdot (s^2 + 11)} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ B(n) \cdot \frac{n \cdot \pi}{(s^2 + n^2 \cdot \pi^2) \cdot (s^2 + 11)} \right]$$

La transformada inversa de Laplace de X(s) es la x(t) buscada y nos proporciona la posición de la masa en todo instante.

$$x(t) = \frac{1}{11} - \frac{\cos(\sqrt{11} \cdot t)}{11} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ B(n) \cdot \left[ \frac{-\sqrt{11} \cdot (\sqrt{11} \cdot \sin(n \cdot \pi \cdot t) - n \cdot \pi \cdot \sin(\sqrt{11} \cdot t))}{11 \cdot (\pi^2 \cdot n^2 - 11)} \right] \right]$$

La gráfica de la función posición x(t) tomando diez términos de la serie la mostramos en la Figura 5.

$$x(t) := \frac{1}{11} - \frac{\cos(\sqrt{11} \cdot t)}{11} - \sum_{n=1}^{10} \left[ B(n) \cdot \left[ \frac{\sqrt{11} \cdot n \cdot (\sqrt{11} \cdot \sin(\pi \cdot t \cdot \sqrt{n^2}) - \pi \cdot \sin(\sqrt{11} \cdot t) \cdot \sqrt{n^2})}{11 \cdot \sqrt{n^2} \cdot (\pi^2 \cdot n^2 - 11)} \right] \right]$$

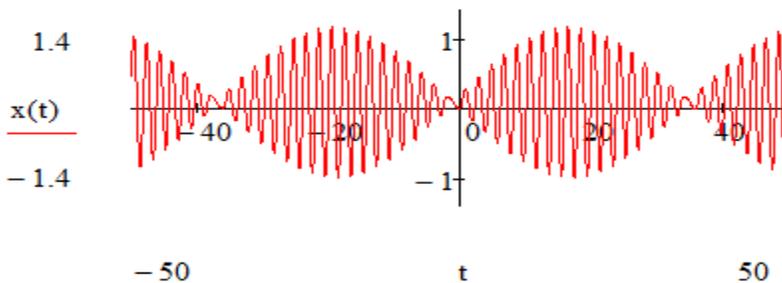


Figura No. 5: Gráfica de la función x(t) que nos da la posición, en todo instante, de la masa del sistema masa resorte del problema en estudio. Nótese la variación “modulada” de la amplitud del desplazamiento de la masa.

## 7 | COMENTARIO

Dado que las frecuencias -natural del sistema y de la señal de excitación-, son diferentes, no se presenta la resonancia. Los términos  $\sqrt{11}$  y  $n\pi$ , nunca pueden ser iguales ya que ambos son irracionales, sin embargo, para  $n = 1$ , primer armónico o frecuencia fundamental, tenemos que sus valores son muy próximos, así:

$$\sqrt{11} - \pi = 0.175 \blacksquare$$

La diferencia entre estos valores es “pequeña”. Ante esta situación, que llamaremos “cuasi resonancia”, la respuesta del sistema es la de una señal modulada en amplitud; es decir, una frecuencia “central” cuya amplitud es “modulada” por una senoide adicional con frecuencia particular.

Esta situación sólo se presenta para “ $n = 1$ ”, puesto que para valores superiores la diferencia se incrementa, como podemos observar en la siguiente tabla:

$$n := 1..10 \quad df(n) := n \cdot \pi - \sqrt{11}$$

n =	df(n) =
1	-0.175
2	2.967
3	6.108
4	9.25
5	12.391
6	15.533
7	18.675
8	21.816
9	24.958
10	28.099

Y el efecto “modulación en amplitud”, es mínimo o desaparece

Para efectos del funcionamiento de un sistema, que su respuesta varíe en amplitud es una situación que debe evitarse en los sistemas mecánicos, en los que lo deseable es tener un comportamiento regular, tanto en frecuencia como en amplitud, para efectos de control.

## 8 | CUASI RESONANCIA

Un sistema opera en estado de “cuasi resonancia” cuando la frecuencia de la señal de excitación tiene un valor “muy próximo” a la frecuencia natural del sistema y es un efecto que se debe evitar por dar lugar a una respuesta “modulada en amplitud” como podemos ver en la figura 5 anterior.

## 9 I ANÁLISIS AL PRIMER ARMÓNICO

Para este caso la ecuación diferencial que modela el sistema viene dada como:

$$x''(t) + 11 \cdot x(t) = \frac{2}{\pi} \cdot \sin(\pi \cdot t)$$

Ya que el Coeficiente de Fourier para  $n = 1$  es:

$$B(1) = \frac{2}{\pi}$$

Con condiciones iniciales cero la transformada queda dada por:

$$s^2 \cdot X(s) + 11 \cdot X(s) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\pi}{s^2 + \pi^2}$$

Factorizamos  $X(s)$  y despejamos:

$$X(s) = \left( \frac{2}{\pi} \right) \cdot \frac{\pi}{(s^2 + \pi^2) \cdot (s^2 + 11)}$$

Obtenemos la inversa de Laplace.

$$\frac{\pi}{(s^2 + \pi^2) \cdot (s^2 + 11)} \xrightarrow{\text{invlaplace}} -\frac{11 \cdot \sin(\pi \cdot t) - \pi \cdot \sqrt{11} \cdot \sin(\sqrt{11} \cdot t)}{11 \cdot \pi^2 - 121}$$

Y la función posición  $x(t)$  es:

$$x(t) := \left[ \left( \frac{2}{\pi} \right) \cdot -\frac{11 \cdot \sin(\pi \cdot t) - \pi \cdot \sqrt{11} \cdot \sin(\sqrt{11} \cdot t)}{11 \cdot \pi^2 - 121} \right]$$

La gráfica correspondiente está en la Figura 6.

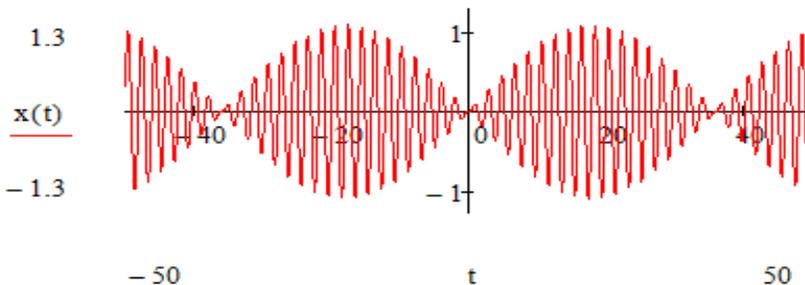


Figura 6: Gráfica de la respuesta del sistema al primer armónico que es el que origina la cuasiresonancia: La oscilación va incrementando su amplitud en forma controlada provocando riesgos de destrucción del sistema.

## 10 | ANÁLISIS AL SEGUNDO ARMÓNICO

Para este caso la ecuación diferencial que modela el sistema viene dada como:

$$x''(t) + 11 \cdot x(t) = \frac{1}{\pi} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot t)$$

Ya que el Coeficiente de Fourier para  $n = 2$  es:

$$B(2) = \frac{1}{\pi}$$

Con condiciones iniciales cero la transformada queda dada por:

$$s^2 \cdot X(s) + 11 \cdot X(s) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{s^2 + 4 \cdot \pi^2}$$

Factorizamos  $X(s)$  y despejamos:

$$X(s) = \left[ \frac{1}{\pi} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{(s^2 + 4 \cdot \pi^2) \cdot (s^2 + 11)} \right]$$

Obtenemos la inversa de Laplace.

$$\left[ \frac{1}{\pi} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{(s^2 + 4 \cdot \pi^2) \cdot (s^2 + 11)} \right] \text{invlaplace} \rightarrow -\frac{11 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot t) - 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{11} \cdot \sin(\sqrt{11} \cdot t)}{44 \cdot \pi^3 - 121 \cdot \pi}$$

Y la función posición  $x(t)$  es:

$$x(t) := -\frac{11 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot t) - 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{11} \cdot \sin(\sqrt{11} \cdot t)}{44 \cdot \pi^3 - 121 \cdot \pi}$$

La gráfica correspondiente está en la Figura 7.

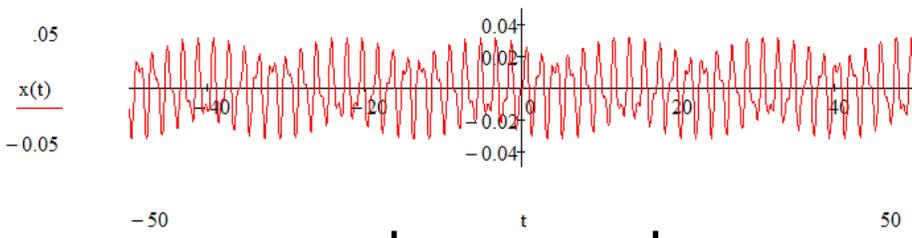


Figura 7: Gráfica de la respuesta del sistema al segundo armónico que también contribuye, aunque en menor grado a la cuasiresonancia: La oscilación va incrementando su amplitud en forma controlada provocando riesgos de destrucción del sistema.

El problema se soluciona evitando que los armónicos que generan este comportamiento irregular pasen al sistema; esto lo logramos mediante filtros adecuadamente dimensionados para enviar las señales de frecuencias indeseables a tierra. En este caso filtramos las frecuencias para “n = 1 y 2”, y estos componentes no aparecen en la respuesta final que queda dada por:

$$x(t) := \left[ \frac{1}{11} - \frac{\cos(\sqrt{11} \cdot t)}{11} + \sum_{n=3}^{10} \left[ B(n) \cdot \left[ \frac{\sqrt{11} \cdot (\sqrt{11} \cdot \sin(n \cdot \pi \cdot t) - n \cdot \pi \cdot \sin(\sqrt{11} \cdot t))}{11 \cdot (\pi^2 \cdot n^2 - 11)} \right] \right] \right]$$

La gráfica la mostramos en la figura 8

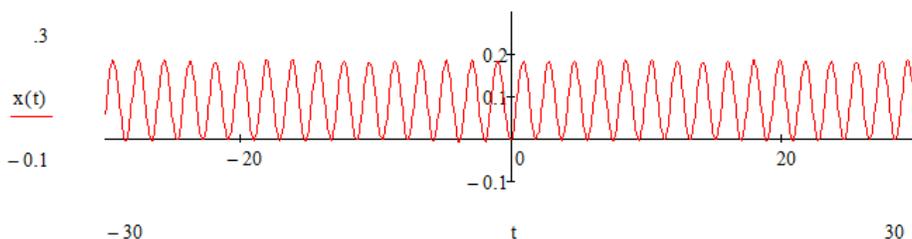


Figura 8: Gráfica de la respuesta correcta del sistema. Excluimos los dos primeros armónicos: “n = 1 y n = 2” y así la sumatoria inicia en “n = 3” desapareciendo el efecto de Cuasiresonancia y obteniendo un comportamiento “regular2 del sistema.

## 11 | CONCLUSIONES

Durante el curso se hace hincapié en que una ecuación diferencial es el modelo matemático de un problema en el que está presente el cambio, y que al resolver la ecuación podemos conocer el sistema, es decir, describir su comportamiento en todo instante y, así conocer el comportamiento futuro, para si existe un comportamiento no deseado realizar las acciones de corrección correspondientes. Conocer la respuesta de un sistema a los armónicos posibilita evitar acciones destructivas como lo mostramos en este ejemplo.

## REFERENCIAS

1. Beisser, A. (1965). Conceptos de Física Moderna. Madrid, España. Ediciones del Castillo, S. A.
2. Courant, R. & Robbins, R. (1979). ¿Qué es la Matemática?. New Rochelle, N. Y. Aguilar Ediciones.
3. Cheng, K. D. (1959). Analysis of Linear System. Tokio, Japan: Edit. Addison-Wesley.
4. Flores A, J. A. (2017). Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. En prensa.
5. Hsu, H. P. (1973). Análisis de Fourier. México. Edit. Addison-Wesley Iberoamericana., 1987. 4ª Edición.

6. Koyré, Alexandre. Estudios de Historia del Pensamiento Científico. México: Edit. Siglo XXI.
7. Meriam, J. L. Zill. (1991). Dinámica. Buenos Aires, Argentina. Editorial Reverté, S. A.
8. Polya, George. (1976). Mathematical Methods In Science. New York. Leon Bowden Edit..
9. Quintero R., Ursini, S. (1988). Desde el enfoque tutorial hacia el uso constructivista de la computadora en el aula; Reporte de investigación; Cinvestav, México.
10. Rainville, E. (2009). Ecuaciones Diferenciales Elementales. (2ª. Ed.). México. Trillas.
11. Symon, R. Keith. (1968). Mecánica. Madrid, España. Edit. Aguilar.
12. Zill Dennis G. (2009). Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado (9ª. Ed.). México. Cengage Learning.
13. Zill. (2009). Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera. (7ª. Ed.). México. Cengage Learning.

## POLINOMIOS GENERADORES DE NÚMEROS PRIMOS

Data de aceite: 02/05/2022

**Ronald Cordero Méndez**

Universidad San Isidro Labrador  
Costa Rica

**RESUMEN:** Se presenta el Teorema de la Multiplicación (Factorización) de Cordero en  $\mathbb{Z}$ , si  $n = (s^2x^2 - s(s+2)x + p * s^2 + s + 1)(k - 1) + sx^2 - (s + 1)x + p * s$  con  $x, s, k \in \mathbb{Z}$  y  $p \in \{3, 5, 11, 17, 41\}$ , entonces  $n^2 + n + p$  se puede expresar como la multiplicación de dos números de la forma:  $P(s, x) = s^2x^2 - s(s + 2)x + p * s^2 + s + 1$  y  $P(s, x, k) = -P(s, x)(k - 1)^2 + (2n + 1)(k - 1) + x^2 - x + p$ . Algunos ejemplos de aplicación del Teorema. Utilidad de  $n = (s^2x^2 - s(s + 2)x + p * s^2 + s + 1)(k - 1) + sx^2 - (s + 1)x + p * s$ ,  $x, s, k \in \mathbb{Z}$  y  $p \in \{3, 5, 11, 17, 41\}$  en la construcción de La Criba de los “ $n$ ” Cordero. Material de investigación útil en la construcción de programas informáticos necesarios en la criptografía.

**PALABRAS CLAVE:** Polinomios, números primos, criba, números afortunados de Euler.

### 11 POLINOMIOS GENERADORES DE NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS (GENERADOR DE NÚMEROS PRIMOS)

Los números primos han sido tema de muchas investigaciones, muchas repetitivas que contribuyen poco al tema, lo que verifica la frase del gran matemático Leonhard Euler que dice: “Los matemáticos han intentado en vano, hasta la actualidad descubrir algún orden

en la secuencia de números primos, y tenemos razones para creer que se trata de un misterio que la mente humana nunca resolverá” (Leonard Euler, 1707-1783, mencionado por Camacho y Camacho, 2020, p.85). Hasta el momento en el año 2020 este misterio no ha sido resuelto, por lo que creo que Euler puede estar en lo cierto. Leonhard Euler nació el 15 de abril de 1707 en Basilea, Suiza y murió el 18 de septiembre de 1782 en San Petersburgo, Rusia (Aznar, 2007). Extraordinario matemático del siglo XVIII.

Otra frase que lo afirma dice:

El encanto de los números primos consistía quizás en la imposibilidad de explicar en qué orden aparecen. Cada uno se dispersa a su antojo, cumpliendo la condición de no tener más divisores que el uno y él mismo. Aunque no cabe duda de que cuanto más grandes son, más difícil resulta encontrarlos, y es imposible predecir su aparición siguiendo ninguna regla...”La fórmula preferida del profesor (Ogawa, 2003, mencionado por Frases y Pensamientos, s.f., párr. 4)

Nuestra pregunta ahora es cómo encontrar números primos, si no es posible encontrar una fórmula polinomial o de otro tipo que nos genere todos y cada uno de los números primos, o por lo menos una fórmula que genere solamente números primos aunque

no sean consecutivos.

En algún momento dado aparecen los números compuestos que se mezclan con los números primos, por lo que me lleva a suponer que el cribado es una buena opción para encontrar números primos grandes.

Con ayuda de los polinomios  $P(n) = n^2 + n + p$ , donde  $p = 2, 3, 5, 11, 17, 41$  que resulta ser polinomios que generan números primos cuando  $n$  toma valores desde 0 hasta  $n = p - 2$ , y luego generan números compuestos y primos mezclados, por lo que el problema de encontrar una fórmula que genere solamente números primos no lo resuelve este tipo de polinomios. Pero encontrar un fórmula que genere los números compuestos que son generados por estos polinomios es el tema de la investigación además de buscar un procedimiento que ayude a cribar los números primos.

## 2 I POLINOMIOS DE LA FORMA $P(n) = n^2 + n + p$ , DONDE $P = 2, 3, 5, 11, 17, 41$

Los polinomios  $P(n) = n^2 + n + p$ , generan números primos, por ejemplo, se generan los números primos: 41, 43, 47, 53, 61, 71, 83, 97, 113, 181, 151, 173, 197, 223, 251, 281, 313, 347, 383, 421, 461, 503, 547, 593, 641, 691, 743, 707, 853, 911, 971, 1033, 1097, 1163, 1231, 1301, 1373, 1447, 1523, 1601

cuando  $P(n) = n^2 + n + 41$  y desde  $n = 0$  hasta  $n = 41 - 2 = 39$ , en total 40 números primos, pero a partir de  $n = 40$  se generan números compuestos y números primos. A este poliomio se le llama polinomio de Euler.

Otra forma de escribir el polinomio de Euler es  $P(n) = n^2 - n + 41$ , pero éste genera los números primos anteriores cuando,  $n$  toma valores desde 1 hasta 40.

Otro polinomio de esta forma que genera números primos es  $P(n) = n^2 + n + 17$  desde  $n = 0$  hasta  $n = 17 - 2 = 15$ , el cual fue descubierto por el matemático Adrien Marie Legendre:

Legendre nació en París en el año 1752 en una familia rica. Recibió educación en el Collage Mazarin en París, y defendió su tesis en física y matemática en 1770. Murió en París en el año 1833, después de una larga y penosa enfermedad. Su viuda conservó cuidadosamente las pertenencias del matemático para preservar su memoria. El último lugar donde vivió fue en el pueblo de Auteuil en París, Francia (Fernández y Tamaro, 2004, párr. 1)

## 3 I LOS NÚMEROS AFORTUNADOS DE EULER

Primero dejemos claro que Goldbach y Legendre demostraron que no es posible encontrar un polinomo que dé números primos para todo número natural, el primero lo demostro para coeficientes enteros y el segundo para funciones algebraicas racionales.

El matemático Rabinowitz demostró que  $P(n) = n^2 + n + p$  da números primos para  $n = 0, \dots, p - 2$  si y solo si  $1 - 4p$  es el negativo de un número de Heegner, que son los

únicos números positivos  $k$ , que cumplen no ser cuadrados perfectos y que en el anillo de enteros del cuerpo  $\mathbb{Q}(\sqrt{-k})$  es de factorización única.

Los números de Heegner son: 1, 2, 3, 7, 11, 19, 43, 67, 163.

Además los números afortunados de Euler son los enteros positivos  $p$ , para los que  $1 - 4p = -k$ , siendo  $k$  un número de Heegner, y mediante comprobación obtenemos que los únicos posibles son 2, 3, 5, 11, 17, 41 y el número de Heegner asociado al 41 es el 163.

## 4 | APLICACIONES DEL TEOREMA

### 4.1 El teorema de la multiplicación de Cordero en $\mathbb{Z}$

Si  $n = (s^2x^2 - s(s+2)x + p * s^2 + s + 1)(k - 1) + sx^2 - (s + 1)x + p * s$ ,  $x, s, k \in \mathbb{Z}$  y  $p \in \{3, 5, 11, 17, 41\}$ , entonces  $n^2 + n + p$  se puede expresar como la multiplicación de dos números de la forma:  $P(s, x) = s^2x^2 - s(s+2)x + p * s^2 + s + 1$  y  $P(s, x, k) = -P(s, x)(k - 1)^2 + (2n + 1)(k - 1) + x^2 - x + p$

Las fórmulas anteriores nos permiten encontrar valores de “n” que al sustituir en los polinomios de la forma  $p(n) = n^2 + n + p$  donde  $p \in \{3, 5, 11, 17, 41\}$  obtenemos siempre un número compuesto así como encontrar una factorización en dos factores de la expresión  $n^2 + n + p$ . (La factorización no necesariamente es completa)

#### **Aplicación 1**

Sea  $s = 12$ ,  $x = 15$ ,  $k = 8$  y  $p = 41$

$$n = (s^2x^2 - s(s+2)x + p * s^2 + s + 1)(k - 1) + sx^2 - (s + 1)x + p * s$$

$$\Rightarrow n = (12^2(15)^2 - 12(12 + 2)(15) + 41 * 12^2 + 12 + 1)(8 - 1) + 12(15)^2 - (12 + 1)(15) + 41 * 12 = 253576$$

Ahora:

$$P(s, x) = s^2x^2 - s(s+2)x + p * s^2 + s + 1$$

$$\Rightarrow P(12, 15) = (12^2(15)^2 - 12(12 + 2)(15) + 41 * 12^2 + 12 + 1)$$

$$\Rightarrow P(12, 15) = 35797$$

Por otro lado:

$$P(s, x, k) = -p(s, x)(k - 1)^2 + (2n + 1)(k - 1) + x^2 - x + p$$

$$\Rightarrow P(8, -5, 3) = -35797 * 49 + (2 * 253576 + 1) * 7 + (15)^2 - 15 + 41 = 1796269$$

Por el teorema:

$$P(n) = n^2 + n + p = P(s, x) * P(s, x, k)$$

$$\Rightarrow P(253531) = 253576^2 + 253576 + 41 = 35797 * 1796269$$

Donde 35797 y 1796269 son números primos.

#### **Aplicación 2**

Sea  $s = 1$ ,  $x = 2^{77232917} - 1$ ,  $k = 2$  y  $p = 41$ . Entonces:

$$\Rightarrow n = (s^2x^2 - s(s+2)x + p * s^2 + s + 1)(k - 1) + sx^2 - (s + 1)x + p * s$$

$$\Rightarrow n = ((2^{77232917} - 1)^2 - (1 + 2)(2^{77232917} - 1) + 41 + 1 + 1)(2 - 1) + (2^{77232917} - 1)^2 - (1 + 1)(2^{77232917} - 1) + 41$$

$$\Rightarrow n = (2^{154465834} - 2 * 2^{77232917} - 3 * 2^{77232917} + 47) + 2^{154465834} - 2 * 2^{77232917} + 1 - 2 * 2^{77232917} + 2 + 41$$

$$\Rightarrow n = 2 * 2^{154465834} - 9 * 2^{77232917} + 91$$

Ahora:

$$P(s, x) = s^2x^2 - s(s+2)x + p * s^2 + s + 1$$

$$\Rightarrow P(1, 2^{77232917} - 1) = 2^{154465834} - 5 * 2^{77232917} + 47$$

$$\Rightarrow P(s, x, k) = -p(s, x)(k - 1)^2 + (2n + 1)(k - 1) + x^2 - x + p$$

Por otro lado:

$$P(1, 2^{77232917} - 1, 2) = -2^{154465834} + 5 * 2^{77232917} - 47 + 4 * 2^{154465834} - 18 * 2^{77232917} + 183 + 2^{154465834} - 2 * 2^{77232917} + 1 - 2^{77232917} + 1 + 41$$

$$\Rightarrow P(1, 2^{77232917} - 1, 2) = 4 * 2^{154465834} - 16 * 2^{77232917} + 179$$

Por el teorema

$$P(n) = n^2 + n + p = P(s, x) * P(s, x, k)$$

$$\Rightarrow P(2^{154465835} - 9 * 2^{77232917} + 91) = (2^{154465835} - 9 * 2^{77232917} + 91)^2 + (2^{154465835} - 9 * 2^{77232917} + 91) + 41$$

$$= (2^{154465834} - 5 * 2^{77232917} + 47) * (4 * 2^{154465834} - 16 * 2^{77232917} + 179)$$

Se necesitaría un ordenador para probar que

$2^{154465834} - 5 * 2^{77232917} + 47$  y  $4 * 2^{154465834} - 16 * 2^{77232917} + 179$  son números primos o compuestos cuyos factores son números primos muy grandes.

### **Aplicación 3**

Sea  $s = 1500$ ,  $x = 800$ ,  $k = 300$  y  $p = 5$

$$n = (s^2x^2 - s(s+2)x + p * s^2 + s + 1)(k - 1) + sx^2 - (s + 1)x + p * s$$

$$\Rightarrow n = ((1500)^2(800)^2 - 1500(1500 + 2)(800) + 5 * (1500)^2 + 1500 + 1)(300 - 1) + 1500(800)^2 - (1500 + 1)(800) + 11 * 1500 = 430025405405499$$

Por otro lado:

$$P(s, x) = s^2x^2 - s(s+2)x + p * s^2 + s + 1$$

$$\Rightarrow P(1500, 800) = 1438208851501$$

Ahora:

$$P(s, x, k) = -P(s, x)(k - 1)^2 + (2n + 1)(k - 1) + x^2 - x + p$$

$$P(1500, 800, 300) = -1438208851501 * 299^2 + (2 * 430025405405499 + 1) * 299 + (800)^2 - 800 + 5 = 128577882900087005$$

Por el teorema

$$P(n) = n^2 + n + p = P(s, x) * P(s, x, k)$$

$$\Rightarrow P(430025405405499) = (430025405405499)^2 + 430025405405499 + 5 = 1438208851501 * 128577882900087005$$

Donde 1438208851501 es primo y 128577882900087005 es compuesto.

#### **Aplicación 4**

$s = -453877$ ,  $x = -8491$  y  $p = 11$  tenemos que:

$P(-453877, -8491) = (-453877)^2 * (-8491)^2 - 453877 * 453875 * 8491 + 11 * (-453877)^2 - 453877 + 1 = 14850564038738095205 = 5 * 89 * 33372054019636169$  de donde 5, 89 y 33372054019636169 son números primos.

#### **Aplicación 5**

$s = 34567893426789$ ,  $x = 0$  y  $p = 41$  tenemos que:

$P(34567893426789, 0) = (34567893426789)^2 * (0)^2 - 34567893426789 * 34567893426791 * 0 + 41 * (34567893426789)^2 + 34567893426789 + 1 = 48992509494599562853310298151 = 44059 * 104486463803 * 10642288263263$ , donde 44059, 104486463803 y 10642288263263 son números primos.

#### **Aplicación 6**

$s = 2349$ ,  $x = -345$  y  $p = 41$  tenemos que:

$P(2349, -345) = 2349^2 * (-345)^2 - 2349 * 2351 * (-345) + 41 * 2349^2 + 2349 + 1 = 658887758371 = 41 * 16070433131$ , donde 41 y 16070433131 son números primos.

#### **Aplicación 7**

$s = 453891$ ,  $x = 849$  y  $p = 41$  tenemos que:

$P(453891, 849) = 453891^2 * (849)^2 - 453891 * 453893 * 849 + 41 * 453891^2 + 453891 + 1 = 148330825824787807 = 1699 * 8730478271029$ , donde 1699 y 8730478271029 son números primos.

#### **Aplicación 8**

Sea  $s = 2349$ ,  $x = -345$  y  $p = 41$  tenemos que:

$$P(2349, -345) = 41 * 16070433131$$

Sea  $k = 8$ , entonces:

$$n = (41 * 16070433131)(8 - 1) + 2349(-345)^2 - (2350) * (-345) + 41 * 2349$$

$$\Rightarrow n = 4612494805381$$

Luego:

$P(s, x, k) = -41 * 16070433131 * (8 - 1)^2 + (2 * 4612494805381 + 1)(8 - 1) + (-345)^2 - (-345) + 41 = 32289427234573 = 15901 * 2030653873$  donde 15901 y 2030653873 son primos.

Observemos que:

$$P(n) = n^2 + n + 41 = 41 * 16070433131 * 15901 * 2030653873$$

con  $n = 4612494805381$

#### **Aplicación 9**

Sea  $s = 10$ ,  $k = 4$  y  $x = -5$  encontrar  $n$ ,  $P(n) = n^2 + n + 41$ ,  $P(s, x)$  y  $P(s, x, k)$

Solución:

$$n = (100 * 25 + 120 * 5 + 4100 + 11) * 3 + 10 * 25 + 11 * 5 + 410 = 22348$$

$$P(n) = 22348^2 + 22348 + 41 = 499455493$$

$$P(s, x) = 100 * 25 + 120 * 5 + 4100 + 11 = 7211$$

El otro factor se puede encontrar haciendo la división,  $\frac{P(n)}{P(s,x)}$  o utilizando la fórmula.

$$\frac{P(n)}{P(s,x)} = \frac{499455493}{7211} = 69263 \text{ o } P(s, x, k) = -7211 * 9 + (2 * 22348 + 1) * 3 + 25 + 5 + 41 = 69263$$

Además:

$$P(n) = n^2 + n + 41 = 22348^2 + 22348 + 41 = 499455493 = 7211 \cdot 69263$$

### **Aplicación 10**

Sea  $s = 30$ ,  $k = 7$  y  $x = 8$  encontrar  $n$ ,  $P(n) = n^2 + n + 11$ ,  $P(s, x)$  y  $P(s, x, k)$

Solución:

$$n = (900 * 64 - 960 * 8 + 11 * 900 + 31) * 6 + 30 * 64 - 31 * 8 + 11 * 30 = 361108$$

$$P(n) = 361108^2 + 361108 + 11 = 130399348783$$

$$P(s, x) = 900 * 64 - 960 * 8 + 11 * 900 + 31 = 59851$$

El otro factor se puede encontrar haciendo la división,  $\frac{P(n)}{P(s,x)}$  o utilizando la fórmula.

$$\frac{P(n)}{P(s,x)} = \frac{130399348783}{59851} = 2178733$$

$$P(s, x, k) = -59851 * 36 + (2 * 361108 + 1) * 6 + 64 - 8 + 11 = 2178733$$

Así:

$$P(n) = 361108^2 + 361108 + 11 = 130399348783 = 59851 \cdot 2178733$$

### **Aplicación 11**

Sea  $s = 15$ ,  $k = 100$  y  $x = -2$  encontrar  $n$ ,  $P(n) = n^2 + n + 41$ ,  $P(s, x)$  y  $P(s, x, k)$

Solución:

$$n = (225 * 4 + 255 * 2 + 41 * 225 + 16) * 99 + 15 * 4 + 16 * 2 + 615 = 1055156$$

$$P(n) = 1055156^2 + 1055156 + 41 = 1113355239533$$

Entonces:

$$P(s, x) = 225 * 4 + 255 * 2 + 41 * 225 + 16 = 10651$$

El otro factor se puede encontrar haciendo la división,  $\frac{P(n)}{P(s,x)}$  o utilizando la fórmula.

$$\frac{P(n)}{P(s,x)} = \frac{1113355239533}{10651} = 104530583$$

O también:

$$P(s, x, k) = 4 + 2 + 41 - 10651 * 99^2 + (2 * 1055156 + 1) * 99 = 104530583$$

Luego:

$$P(n) = 1055156^2 + 1055156 + 41 = 1113355239533 = 10651 \cdot 104530583$$

## **5 | LA CRIBA DE LOS $n$ CORDERO**

Tenemos que:

$$n = (s^2x^2 - s(s+2)x + p * s^2 + s + 1)(k - 1) + sx^2 - (s + 1)x + p * s$$

donde  $x, s, k \in \mathbb{Z}$ , con  $p \in \{3, 5, 11, 17, 41\}$   $-a \leq x \leq a + 2$ ,  $a \in \mathbb{N}^*$ ,  $x \in \mathbb{Z}$

Si  $s = 1$  y  $k = 1$  obtenemos  $n = x^2 - 2x + p$  donde  $f(x) = x^2 - 2x + p$  es la parábola que está por “fuera” de las demás parábolas (Figura 1).

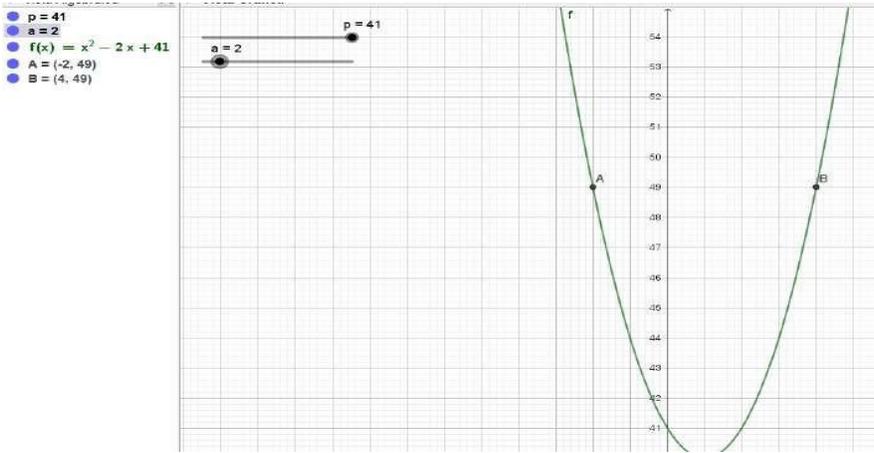


Figura 1 - Parábola

Si evaluamos  $f(x) = x^2 - 2x + p$  en los extremos del intervalo, obtenemos:

$$f(-a) = (-a)^2 - 2 \cdot (-a) + p = a^2 + 2a + p$$

$$f(a+2) = (a+2)^2 - 2(a+2) + p = a^2 + 4a + 4 - 2a - 4 + p = a^2 + 2a + p$$

O sea da el mismo valor.

El vértice de la parábola que está “por fuera”  $f(x) = x^2 - 2x + p$  es  $(1, p - 1)$

Si estudiamos el codominio  $[0, a^2 + 2a + p[$  para la función parabólica:  $f(x) = x^2 - 2x + p$

Definimos el conjunto de funciones:

$$f(x) = (s^2x^2 - s(s+2)x + p \cdot s^2 + s + 1) \cdot (k-1) + s \cdot x^2 - (s+1)x + p \cdot s$$

Con  $1 \leq s \leq \frac{a^2+2a+p}{p}$ ,  $s, k \in \mathbb{N}$ ,  $\begin{cases} s \geq 1 & \text{si } k = 1 \\ s \geq 2 & \text{si } k \neq 1 \end{cases}$  y codominio  $0 \leq n < a + 2a + p$

Resolver la inecuación:

$$n = (s^2x^2 - s(s+2)x + p \cdot s^2 + s + 1) \cdot (k-1) + s \cdot x^2 - (s+1)x + p \cdot s \leq a^2 + 2a + p$$

Con  $1 \leq s \leq \frac{a^2+2a+p}{p}$ ,  $s, k \in \mathbb{N}$ ,  $\begin{cases} s \geq 1 & \text{si } k = 1 \\ s \geq 2 & \text{si } k \neq 1 \end{cases}$  y codominio  $[0, a^2 + 2a + p[$

O también:

$$\left[ \frac{2ta^2 + (4t-2)a + 2tp - 1}{2t}, a^2 + 2a + p \right], \quad t \in \mathbb{N}$$

Luego se eliminan todos los valores de  $n$  obtenidos en las inecuaciones y que están en el intervalo  $[0, a^2 + 2a + p[$ . Los valores de  $n$  que quedan en el intervalo se evalúan en  $P(n) = n^2 + n + p$  obteniéndose solamente números primos

## 5.1 Aplicaciones

Utilicemos la Criba para un  $a = 20$ ,  $p = 41$  tenemos que  $a^2 + 2a + 41 = 481$  con  $s = 1$ ,  $k = 1$  y  $p = 41$ .

$$n = x^2 - 2x + 41 \leq 481$$

$$-20 \leq x \leq 22$$

Obtenemos:

$n = 40, 41, 44, 49, 56, 65, 76, 89, 104, 121, 140, 161, 184, 209, 236, 265, 296, 329, 364, 401, 440, 481$

Nota: Se toma solo una vez los valores de  $n$  que se repiten.

Ahora damos valores a  $s = 2$ ,  $k = 1$ ,  $n = 2x^2 - 3x + 82 < 481$

$$-13 \leq x \leq 14$$

Obtenemos:

$n = 81, 82, 84, 87, 91, 96, 102, 109, 117, 126, 136, 147, 159, 172, 186, 201, 217, 234, 252, 271, 291, 312, 334, 357, 381, 406, 432, 459$

Continuamos con  $s = 3$ ,  $k = 1$   $n = 3x^2 - 4x + 123 < 481$

$$-10 \leq x \leq 11$$

Obtenemos:  $n = 122, 123, 127, 130, 138, 143, 155, 162, 178, 187, 207, 218, 242, 255, 283, 298, 330, 347, 383, 402, 442, 463$ .

Continuamos con  $s = 4$ ,  $k = 1$ ,  $n = 4x^2 - 5x + 164 < 481$

$$-8 \leq x \leq 9$$

$n = 163, 164, 170, 173, 185, 190, 208, 215, 239, 248, , 278, 289, 325, 338, 380, 395, 443, 460$ .

Continuamos con  $s = 5$ ,  $k = 1$ ,  $n = 5x^2 - 6x + 205 < 481$

$$-6 \leq x \leq 8$$

$n = 204, 205, 213, 216, 232, 237, 261, 268, 300, 309, 349, 360, 408, 421, 477$ .

Continuamos con  $s = 6$ ,  $k = 1$ ,  $n = 6x^2 - 7x + 246 < 481$

$$-5 \leq x \leq 6$$

$n = 245, 246, 256, 259, 279, 284, 314, 321, 361, 370, 420, 431$ .

Continuamos con  $s = 7$ ,  $k = 1$ ,  $n = 7x^2 - 8x + 287 < 481$

$n = 286, 287, 299, 302, 326, 331, 367, 374, 422, 431$ .

$$-4 \leq x \leq 5$$

Continuamos con  $s = 8$ ,  $k = 1$ ,  $n = 8x^2 - 9x + 328 < 481$

$$-3 \leq x \leq 4$$

$n = 327, 328, 342, 345, 373, 378, 420, 427$

Continuamos con  $s = 9$ ,  $k = 1$ ,  $n = 9x^2 - 10x + 369 < 481$

$$-3 \leq x \leq 4$$

$n = 368, 369, 385, 388, 420, 425, 473, 480$

Continuamos con  $s = 10$ ,  $k = 1$ ,  $n = 10x^2 - 11x + 410 < 481$

$$-2 \leq x \leq 3$$

$$n = 409, 410, 428, 431, 467, 472$$

Continuamos con  $s = 11, k = 1, n = 11x^2 - 12x + 451 < 481$

$$-1 \leq x \leq 2$$

$$n = 450, 451, 471, 474$$

Continuamos con  $s = 2, k = 2, n = 6x^2 - 11x + 249 < 481$

$$-5 \leq x \leq 7$$

$$n = 244, 249, 251, 266, 270, 295, 301, 336, 344, 389, 399, 454, 466.$$

Continuamos con  $s = 2, k = 3, n = 10x^2 - 19x + 416 < 481$

$$-1 \leq x \leq 3$$

$$n = 407, 416, 418, 445, 449.$$

Para otros casos se obtiene números repetidos y para valores más grandes se pasa de 481.

La gráfica de los  $n$  que generan números primos compuestos en  $P(n) = n^2 + n + 41$  se puede observar en la Figura 2.

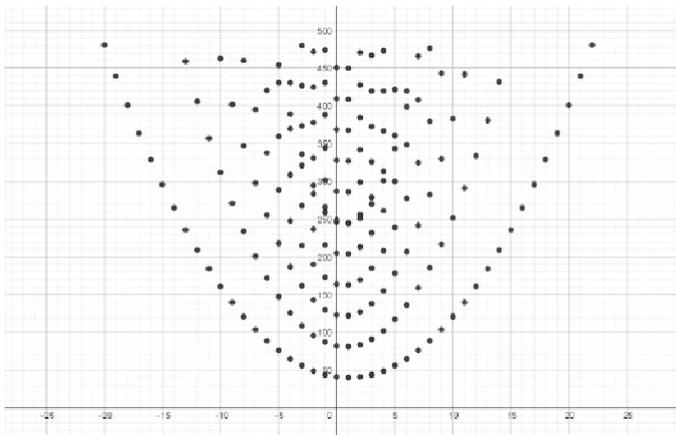


Figura 2 - Gráfica de los  $n$  que generan números primos compuestos

En total obtenemos los valores para  $n$ :

40, 41, 44, 49, 56, 65, 76, 81, 82, 84, 87, 89, 91, 96, 102, 104, 109, 117, 121, 122, 123, 126, 127, 130, 136, 138, 140, 143, 147, 155, 159, 161, 162, 163, 164, 170, 172, 173, 178, 184, 185, 186, 187, 190, 201, 204, 205, 207, 208, 209, 213, 215, 216, 217, 218, 232, 234, 236, 237, 239, 242, 244, 245, 246, 248, 249, 251, 252, 255, 256, 259, 261, 265, 266, 268, 270, 271, 278, 279, 283, 284, 286, 287, 289, 291, 295, 296, 298, 299, 300, 301, 302, 309, 312, 314, 321, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 334, 336, 338, 342, 344, 345, 347, 349, 357, 360, 361, 364, 367, 368, 369, 370, 373, 374, 378, 380, 381, 383, 385, 388, 389, 395, 399, 401, 402, 406, 407, 408, 409, 410, 416, 418, 420, 421, 422, 425, 427, 428, 431,

432, 440, 442, 443, 445, 449, 450, 451, 454, 459, 460, 463, 466, 467, 471, 472, 473, 474, 477, 480, 481

En total 167 valores de  $n$ , que al evaluarlos en  $P(n) = n^2 + n + 41$  obtenemos números compuestos.

Cribando estos números, obtenemos:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 42, 43, 45, 46, 47, 48, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 77, 78, 79, 80, 83, 85, 86, 88, 90, 92, 93, 94, 95, 97, 98, 99, 100, 101, 103, 105, 106, 107, 108, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 118, 119, 120, 124, 125, 128, 129, 131, 132, 133, 134, 135, 137, 139, 141, 142, 144, 145, 146, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 156, 157, 158, 160, 165, 166, 167, 168, 169, 171, 174, 175, 176, 177, 179, 180, 181, 182, 183, 188, 189, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 202, 203, 206, 210, 211, 212, 214, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 233, 235, 238, 240, 241, 243, 247, 250, 253, 254, 257, 258, 260, 262, 263, 264, 267, 269, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 280, 281, 282, 285, 288, 290, 292, 293, 294, 297, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 310, 311, 313, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 322, 323, 324, 332, 333, 335, 337, 339, 340, 341, 343, 346, 348, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 358, 359, 362, 363, 365, 366, 371, 372, 375, 376, 377, 379, 382, 384, 386, 387, 390, 391, 392, 393, 394, 396, 397, 398, 400, 403, 404, 405, 411, 412, 413, 414, 415, 417, 419, 423, 424, 426, 429, 430, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 441, 444, 446, 447, 448, 452, 453, 455, 456, 457, 458, 461, 462, 464, 465, 468, 469, 470, 475, 476, 478, 479.

En total 315 valores de  $n$  que al evaluarlos en  $P(n) = n^2 + n + 41$  siempre se obtiene un número primo. Estos números primos son:

41, 43, 47, 53, 61, 71, 83, 97, 113, 131, 151, 173, 197, 223, 251, 281, 313, 347, 383, 421, 461, 503, 547, 593, 641, 691, 743, 797, 853, 911, 971, 1033, 1097, 1163, 1231, 1301, 1373, 1447, 1523, 1601, 1847, 1933, 2111, 2203, 2297, 2393, 2591, 2693, 2797, 2903, 3011, 3121, 3347, 3463, 3581, 3701, 3823, 3947, 4073, 4201, 4463, 4597, 4733, 4871, 5011, 5153, 5297, 5443, 5591, 5741, 6047, 6203, 6361, 6521, 7013, 7351, 7523, 7873, 8231, 8597, 8783, 8971, 9161, 9547, 9743, 9941, 10141, 10343, 10753, 11171, 11383, 11597, 11813, 12251, 12473, 12697, 12923, 13151, 13381, 13613, 14083, 14321, 14561, 15541, 15791, 16553, 16811, 17333, 17597, 17863, 18131, 18401, 18947, 19501, 20063, 20347, 20921, 21211, 21503, 22093, 22391, 22691, 22993, 23297, 23603, 23911, 24533, 24847, 25163, 25801, 27431, 27763, 28097, 28433, 28771, 29453, 30491, 30841, 31193, 31547, 32261, 32621, 32983, 33347, 33713, 35573, 35951, 36713, 37097, 37483, 37871, 38261, 38653, 39047, 39443, 39841, 40241, 41047, 41453, 42683, 44351, 44773, 45197, 46051, 48221, 48661, 49103, 49547, 49993, 50441, 50891, 51343, 51797, 52253, 52711, 53171, 53633, 54563, 55501, 56923, 57881, 58363, 59333, 61297, 62791, 64303, 64811, 66347, 66863, 67901, 68947, 69473, 70001, 71597, 72671, 74297, 74843, 75391,

75941, 76493, 77047, 78721, 79283, 79847, 81551, 83273, 84431, 85597, 86183, 86771, 88547, 92153, 92761, 93371, 93983, 94597, 95213, 96451, 97073, 98323, 99581, 100213, 100847, 101483, 102121, 102761, 104047, 104693, 105341, 110597, 111263, 112601, 113947, 115301, 115981, 116663, 118033, 120103, 121493, 122891, 123593, 124297, 125003, 125711, 126421, 127133, 127847, 128563, 129281, 131447, 132173, 133631, 134363, 138053, 138797, 141041, 141793, 142547, 144061, 146347, 147881, 149423, 150197, 152531, 153313, 154097, 154883, 155671, 157253, 158047, 158843, 160441, 162853, 163661, 164471, 169373, 170197, 171023, 171851, 172681, 174347, 176021, 179393, 180241, 181943, 184511, 185371, 187963, 188831, 189701, 190573, 191447, 192323, 193201, 194963, 197621, 199403, 200297, 201193, 204797, 205703, 207521, 208433, 209347, 210263, 213023, 213947, 215801, 216731, 219533, 220471, 221411, 226141, 227093, 229003, 229961.

O sea desde  $n = 0$ , hasta  $n = 481$  el 34, 65% de los valores de  $n$ , generan números compuestos al evaluarlos en el polinomio de Euler y el 65, 35% son número primos.

En esta criba el número primo más pequeño es  $p(0) = 0^2 + 0 + 41 = 41$  y el más grande es  $P(479) = 479^2 + 479 + 41 = 229961$

Nota. Las fórmulas aquí publicadas nos permite encontrar números primos muy grandes, o números compuestos que son el producto de números primos grandes, útiles en la criptografía. Las fórmulas pueden ser la fundamentación matemática para desarrollar programas informáticos o Software que sean utilizados en la protección de información, necesaria a nivel personal como a nivel mundial.

## REFERENCIAS

Aznar, E. (2007). *Leonhard Euler Matemático (1707 Basilea, Suiza, 1783 San Petersburgo, Rusia)*. <https://www.ugr.es/~eaznar/euler.htm>

Camacho, J. y Camacho, O. (2020). *Dos Científicos Bajo Un Fresno: Un Viaje A La Ciencia En Doce Escritos*. Google Books.

Fernández, T. y Tamaro, E. (2004).

*Adrien-Marie Legendre*. <https://www.biografiasyvidas.com/biografia/l/legendre.htm>

Frases y Pensamientos. (s.f.). *Frases de números primos*. <https://www.frasesypensamientos.com.ar/frases-de-numeros-primos.html>

## DESIGNING AN EXPERIMENTAL PROTOTYPE FOR THE TEACHING OF CONICS (ELLIPSIS) BASED ON THE LAW OF LIGHT REFLECTION

*Data de aceite: 02/05/2022*

**Juan Carlos Ruiz Mendoza**

Professor. Universidad Autónoma de Nuevo León  
Nuevo León, Mexico

**ABSTRACT:** This paper aims at describing an experimental prototype to favor the comprehension of theoretical concepts related to the section of conic in Geometric Optics courses or subjects such as Mathematics and Analytical Geometry. The experimental prototype was devised for lab practices intended to demonstrate conics by means of the law of light reflection and its application in the social context. The prototype was thought of as a solution to cope with expensive optical kits. It is an alternative for educational institutions to overcome financial difficulties. Instead the prototype may be constructed at the institutions using components available at the market. It covers a wide range of optical classroom teaching conic activities and has the flexibility for incorporating new ones. The use of the prototype is recommendable for Math and Physics lab activities at the preparatory school and the faculties of Nuevo León Autonomous University.

**KEYWORDS:** Educational experiment, laboratory experiment, geometry, optical geometry.

**RESUMO:** Este artigo tem como objetivo descrever um protótipo experimental para favorecer a compreensão de conceitos teóricos

relacionados à seção de cônicas em cursos de Óptica Geométrica ou disciplinas como Matemática e Geometria Analítica. O protótipo experimental foi idealizado para práticas de laboratório destinadas a demonstrar cônicas por meio da lei da reflexão da luz e sua aplicação no contexto social. O protótipo foi pensado como uma solução para lidar com kits ópticos caros. É uma alternativa para as instituições de ensino superarem as dificuldades financeiras. Em vez disso, o protótipo pode ser construído nas instituições usando componentes disponíveis no mercado. Abrange uma ampla gama de atividades cônicas de ensino em sala de aula óptica e tem a flexibilidade de incorporar novas. O uso do protótipo é recomendável para atividades laboratoriais de matemática e física na escola preparatória e nas faculdades da Universidade Autónoma de Nuevo León.

**PALAVRAS-CHAVE:** Experiência educacional, experiência de laboratório, geometria, geometria óptica.

### 1 | INTRODUCTION

The laws of reflection and refraction of light of Geometric optics has been the theoretical foundations for devising and constructing optical tools such as binocular, cameras, and telescopes. These refracting or reflecting tools are based on conic components taking advantage of the lack of spherical aberration of aspheric surfaces that allows the construction of compact telescope of high resolution. Many scholars have conducted academic research

to improve the comprehension of Physics and Mathematics courses both at high school and university levels. They pursued the description of pedagogical and didactic strategies facilitating the process. It seems that the royal road to success is the relation of theory and practice, based on the assumption that discovering practical applications of scientific notions will promote sound learning.

## 2 | DESIGNING THE EXPERIMENTAL OPTICAL PROTOTYPE

The proposed prototype (Ruiz, 2017) describes a portable modular device for the practical study of conics by means of reflection. It is composed of a container, which includes a light source, converging spherical lenses and converging lenses of cylindrical type; a set of diaphragms including a diaphragm with image, or grids (going from three to ten slits). All components are easily stackable to store them compactly (figure 1).

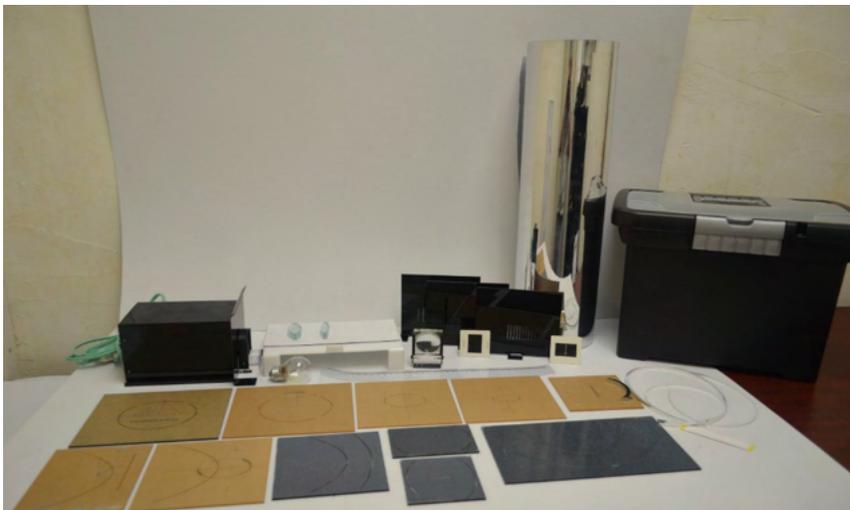


Figure 1: Geometric optics prototype for conics

An instruction manual was written to explain the potential of the geometric optics prototype for conics. A wide range of demonstrations are possible, going from the most basic practices with light, to configurations of lenses to form composite optical devices, where teachers and students will be exposed to simple technology such as spotlights, lenses and simple mechanisms that will provide quantitative measurements of the conics (circles, parabolas, ellipses and, hyperbolas).

### 3 I RELATED MATHEMATICS NOTIONS

The conics were first described by Menecmo (350 BC), but the mathematician Apollonius of Prague (260 - 190 BC) was the first to study conical curves in detail identifying their properties. One of the most important and useful properties that he discovered was the property of reflection (Vera, 1970). Conics are usually defined as a set of points intersecting a plane with a cone of revolution of two branches. If the plane is perpendicular to the axis of the cone, the intersection is a circumference or a point, depending on whether it intersects a branch or passes through the vertex. If the plane is not perpendicular to the axis but intersects every generatrix, the intersection is an ellipse. If the plane is parallel to one generatrix and cuts all others, the intersection is a parabola. If the plane cuts two branches of the cone and nothing passes through the vertex, the intersection is a hyperbola. If the plane passes through the vertex, the intersection is a point, two lines that are cut, or a single line (figure 2).

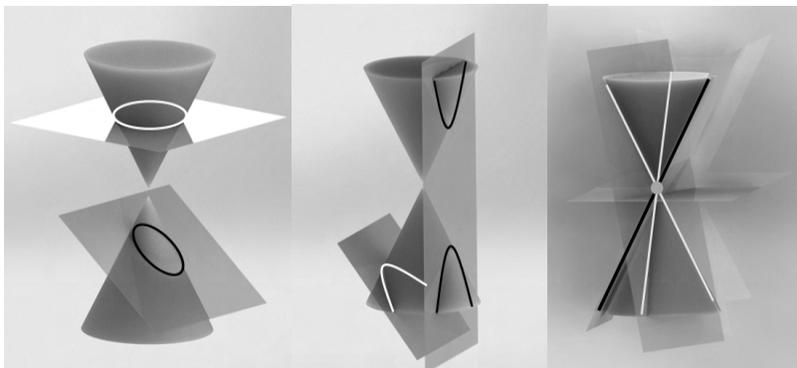


Figure 2: Perspective of conic sections

An ellipse (figure 3) is the locus of a point that moves in a plane in such a way that the sum of its distances to two fixed points of that plane is a larger constant than the distance between the two points called foci of the ellipse, the definition of an ellipse excludes the case in which the moving point is on the segment that joins the foci (Lehmann, 1989, p. 174).

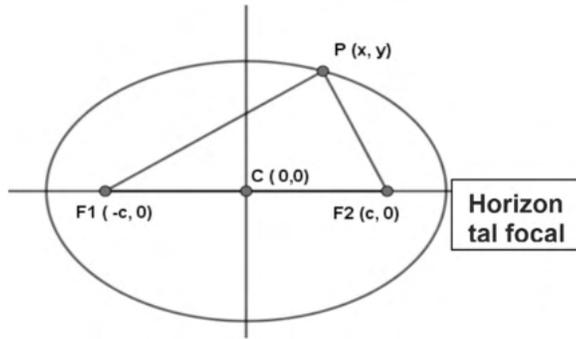


Figure 3: The representation of the ellipse, a point, and its foci.

The foci of the ellipse are two equidistant points from the center,  $F_1$ , and  $F_2$  in the larger axis. The sum of the distances from any point  $P$  of the ellipse to the two foci is constant, and equal to the length of the largest diameter ( $d(P, F_1) + d(P, F_2) = 2a$ ) where  $2a$  is the measure of the larger axis of the ellipse. Figure 4 illustrates the elements of the ellipse.

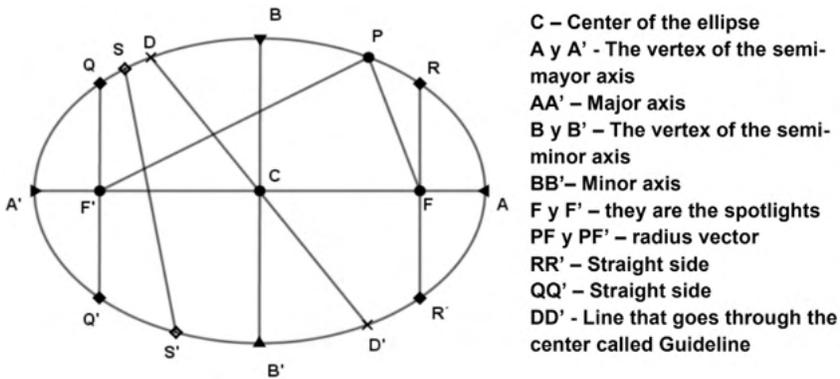


Figure 4: Elements of an ellipse.

According to the definition of the ellipse, it can be verified that the segment of the line joining the focus  $F$  with the vertex of the smaller semi-axis has the magnitude of  $(a)$  that agrees with the magnitude of the larger semi-axis; the length from the center of the ellipse to the focus can also be obtained by the Pythagorean theorem as seen in figure 5.

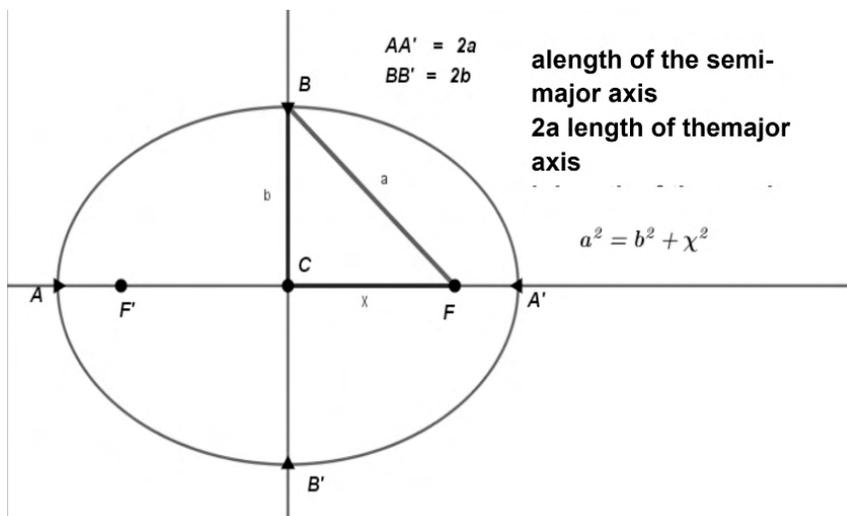


Figure 5: Ellipse defining elements

History shows that the application of the properties of conics has been very useful either in the study of astronomy or in the construction of churches, galleries and science museums where the property of the reflection of the light is used in the same way that sound or electromagnetic waves are reflected. This explains that a person standing in one of the foci of the ellipse can hear the sound emitted from the other focus. Likewise, the revolution surface theory explains that if an ellipse is rotated around its larger axis on a surface it generates an ellipsoid; if the inner surface of the ellipse is represented as a reflecting surface such as a mirror, light that making an impact on one of the bulbs will be reflected towards the other focus. Such behavior will be shown with the experimental equipment.

### 3.1 Description of some physical concepts of Geometric Optics

In physics, Geometric Optics is based on the concepts of lightning, the refractive index of materials (glass) and the path or optical path of a beam through one or more materials. Cornejo and Urcid (2005, p. 5) explain that geometric optics analyzes physical problems by means of the laws of reflection and refraction of light, in one or more reflecting or refracting surfaces. Knowledge of physical concepts is helpful for explaining the conic section. The laws of reflection and refraction and convergent lenses are defined below. As explained by Hecht and Zajac (1974), if a light beam propagating through a homogeneous medium  $N_1$  impinges on the surface of a second homogeneous medium  $N_2$ , part of the light is reflected and part enters as a refracted ray in the second medium. The plane of incidence is defined as the plane formed by the incident beam, the reflected beam, the refracted beam and the normal line (that is, the line perpendicular to the surface of the medium) at the point of incidence (figure 6).

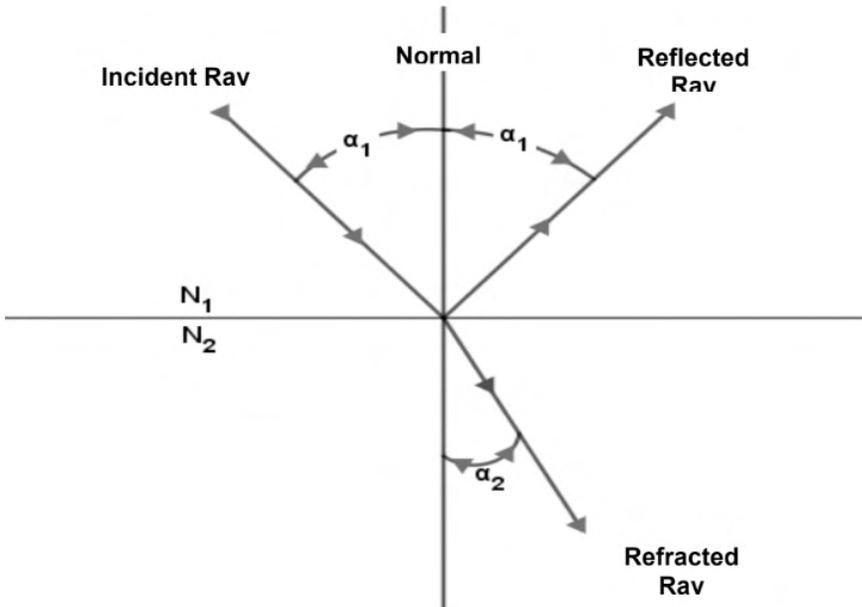


Figure 6: Relationship between an incident beam on a flat surface and the reflected and refracted beams. According to the law of Reflection, 1) the incident, the normal and the reflected beams are in the same plane, and 2) the angle of incidence  $\alpha_1$ , is equal to the reflection angle  $\alpha_1$ . Snell's Law explains that the product of the refractive index of the first medium and the alpha of the angle of incidence of a beam is equal to the product of the refractive index of the second medium and the alpha of the refraction angle. Thus, The following equation results:  $N_1 \sin \alpha_1 = N_2 \sin \alpha_2$  Notice that the laws explaining optical systems (lenses, mirrors and optical instruments) are deduced from the Laws of Reflection and Refraction and using plane geometry formulas. Young and Freeman (2009) call "optical system" to the combination of spherical and aspheric surfaces possibly constructed with materials of different refractive index. These surfaces can be refractive or reflective. The lenses are transparent objects (usually glass) limited by two surfaces that can be of different curvature. Convergent lenses (positive lenses) are thicker at the central part and narrower at their edges, so called because light beams that strike parallel to the main axis of the lens, cross through a point called focal point (image focus) (figure 7).

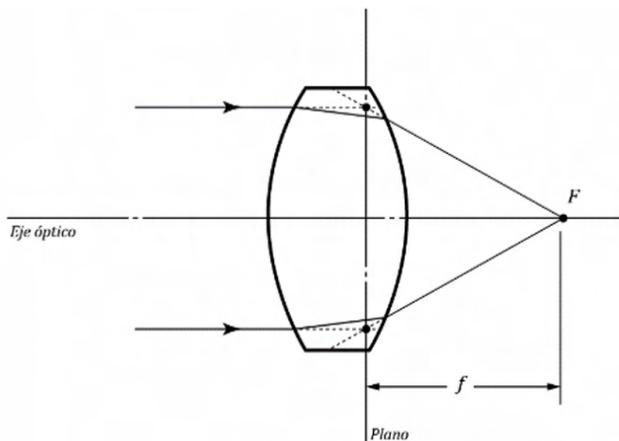


Figure 7: Convergent lenses

## 4 | EXPERIMENTAL DEMONSTRATION

The proposed optical prototype may be for proving experimentally the course of light beams, the laws of reflection and refraction, the focal lengths of converging lenses, the experimental arrangement of reflecting telescopes, and the like. The instruction manual provides a full description of the following experimental practices.

### 4.1 Parallel beams demonstration

The experimental equipment and its respective instructions allow several experimental arrangements. The illustration below shows an experimental arrangement in which three parallel beams are obtained.

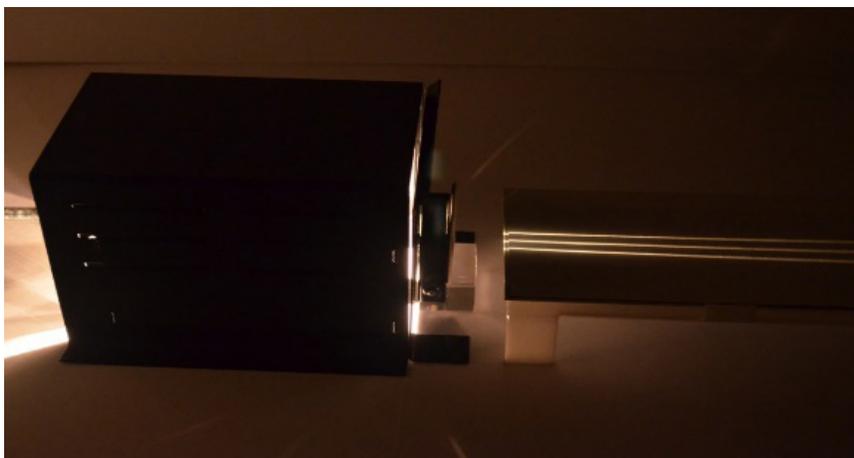


Figure 8: Experimental arrangement to obtain parallel light beams on a collecting table.

Other variants are possible. For example, At the experimental arrangement of three parallel rays of figure 8, interpose one of the converging lenses of the equipment and observe how the three beams intersect a point called focal distance of the lens, which agrees with the explained theory of geometric optics for converging lenses (figure 9).

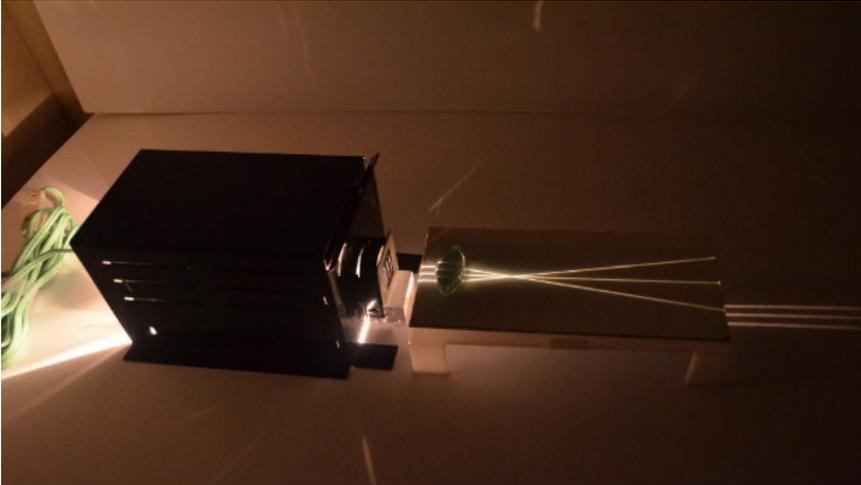


Figure 9: Parallel beams crossing or converging at the focus of the biconvex lens.

#### 4.2 Law of reflection demonstration

An experimental arrangement to illustrate the law of reflection is also possible. The grid of three slits is replaced by one of a single line and a elliptical mirror (figure 10) is used instead of the converging lens of the preceding practice.

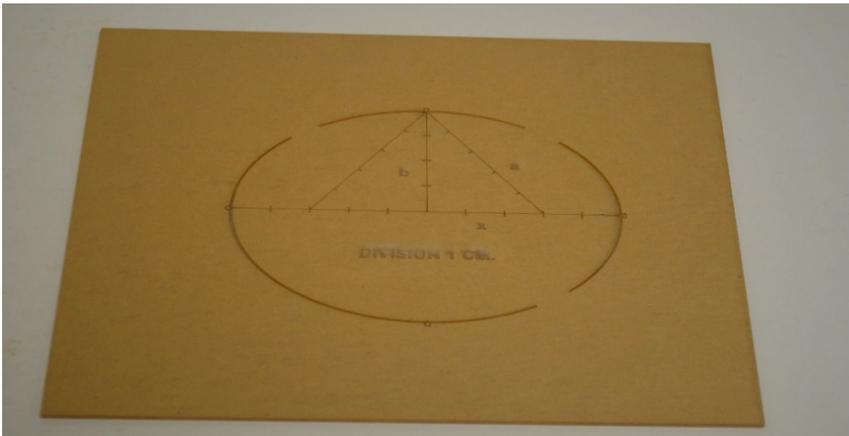


Figure 10: Elliptical components of a larger semi-axis of 10 cm and a shorter semi axis of 8 cm



Figure 11: Reflection of a ray of light for an elliptical surface

As illustrated at figure 11, in that experimental arrangement the beam is reflected with an angle similar to the normal. There is symmetry of the incident beam to the reflected beam as the normal line coincides with the ellipses smaller semi-axis. Moreover, this arrangement may be geometrically verified; it forms an isosceles triangle, that is to say two equal sides and one unequal that coincides with the larger axis. According to the figure, these sides have a magnitude ( $a$ ) and their sum ( $2 a$ ) determines the magnitude of the ellipses larger axis, going from vertex to vertex.

### 4.3 Localizing the foci of an ellipse semi-axis

Now a three-slit grid is used, then the elliptical components of a larger semi-axis of 10cm, a shorter semi-axis of 8 cm, and a focus 3cm long (figure 10). Place the converging lens in such a way that the beams, when converging, cross the lens a point coinciding with one of the foci of the ellipse. One of these beams is intentionally adjusted to strike the vertex. According to the definition of the ellipses, the reflected beams must cross the second focus of the ellipse as shown in figure 12.



Figure 12: Component of the ellipse with the beam passing through its foci

Once this activity is carried out, the distance between one focus to the vertex is measured, then the same procedure is completed for the second focus. The aim is to prove that the distance of the vertex to both foci is the same, and that its sum is the value of  $2a$  larger than the distance of focus  $F_1$  to focus  $F_2$ , but equal to the distance from vertex to vertex of the larger axis which agrees with the definition of the ellipse, so that definition has been demonstrated by the laws of light reflection. Consider the experimental arrangement illustrated in figure 12. Measure the distance of one of the beams from one of the ellipse focus to the reflecting surface, and again from it to the other focus (figure 13). Then proceed in the same way with the other two beams. You will verify that its magnitudes are equal to a constant, so the definition of the ellipse indicates that this constant will be the value of  $2a$  from vertex to vertex distance of the larger semi-axis.



Figure 13: Measurement of a beam from the focus to the vertex of the smaller semi-axis.

According to the definition of the ellipse, any light beam that passes through the focus when reflected on any of the surfaces of the ellipse will pass through the other focus

as seen in the following figure 14. In the same way, beams crossing through one of the foci of the ellipse once reflected will pass through the other focus. If we assume that it continues to reflect, it will go on successively through one focus and another. Here, only two reflections are shown that agree with what has been said (figure 15).

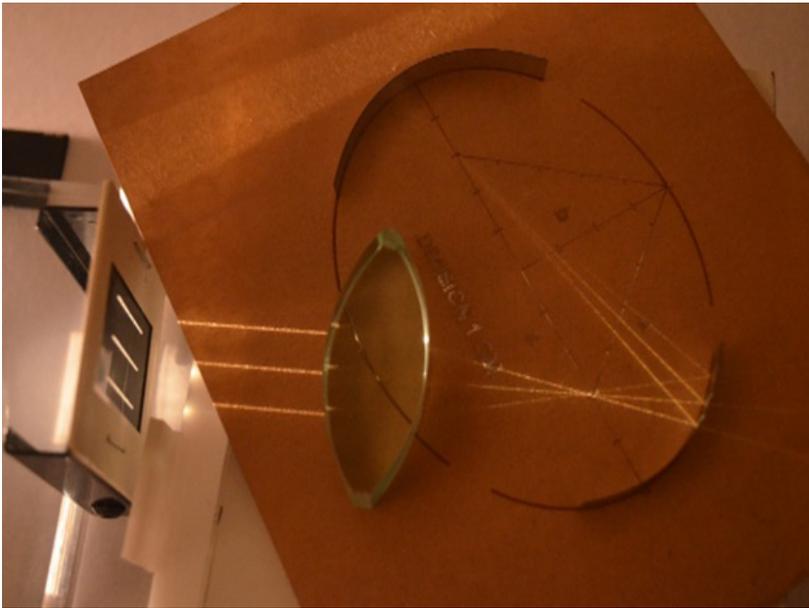


Figure 14: Reflection of light in different sections of the ellipse.



Figure 15: Multiple reflections of light passing through ellipse its foci.

Remembering that non-spherical surfaces have sometimes been used as light projectors where the light source is in one of the spotlights, here we simulate the light source using the beams emerging from the lens to one of the focus as if the source was in the focus and the reflected beams were parallel projected (figure 16).



Figure 16: Ellipse projecting parallels beams.

## 5 | APPLICATION OF THE ELLIPSE

According to the geometric optics, spherical surfaces have sphericity aberration, that is to say, that the beams striking parallel to the axis of the surface do not cross at a point which determines that each beam has a different focal distance (figure 17). This effect does not happen on conical surfaces (ellipse, parabola, hyperbola), for example on the surface of the parabola the parallel beams to the surface axis when reflected crossed by a point as shown in figure 17, that is, they lack spherical aberration. Designers of optical instruments possibly take advantage of the characteristic feature of conics for telescopes design. This basic principle was used by Gregory for the design of his telescope.



a) Circle

b) Parabola

Figure 17: Images of the circle and parabola reflecting beams striking the surface.

In 1663, James Gregory, famous Scottish mathematician, published a book entitled

*Promica Optica*, describing a system shown in figure 18 and used for devising a telescope. He used a primary parabolic mirror and a secondary elliptical mirror to avoid spherical aberration. The focus of the parabola coincides with one of the foci of the ellipse and the image is formed in the other focus of the ellipse, where an eyepiece is placed to observe the image.

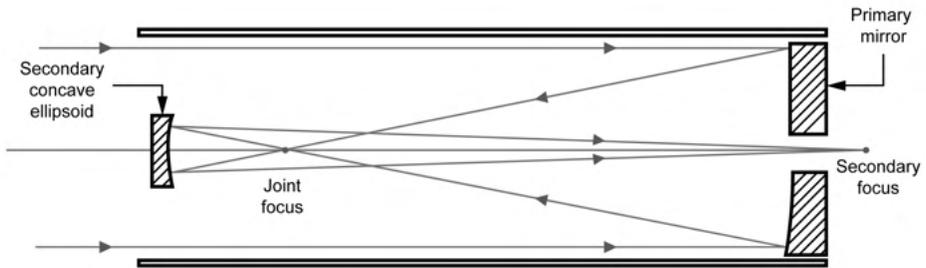
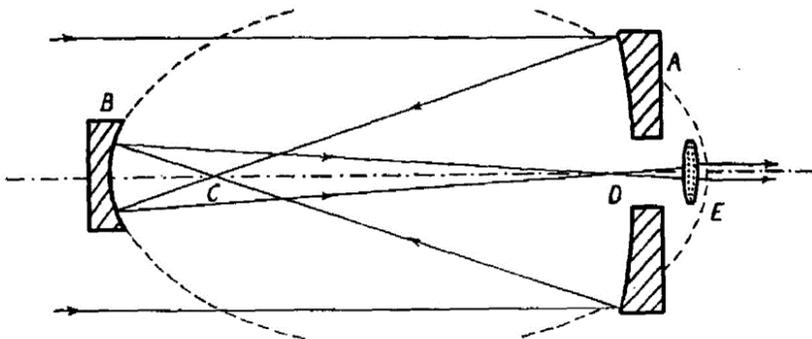


Figure 18: Diagram of a Gregorian telescope from 1873.



**Fig. 33—The Gregorian reflector**

*A* is the primary mirror, a concave paraboloid centrally perforated. *B* is the secondary concave ellipsoid. Light from a star is sent towards *C*, the joint focus of *A* and *B*, and reflected to *D*, the other focus of the ellipsoid. The image at *D* is then observed with an eyepiece, shown as a single equi-biconvex lens *E*.

Figure 18: Image taken from the book *The History of telescope*.

The optical prototype herein proposed may also be helpful for explaining Gregory's telescope functioning. For that purpose, the professor did the necessary experimental arrangements to make the focus of the parabola coincides with one of the foci of the ellipse (figure 19).

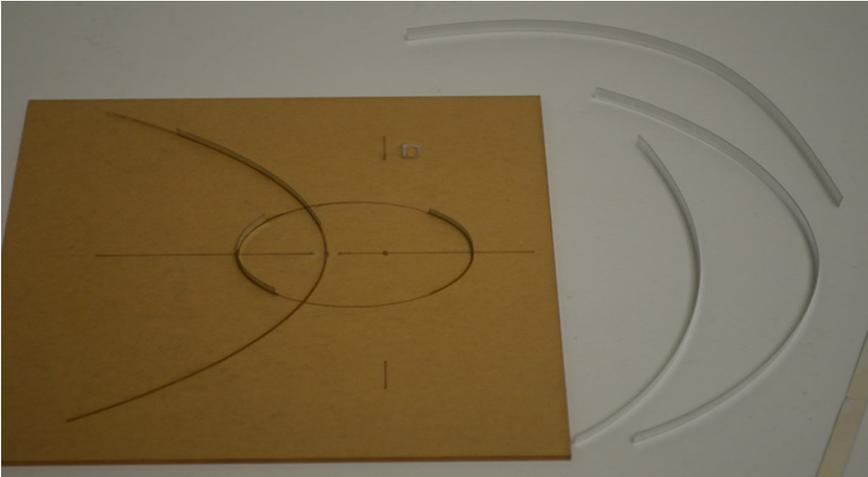


Figure 19: Parabola and ellipse with a common focus

The experimental arrangement is carried out with the help of the conical section optical equipment instruction manual. A beam of light is adjusted to go parallel to the axis of the parabola and ellipse to strike the surface of the semitransparent mirror of the section of the parabola, part of the light is reflected and part is transmitted, the reflected beam passes through the focus of the parabola that coincides with the focus of the ellipse. According to the preceding demonstration, any beam passing through the focus will be reflected on the surface of the ellipse and will cross by the other focus of the ellipse; here it is observed that the beam transmitted from the parabola is parallel to the axis of the parabola and ellipse. The intention is to make the beam to strike upon the straight side of the ellipse, by definition it will cross through the focus of the ellipse (in this experimental arrangement the reflected and transmitted beams intersect at a common point that represents the focus of the ellipse (figure 20). Thus we have demonstrated the basic concept behind the functioning of Gregory's telescope based on the laws of reflection.

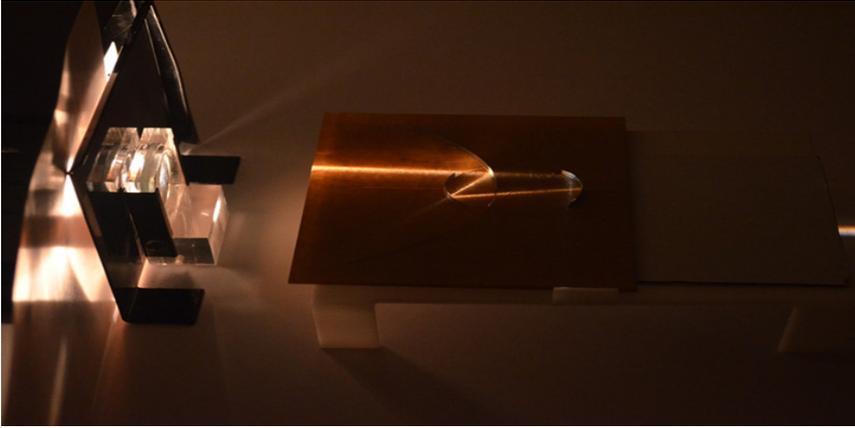


Figure 20: Simulating Gregory telescope functioning.

This experimental arrangement allows verifying that the parabola focal distance and the ellipses focal distance are congruent with the telescope design proposed by Gregory, see figure 21.

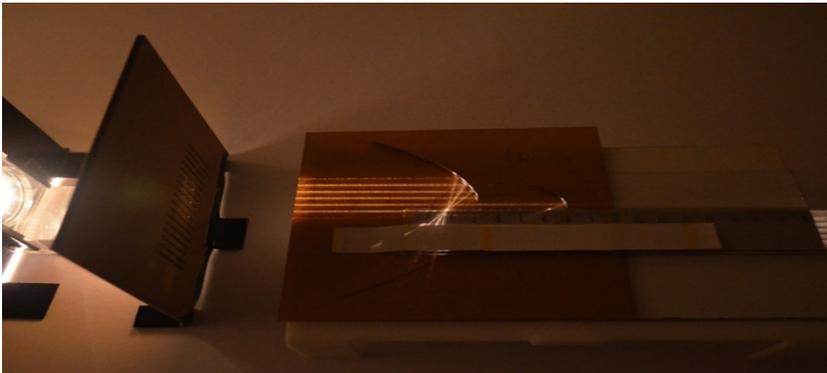


Figure 21: Measuring the focus of the parabola and ellipse

In this way, it is possible to explain the theory of the conic section of the ellipse associating it to laws of light reflection. Mathematic abstract notions are experimentally illustrating by using the equipment designed.

## CONCLUSIONS

The proposed way of explaining the concept of conics can be an alternative way, which allows instructing teachers to relate theory to practice and to enhance the understanding of mathematical concepts in students.

The immediate plan is to generalize the introduction of the proposed optical

prototype at the Autonomous University of Nuevo León, México and to get good results in the development of students' competencies, and achieving a compressive education by related theory to practice.

## REFERENCES

Cornejo, A., & Urcid, G. (2005). *Óptica Geométrica* (Vol. I). México: Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica.

Hecht, E., & Zajac, A. (1974). *Optics* (4th ed.). Boston: Addison Wesley. Retrieved April 17, 2018, from <https://www.fing.edu.uy/sites/default/files/cursos/2013/anexos/6643/OPTICA.pdf>

Lehmann, C. H. (1989). *Geometría Analítica*. México, D. F.: Limusa.

Malacara, D. H., & Malacara, J. M. (2015). *Telescopios y estrellas* (4th ed.). México, D. F.: Fondo de Cultura Económica.

Ruiz, J. C. (2017). *Diseño de un prototipo óptico para el estudio de las cónicas*. Nuevo León, México: Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Universidad Autónoma de Nuevo León .

Vera, A. (1970). *Introducción y notas*. Retrieved April 17, 2017, from <http://www.monografias.com/trabajos82/secciones-conicas-aplicaciones/secciones-conicas-aplicaciones.shtml>

Young, F., & Sears, Z. (2009). *Física Universitaria con Física Moderna* (12th ed., Vol. II). Retrieved April 17, 2018, from [www.pearsoneducacion.net](http://www.pearsoneducacion.net)

# CAPÍTULO 10

## REÚNE LOS COMPUESTOS INORGÁNICOS CORRESPONDIENTES A CADA FAMILIA

*Data de aceite: 02/05/2022*

### **Jorge Haro-Castellanos**

Depto. de Biología de la Reproducción, DCBS,  
UAM-Iztapalapa  
Ciudad de México, México

### **Leticia Ramírez Chavarín**

Depto. de Biología de la Reproducción, DCBS,  
UAM-Iztapalapa  
Ciudad de México, México

### **Arturo Salame Méndez**

Depto. de Biología de la Reproducción, DCBS,  
UAM-Iztapalapa  
Ciudad de México, México

### **Alondra Castro Campillo**

Depto. de Biología, DCBS, UAM-Iztapalapa  
Ciudad de México, México

### **Edith Arenas Rios**

Depto. de Biología de la Reproducción, DCBS,  
UAM-Iztapalapa  
Ciudad de México, México

### **Julio César Bracho Pérez**

UNTELS  
Lima, Perú

### **Yarit Samantha Haro Ramírez**

Alumna de la Licenciatura de Química en la  
Facultad de Química, UNAM

**RESUMEN:** La finalidad de este trabajo es hacer recreativo el aprendizaje de los compuestos inorgánicos a través del vínculo entre las representaciones moleculares condensadas

(fórmulas moleculares condensadas) y las Familias Inorgánicas en las que se agrupan para facilitar la comprensión de su comportamiento químico en respuesta a las características estructurales de las respectivas moléculas.

**ABSTRACT:** The purpose of this work is to recreate the learning of inorganic compounds through the link between the condensed molecular representations (condensed molecular formulas) and the Inorganic Families in which they are grouped to facilitate the understanding of their chemical behavior in response to their characteristic structures of the respective molecules.

## INTRODUCCIÓN

“Reúne los compuestos inorgánicos correspondientes a cada Familia” es un juego didáctico para el reconocimiento, aprendizaje y el ejercicio de la clasificación de los compuestos inorgánicos. En este trabajo solo se maneja aproximadamente el 80% del total de los compuestos inorgánicos conocidos, los más importantes en las Ciencias Biológicas, excluyendo algunas familias poco manejadas en esta área, como son los hidruros y los peróxidos, entre otros.

## OBJETIVO

La finalidad de este trabajo es hacer recreativo el aprendizaje de los compuestos

inorgánicos a través del vínculo entre las representaciones moleculares condensadas (fórmulas moleculares condensadas) y las Familias Inorgánicas en las que se agrupan para facilitar la comprensión de su comportamiento químico en respuesta a las características estructurales de las respectivas moléculas.

## FUNDAMENTO TEÓRICO

Uno de los más importantes motivos del estudio de los compuestos químicos, es la utilidad que presentan en las diferentes industrias al servicio de la humanidad, y esta utilidad corresponde al comportamiento de esas sustancias, el cual a su vez está vinculado con la estructura molecular, lo que conocemos como Relación Estructura-Actividad de los compuestos químicos. Existen cerca de 500,000 compuestos inorgánicos en la naturaleza, los cuales para su estudio se reúnen en cuatro grupos (Haro, 2001). Los rasgos característicos de las representaciones moleculares condensadas (fórmulas moleculares) de cada grupo son:

- ÓXIDOS:** Compuestos binarios, con Oxígeno al final.
- HIDRÓXIDOS:** Compuestos ternarios con Hidrógeno al final.
- ÁCIDOS:** Compuestos binarios o ternarios, con Hidrógeno al Principio.
- SALES:** Compuestos que pueden ser binarios, ternarios o cuaternarios, sin Hidrógeno al principio ni al final, y si son binarios no presentan Oxígeno al final.

## METODOLOGÍA

Primeramente, se observan las representaciones moleculares condensadas o fórmulas moleculares (Chang, 2007, p. 54; Eliel, 1070 p.11), detectando las características fundamentales que son el número de elementos presentes, la presencia de hidrógeno al inicio o al final y la presencia de oxígeno. Con estos rasgos se reúnen las estructuras moleculares que pertenecen al mismo grupo.

Este material didáctico conduce al alumno a desarrollar la habilidad en el manejo de los elementos de conocimiento con retos de la competencia y el tiempo, lo cual hace que entre al ámbito de la diversión (Franco, 2012).

## CONTENIDO

El juego consta de:

- a) Dos conjuntos iguales (uno para cada participante) de 24 tarjetas con las representaciones moleculares condensadas (fórmulas moleculares) de algunos ejemplos de los compuestos inorgánicos (Figura 1).

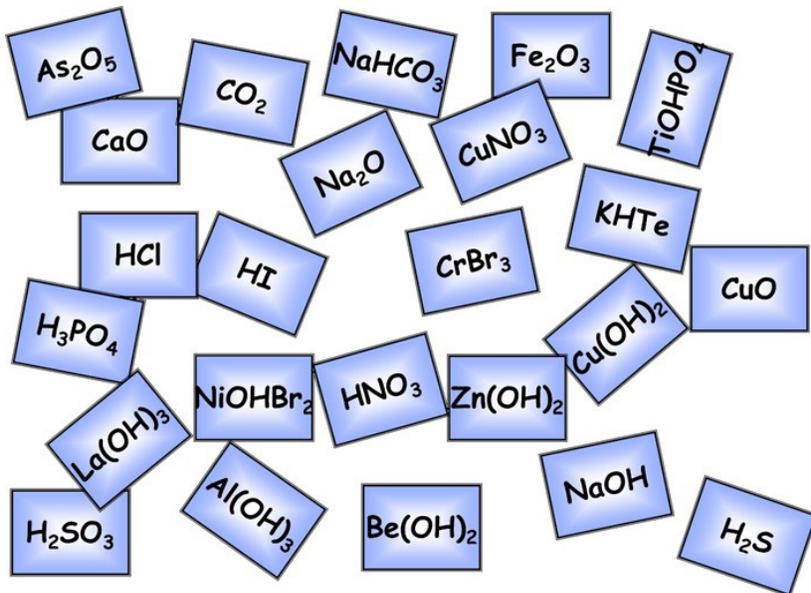


Figura 1 - Conjunto de tarjetas con los ejemplos de las representaciones moleculares

b) Dos Imágenes (una para cada participante) con el esquema de cuatro casas, cada una de las cuales tiene el nombre de una familia ácidos, hidróxidos, óxidos o sales (Figura 2).

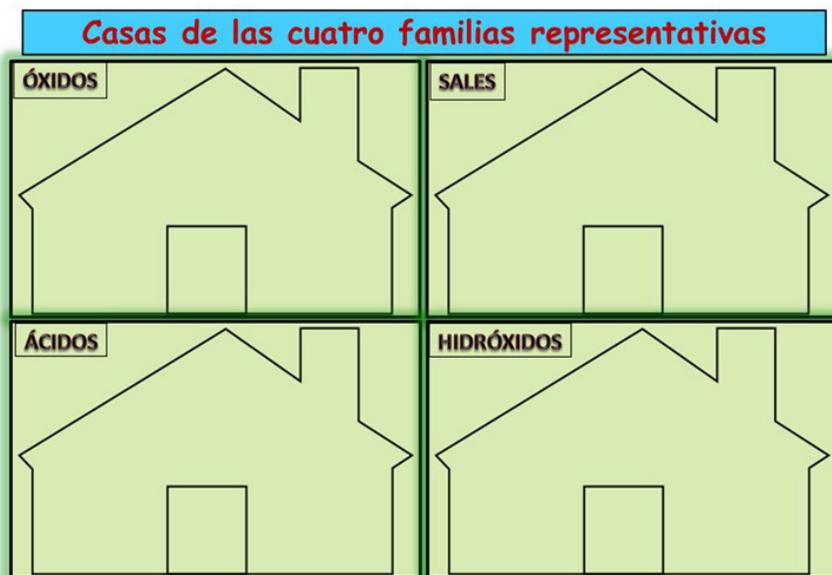


Figura 2 - Esquema de cuatro casas, con los nombres de las diferentes familias.

c) Hoja de respuesta (por duplicado, una para cada participante) con la cual se verifican los resultados correctos (Figura 3).

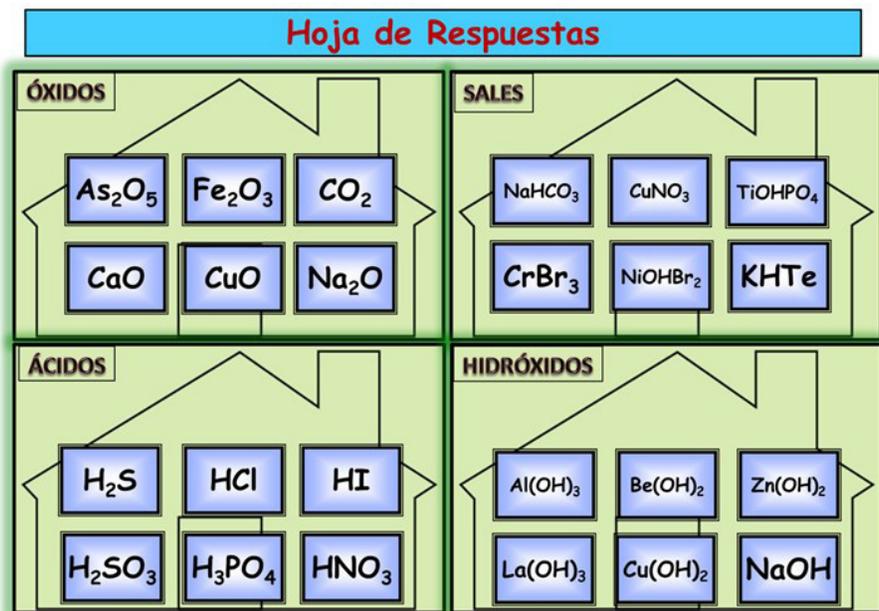


Figura 3 - Hoja de respuesta

d) Instructivo (por duplicado, uno para cada participante).

El juego se desarrolla con la competencia entre dos personas o equipos aplicando las siguientes acciones:

- 1.- Cada uno de los dos jugadores acomoda su hoja 1 (Casas de las cuatro familias representativas figura 2) y sus 24 tarjetas (figura 1), para iniciar la competencia.
- 2.- Con una señal, los dos competidores comienzan al mismo tiempo a colocar las tarjetas en las casas de acuerdo con la familia correspondiente atendiendo las siguientes indicaciones (Figura 4):



Figura 4 - Indicaciones para colocar las tarjetas en las casas

- 3.- El primer jugador que termine declara el fin de la competencia y se detienen las acciones.
- 4.- Cada jugador cuenta las tarjetas que el adversario colocó correctamente dentro de sus casas y las que colocó equivocadamente para lo cual se compara con la hoja de respuestas (figura 3).
- 5.- Cada tarjeta bien colocada le otorga un punto, mientras que cada tarjeta equivocada le resta dos puntos.
- 6.- El juego lo gana quien acumula más puntos, pero la contienda la gana el que llega primero a 3 de 5 juegos ganados. Los resultados se pueden registrar en el siguiente formato (Tabla 1):

	PUNTOS JUEGO 1	PUNTOS JUEGO 2	PUNTOS JUEGO 3	PUNTOS JUEGO 4	PUNTOS JUEGO 5
<b>PARTICIPANTE 1</b>					
<b>PARTICIPANTE 2</b>					

Tabla 1 - Formato para registrar respuestas

## REFERENCIAS

1. Chang, R. **Química**. México. Mc Graw-Hill Interamericana. 2007.
2. Eliel, E. L. **Elementos de Estereoquímica**. México. Limusa-Wiley. 1970.
3. Franco, M. A., Oliva, M. J.M. **Una revisión bibliográfica sobre el papel de los juegos didácticos en el estudio de los elementos químicos. Segunda parte: los juegos al servicio de la comprensión y uso de la tabla periódica**. Educación Química. México. 23 (4). 474–481. 2012. <http://www.scielo.org.mx/pdf/eq/v23n4/v23n4a8.pdf>

4. Haro, C. J. A. **Juego Didáctico para Familias Inorgánicas**. XX Congreso Nacional de Educación Química, Guerrero, México, 2001.

5. Whitten. K. W., Davis, R. E., Peck, M. L. y Stanley, G. G. **Química**. México. Cengage Learning. 2008.

# CAPÍTULO 11

## VISUALIZANDO DOMINIOS DINÁMICOS DE FUNCIONES VECTORIALES CON GEOGEBRA

*Data de aceite: 02/05/2022*

**Clara Regina Moncada Andino**

Tecnológico Nacional de México, Instituto  
Tecnológico de Zacatepec  
México

**Deyanira Ochoa Vásquez**

Tecnológico Nacional de México, Instituto  
Tecnológico de Zacatepec  
México

**Enrique López Durán**

Tecnológico Nacional de México, Instituto  
Tecnológico de Zacatepec  
México

*Línea:* Experiencia de aula a partir del trabajo con GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales—Educación terciaria de pregrado.

**RESUMEN:** Una función vectorial, comprendida en sus valores de definición, a través de recursos tecnológicos es de sumo interés en la construcción y fortalecimiento del conocimiento para las competencias matemáticas de este contenido. Un software aliando es GeoGebra, que permite al estudiante visualizar el impacto de los valores dinámicos del dominio, en funciones vectoriales, al implementar la construcción de estas funciones en el plano o en el espacio, así como manipular las funciones involucradas, que llevan al docente a diseñar actividades de enseñanza para un mejor aprovechamiento del

aprendizaje del estudiante, de tal manera que los resultados, en el porcentaje de acreditados, sea superado hasta en un veinte por ciento.

**PALABRAS CLAVE:** Curvas planas, superficies, cálculo vectorial.

**ABSTRACT:** A vectorial function, understood in its definition values, through technological resources and of great interest in the construction and strengthening of knowledge for the mathematical competences of this content. A software combining GeoGebra, which allows the student to visualize the impact of the dynamic values of the domain, in vectorial functions, to implement the construction of these functions in the plan or in the space, as well as how to manipulate the involved functions, which lead to the teacher to design teaching activities to better benefit from student learning, in such a way that the results, in terms of the percentage of accredited students, were surpassed in a single vein.

**KEYWORDS:** Plane curves, surfaces, vector calculus.

### 1 | INTRODUCCIÓN

Este trabajo es una experiencia docente del cuerpo académico: competencias y nuevas tecnologías, interesado en investigar, entre otros, el impacto del uso de un software de matemáticas (GeoGebra), para el desarrollo de competencias matemáticas, de estudiantes que cursan la materia de matemáticas, en el tercer semestre, y cursan carreras de ingeniería en el Instituto Tecnológico de Zacatepec, del

Tecnológico Nacional de México. En este trabajo se resalta que el uso de tecnologías está permitiendo la visualización de contenidos que por lo general son abstractos en el proceso educativo de las matemáticas, esto ocurre en cualquier nivel, sin que el nivel superior no quede excluido.

## 2 | OBJETIVO

Colocar al estudiante de ingeniería en el umbral que le permita representar funciones vectoriales en dominios de definición dinámicos para el logro del aprendizaje y su aplicación en modelos en diferentes contextos, es el principal interés de este trabajo.

## 3 | MARCO TEÓRICO

La incorporación de un software adecuado como GeoGebra aparece señalado en diversos reportes de investigación sobre el uso de tecnologías emergentes, considerando que se minimizan los procesos tradicionales algorítmicos para el aprendizaje de las matemáticas, lo que hace posible la inmediata verificación y la autoevaluación del estudiante, a través del análisis, valoración y rectificación de resultados del contenido aprendido, al experimentar de manera voluntaria e independientemente construcciones dinámicas.

Según Rojano (2005, pág. 25) hay un aumento notable motivacional del estudiante hacia el aprendizaje de las matemáticas y un cambio positivo en las actitudes hacia esta materia (Ursini et al., 2004) al utilizar tecnología. El trabajo de investigación que al respecto está realizando el cuerpo académico: competencias y nuevas tecnologías, Moncada (2014, pág.276) señala que, al incorporar tecnologías, se potencia el acompañamiento del aprendizaje de acuerdo al ritmo de los estudiantes, permitiendo la realimentación oportuna, en tiempo y forma de cada estudiante, de los equipos o del grupo en general.

## 4 | METODOLOGÍA Y RESULTADOS

Considerando el aporte documental del sitio oficial de GeoGebra (Instituto GeoGebra Internacional), a través de manuales y materiales a disposición de todos, se inició utilizando esas aplicaciones existentes, como objetos de aprendizaje. Posteriormente se hizo rediseño de las mismas y finalmente se diseñaron aplicaciones ad hoc a las necesidades específicas del contenido en estudio. En el último año se incorporó el laboratorio, una hora a la semana de matemáticas, utilizando guías diseñadas para realizarlas de manera individual o en equipos, no siempre éstas fueron consideradas como evidencias a valorar como parte del proceso de evaluación, pero sí para detectar los aspectos temáticos, que sobre funciones vectoriales, era preciso replantear y discutir en el aula o dejando una actividad fuera de clase, para fortalecer el aprendizaje, sobre los dominios de definición en

funciones vectoriales, en el plano y el espacio.

Ya que GeoGebra permite el movimiento dinámico de las construcciones, se logra una mejor comprensión de los valores de definición de las funciones vectoriales y tanto constatar como visualizar el efecto resultante causado en cada variación. Aunque existen otras opciones, GeoGebra es una tecnología emergente, que permite mejora en los procesos de enseñanza y aprendizaje en el estudio de funciones del cálculo vectorial y con ello, un mayor porcentaje de estudiantes acreditados.

## 5 | CONCLUSIONES

GeoGebra es un software potente fácil de aprender y utilizar en el aprendizaje de matemáticas; es gratuito, funciona en diversos dispositivos, plataformas, sistemas operativos y está en constante actualización, siendo accesible a todos: estudiantes, profesores e instituciones.

El logro del objetivo y competencias de la asignatura, cálculo vectorial, donde se estudian las funciones vectoriales, se ve concretado a través del pronunciado interés mostrado por los estudiantes, al poder construir y dinamizar los valores de definición de estas funciones, que posteriormente darán mayor significado al aplicarlo en modelos del contexto de la Ingeniería.

## REFERENCIAS

Instituto GeoGebra Internacional. (2015). Matemáticas dinámicas para aprender a enseñar. Recuperado en julio, 2016, de <http://www.geogebra.org/>.

Moncada, C.; Ochoa, D.; López, E.; et al. (2014). Investigación, aplicación y tendencias educativas en instituciones de educación superior en Iberoamérica. Editorial Umbral Digital. Mejora del desempeño docente a través del uso de tecnologías emergentes. (pp. 276-281). México.

Rojano, Ma. T. (2004—2005). *Enseñanza de la Física y las Matemáticas con Tecnología: Modelo 6e transformación 6e las prácticas y la interacción social en el aula*. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados CINVESTAV-IPN. Departamento de Matemática Educativa. Dirección General de Materiales de la Subsecretaría de Educación Básica, de la Secretaría de Educación Pública. Capítulo 2 (pp. 25-41). México.

Ursini S., Sánchez G., Butto C. y Orendain M. (2004). *El uso 6e la Tecnología en el Aula de Matemáticas: diferencias de género desde la perspectiva 6e los 6ocentes, Enseñanza 6e las Ciencias*, Vol. 22(3), (pp. 409-424); Barcelona, España.

## UNA INTRODUCCIÓN A LA MODELACIÓN DE FULLERENOS

*Data de aceite: 02/05/2022*

**Francisco Javier Sánchez-Bernabe**

UAM Iztapalapa, Departamento de Matemáticas  
Mexico

<https://orcid.org/0000-0001-6794-5736>

**RESUMEN:** Consideramos inicialmente fullerenos con una estructura tetraédrica, con un par de ejemplos: un fullereno clásico con 56 carbonos y otro fullereno no clásico formado por 120 carbonos, con heptágonos, además de pentágonos y hexágonos. Después dos fullerenos con una estructura cúbica son presentados: el primero es un fullereno no clásico formado por 132 carbonos y el segundo es un fullereno clásico con 152 carbonos. Finalmente, son considerados fullerenos con siete heptágonos, un primer ejemplo con 126 carbonos y para terminar, una pareja de fullerenos con 192 carbonos, pero con la diferencia de que en uno de los fullerenos, los heptágonos tienen como vecinos dos o tres pentágonos y los restantes polígonos son hexágonos. Por otro lado, uno de los heptágonos del otro fullereno tiene seis hexágonos como vecinos y solamente un pentágono.

**PALABRAS CLAVE:** Regra de pentágono aislado, fullereno no clásico, diagrama de Schlegel.

### AN INTRODUCTION TO FULLERENES MODELATION

**ABSTRACT:** Initially, fullerenes with tetrahedral

structure are considered, with a couple of examples: a classical fullerene with 56 carbons and other nonclassical fullerene formed by 120 carbons, with heptagons, besides pentagons, and hexagons. Later, two fullerenes with octahedral are presented: the first one is a nonclassical fullerene integrated by 132 carbons, and the second one is a classical fullerene with 152 carbons. Finally, fullerenes with seven heptagons are considered, a first example with 126 carbons, and a couple of fullerenes with 192 carbons, but with the difference that in one of them, heptagons are surrounded by two or three pentagons, and the other polygons are hexagons. On the other hand, the other fullerene has one heptagon surrounded by six hexagons, and just one pentagon.

**KEYWORDS:** isolated pentagon rule, nonclassical fullerene, Schlegel diagram.

### 1 | INTRODUCCIÓN

Los fullerenos son moléculas con la propiedad de que cada átomo está enlazado únicamente con tres vecinos. Considerando un átomo perteneciente a un fullereno y siguiendo la trayectoria, hacia un vecino, y luego a un vecino, del segundo átomo y así sucesivamente, de manera que la trayectoria forme un polígono, éste puede ser un pentágono o un hexágono en el caso de un fullereno clásico. Los pentágonos pueden estar aislados, es decir que cada pentágono esté rodeado por hexágonos; en este caso, se dice que se satisface la regla del pentágono aislado (isolated pentagon

rule). Además de la imagen tridimensional de un fullereno, es muy útil considerar una correspondiente representación bidimensional, conocida como Diagrama de Schlegel.

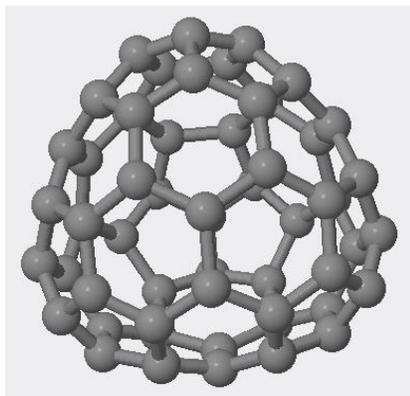


Figura 1. Fullereno con 56 carbonos.

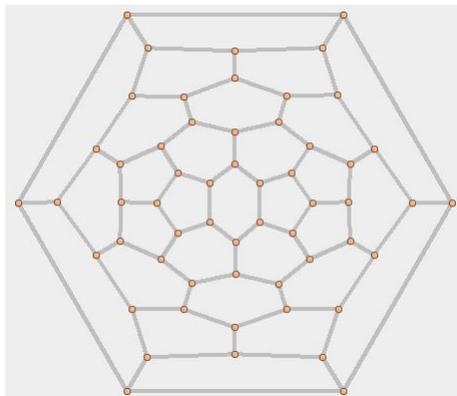


Figura 2. Diagrama de Schlegel de  $C_{56}$ .

## 2 | FULLERENOS CON ESTRUCTURA TETRAÉDRICA

El primer tipo de fullerenos que serán considerados consta de cuatro caras y cuatro vértices [1]. Como un ejemplo, tenemos una molécula con 56 carbonos. Cada una de las caras consta de tres hexágonos, mientras que cada vértice está formado tres pentágonos, que se encuentran unidos, por lo cual  $C_{56}$  no satisface la propiedad del pentágono aislado. Como una observación, todos los fullerenos clásicos constan de 12 pentágonos, en particular, puede comprobarse en  $C_{56}$  porque contiene cuatro conjuntos de tres pentágonos.

Como segundo ejemplo, presentamos un fullereno no clásico con 120 carbonos. Cada una de las caras está formada por un heptágono rodeado por cinco hexágonos y dos pentágonos. El número total de pentágonos, hexágonos y heptágonos es 19, 41 y 4, respectivamente.

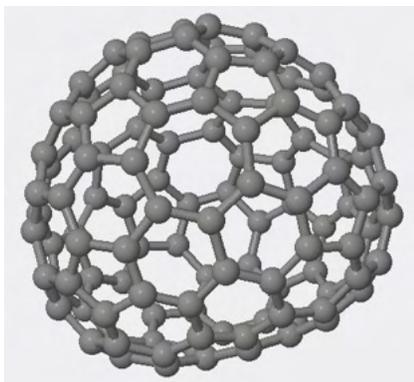


Figura 3. Fullereno con 120 carbonos

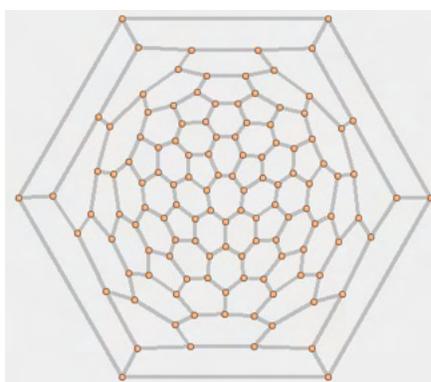


Figura 4. Diagrama de Schlegel de  $C_{120}$

### 3 | FULLERENOS CON ESTRUCTURA CÚBICA

Continuamos con un tipo de fullerenos que constan de seis caras y ocho vértices. Cada una de las caras está formada por dos heptágonos separados por dos pentágonos, además de cuatro hexágonos. Disponemos de un par de ecuaciones [2] que nos permitirán determinar el número de polígonos

$$5p + 6h + 7s = 3n$$

$$2p + 2h + 2s = n + 4$$

en donde  $n$  es el número de carbonos,  $p$  es el número de pentágonos,  $h$  es el número de hexágonos y  $s$  es el número de heptágonos. Si sustituimos  $n = 132$  y  $s = 12$ , obtenemos un sistema, cuya solución arroja 24 pentágonos y 32 hexágonos.

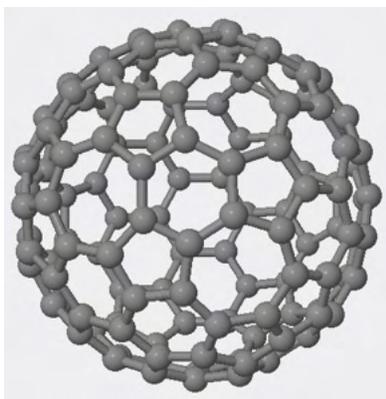


Figura 5. Fullerenos con 132 carbonos

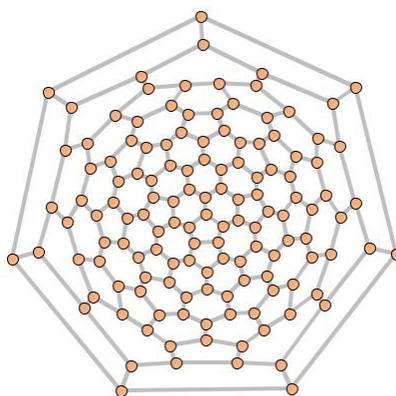


Figura 6. Diagrama de Schlegel de  $C_{132}$

Como una observación, un octaedro no es un fullereno porque en cada vértice confluyen cuatro aristas.

El siguiente fullereno es de tipo clásico con 152 carbonos [3].

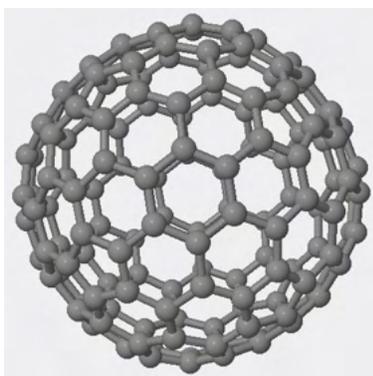


Figura 7. Fullerenos con 152 carbonos

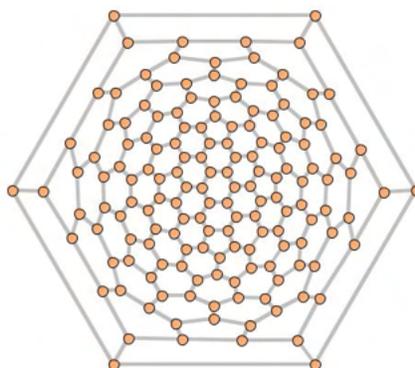


Figura 8. Diagrama de Schlegel de  $C_{152}$

Cada una de las seis caras está constituida por un hexágono rodeado por seis hexágonos, además de dos pentágonos. Dado que se trata de un fullereno clásico, el número total de pentágonos es igual a doce. Además, satisface la propiedad del pentágono aislado.

#### 4 | FULLERENOS CON SIETE HEPTÁGONOS

Los fullerenos con siete heptágonos tienen la característica de que en en relativamente pocos casos, es posible identificar algún tipo de simetría parecida a la tetraédrica o a la cúbica. En la Figura 9, aparece el Diagrama de Schlegel de un fullereno con 126 carbonos y 7 heptágonos,

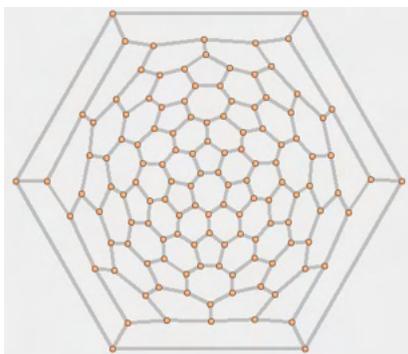


Figura 9. Fullereno con 126 carbonos

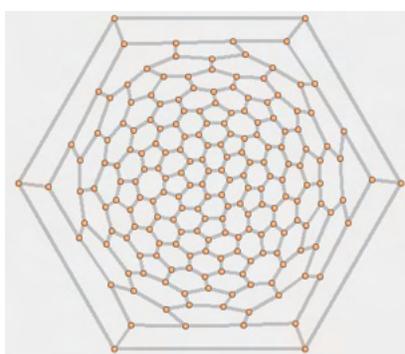


Figura 10. Fullereno con 192 carbonos

cinco de los cuales se encuentran a lo largo de una línea vertical que divide a la gráfica en dos porciones iguales, mientras que los restantes dos heptágonos se encuentran simétricamente dispuestos con respecto a la mencionada línea vertical. Utilizando la pareja de ecuaciones que se aplicó al fullereno con 132 carbonos, para determinar su número de pentágonos y de hexágonos, obtenemos que el número de pentágonos es igual a 19 y que el número de hexágonos es 39, para el fullereno  $C_{126}$ , en donde ya se sabía que su número de heptágonos es igual a 7.

Por otro lado, en la Figura 10, se muestra el Diagrama de Schlegel de un fullereno con 192 carbonos y 7 heptágonos [4], con la característica de que cada heptágono está rodeado por dos o tres pentágonos y el resto de los vecinos de tal heptágono, son hexágonos.

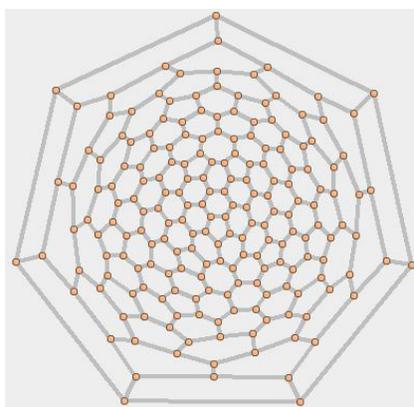
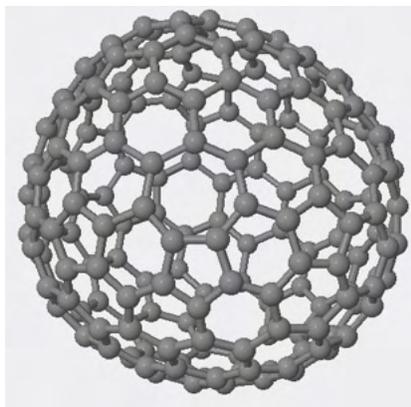


Figura 11. Fullerenos con 192 carbonos      Figura 12. Correspondiente diagrama Schlegel

Enseguida, en la Figura 11, aparece otro fullereno con 192 carbonos y 7 heptágonos, pero con la característica de que el heptágono que aprecia al centro de la Figura 11, solamente tiene un pentágono como vecino y seis hexágonos. Tal heptágono también se aprecia en la parte inferior del Diagrama de Schlegel de la Figura 12.

## 5 | CONCLUSIONES

Se han presentado fullerenos con estructura tetraédrica, el fullereno clásico  $C_{56}$  que no cumple con la propiedad del pentágono aislado, además del fullereno no clásico  $C_{120}$  que sí cumple con la propiedad del pentágono aislado. Por lo que respecta a los fullerenos con estructura cúbica, el fullereno no clásico  $C_{132}$  no satisface la propiedad del pentágono aislado. Por otro lado, el fullereno clásico  $C_{152}$  sí satisface la propiedad del pentágono aislado. Finalmente, entre los fullerenos con siete heptágonos,  $C_{126}$  es un ejemplo de un fullereno no clásico con cierta simetría y que además satisface la propiedad del pentágono aislado. La pareja de fullerenos con 192 carbonos resalta, que como consecuencia de la pareja de ecuaciones que relacionan el número de carbonos de un fullereno no clásico, con el número de heptágonos, hexágonos y pentágonos, si  $C_{192}$  tuviera 7 heptágonos, entonces el número de hexágonos debería ser igual a 72 y el número de pentágonos igual a 19. Este resultado es análogo al hecho de que todos los fullerenos clásicos tienen 12 pentágonos. Con respecto a la modelación o construcción de fullerenos, a veces puede partirse de algún fullereno para obtener otro. Por ejemplo, el fullereno clásico  $C_{152}$  de la Figura 7, puede obtenerse agregando en forma conveniente carbonos al fullereno clásico  $C_{60}$  de manera que consecuencia, se obtengan los hexágonos adicionales que exhibe  $C_{152}$ . Otra manera de generar fullerenos es mediante truncamiento. Como ilustración, si consideramos el fullereno con estructura cúbica  $C_{24}$  que consta de 6 cuadrados y 8 hexágonos, entonces cortamos los 24 vértices de los cuadrados de manera que se generen 24 triángulos, entonces el fullereno  $C_{72}$  con 24 triángulos, 8 dodecaedros y 6 octágonos, que también posee estructura cúbica.

## REFERENCIAS

- [1] Merkel A I, Starovoitov S A and Zarafutdinov R M (2019) Tetrahedral mini- and midi-fullerenes. *Materials Phys. and Mech.* **41** 52-61
- [2] Liu X. (2016) Generation of heptagon-containing fullerenes structures by computational methods. Master of Science in Chem, Thesis, Virginia Polytech Inst.
- [3] Sánchez-Bernabe, Francisco J, Escalona-Magdaleno, M. del Rosario (2021) On some fullerenes with cubic symmetry. *J. Phys: Conf. Ser.* **1730** 012044
- [4] Sánchez-Bernabe, Francisco J (2021) On some fullerenes with seven heptagonal rings. *Materials Meth. & Technologies* **15** 89-97

# CAPÍTULO 13

## MANUAL DE EXPERIMENTOS PARA UN CURSO DE QUÍMICA ORGÁNICA HETEROCÍCLICA ORIENTADO A LA CARRERA DE QUÍMICA DE ALIMENTOS

*Data de aceite: 02/05/2022*

### **Patricia Elizalde Galván**

Facultad de Química (Departamento de  
Química Orgánica)  
Universidad Nacional Autónoma de México  
Ciudad de México, México

### **Juan Gómez Dueñas**

Facultad de Química (Departamento de  
Química Orgánica)  
Universidad Nacional Autónoma de México  
Ciudad de México, México

### **Cristina del Carmen Jiménez Curiel**

Facultad de Química (Departamento de  
Química Orgánica)  
Universidad Nacional Autónoma de México  
Ciudad de México, México

### **Fernando León Cedeño**

Facultad de Química (Departamento de  
Química Orgánica)  
Universidad Nacional Autónoma de México  
Ciudad de México, México

### **Martha Menes-Arzate**

Facultad de Medicina (Departamento de  
Farmacología)  
Universidad Nacional Autónoma de México  
Ciudad de México, México

### **Margarita Romero Ávila**

Facultad de Química (Departamento de  
Química Orgánica)  
Universidad Nacional Autónoma de México  
Ciudad de México, México

**RESUMEN:** En este trabajo se presenta una propuesta de un manual de experimentos para la síntesis de compuestos heterocíclicos orientado a la carrera de Química de Alimentos, de la Facultad de Química de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM). Los objetivos que nos planteamos fueron: Introducir a los estudiantes de Química de Alimentos a la síntesis de compuestos heterocíclicos aromáticos análogos a los que se forman durante la reacción de Maillard, en el que se discuten y analizan los mecanismos de reacción. Concientizar al alumno de la importancia de la Química Verde en los procedimientos experimentales, para disminuir la contaminación y evitar en lo posible la generación de residuos. Debido a la importancia que tiene la Química sobre el impacto ambiental, en las metodologías que se emplean se hace uso de algunos de los 12 principios de Química Verde. Consideramos que lo anterior permite al alumno, comprender la analogía de los anillos heterocíclicos que se forman durante los procesos de cocción, asado y freído de los alimentos, así como crear conciencia sobre la importancia que tiene preservar y mantener un medio ambiente saludable.

**PALABRAS CLAVE:** Reacción de Maillard, Química Verde, Heterocíclica.

MANUAL DE EXPERIMENTOS PARA  
UN CURSO DE QUÍMICA ORGÁNICA  
HETEROCÍCLICA ORIENTADO A  
CARREIRA EM QUÍMICA DE ALIMENTOS

**RESUMO:** Este artigo apresenta uma proposta de manual de experimentos para a síntese de

compuestos heterocíclicos orientados para a carreira de Química de Alimentos da Faculdade de Química da Universidade Nacional Autônoma do México (UNAM). Os objetivos que nos propusemos foram: Apresentar aos alunos de Química de Alimentos a síntese de compostos heterocíclicos aromáticos análogos aos formados durante a reação de Maillard, nos quais os mecanismos da reação são discutidos e analisados. Conscientizar os alunos sobre a importância da Química Verde em procedimentos experimentais, para reduzir ao máximo a poluição e evitar a geração de resíduos. Devido à importância que a Química tem no impacto ambiental, nas metodologias que são utilizadas, são utilizados alguns dos 12 princípios da Química Verde. Acreditamos que o exposto permite ao aluno compreender a analogia dos anéis heterocíclicos que se formam durante os processos de cozimento, assamento e fritura dos alimentos, bem como conscientizar sobre a importância de preservar e manter um ambiente saudável.

**PALAVRAS-CHAVE:** Reação de Maillard, Química Verde, Heterocíclico.

## MANUAL OF EXPERIMENTS FOR A COURSE OF HETEROCYCLIC ORGANIC CHEMISTRY ORIENTED TO THE CAREER IN FOOD CHEMISTRY

**ABSTRACT:** This paper presents a proposal for a manual of experiments for the synthesis of heterocyclic compounds oriented to the Food Chemistry career of the Faculty of Chemistry of the National Autonomous University of Mexico (UNAM). The objectives we set ourselves were: Introduce Food Chemistry students to the synthesis of aromatic heterocyclic compounds analogous to those formed during the Maillard reaction, in which the reaction mechanisms are discussed and analysed. Make the student aware of the importance of Green Chemistry in experimental procedures, to reduce pollution and avoid the generation of waste as much as possible. Due to the importance that Chemistry has on the environmental impact, in the methodologies that are used, some of the 12 principles of Green Chemistry are used. We believe that the above allows the student to understand the analogy of the heterocyclic rings that are formed during the cooking, roasting and frying processes of food, as well as to create awareness about the importance of preserving and maintaining a healthy environment.

**KEYWORDS:** Maillard Reaction, Green Chemistry, Heterocyclic.

## INTRODUCCIÓN

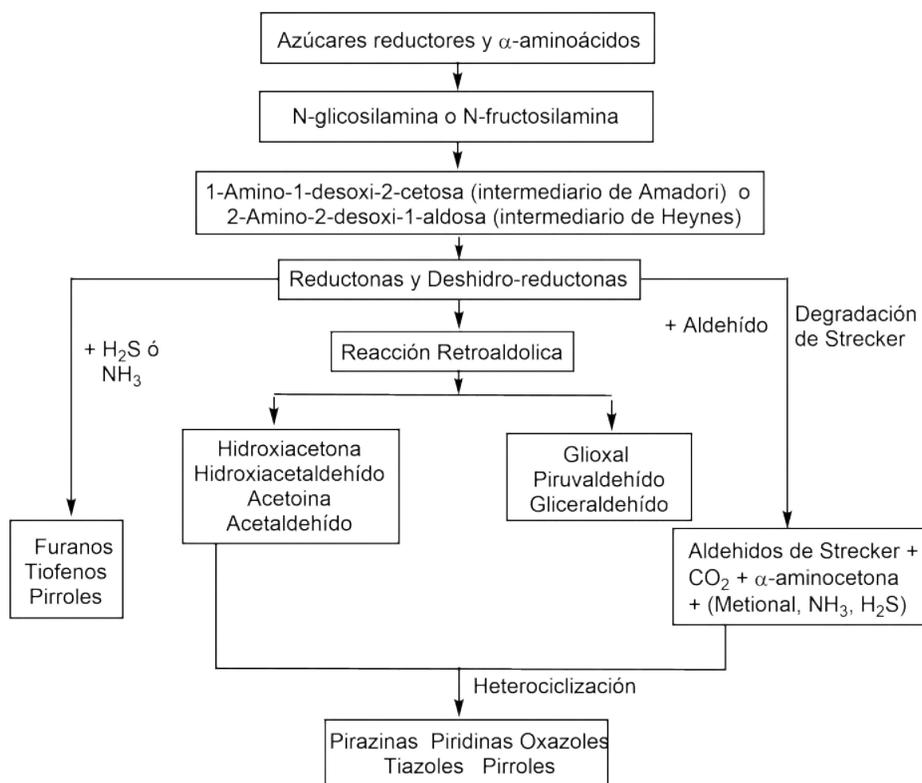
Durante la elaboración de los alimentos se emplean procesos térmicos, tales como, la cocción, el tostado, el freído y la esterilización, los cuales propician que se lleven a cabo reacciones químicas como la reacción de Maillard, la caramelización y la oxidación de lípidos, lo cual permite que se obtengan productos que presenten una alta calidad, una vida útil prolongada y que sean seguros para el consumo. También se logran modificar las propiedades sensoriales de los alimentos mejorando el sabor, el color y el aroma de estos.

## REACCIÓN DE MAILLARD

Louis Camille Maillard (bioquímico francés 1878-1936) [1], fue quien descubrió la reacción que lleva su nombre [2] "*Reacción de Maillard*" (1912), también conocida como

glicación no enzimática de proteínas, la cual se lleva a cabo entre un azúcar reductor (monosacárido, disacárido o polisacárido, ya sea una cetosa o una aldosa) y un grupo amino libre proveniente de un aminoácido, péptido o una proteína. Esta reacción es la responsable de propiedades deseables en los alimentos, como la apariencia y el sabor de estos. Se le vincula con la aparición del aroma, el color y el sabor del tostado de café y del cacao en grano, así como en el asado de la carne, el horneado de los pasteles, el pan y las galletas [3]. También se sabe que en los alimentos la reacción de Maillard depende de varios factores como son, el tipo de azúcar, el tipo de residuo de aminoácido, la temperatura, el pH, la presencia de agua, de disoluciones reguladoras y la presencia de oxígeno, así como de la naturaleza del alimento [4].

La reacción de Maillard implica tres etapas principales, las cuales se pueden ver en la adaptación del diagrama de Hodge, esquema 1: [5, 6]



Esquema 1. Principales etapas de la reacción de Maillard.

Los compuestos producidos en la segunda etapa pueden reaccionar entre sí y con grupos amino para formar las melanoidinas y a compuestos avanzados de la reacción de glicación (AGE's) en la reacción de Maillard. Se ha determinado que las melanoidinas se

forman por medio de la polimerización de diferentes heterociclos gracias a los compuestos carbonílicos que se forman por reacciones retro-aldólicas, etc, los cuales dan dureza y color a la carne. Hasta la fecha no se ha podido determinar con certeza alguna estructura las melanoidinas, pero lo que si se ha determinado es que son mezclas de polímeros de diferentes pesos moleculares.

## QUÍMICA VERDE

La Química Verde recientemente ha adquirido gran relevancia, debido a la importancia que tiene el cuidado del medio ambiente. El programa de Química Verde se desarrolló a finales del siglo XX, el cual fue propuesto originalmente en los Estados Unidos de Norteamérica (Warner and Anastas, 2000) y en la actualidad se aplica tanto en la Unión Europea como en otras partes del mundo. Esta estrategia que se ha aplicado tanto a nivel educativo, científico e industrial, y la cual busca implementar buenas prácticas en la síntesis de compuestos químicos. La propuesta consta de *12 principios*, los cuales fueron propuestos por Paul Anastas, quien entonces se encontraba trabajando en la EPA (Agencia de Protección Ambiental, por sus siglas en inglés) y por John C. Warner (Universidad de Massachusetts, Lowell) [7]. Estos principios son una guía que ayuda a explicar y aplicar lo que significa la definición de la Química Verde [8].

Los *12 principios* proporcionan un marco de referencia para que los químicos puedan aplicar la filosofía de la química verde y son los siguientes:

1. Prevención en la generación de residuos.
2. Maximizar la economía atómica.
3. Síntesis empleando sustancias no tóxicas.
4. Diseño seguro, con productos químicos eficaces y de poca toxicidad.
5. Evitar el uso de sustancias auxiliares.
6. Eficiencia energética.
7. Uso de materias primas renovables.
8. Reducción de derivados.
9. Catálisis: se emplearán catalizadores lo más selectivos posibles.
10. Degradación limpia para que los productos químicos no persistan en el medio ambiente.
11. Análisis (monitoreo) continuo de contaminación.
12. Seguridad intrínseca y prevención de accidentes.

Cuando un químico toma en cuenta estos principios, él mismo ayuda al cuidado del medio ambiente y a la larga se pueden disminuir los gastos económicos de las compañías al reducir el costo que implica el tratamiento de los residuos (que se minimizan el aplicar los

principios), el control de la contaminación y la cantidad de energía utilizada. Esta propuesta cae dentro de un concepto más amplio como lo es la sustentabilidad (desarrollo sustentable o sustentabilidad ecológica) [9].

## MATERIALES Y MÉTODOS

El manual propuesto consta de 10 prácticas que se realizan durante un semestre, el cual contiene en su programa anillos heterocíclicos de 5 miembros con 1 heteroátomo (síntesis de furanos, síntesis y reactividad de pirroles y síntesis de índoles), anillos heterocíclicos de 5 miembros con 2 heteroátomos (síntesis de isoxazoles, síntesis de imidazoles y reacciones de azoles), anillos heterocíclicos de 6 miembros con 1 heteroátomo (síntesis de piridinas) y anillos heterocíclicos de 6 miembros con 2 heteroátomos (síntesis de pirazinas y pirimidinas). Cada práctica tiene una etapa de síntesis, una de aislamiento, y finalmente una de purificación, la cual generalmente es una recrystalización, que puede ser simple o por par de disolventes. La caracterización se hace por comparación del punto de fusión experimental con respecto al teórico.

El material utilizado es el de uso común en un laboratorio de Química Orgánica de nivel licenciatura. Las metodologías implementadas hacen uso de algunos de los 12 principios de la Química Verde, en los que generalmente la reacción se lleva a cabo a temperatura ambiente, se genera un mínimo de residuos y a través de un diagrama de flujo se indica el tratamiento que se les debe dar a los mismos, operación que se realiza en la Unidad de Gestión Ambiental (UGA) de la Facultad de Química de la UNAM.

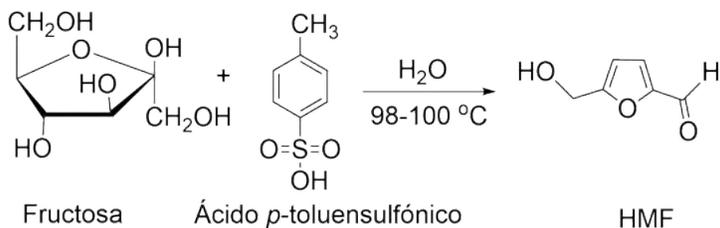
## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El manual consta de 10 prácticas por lo que resulta un poco complicado explicar explícitamente cada una de ellas, se mencionan dos de las más representativas. Es posible descargar el manual en la Red Universitaria de Aprendizaje (RUA) de la Universidad Nacional Autónoma de México (<https://www.rua.unam.mx/portal/recursos/ficha/85211>).

**Práctica 1.** Síntesis de furanos. Obtención del 5-hidroximetilfurfural (HMF).

Es representativa para los químicos de alimentos, ya que el HMF; se forma por la descomposición térmica de la fructosa y está presente en la mayoría de los alimentos procesados, tales como miel, fórmulas infantiles, leche, bebidas alcohólicas etc. [10] El Instituto Nacional de Ciencias de la Salud Ambiental (NIEHS) designo al HMF como un cancerígeno potencial.

En este experimento, para optimizar la obtención del HMF, se realizó un estudio sistemático de la reacción de deshidratación de la fructosa, en la que se variaron las condiciones de reacción, tales como: tiempo de reacción, catalizador ácido catalizador (ácido *p*-toluensulfónico), y cantidad de catalizador de transferencia de fase (sal de amonio) [11]. Los resultados se resumen en la siguiente tabla.



Corrida	Sal de amonio (g)	T. R. (min)	Rendimiento (%)
1	Bu <sub>4</sub> NOH    4	5	55.7
2	Bu <sub>4</sub> NOH    4	15'	87.5
3	Bu <sub>4</sub> N(HSO <sub>4</sub> ) 4	5	16.1
4	Bu <sub>4</sub> N(HSO <sub>4</sub> ) 4	15'	33.7
5	Bu <sub>4</sub> NBr    4	5	79.7
6	Bu <sub>4</sub> NBr    4	15'	78.1
7	Bu <sub>4</sub> NBr    2	5	74.6
8	Bu <sub>4</sub> NBr    2	15	73.6
9	Bu <sub>4</sub> NBr    1	5	18.6
10	Bu <sub>4</sub> NBr    1	15	14.4

\* La reacción se monitoreo a los 5, 10 y 15 min

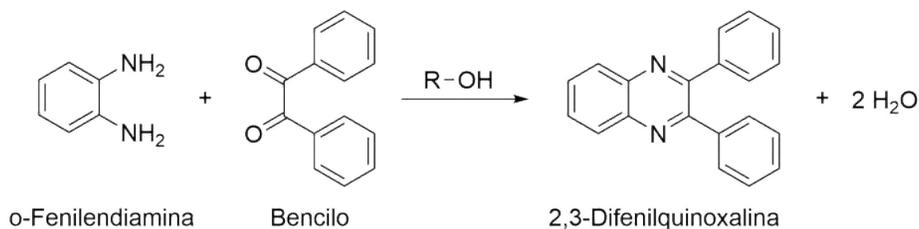
Tabla 1. Resultados obtenidos en la optimización de la síntesis del HMF.

Como se observa en la tabla 1, los resultados óptimos se obtienen cuando la reacción se lleva a cabo utilizando 1 g de fructosa, para el caso del catalizador de transferencia de fases se probó con 4, 2 y 1 g de hidróxido de tetra-*n*-butil amonio, se obtiene mejor rendimiento con 4 g, sin embargo se eligió trabajar con 2 g, ya que la diferencia en rendimiento entre 4 y 2 g, no es significativa, 0.5 mL de H<sub>2</sub>O y 0.1 g de ácido *p*-toluensulfónico, este último se agrega cuando la temperatura de la mezcla de reacción es de 98-100 °C, y se mantiene a esta temperatura durante 5 ó 15 minutos.

El TMF puro se caracterizó por espectroscopia de RMN <sup>1</sup>H y <sup>13</sup>C:

RMN <sup>1</sup>H (300 MHz, CDCl<sub>3</sub>) δ ppm: 9.52 (s, 1H), 7.20 (d, *J*=3.6 Hz, 2H), 6.50 (d, *J*=3.6 Hz, 2H), 4.43 (s, 2H), 3.11 (ba, 1H); RMN <sup>13</sup>C (75 MHz, CDCl<sub>3</sub>) δ ppm: 177.7, 161.0, 152.0, 123.6, 110.0, 56.9.

**Práctica 9.** Síntesis de pirazinas, en esta práctica se obtiene la 2,3-difenilquinoxalina, a través de un procedimiento de Química Verde por excelencia, ya que ocurre a temperatura ambiente, con agitación manual y en un intervalo de tiempo de 3 a 10 min, dependiendo del alcohol que se utilice. Determinamos que es importante el uso de un disolvente polar prótico para que la reacción ocurra, en presencia de un disolvente aprótico (cloruro de metileno) se requiere de un catalizador ácido.



Disolvente	Tiempo de reacción (min)	Rendimiento (%)	
Alcohol metílico	5	88.7 <sup>a</sup>	72.9 <sup>b</sup>
Alcohol etílico	10	86.6 <sup>a</sup>	63.7 <sup>b</sup>
Alcohol isopropílico	3	84.3 <sup>a</sup>	57.6 <sup>b</sup>

<sup>a</sup> Rendimiento obtenido experimentalmente. <sup>b</sup> Rendimiento obtenido por los estudiantes.

Tabla 2. Resultados de la síntesis de la 2,3-difenilquinoxalina.

Los resultados de la tabla 2, muestran que la reacción con alcohol *iso*-propílico es más rápida, sin embargo, el mejor rendimiento se obtiene con alcohol metílico.

## CONCLUSIONES

1. Se logró adaptar la síntesis de diversos anillos heterocíclicos, haciendo analogía con los heterociclos que se forman en el proceso de cocción, asado y freído de los alimentos, durante de reacción de Maillard, en sus diferentes etapas, así como la importancia de estos anillos en Química de Alimentos.
2. Se lograron implementar algunos de los 12 principios de la Química Verde, en las prácticas del Manual de Química Orgánica III, para Químicos de Alimentos.
3. Se ha creado conciencia entre los estudiantes, sobre la importancia que tiene el cuidado del medio ambiente, a través de las metodologías de Química Verde implementadas en el programa de enseñanza práctica de Química Orgánica III para la licenciatura Químicos de Alimentos, así como el tratamiento correspondiente que se les debe dar a los residuos generados.

## AGRADECIMIENTOS

Se agradece el apoyo económico proporcionado por el Programa de Apoyo a Proyectos para la Innovación y Mejoramiento de la Enseñanza (PAPIME) de la Facultad de Química de la UNAM. Proyecto PE205317.

## REFERENCIAS

1. BARHAM, P.; *et al.* "Molecular Gastronomy: A New Emerging Scientific Discipline", *Chem. Rev.* 2010, **110**, 2313–2365. ISSN: 0009-2665.
2. MAILLARD, L. C. "Condensation des acides amines en presence de la glycerine; Cycloglycylglycine et polypeptides", *C. R. Hebd. Seances Acad. Sci.* 1911, **153**, 1078-1080.
3. MAILLARD, L. C. "Action des acides amines sur les sucres: formation des melanoidines par voie methodique", *C. R. Hebd. Seances Acad. Sci.* 1912, **154**, 66-68.
4. HODGE, J. E. "Chemistry of Browning Reactions in Model Systems". *J. Agric Food Chem.* 1953, **1**, 928-943. HEMMLER, D.; *et al.* "Evolution of Complex Maillard Chemical Reactions, Resolved in Time", *Scientific Reports.* 2017, **7**, 3227. ISSN: 2045-2322.
5. LEE, Y. Y.; *et al.* "New functionalities of Maillard reaction products as emulsifiers and encapsulating agents, and the processing parameters: a brief review" *J Sci Food Agric.* 2017, **97** (5), 1379-1385. ISSN: 1097-0010.
6. HELLWIG, M.; HENLE, T. "Maillard Reaction" *Angew. Chem. Ind. Ed.* 2014, **53**, 10316-10329. ISSN: 1433-7851.
7. ANASTAS, P. T. and WARNER, J. C. *Green Chemistry: Theory and Practice*, 1st. Edition. London, England, Ed. Oxford University Press, 2000. ISBN 978-0-19-850698-0.
8. FUHRHOP, J. H.; LI, G. *Organic Synthesis: Concepts and Methods*, 3rd. Edition. Weinheim, Federal Republic of Germany, John Wiley & Sons-VCH Verlag GMBH & Co, 2003. ISBN: 978-3-527-30272-7.
9. LEÓN-CEDEÑO, F. "Experiencias en la Implementación de las Técnicas de Química Verde (ó Química Sustentable)", *Anuario Latinoamericano de Educación Química*, **XXIV**, 2008-2009, 133-143.
10. RADA-MENDOZA, M.; *et al.* "Formation of hydroxymethylfurfural and furosine during the storage of jams and fruit-based infant foods", *Food Chemistry.* 2004, **85**, 605-609. ISSN: 0308-8146.
11. SIMEONOV, P. S.; COELHO, A. S. J.; AFONSO, A. M. C. "Synthesis of 5-(hydroxymethyl)furfural (HMF)", *Org. Synth.* 2016, **93**, 29-36. ISSN: 2333-3553.

## DETECCIÓN DE VINOS PERUANOS CON DIFERENTES TIEMPOS DE EXPOSICIÓN AL AMBIENTE UTILIZANDO NARICES ELECTRÓNICAS

*Data de aceite: 02/05/2022*

**María del Rosario Sun Kou**

<https://orcid.org/0000-0002-0432-3013>

**Henry Cárcamo Cabrera**

<https://orcid.org/0000-0003-2229-2115>

**Ana Lucía Paredes-Doig**

<https://orcid.org/0000-0002-7180-2823>

**Elizabeth Doig-Camino**

<https://orcid.org/0000-0002-2407-0738>

**Gino Picasso**

<https://orcid.org/0000-0002-5553-5278>

**Adolfo La Rosa-Toro Gómez**

<https://orcid.org/0000-0001-8143-9936>

**RESUMEN:** En este trabajo se presentan los resultados del análisis de la selectividad, estabilidad y reproducibilidad de las señales de sensado obtenidos de los sensores a base de óxido de estaño dopados con paladio y/o platino (en concentraciones bajas), con y sin recubrimiento de zeolita (se trabajó con dos narices electrónicas), en contacto con seis vinos peruanos semisecos con diferentes tiempos de exposición al ambiente. Para este estudio se midieron las señales de sensado del aroma de los vinos inmediatamente después de descorcharlos (0 horas) y luego de estar expuesto al ambiente durante 24 h y 168 h (7 días). La señal de respuesta de los sensores dopados con paladio, en contacto con el aroma de los vinos

que fueron expuestos al ambiente por 24 h en comparación con los valores obtenidos por los mismos sensores en contacto con los vinos sin exposición al ambiente; esto se puede deber al mayor contenido de alcohol, como resultado de la fermentación del vino expuesto al ambiente. Y fue más notorio con los vinos Ocucaje Borgoña, Tabernero Borgoña y Tabernero Gran Rosé. Por otro lado, se observó que la intensidad de la señal de sensado en los sensores dopados con platino se incrementó respecto de la obtenida con los sensores dopados con paladio. Sin embargo, en la mayoría de los casos, dicha intensidad no varía apreciablemente al comparársela con la obtenida en contacto con el vino sin exposición al ambiente; lo que parece indicar que los sensores dopados con platino presentan mayor selectividad, pero menor sensibilidad. La intensidad de la señal obtenida con los vinos expuestos al ambiente por 168 h se incrementó con los sensores dopados con Pt sin recubrimiento de zeolita: 0,1%Pt/SnO<sub>2</sub> (en contacto con los vinos Tacama Rosé y Santiago Queirolo Rosé), 0,2%Pt/SnO<sub>2</sub> (en contacto con los vinos Ocucaje Borgoña y Santiago Queirolo Magdalena), con el resto de los sensores la señal varió un poco; y en general, continuó siendo mayor comparada con la obtenida con los sensores dopados con paladio sin recubrimiento de zeolita. En el caso de los sensores dopados con Pt y con recubrimiento de zeolita en contacto con los vinos expuestos al ambiente por 168 h si se observó que la intensidad de la señal de sensado descendió en los sensores 0,1%Pt/SnO<sub>2</sub>-Z y 0,2%Pt/SnO<sub>2</sub>-Z. Los vinos que se emplearon fueron Ocucaje Borgoña, Tabernero Borgoña, Santiago Queirolo

Magdalena y Santiago Queirolo Rosé, se desconoce la causa real de este efecto. En este estudio se evidenció que el recubrimiento de zeolita en los sensores incrementa la intensidad de la señal de sensado, debido posiblemente a que la zeolita actúa de dos formas, una como catalizador formando compuestos más sensibles a los sensores y otra como tamiz molecular, reteniendo los componentes volátiles en su superficie, favoreciendo de este modo la interacción de éstos con el sensor. A medida que el vino está más expuesto al ambiente, éste reacciona formando nuevos componentes que interactúan con los sensores, en la mayoría de los casos en forma positiva y en otras en forma negativa, como sucedió con los sensores de óxido de estaño dopados con platino con recubrimiento de zeolita.

## INTRODUCCIÓN

La nariz electrónica posee características diferentes a las técnicas cromatográficas para el análisis del aroma de los alimentos o bebidas. Es un sistema que permite hacer un análisis de corto tiempo, permite además detectar y procesar la fracción volátil del alimento de forma global, al igual que lo hace la nariz humana, permitiendo clasificar los diferentes alimentos en función de su similitud aromática, aunque no determina la composición de dicho aroma [1].

La nariz electrónica se define como un instrumento dotado de sensores químicos y de un programa quimiométrico de reconocimiento de modelos, que es capaz de reconocer y comparar olores individuales o complejos. Al igual que el sistema olfativo humano, su objetivo es relacionar el aroma que se percibe con una respuesta que, tras ser almacenada en la memoria, servirá como modelo en posteriores análisis [2].

Existe una variedad amplia de sensores de gas, tanto comerciales como en investigación, los cuales en función del proceso de detección pueden categorizarse en sensores químicos, de vibración (masa), conductivos, capacitivos, termométricos, calorimétricos, electroquímicos, ópticos y biológicos [3].

En el proyecto se ha planteado desarrollar un sistema de detección de gases que permita medir la respuesta de un conjunto de sensores de óxidos metálicos [4], específicamente sensores de óxido de estaño dopados con metales nobles [5,6] y óxido de estaño modificado con zeolita, para que en conjunto con algoritmos de reconocimiento de patrones configuren una nariz electrónica [7] que sea capaz de diferenciar aromas de vinos peruanos.

Capone et al. [8] estudiaron los componentes volátiles de dos diferentes vinos típicos de Apulian-Italia mediante cromatografía de gases acoplado con espectrometría de masas (GC-MS) y los compararon con una nariz electrónica (E-nariz). Las respuestas obtenidas de los sensores que componían la nariz electrónica fueron analizadas mediante el programa de Análisis de Componentes Principales (PCA) para investigar la capacidad de discriminación del conjunto de sensores en contacto con los vinos, donde obtuvieron resultados satisfactorios que permitieron diferenciarlos.

García et al. [9] estudiaron la diferenciación entre diferentes vinos de la misma variedad de uvas que provenían de la misma bodega, haciendo uso de una nariz electrónica. Los resultados obtenidos mostraron que la nariz electrónica fue capaz de identificar los vinos probados.

En el presente trabajo, se logró observar la estabilidad, reproducibilidad y selectividad de sensores de SnO<sub>2</sub> dopados midiéndose estos cuando se detectaron vinos peruanos semisecos en dos narices electrónicas.

## METODOLOGÍA

### Detección de la fracción volátil (aroma) de los vinos peruanos

Para cada ensayo se utilizó aproximadamente 100 mL de vino, que fue depositado en un burbujeador diseñado de manera tal que permitiera separar la fracción volátil del vino y con ayuda de una bomba se transportaba dicha fracción hacia la cámara de gases donde estaba ubicado el arreglo de sensores que conformaba la nariz electrónica. En esta investigación se trabajó con dos arreglos de sensores, es decir, dos narices electrónicas que se indican a continuación:

Sensores a base de óxidos de estaño dopados con diferentes concentraciones de paladio (0,1; 0,2; 0,3 y 0,5% Pd), con y sin recubrimiento de zeolita.

Sensores a base de óxidos de estaño dopados con diferentes concentraciones de platino (0,1; 0,2; 0,3 y 0,5% Pt) con y sin recubrimiento de zeolita.

En cada caso las medidas de sensado de la fracción volátil (aroma) de los vinos se realizó por cuadruplicado utilizando los siguientes parámetros de medición:

Temperatura de sensado: 260°C

Tiempo de purga inicial: 120 segundos

Tiempo de arrastre de la muestra: 30 segundos

Tiempo de lectura: 40 segundos

Tiempo de purga final: 240 segundos

Tiempo de ciclo: 430 segundos

Posteriormente, se realizaron las medidas de sensado por cuadruplicado de los vinos luego de ser expuestos al ambiente durante 24 h y 168 h (7 días).

Con los resultados obtenidos se graficó la respuesta del sensor ( $V/V_r$ ) versus el tiempo de medida, donde “V” es la medida del voltaje obtenida de la muestra en relación al voltaje de referencia “V<sub>r</sub>” de la señal usada en el equipo que es de 5.2V.

En la tabla 1 se detallan los sensores preparados en este proyecto de investigación y en la tabla 2 se describe los vinos peruanos semisecos utilizados en los análisis.

Sensor sin zeolita	Descripción	Sensor con zeolita	Descripción
SnO <sub>2</sub>	Sensor de óxido de estaño sin dopar	SnO <sub>2</sub> -Z	Sensor de óxido de estaño sin dopar recubierto con zeolita
0.1%Pt/SnO <sub>2</sub>	Sensor de óxido de estaño dopado con platino al 0.1%	0.1%Pt/SnO <sub>2</sub> -Z	Sensor de óxido de estaño dopado con platino al 0.1% recubierto con zeolita
0.2%Pt/SnO <sub>2</sub>	Sensor de óxido de estaño dopado con platino al 0.2%	0.2%Pt/SnO <sub>2</sub> -Z	Sensor de óxido de estaño dopado con platino al 0.2% recubierto con zeolita
0.3%Pt/SnO <sub>2</sub>	Sensor de óxido de estaño dopado con platino al 0.3%	0.3%Pt/SnO <sub>2</sub> -Z	Sensor de óxido de estaño dopado con platino al 0.3% recubierto con zeolita
0.5%Pt/SnO <sub>2</sub>	Sensor de óxido de estaño dopado con platino al 0.5%	0.5%Pt/SnO <sub>2</sub> -Z	Sensor de óxido de estaño dopado con platino al 0.5% recubierto con zeolita
0.1%Pd/SnO <sub>2</sub>	Sensor de óxido de estaño dopado con paladio al 0.1%	0.1%Pd/SnO <sub>2</sub> -Z	Sensor de óxido de estaño dopado con paladio al 0.1% recubierto con zeolita
0.2%Pd/SnO <sub>2</sub>	Sensor de óxido de estaño dopado con paladio al 0.2%	0.2%Pd/SnO <sub>2</sub> -Z	Sensor de óxido de estaño dopado con paladio al 0.2% recubierto con zeolita
0.3%Pd/SnO <sub>2</sub>	Sensor de óxido de estaño dopado con paladio al 0.3%	0.3%Pd/SnO <sub>2</sub> -Z	Sensor de óxido de estaño dopado con paladio al 0.3% recubierto con zeolita
0.5%Pd/SnO <sub>2</sub>	Sensor de óxido de estaño dopado con paladio al 0.5%	0.5%Pd/SnO <sub>2</sub> -Z	Sensor de óxido de estaño dopado con paladio al 0.5% recubierto con zeolita

Tabla 1. Nomenclatura de los sensores preparados en este trabajo

Vino	Nomenclatura	Descripción
Tabernero Gran Rose	TGR	Cepa: Merlot, Chenin, Muscat de Alejandría Vino Rose Semiseco Año: 2016 Grado alcohólico (G.A): 11%
Tabernero Borgoña	TB	Cepa: Borgoña Vino Tinto Semiseco Año: 2016 G.A: 11%
Santiago Queirolo Magdalena	SQM	Cepa: Malbec y Tannat Vino Tinto Semiseco Año: 2015 G.A: 11.5%
Santiago Queirolo Rose	SQR	Cepa: Shiraz Vino Rose Semiseco Año: 2015 G.A: 11.5%
Tacama Rose	TR	Cepa: Predomina la cepa Malbec Vino Rose Semiseco Año: 2015 G.A: 12.5%

Ocucaje Borgoña	OB	Cepa: Borgoña Vino Tinto Semiseco Año: 2015 G.A: 11%
-----------------	----	---

Tabla 2. Descripción de los vinos empleados en los análisis utilizando la nariz electrónica

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

### Detección del aroma de los vinos sin exposición al ambiente

En esta primera parte del trabajo se realizó la detección del aroma de los vinos peruanos después de ser descorchados, sin exposición al ambiente, utilizando las dos narices electrónicas indicadas anteriormente.

En las figuras 1 al 6 se presentan las gráficas de respuesta de los sensores de óxido de estaño dopados con paladio con y sin recubrimiento de zeolita en contacto con cada vino. Como puede apreciarse la señal de respuesta del sensor fue estable y reproducible en todos los casos, estando el máximo valor de sensibilidad obtenido alrededor de 0,8 para el sensor 0,1%Pd/SnO<sub>2</sub>-Z con recubrimiento de zeolita. Cabe indicar que el mismo sensor alcanza un valor alto, cercano a 0,6 cuando no está recubierto con zeolita. Otro sensor con recubrimiento de zeolita que también incrementa la intensidad de su señal es el SnO<sub>2</sub>-Z. En ambos casos este efecto se asocia a la facilidad de la zeolita de retener en su estructura las moléculas de etanol y metanol (que son los constituyentes volátiles mayoritarios en el aroma del vino), lo cual favorece que estas moléculas interaccionen mejor con el óxido de estaño dopado con paladio, incrementándose así la intensidad en la señal de respuesta del sensor.

Por otro lado, se observó que la señal del sensor 0,2%Pd/SnO<sub>2</sub> es más intensa en presencia de los vinos Rosé y Queirolo (Tabernero Rosé, Tacama Rosé, Santiago Queirolo Magdalena y Santiago Queirolo Rosé), lo que indicaría que existe una mayor selectividad de algún componente volátil de estos vinos en presencia de un sensor con un contenido relativamente más alto de paladio. Sin embargo, al incrementarse la cantidad de paladio (> 0,2%) en los sensores 0,3%Pd/SnO<sub>2</sub> y 0,5%Pd/SnO<sub>2</sub> con y sin recubrimiento de zeolita, la intensidad de la señal de respuesta decae con el mayor incremento de paladio en el sensor, por lo que se presume que esto se deba a que se produce una posible saturación que crea un efecto negativo en la detección de la señal de respuesta del sensor.

En las figuras 7 al12 se han graficado las señales de respuesta de los sensores de óxido de estaño dopados con platino con y sin recubrimiento de zeolita en contacto con cada vino. Lo primero que se observa es que la intensidad de la señal de respuesta del sensor es mayor comparada con la obtenida en los sensores dopados con paladio y más aún en los sensores con recubrimiento de zeolita; además todas las señales de respuesta fueron estables y reproducibles en todos los casos analizados. El máximo valor de sensibilidad obtenido es alrededor de 0,9 para el sensor 0,2%Pt/SnO<sub>2</sub>-Z que se obtiene en contacto con

los vinos Tabernero Gran Rosé, Santiago Queirolo Magdalena y Santiago Queirolo Rosé. La intensidad de la señal también es alta, alrededor de 0,8 para el sensor 0,1%Pt/SnO<sub>2</sub>-Z. Cabe indicar que el único caso en que el sensor 0,5%Pt/SnO<sub>2</sub>-Z presentó una intensidad alta en la señal fue en contacto con el vino Tacama Rosé sin exposición al ambiente. Las señales de respuesta de los sensores sin recubrimiento de zeolita indican que el sensor 0,1%Pt/SnO<sub>2</sub> presentó la mayor intensidad en la señal, siendo este sensor el más sensible en esta serie.

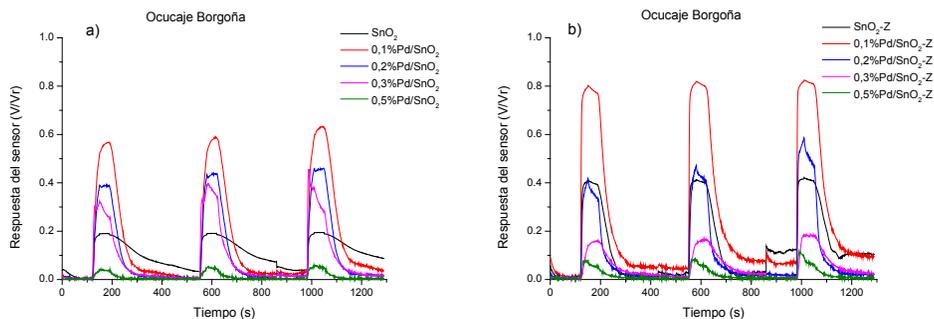


Figura 1. Señales de respuesta obtenidas en el sensado del vino Ocucaje Borgoña utilizando los sensores SnO<sub>2</sub> dopados con Paladio. a) Sin recubrimiento de zeolita. b) con recubrimiento de zeolita

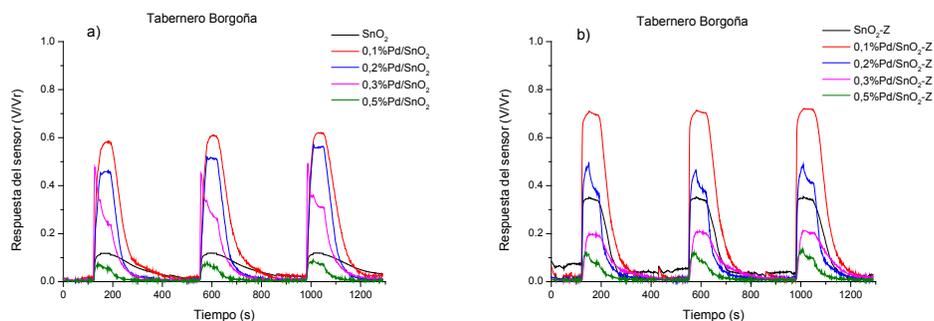


Figura 2. Señales de respuesta obtenidas en el sensado del vino Tabernero Borgoña utilizando los sensores SnO<sub>2</sub> dopados con Paladio. a) Sin recubrimiento de zeolita. b) con recubrimiento de zeolita

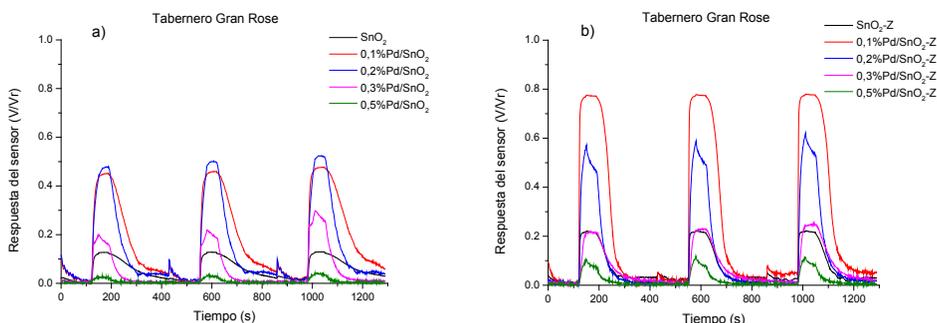


Figura 3. Señales de respuesta obtenidas en el sensado del vino Tabernero Gran Rosé utilizando los sensores SnO<sub>2</sub> dopados con Paladio. a) Sin recubrimiento de zeolita. b) con recubrimiento de zeolita

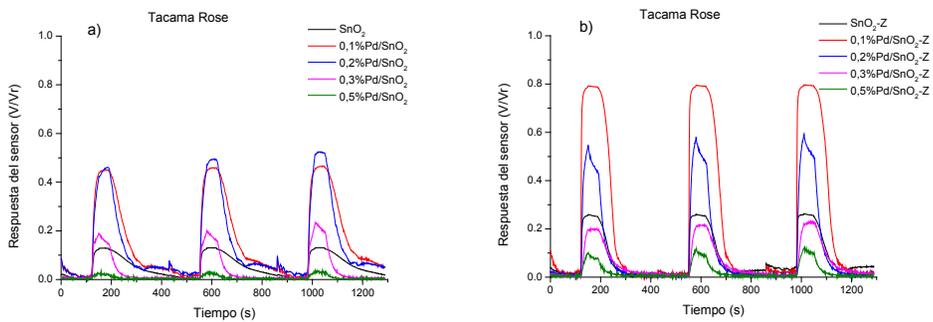


Figura 4. Señales de respuesta obtenidas en el sentido del vino Tacama Rosé utilizando los sensores SnO<sub>2</sub> dopados con Paladio. a) Sin recubrimiento de zeolita. b) con recubrimiento de zeolita

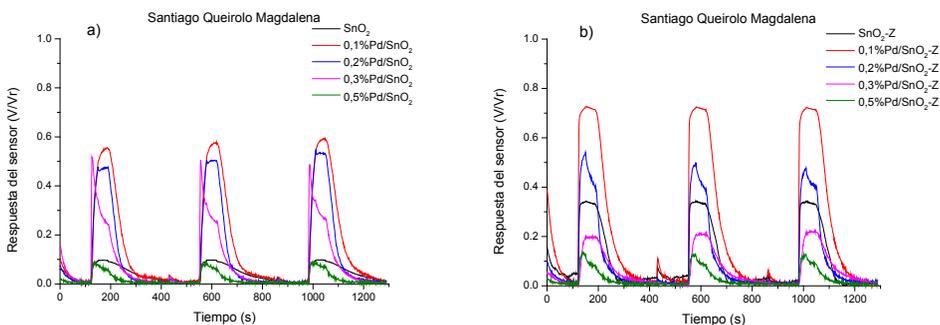


Figura 5. Señales de respuesta obtenidas en el sentido del vino Santiago Queirolo Magdalena utilizando los sensores SnO<sub>2</sub> dopados con Paladio. a) Sin recubrimiento de zeolita. b) con recubrimiento de zeolita

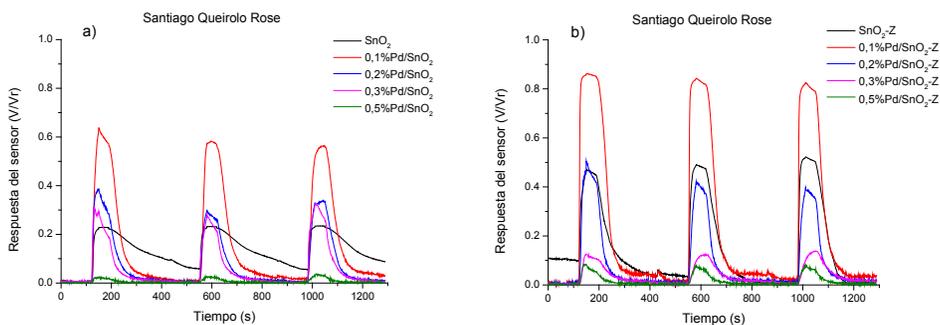


Figura 6. Señales de respuesta obtenidas en el sentido del vino Santiago Queirolo Rosé utilizando los sensores SnO<sub>2</sub> dopados con Paladio. a) Sin recubrimiento de zeolita. b) con recubrimiento de zeolita

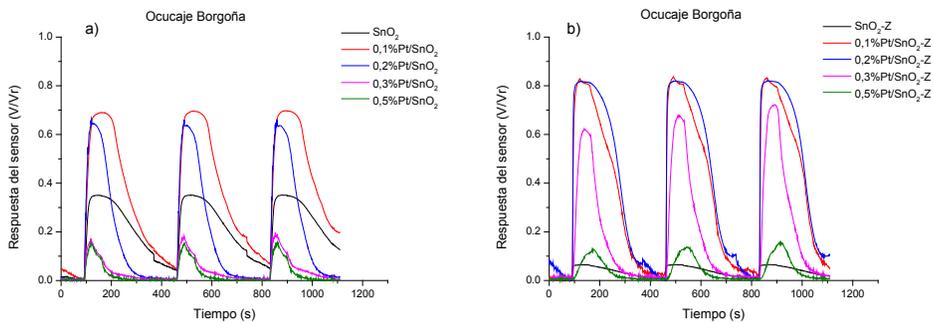


Figura 7. Señales de respuesta obtenidas en el sentido del vino Ocucaje Borgoña utilizando los sensores SnO<sub>2</sub> dopados con Platino. a) Sin recubrimiento de zeolita. b) con recubrimiento de zeolita

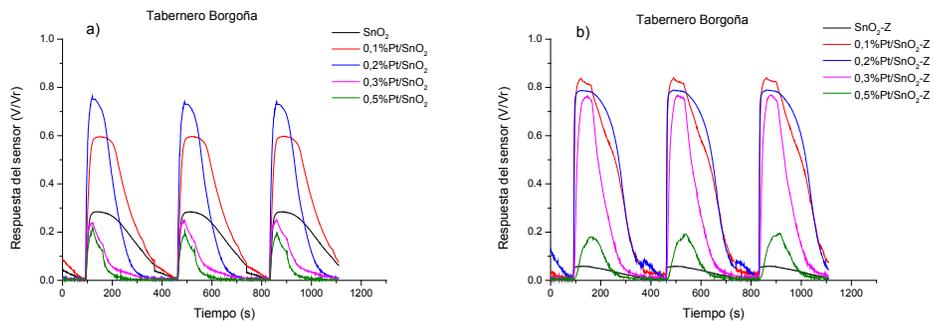


Figura 8. Señales de respuesta obtenidas en el sentido del vino Taberero Borgoña utilizando los sensores SnO<sub>2</sub> dopados con Platino. a) Sin recubrimiento de zeolita. b) con recubrimiento de zeolita

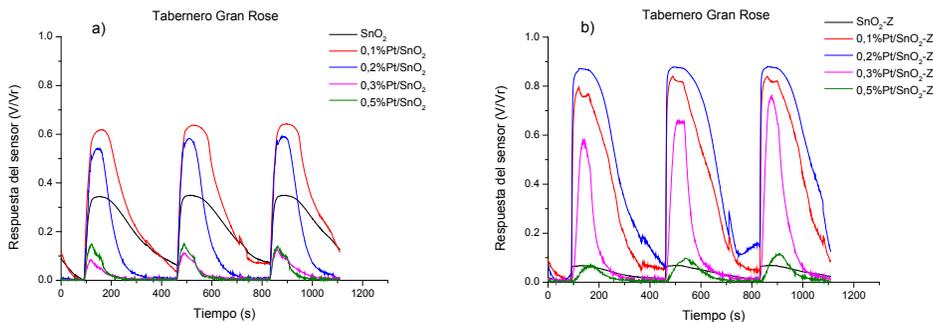


Figura 9. Señales de respuesta obtenidas en el sentido del vino Taberero Gran Rosé utilizando los sensores SnO<sub>2</sub> dopados con Platino. a) Sin recubrimiento de zeolita. b) con recubrimiento de zeolita

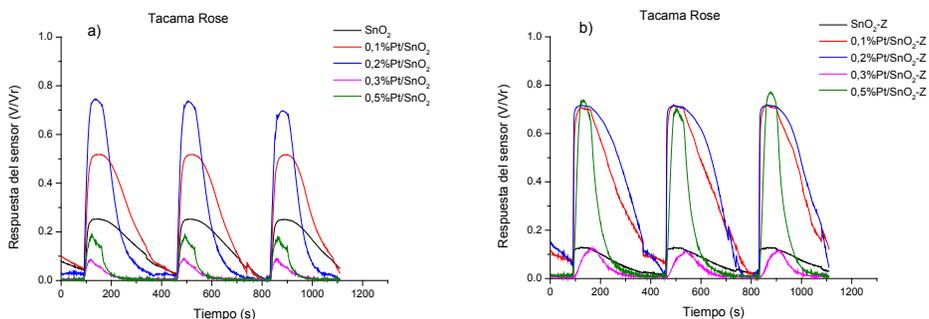


Figura 10. Señales de respuesta obtenidas en el sentido del vino Tacama Rosé utilizando los sensores SnO<sub>2</sub> dopados con Platino. a) Sin recubrimiento de zeolita. b) con recubrimiento de zeolita

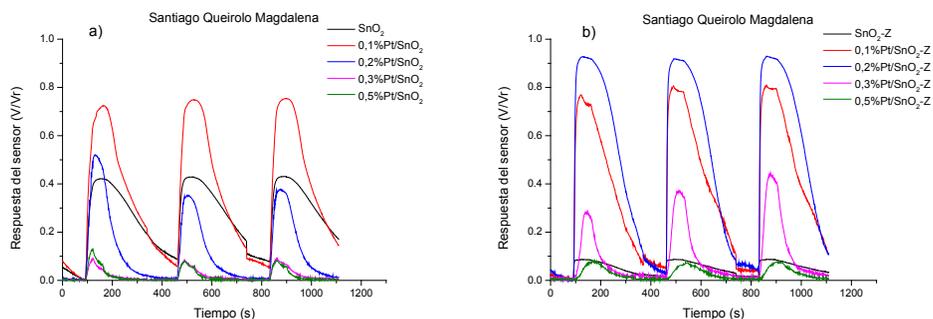


Figura 11. Señales de respuesta obtenidas en el sentido del vino Santiago Queirolo Magdalena utilizando los sensores SnO<sub>2</sub> dopados con Platino. a) Sin recubrimiento de zeolita. b) con recubrimiento de zeolita

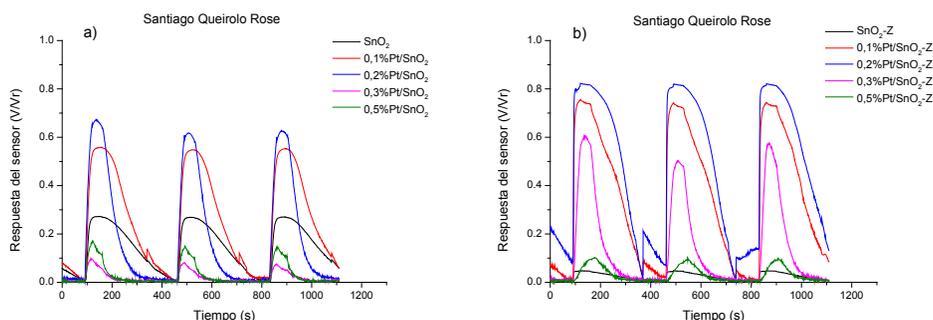


Figura 12. Señales de respuesta obtenidas en el sentido del vino Santiago Queirolo Rosé utilizando los sensores SnO<sub>2</sub> dopados con Platino. a) Sin recubrimiento de zeolita. b) con recubrimiento de zeolita

## Detección del aroma de los vinos con exposición al ambiente por 24 horas

En las figuras 13 al 18 se presentan las gráficas de respuesta de los sensores de óxido de estaño dopados con paladio con y sin recubrimiento de zeolita en contacto con el aroma de los vinos que después de ser descorchados, han sido expuestos al ambiente

por 24 h. Como se esperaba la señal de respuesta de los sensores dopados con paladio se incrementó ligeramente en comparación con los valores obtenidos por los mismos sensores en contacto con los vinos sin exposición al ambiente (Figuras 1 al 6), esto puede ser debido al mayor contenido de alcohol como resultado de la fermentación del vino expuesto al ambiente. Esto fue más notorio con los vinos Ocucaje Borgoña, Tabernero Borgoña y Tabernero Gran Rosé. Este grado de fermentación depende a la temperatura del ambiente y de la composición del vino, lo que nos puede dar información de la conservación de la calidad de los vinos luego de ser descorchados.

En todos los casos se puede apreciar que la señal de respuesta del sensor fue estable y reproducible. Se aprecia que máximo valor de sensibilidad obtenido fue de alrededor de 0,85 para el sensor 0,1%Pd/SnO<sub>2</sub>-Z con recubrimiento de zeolita. El mismo sensor alcanza un valor alto, cercano a 0,7 cuando no está recubierto con zeolita. Otro sensor con recubrimiento de zeolita que también incrementa la intensidad de su señal es el SnO<sub>2</sub>-Z.

En las figuras 19 al 24 se han graficado las señales de respuesta de los sensores de óxido de estaño dopados con platino con y sin recubrimiento de zeolita en contacto con el aroma de los vinos que después de ser descorchados, han sido expuestos al ambiente por 24h. Se observa que la intensidad de la señal de sensado se incrementó comparado con la obtenida con los sensores dopados con paladio. Sin embargo, en la mayoría de los casos, dicha intensidad no ha variado apreciablemente cuando se la compara con la obtenida en contacto con el vino sin exposición al ambiente (Figuras 7 al 12), lo que parece indicar que los sensores dopados con platino presentan mayor selectividad, pero menor sensibilidad.

El máximo valor de sensibilidad obtenido es alrededor de 0,9 para el sensor 0,2%Pt/SnO<sub>2</sub>-Z que se obtiene en contacto con los vinos Tabernero Gran Rosé, Santiago Queirolo Magdalena y Santiago Queirolo Rosé. La intensidad de la señal también es alta, alrededor de 0,8 para el sensor 0,1%Pt/SnO<sub>2</sub>-Z.

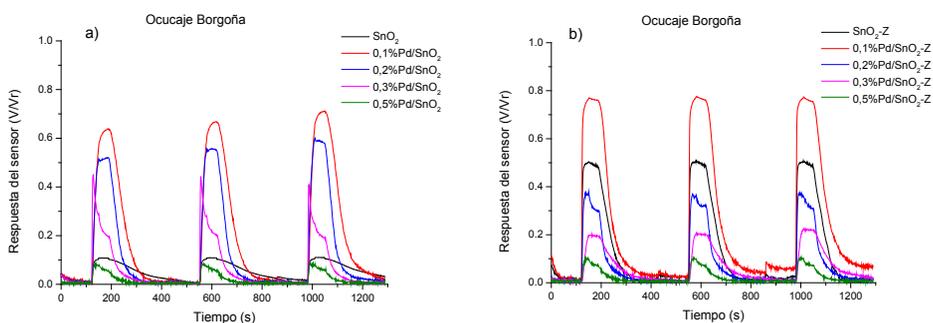


Figura 13. Señales de respuesta obtenidas en el sensado del vino Ocucaje Borgoña utilizando los sensores SnO<sub>2</sub> dopados con Paladio. a) Sin recubrimiento de zeolita. b) con recubrimiento de zeolita

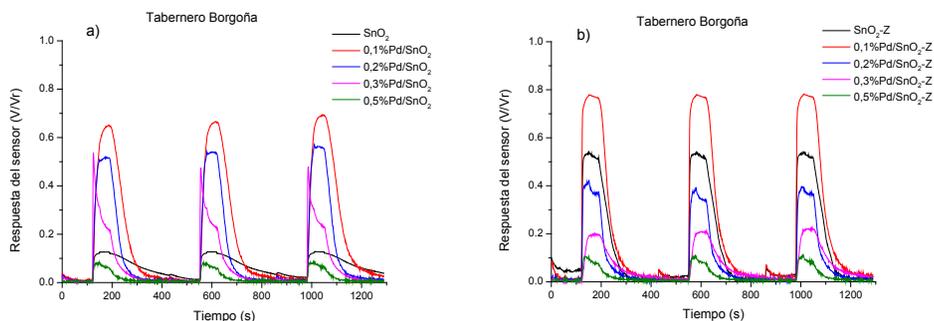


Figura 14. Señales de respuesta obtenidas en el sentido del vino Taberero Borgoña utilizando los sensores SnO<sub>2</sub> dopados con Paladio. a) Sin recubrimiento de zeolita. b) con recubrimiento de zeolita

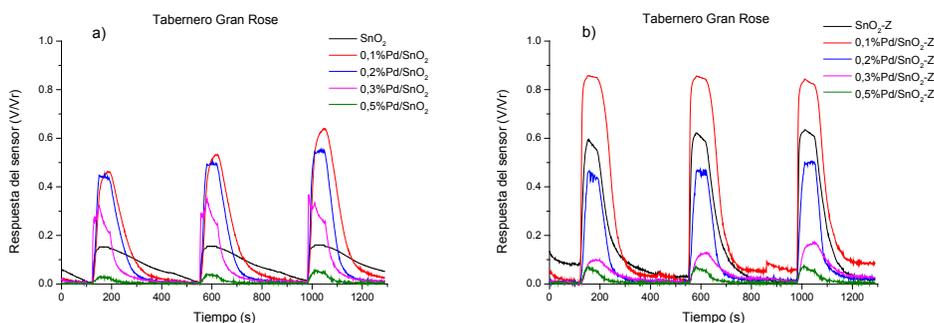


Figura 15. Señales de respuesta obtenidas en el sentido del vino Taberero Gran Rosé utilizando los sensores SnO<sub>2</sub> dopados con Paladio. a) Sin recubrimiento de zeolita. b) con recubrimiento de zeolita

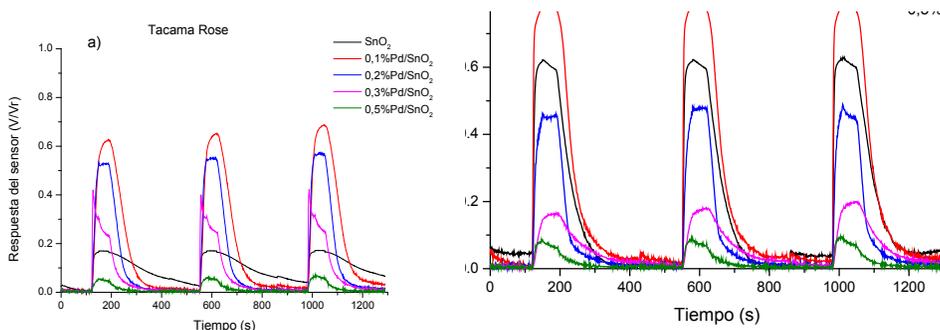


Figura 16. Señales de respuesta obtenidas en el sentido del vino Tacama Rosé utilizando los sensores SnO<sub>2</sub> dopados con Paladio. a) Sin recubrimiento de zeolita. b) con recubrimiento de zeolita

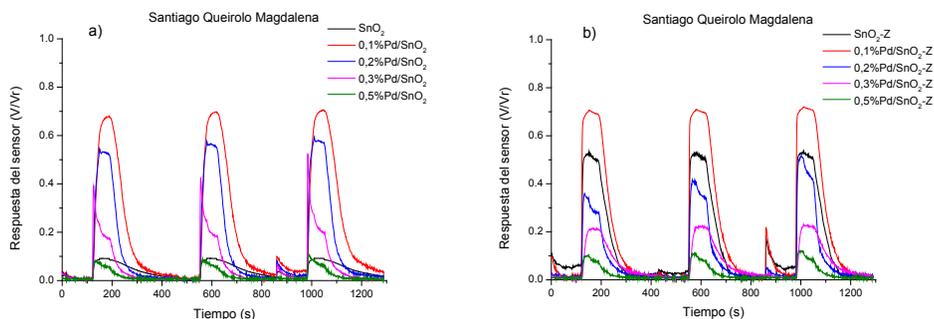


Figura 17. Señales de respuesta obtenidas en el sentido del vino Santiago Queirolo Magdalena utilizando los sensores  $\text{SnO}_2$  dopados con Paladio. a) Sin recubrimiento de zeolita. b) con recubrimiento de zeolita

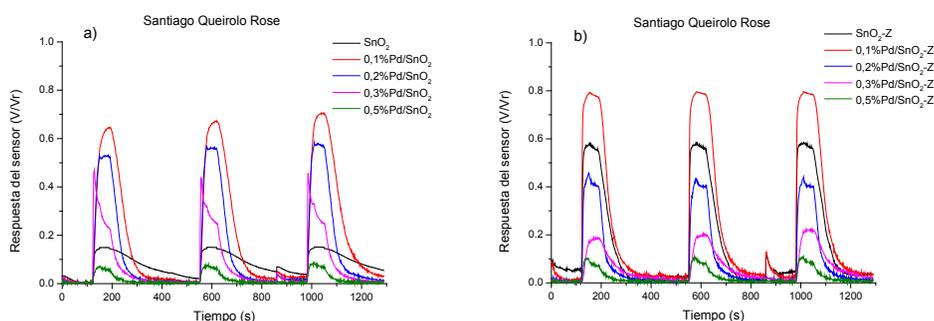


Figura 18. Señales de respuesta obtenidas en el sentido del vino Santiago Queirolo Rosé utilizando los sensores  $\text{SnO}_2$  dopados con Paladio. a) Sin recubrimiento de zeolita. b) con recubrimiento de zeolita

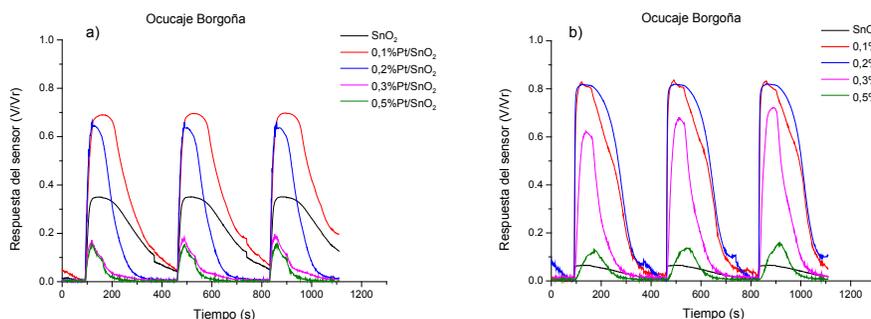


Figura 19. Señales de respuesta obtenidas en el sentido del vino Ocucaje Borgoña utilizando los sensores  $\text{SnO}_2$  dopados con Platino. a) Sin recubrimiento de zeolita. b) con recubrimiento de zeolita

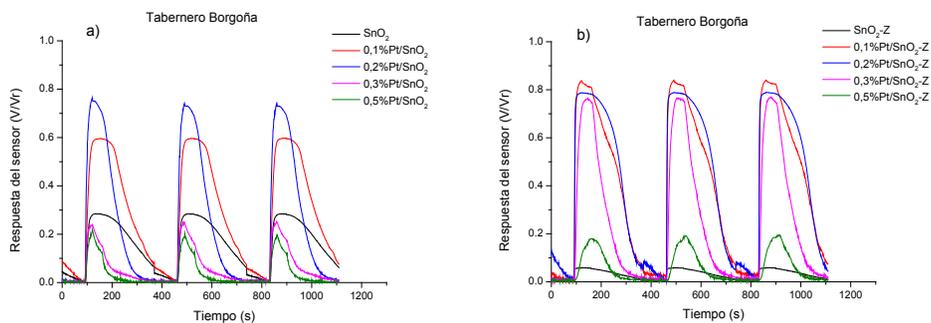


Figura 20. Señales de respuesta obtenidas en el sensado del vino Tabernero Borgoña utilizando los sensores SnO<sub>2</sub> dopados con Platino. a) Sin recubrimiento de zeolita. b) con recubrimiento de zeolita

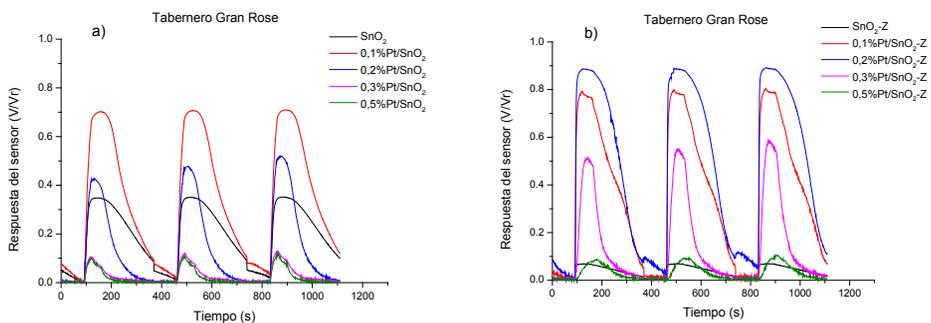


Figura 21. Señales de respuesta obtenidas en el sensado del vino Tabernero Gran Rosé utilizando los sensores SnO<sub>2</sub> dopados con Platino. a) Sin recubrimiento de zeolita. b) con recubrimiento de zeolita

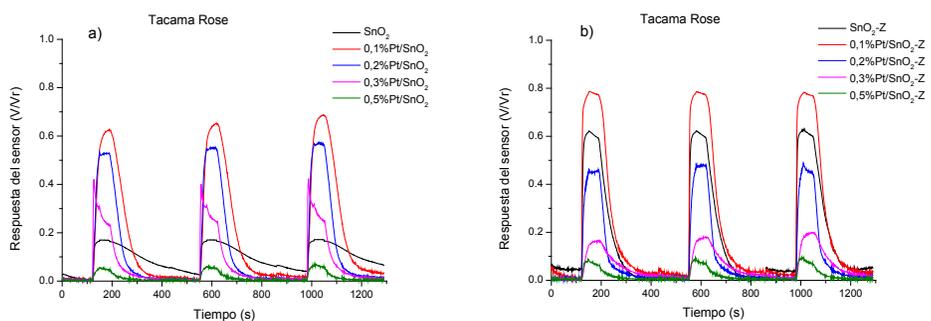


Figura 22. Señales de respuesta obtenidas en el sensado del vino Tacama Rosé utilizando los sensores SnO<sub>2</sub> dopados con Platino. a) Sin recubrimiento de zeolita. b) con recubrimiento de zeolita

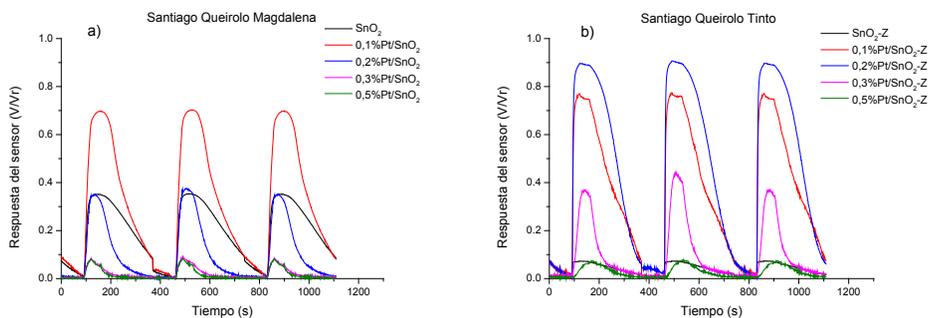


Figura 23. Señales de respuesta obtenidas en el sensado del vino Santiago Queirolo Magdalena utilizando los sensores SnO<sub>2</sub> dopados con Platino. a) Sin recubrimiento de zeolita. b) con recubrimiento de zeolita

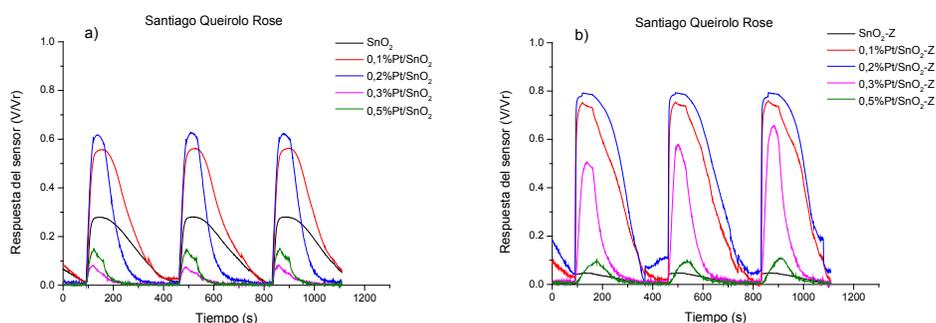


Figura 24. Señales de respuesta obtenidas en el sensado del vino Santiago Queirolo Rosé utilizando los sensores SnO<sub>2</sub> dopados con Platino. a) Sin recubrimiento de zeolita. b) con recubrimiento de zeolita

## Detección del aroma de los vinos con exposición al ambiente por 168 h (7 días)

De la respuesta de los sensores de óxido de estaño dopados con paladio con y sin recubrimiento de zeolita en contacto con el aroma de los vinos que han sido expuestos al ambiente por 168 h (7 días) se observó una variación de la intensidad de la señal de respuesta, excepto en el caso de los vinos Tacama Rosé y Santiago Queirolo Magdalena, la señal de respuesta se ha mantenido estable, reproducible y casi constante en la mayoría de los casos. Se observó que el máximo valor de sensibilidad obtenido fue de alrededor de 0,8 para el sensor 0,1%Pd/nO<sub>2</sub>-Z con recubrimiento de zeolita. El mismo sensor alcanza un valor alto, cercano a 0,7 cuando no está recubierto con zeolita.

De las señales de respuesta de los sensores de óxido de estaño dopados con platino con y sin recubrimiento de zeolita en contacto con el aroma de los vinos que han sido expuestos al ambiente por 168h (7 días). En comparación con las señales obtenida con los vinos expuestos 24 h, se observó que la intensidad de la señal de sensado se incrementó en los sensores dopados con Pt sin recubrimiento de zeolita: 0,1%Pt/SnO<sub>2</sub> (en contacto

con los vinos Tacama Rosé y Santiago Queirolo Rosé), y 0,2%Pt/SnO<sub>2</sub> (en contacto con los vinos Ocucaje Borgoña y Santiago Queirolo Magdalena), esto puede ser debido a que al ser expuesto el vino al ambiente durante siete días, este reacciona con el ambiente formado nuevos componentes, siendo estos más sensibles a los sensores de platino, en los demás casos la señal varía un poco y en general, sigue siendo mayor comparada con la obtenida con los sensores dopados con paladio sin recubrimiento de zeolita.

En el caso de los sensores dopados con Pt y con recubrimiento de zeolita si se observó que la intensidad de la señal de sensado descendió en los sensores 0,1%Pt/SnO<sub>2</sub>-Z y 0,2%Pt/SnO<sub>2</sub>-Z en contacto con los vinos Ocucaje Borgoña, Tabernero Borgoña, Santiago Queirolo Magdalena y Santiago Queirolo Rosé, no se conoce exactamente la razón de este descenso; esto podría deberse a que la zeolita cataliza la formación de nuevos componentes a partir de los compuestos formados de la reacción del vino con el ambiente, siendo estos nuevos componentes posiblemente menos sensibles a los sensores dopados con platino. También se puede deber a una saturación de la señal que podría causar un efecto negativo en la detección de la señal de sensado, reduciendo su intensidad.

El máximo valor de sensibilidad obtenido fue alrededor de 0,7 para el sensor 0,1%Pt/SnO<sub>2</sub>-Z que se obtuvo en contacto con el vino Tabernero Gran Rosé. En todos los casos la señal de respuesta del sensor fue repetitiva y estable a la temperatura de trabajo de 260°C, manteniendo su intensidad y forma durante el análisis.

## CONCLUSIONES

Se analizó la selectividad, estabilidad y reproducibilidad de las señales de sensado obtenidos de los sensores a base de óxido de estaño dopados con paladio y/o platino (en concentraciones bajas), con y sin recubrimiento de zeolita, en contacto con seis vinos peruanos semisecos con diferentes tiempos de exposición al ambiente.

La señal de respuesta de los sensores dopados con paladio, en contacto con el aroma de los vinos que fueron expuestos al ambiente por 24 h, se incrementó ligeramente en comparación con los valores obtenidos por los mismos sensores en contacto con los vinos sin exposición al ambiente. Esto fue más notorio con los vinos Ocucaje Borgoña, Tabernero Borgoña y Tabernero Gran Rosé.

La intensidad de la señal de sensado en los sensores dopados con platino se incrementó comparada con la obtenida con los sensores dopados con paladio. Sin embargo, en la mayoría de los casos, dicha intensidad no varió apreciablemente cuando se la comparó con la obtenida en contacto con el vino sin exposición al ambiente, lo que parece indicar que los sensores dopados con platino presentan mayor selectividad, pero menor sensibilidad.

La intensidad de la señal obtenida con los vinos expuestos al ambiente por 168 h se incrementó en los sensores dopados con Pt sin recubrimiento de zeolita: 0,1%Pt/SnO<sub>2</sub> (en

contacto con los vinos Tacama Rosé y Santiago Queirolo Rosé), 0,2%Pt/SnO<sub>2</sub> (en contacto con los vinos Ocucaje Borgoña y Santiago Queirolo Magdalena), en los demás sensores la señal varió un poco y en general, continuó siendo mayor comparada con la obtenida con los sensores dopados con paladio sin recubrimiento de zeolita.

En este estudio se evidenció que el recubrimiento de zeolita en los sensores incrementa la intensidad de la señal de sensado, debido posiblemente a que la zeolita actúa de dos formas, una como catalizador formando compuestos más sensibles a los sensores y otra como tamiz molecular, reteniendo los componentes volátiles en su superficie, favoreciendo de este modo la interacción de éstos con el sensor.

A medida que el vino está más expuesto al ambiente, éste reacciona formando nuevos componentes que interaccionan con los sensores, en la mayoría de los casos en forma positiva y en otras en forma negativa, como sucedió con los sensores de óxido de estaño dopados con platino con recubrimiento de zeolita.

En todos los casos estudiados, la señal de respuesta del sensor fue estable y reproducible a la temperatura de trabajo de 260°C, manteniendo su intensidad y forma durante el análisis. Los valores más altos de sensibilidad se obtuvieron con los sensores 0,1%Pd/SnO<sub>2</sub>-Z; 0,1%Pt/SnO<sub>2</sub>, 0,2%Pt/SnO<sub>2</sub>; 0,1%Pt/SnO<sub>2</sub>- Z.

## REFERENCIAS

[1] Chen Q.; Song J.; Bi J.; Meng X.; Wu X. Characterization of volatile profile from ten different varieties of Chinese jujubes by HS-SPME/GC-MS coupled with E-nose. *Food Research International*, 105 (2018), 605-615.

[2] Majchrzak T.; Wojnowski W. Electronic noses in classification and quality control of edible oils: A review. *Food Chemistry*, 246 (2018), 192-201.

[3] Gründler, P. *Chemical Sensors. An Introduction for Scientists and Engineers*. DOI 10.1007/978-3-540-45743-5, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2007.

[4] Elizabetta Comini; Guido Faglia; Giorgio Sberveglieri (eds.), *Solid State Gas Sensing*, DOI: 10.1007/978-0-387-09665-0\_1, Springer Science, Business Media, LLC 2009.

[5] Das, S.; Jayaraman, V. SnO<sub>2</sub>: A comprehensive review on structures and gas sensors, *Progress in Materials Science* 66 (2014) 112–255.

[6] Paredes-Doig, A.L.; Sun Kou, M.R. and Comina, G. Alcohols detection based on Pd-doped SnO<sub>2</sub> sensors, 2014 IEEE 9th Ibero American Congress on Sensors, IBERSENSOR 2014 - Conference Proceedings 22 December 2014, Article number 6995514.

[7] Paredes-Doig, A.L.; Sun Kou, M.R.; Picasso-Escobar, G.; Doig-Camino, Elizabeth; Comina, Germán. Implementation and evaluation of an electronic nose for the alcohol's detection, *Revista Colombiana de Química*, Volume 45, Issue 2, May-August 2016, Pages 12-18.

[8] Capone S.; Tufariello M. Aroma analysis by GC/MS and electronic nose dedicated to Negro amaro and Primitivo typical Italian Apulian wines. *Sensors and Actuators B: Chemical*, 179(2013), 259-269.

[9] García M.; Fernández M.; Fontecha J. Differentiation of red wines using an electronic nose based on surface acoustic wave devices. *Talanta*, 68(2006), 1162-1165

## RELAÇÃO ENTRE MATEMÁTICA E MÚSICA: UMA PROPOSTA METODOLÓGICA

*Data de aceite: 02/05/2022*

**Antonia Alana Claudino Sousa**

Graduada em Licenciatura em Matemática,  
IFCE, Brasil

**Francisco Odecio Sales**

Mestre, IFCE, Brasil

**RESUMO:** Neste trabalho, é estabelecida a relação entre a matemática e a música desde os tempos de Pitágoras. Para tanto, também é descrita parte da evolução matemática a qual a música foi submetida durante os anos. Além disso, são apresentadas propostas de atividades a serem aplicadas em turmas do ensino fundamental, que abordam o estudo de frações e volume de líquidos. São duas sugestões, que devido ao período de pandemia não foram passíveis de aplicação, entretanto, foram planejadas a fim de complementar a aprendizagem dos alunos com práticas relacionadas. Ambas consistem na construção de instrumentos alternativos semelhantes ao monocórdio, na atividade 1, e com a mesma função do xilofone, na atividade 2. A construção dos materiais propostos pode ser realizada por parte dos alunos e com supervisão e auxílio do professor, com finalidade de estabelecer significado. Portanto, é estabelecida a relação tanto entre a matemática e a música, quanto para os resultados obtidos com o ensino de matemática.

**PALAVRAS-CHAVE:** Monocórdio. Teoria musical. Matemática. Música.

**ABSTRACT:** In this work, the relationship between mathematics and music since the time of Pythagoras is established. For that, part of the mathematical evolution to which the music has been submitted over the years is also described. In addition, proposals for activities to be applied in elementary school classes are presented, which address the study of fractions and volume of liquids. There are two suggestions, which due to the pandemic period were not applicable, however, they were planned in order to complement student learning with related practices. Both consist of the construction of alternative instruments similar to the monochord, in activity 1, and with the same function of the xylophone, in activity 2. The construction of the proposed materials can be carried out by the students and with the supervision and assistance of the teacher, with the purpose of establish meaning. Therefore, the relationship between mathematics and music is established, as well as the results obtained with the teaching of mathematics.

**KEYWORDS:** Monochord. Musical theory. Math. Music.

### 1 | INTRODUÇÃO

Este trabalho contém considerações e resultados obtidos através da relação existente entre a matemática e a música. Apesar destas duas áreas aparentarem a priori serem distintas, a história da teoria musical tem o seu alicerce construído a partir de conceitos matemáticos. Os primeiros registros destes feitos ocorreram na era pitagórica.

Hoje, existem poucos trabalhos escritos contemplando esta relação, sendo contabilizados aproximadamente 13 publicações publicadas na biblioteca digital do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, PROFMAT, que englobam o tema, assim como cita Silva (2019, p. 14). Além destes, também são encontrados alguns capítulos de livros e artigos disponíveis.

Devido a pouca exploração do tema, este trabalho busca investigar a relação existente entre a matemática e a música desde os seus primeiros registros oficiais, até a sua aplicabilidade no ensino de matemática, e para isto, o professor não necessita dominar a teoria musical, apenas conhecer conceitos básicos desta teoria. Para tal, se faz necessário a apresentação de propostas metodológicas que relacionem a teoria e a prática, a fim de amparar o profissional da educação que venha a ter contato com este trabalho.

Este escrito será desenvolvido com base no método de pesquisa bibliográfica com caráter qualitativo descritivo, tendo como base de consulta publicações que se inserem no contexto temático abordado. As publicações são documentos institucionais, tais como artigos, monografias, dissertações, livros e Trabalhos de Conclusões de Cursos de instituições reconhecidas, assim, há veracidade nas informações ali apresentadas.

A organização deste trabalho inicia abordando a questão histórica, tanto dos registros da música quanto das primeiras relações entre a matemática e a música, a partir de Pitágoras de Samos, e também das contribuições de grandes matemáticos que estão presentes na teoria musical até os dias de hoje. Aborda o ensino da matemática e a possibilidade de inserir a teoria musical no ensino desta ciência, com práticas lúdicas, proporcionando interação entre aluno-professor, e buscando uma abordagem prática do assunto estudado. Por fim, serão descritas sugestões de atividades propostas para o professor, baseadas no contexto da educação matemática, bem como possibilidades de aplicação em sala de aula (SOUSA, 2021, p. 13).

## 2 | CONTEXTO HISTÓRICO

Não se sabe ao certo quando surgiu a primeira relação entre a matemática e a música, porém, os registros existentes são desde os povos primitivos. Um relato Bíblico, Salmo 51 de Davi, escrito por volta do século X a.C. apresenta essa manifestação musical, temos fatos registrados desde o livro de Gênesis 4:21, e ainda a descoberta de um osso de urso encontrado na Eslováquia em 1995, onde este possui idade entre 43000 e 82000 anos. Foram verificados furos que produziam sons que se assemelhavam ao que conhecemos na escala diatônica. (CABRAL e GOULART, p. 2)

Na Grécia Antiga, os artistas podiam estudar e usar como inspiração obras autênticas das mais diversas formas de arte. No contexto da arte musical os estudiosos não foram contemplados com tal privilégio, visto que existiam poucos exemplares da cultura musical greco-romana. O desaparecimento de registros da prática musical está associado a igreja,

visto que a música produzida era associada ao que o clero denominava como prática pagã, ou ações vistas com horror.

Durante o processo de construção da teoria musical, segundo Sousa (2021, p. 14) os cálculos e intervenções matemáticas defendidos pelos pitagóricos eram essenciais para o seu desenvolvimento, e aos poucos foi se tornando inevitáveis.

## 2.1 Alguns matemáticos e suas contribuições

Os primeiros registros formais da relação entre matemática e música foram feitos na escola pitagórica. Diz a lenda que Pitágoras de Samos passava em frente a uma oficina, e ouviu sons de martelos batendo em uma bigorna, acreditando que o som produzido era proveniente da força aplicada, até que ao realizar o experimento, descobriu que ao trocar os martelos cada um conservava seu som, independentemente de seu peso (SOUSA, 2021, p. 16).

Um segundo experimento realizado por Pitágoras fazia uso de um instrumento chamado monocórdio, que consiste em uma caixa de madeira com uma corda. Ao tocar a corda dividindo-a, e ao passo que as divisões eram efetuadas, o som se tornava mais agudo.

Marin Mersenne, um padre minimista, ficou muito conhecido principalmente por suas contribuições no âmbito dos números primos, onde são denominados por  $Mp = 2p - 1$ , sendo  $p$  primo. Além disso, contribuiu significativamente com a construção da teoria musical.

René Descartes, Pierre de Fermat e Leonard Euler, são exemplos de grandes matemáticos de suas respectivas épocas, que trouxeram suas devidas contribuições para a construção do alicerce, esqueleto e produto final do que conhecemos hoje como a música.

## 3 | TEORIA MUSICAL NO ENSINO DA MATEMÁTICA

“A matemática que conhecemos hoje tem boa parte de sua origem na Europa, em países como a antiga Grécia e Mesopotâmia. Matemáticos Famosos, a citar Pitágoras, Fourier, 21 Fermat, Euler, Napier e Mersenne ganharam grande reconhecimento com suas produções. A matemática que chegou no território brasileiro, era proveniente de traduções de alguns, dos ilustres anteriormente citados”. (SOUSA, 2021, p. 20-21)

Assim como qualquer área do conhecimento, a matemática está em todos os lugares. O ensino de matemática encontra diversos desafios por conta da abstração desta ciência, e os profissionais da educação que mediam o contato com os conteúdos enfrentam grandes dificuldades em sua abordagem. A teoria musical facilita este processo, tornando significativa a abordagem desta ciência exata, facilitando o processo de aprendizagem dos alunos.

A matemática chegou no Brasil através de traduções de alguns matemáticos

famosos em suas épocas, como Pierre de Fermat, Leonard Euler, Pitágoras de Samos, Fourier, Napier e Mersenne (SOUSA, 2021, p. 20-21). Com a chegada dos Portugueses, foi verificada a inexistência de um sistema de ensino, e após essa constatação, a escola jesuítica foi implementada e aplicada com interdisciplinaridade.

No entanto, hoje, a interdisciplinaridade tem se tornado um grande desafio, e gerado uma busca incessante por parte dos educadores, a fim de melhorar e incentivar o ensino. Assim como afirma Roseira:

A Educação Matemática é concebida enquanto uma área de conhecimento independente, com objeto de estudo e pesquisa interdisciplinar. Dentre os seus principais objetivos se destaca a busca pela melhoria do trabalho docente, através de um processo de mudança de atitudes e concepções de educação, no contexto do processo de ensino-aprendizagem da Matemática. (ROSEIRA, 2004, p.38)

Para que o ensino seja efetivamente eficaz e seus conceitos façam sentido, é necessário investir em propostas que despertem a curiosidade e o interesse dos educandos, fazendo com que eles notem a presença da matemática na vida cotidiana de cada um deles. Sousa (2021, p. 22) nos diz que:

[...] exemplificar relacionando a matemática com a geografia, como era feito pelos Jesuítas, e que hoje aplicamos na leitura de mapas e escalas, com a biologia na genética e dinâmicas das populações, com a química na físico química e estequiometria, na medicina com o cálculo da dosagem de medicamentos, na física e também com a música, gera curiosidade e interesse, e como consequência uma maior aprendizagem, pois é visto que a teoria tem e faz sentido.

### 3.1 A matemática na teoria musical

A teoria musical, surpreendentemente foi elaborada com fundamentos matemáticos. Pitágoras foi o promissor deste feito, e hoje é verificada grande notoriedade, observado o produto final, que culmina na música que conhecemos.

Para tal, Sousa (2021, p. 23) afirma que

Para que isto fosse possível, muitos matemáticos desenvolveram estudos sobre o assunto, discorrendo cálculos que envolvem logaritmos, progressões geométricas e relações entre trigonometria e som fazendo uso de modelos matemáticos [...].

### 3.2 Função Logarítmica

“As origens do descobrimento dos logaritmos se remontam aos estudos de Arquimedes referentes às sucessões aritméticas e geométricas, sobre a sucessão de potências de um número dado [...]”. (PECORARI, 2013, p. 19)

Ainda segundo Pecorari (2013), a descoberta dos logaritmos está associada ao avanço da Astronomia e Navegação. John Napier, grande matemático, foi o seu criador.

Com o avanço da teoria, hoje definimos Logaritmos como:

**Definição - Logaritmo:** Uma função  $f: R^*_+ \rightarrow R$ , definida por  $f(x) = \log_b x$ , com  $b > 0$  e  $b \neq 1$ , é chamada de função logarítmica.

Na teoria musical, podemos definir através de logaritmos o Nível Sonoro ( $N$ ).

$$N = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad (1)$$

Miritz (2015, p. 53) enfatiza que “ao estudarmos ondas sonoras, percebemos que o som apresenta características como a altura, a intensidade e o timbre”. O ouvido humano é capaz de suportar até 80 dB, o autor ressalta ainda que a exposição exacerbada pode ser associada a barulhos produzidos por cerras circulares sem o uso de protetores auriculares.

Na música, a escala temperada é logarítmica de base :

$$2^0, 2^{\frac{1}{12}}, 2^{\frac{2}{12}}, \dots, 2^{\frac{11}{12}}, 2^1$$

Ao aplicar logaritmo nos termos acima, é obtido

$$\log_2 2^0 = 0$$

$$\log_2 2^{\frac{1}{12}} = \frac{1}{12}$$

$$\log_2 2^{\frac{2}{12}} = \frac{2}{12}$$

...

$$\log_2 2^{\frac{11}{12}} = \frac{11}{12}$$

$$\log_2 2^1 = 1$$

e concluímos que a distância entre dois tons é equivalente a  $\frac{2}{12}$ , e entre semitons de  $\frac{1}{12}$ .

### 3.3 Progressão Geométrica

“Na matemática é comum o estudo de conjuntos numéricos. Quando os elementos desse conjunto estão organizados obedecendo uma ordem, denominamos como sequência numérica. A progressão Geométrica, ou simplesmente P.G., é uma importante sequência numérica, e com ela, foi possível desenvolver elementos da teoria musical.” (SOUSA, 2021, p. 24)

Progressões Geométricas também estão associadas ao desenvolvimento da contagem e dos sistemas de numeração.

Hoje, podemos definir uma P. G. como:

**Definição - Progressão Geométrica:** É uma sequência de números reais em que a divisão entre um termo qualquer (a partir do 2º) pelo seu antecedente é sempre a mesma (constante).

Também podemos definir a fórmula do termo geral da P.G. como:

$$a_n = a_1 q^{n-1} \quad (2)$$

Onde  $a_n$  é o  $n$ -ésimo termo da progressão,  $a_1$  é o primeiro termo,  $q$  é a razão, e  $n$  é o número de termos.

**Demonstração:** Conhecendo o primeiro termo e a razão da P.G., é possível obter a expressão do termo geral. Seja  $a_1$  o termo da P.G. e  $q$  a razão, sabemos que

$$a_1 = a_1$$

$$a_2 = a_1 \cdot q$$

$$a_3 = a_2 \cdot q$$

$$a_4 = a_3 \cdot q$$

$$a_5 = a_4 \cdot q$$

...

$$a_{n-1} = a_{n-2} \cdot q$$

$$a_n = a_{n-1} \cdot q$$

Multiplicando todos os respectivos termos de ambos os lados da igualdade

$$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \dots a_{n-1} \cdot a_n = a_1^2 \cdot a_2 \cdot a_3 \dots a_{n-1} \cdot q^{n-1}$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{a_1^2 \cdot a_2 \cdot a_3 \dots a_{n-1} \cdot q^{n-1}}{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \dots a_{n-1}}$$

$$\Rightarrow a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

Assim a equação (2) é chamada de termo geral de uma progressão geométrica.

Podemos calcular a soma dos  $n$  termos da P.G.,  $S_n$ :

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}, q \neq 1 \quad (3)$$

**Demonstração:** Sabendo que a P.G. é finita, os seus elementos são conhecidos. Podemos descrevê-los como  $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ .

Porém,

$$a_1 = a_1 \cdot q^0 = a_1 \cdot 1 = a_1$$

$$a_2 = a_1 \cdot q^1$$

$$a_3 = a_1 \cdot q^2$$

...

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

Somando os  $n$  termos dessa P.G., teremos

$$S_n = a_1 + a_1 \cdot q^1 + a_1 \cdot q^2 + \dots + a_1 \cdot q^{n-2} + a_1 \cdot q^{n-1} \quad (4)$$

Agora, basta multiplicar ambos os lados da equação pela razão ( $q$ ), resultando em

$$q(S_n = a_1 + a_1 \cdot q^1 + a_1 \cdot q^2 + \dots + a_1 \cdot q^{n-2} + a_1 \cdot q^{n-1}) \quad (5)$$

$$qS_n = a_1q + a_1 \cdot q^2 + a_1 \cdot q^3 + \dots + a_1 \cdot q^{n-1} + a_1 \cdot q^n$$

Subtraindo (5) de (4)

$$\begin{array}{r} S_n = a_1 + a_1 \cdot q^1 + a_1 \cdot q^2 + \dots + a_1 \cdot q^{n-2} + a_1 \cdot q^{n-1} \\ - \quad qS_n = a_1q + a_1 \cdot q^2 + a_1 \cdot q^3 + \dots + a_1 \cdot q^{n-1} + a_1 \cdot q^n \end{array}$$

$$qS_n - S_n = a_1 \cdot q^n - a_1$$

$$S_n(q - 1) = a_1 \cdot (q^n - 1)$$

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

Portanto, a soma dos  $n$  elementos da P.G., é calculada através de

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

Podemos calcular a soma  $S$  dos infinitos termos da P.G.:

$$S = \frac{a_1}{1 - q}, -1 < q < 1 \quad (6)$$

**Demonstração:** Para uma P.G. com um número finito de termos, a soma destes é

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

Quando a razão  $q$  está entre o intervalo  $-1 < q < 1$  e o número de elementos cresce, se aproximando do infinito,  $q^n$  tende a zero. Assim, fazendo  $q^n = 0$ :

$$S = \frac{a_1 \cdot (0 - 1)}{q - 1}$$

$$\Rightarrow S = \frac{-a_1}{q - 1}$$

$$\Rightarrow S = \frac{(-1) a_1}{(-1)(1 - q)}$$

$$\Rightarrow S = \frac{a_1}{1 - q}$$

Portanto, a soma dos infinitos termos da P.G. é

$$S = \frac{a_1}{1 - q}.$$

Na teoria musical, progressão geométrica foi uma área da matemática usada para o desenvolvimento da escala temperada. Para que ela tivesse 12 tons entre os extremos 1 e 2, o uso da P. G. foi fundamental (PEREIRA, 2013, p.38). Verifica-se, portanto, que a razão da escala temperada a partir da 2ª nota é de aproximadamente 1,05946.

### 3.4 Funções Trigonométricas

Intuitivamente, trigonometria está associada as funções *seno* e *coseno*, mas “[...] na música estas duas funções estão associadas a harmonia, vibração e frequência do som[...]” (SOUSA, 2021, p. 28).

Estas duas funções são periódicas, e conseguimos mostrar esta periodicidade através do seno de dois arcos:

$$\text{sen}(x + 2k\pi) = \text{sen}(x) \cos(2k\pi) + \cos(x) \text{sen}(2k\pi)$$

Para  $k \in \mathbb{Z}$ ,  $\text{sen}(2k\pi)=0$  e  $\cos(2k\pi)=1$ , visto que são múltiplos de  $\text{sen}(2\pi)=0$  e  $\cos(2\pi)=1$ . Assim,

$$\text{sen}(x + 2k\pi) = \text{sen}(x)(1) + \cos(x)(0)$$

$$\text{sen}(x + 2k\pi) = \text{sen}(x)$$

Assim sendo,  $\forall k \in \mathbb{Z}$ ,

$$\text{sen}(x + 2k\pi) = \dots \text{sen}(x + 8\pi) = \text{sen}(x + 4\pi) = \text{sen}(x + 2\pi) = \text{sen}(x)$$

Portanto, a função seno é periódica, de período  $2\pi$ , representada graficamente através da figura 1:

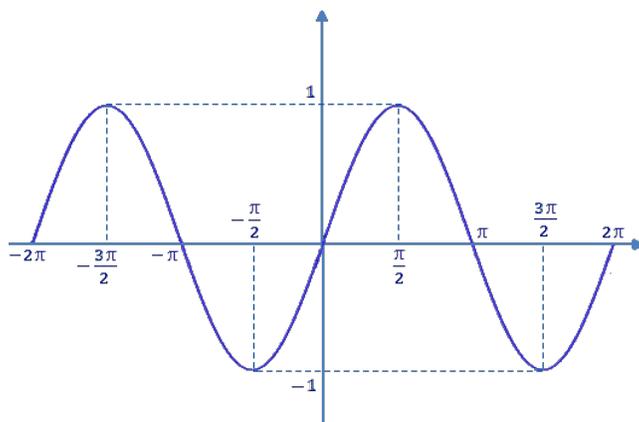


Figura 1 — Visualização gráfica da função  $\text{sen}(x)$

Fonte: <https://hpdemat.apphb.com/FuncaoTrigonometrica> - Último acesso em 02/05/2022

De forma análoga, observa-se o mesmo para a função cosseno:

$$\cos(x + 2k\pi) = \cos(x) \cos(2k\pi) - \text{sen}(x) \text{sen}(2k\pi)$$

Para  $k \in \mathbb{Z}$ ,  $\text{sen}(2k\pi)=0$  e  $\cos(2k\pi)=1$ , visto que são múltiplos de  $\text{sen}(2\pi)=1$  e  $\cos(2\pi)=1$ . Assim,

$$\cos(x + 2k\pi) = \cos(x)(1) + \cos(x)(0)$$

$$\cos(x + 2k\pi) = \cos(x)$$

Assim sendo,  $\forall k \in \mathbb{Z}$ ,

$$\cos(x + 2k\pi) = \dots \cos(x + 8\pi) = \cos(x + 4\pi) = \cos(x + 2\pi) = \cos(x)$$

Portanto, a função cosseno é periódica, de período  $2\pi$ , representada graficamente através da figura 2:

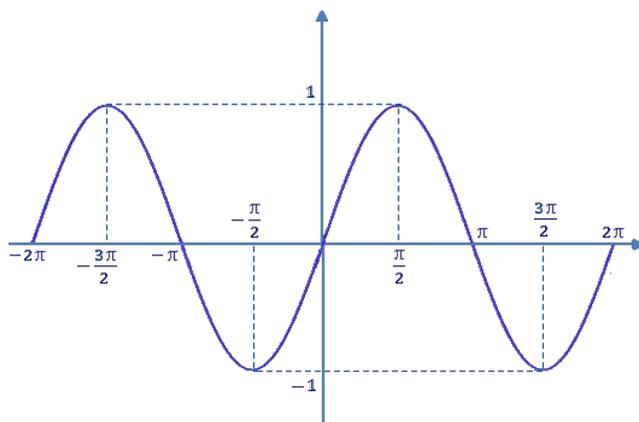


Figura 2 — Visualização gráfico da função  $\cos(x)$

Fonte: <https://hpdemat.apphb.com/FuncaoTrigonometrica> - Último acesso em 02/05/2022

Assim, a altura da nota será determinada pela periodicidade da nota, ou seja, da quantidade de oscilações por unidade de tempo (LINCK, 2010, p. 16).

Para o autor, “a amplitude é a intensidade do som” (LINCK, 2010, p. 14), assim, a intensidade é efetivamente ampliada ao passo que a amplitude também aumenta.

Linck (2010) tem como autoria uma fórmula para uma nota musical pura, fazendo uso da função *seno*:

$$Y = A \cdot \text{sen}(bx + c)$$

onde  $Y$  representa a variação de pressão,  $A$  representa a amplitude máxima da onda,  $x$  o tempo em segundos e  $c$  a fase, o ponto de início da curva.

A expressão pode ser reescrita, considerando  $b=2\pi f$

$$Y = A \cdot \text{sen}(2\pi \cdot fx + c)$$

ou

$$Y = A \cdot \text{sen}\left(\left(\frac{2\pi}{p}\right)x + c\right)$$

onde  $f$  é a frequência e  $p$  é o período, com  $f = \frac{1}{p}$ .

#### 4 | PROPOSTAS DE ATIVIDADES

“A teoria musical aborda a matemática em diversos níveis do conhecimento, desde a aprendida no ensino fundamental I e II, com o estudo das frações

e volume, passando pelo ensino médio com o estudo de progressões e logaritmos, até o ensino superior, com as séries de Fourier que descrevem o comportamento das ondas sonoras, a teoria dos conjuntos, e ainda a álgebra abstrata e a teoria dos números". (SOUSA, 2021, p.33)

Nesta seção, serão descritas propostas de atividades que podem ser aplicadas em sala de aula, promovendo interdisciplinaridade. As atividades descritas sugerem uma sequência didática, como possibilidades de aplicação por professores que venham a ter contato com as sugestões. Vale ressaltar que a apresentação prévia dos conteúdos é necessária, e que as propostas práticas sejam usadas como elementos de fixação do conteúdo teórico.

#### 4.1 Atividade 1

Esta atividade tem como público alvo alunos de 3º e 4º ano, onde os conceitos de fração são introduzidos. Para o seu desenvolvimento, a base é reproduzir um instrumento alternativo similar ao monocórdio de Platão. Consiste em construir uma caixa com material sugestivo de madeira, e uma corda de nylon, fixada nas suas extremidades (figura 3).



Figura 3 — Instrumento alternativo semelhante ao monocórdio

Fonte: Autoria própria

A prática consiste em relacionar os conceitos de som grave e agudo e frações. Ao tocar a corda inteira, será produzido um som. Ao passo que a corda vai sendo dividida em suas sucessivas metades serão produzidos sons semelhantes. Vale salientar que esta proposta de atividade não foi desenvolvida em sala de aula.

#### 4.2 Atividade 2

Esta segunda proposta didática é sugerida para alunos de 5º ano, podendo ser aplicada também nas séries posteriores se houver necessidade, sendo necessária a apresentação prévia dos conteúdos. A proposta também se aplica ao estudo de frações, mas desta vez com um instrumento alternativo inspirado em um xilofone.

Para a sua construção, os materiais sugeridos são canos de PVC, linha nylon, braçadeiras, haste de metal e garrafas de vidro idênticas. A estrutura de PVC (figura 4) será construída para dar suporte as garrafas que serão penduradas.

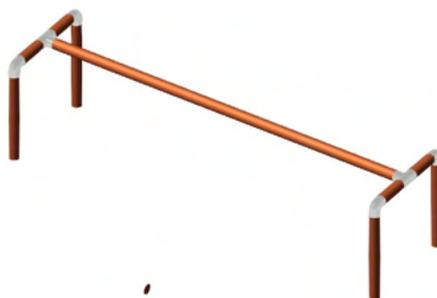


Figura 4 — Suporte de canos PVC

Fonte: Autoria própria

A escala temperada é constituída de 12 tons, com razão aproximada de 1,05946. Usando um volume de líquido na primeira garrafa, a proporção das demais deverá obedecer a razão da escala. A distância entre cada garrafa deverá ser de aproximadamente 30 cm.

Ao tocar as garrafas com uma haste de metal, deverão ser observados os sons produzidos, se há ou não semelhança, podendo ser usado como material de apoio um gravador para comparação após realização da experiência. Esta proposta também não foi aplicada em sala, sendo, portanto, apenas uma sugestão.

## 5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

A matemática e a música são vistas como áreas do conhecimento completamente distintas, embora a teoria musical tenha sua fundamentação naquela. A falta de conhecimento sobre o assunto dificulta a abordagem da arte musical em momentos que exijam a abordagem das ciências exatas. Com a busca pela interdisciplinaridade, que não se fundamenta apenas em contextualizar a matemática, ou torná-la palpável, alternativas de ensino matemático fundamentadas na teoria musical podem ser consideradas propostas pedagógicas eficientes para o entendimento dos alunos.

Portanto, este trabalho trás, além de uma breve fundamentação da relação entre a matemática e a música, propostas de atividades que relacionam as duas áreas do conhecimento de forma dinâmica, divertida e descontraída de trabalhar a matemática como uma forma de arte. No momento em que esta pesquisa foi desenvolvida não foi possível realizar pesquisa de campo com as suas devidas aplicações, porém, ficam registradas como sugestões que poderão servir de suporte para a aplicação das associações abordadas neste trabalho.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. X. **Matemática e música: uma abordagem através do monocórdio de Pitágoras.** Castanhal, 2018, p. 9-36.

CABRAL, R. B.; GOULART, C. **Matemática e música: uma proposta de aprendizagem.** P. 1-12.

CAMPOS, G. P. D. S. **A teoria dos conjuntos e a Música de Villa-Lobos: uma abordagem didática.** São Paulo: 2014, p. 11-94.

CORSO, A. M.; PIETROBON, S. R. G. **Teoria metodológica do ensino da matemática.** Paraná, 2012, p. 7-107.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação matemática: uma visão do estado da arte.** vol. 4, n. 1, março. 1993.

DOUKHAN, L. Música sacra e adoração. Revista Shabbat Shalom – Outono de 2002. Volume 49, n. 2, p. 18-25. Disponível em <<https://musicaeadoracao.com.br/20214/musica-na-biblia-doukhan/>>. Acesso em: 13 maio. 2021.

FONSECA, L. M. B. et al. **A interdisciplinaridade e o trabalho docente: uma perspectiva dialógica nos anos fundamentais do ensino fundamental.** Paraná, 2015.

GESTÃO ESCOLAR. Todas as leis da educação. 2009. Disponível em: <<https://gestaoescolar.org.br/conteudo/791/todas-as-leis-da-educacao>>. Acesso em: 13 maio. 2021.

GROUT, D. J.; PALISCA, C. V. **História da música ocidental.** 5ª ed. Lisboa, novembro de 2007.

LINCK, F. G. **Música e matemática: experiência didática em dois diferentes contextos.** Porto Alegre, 2010, p. 10-67

MARIANA, P. **Logaritmos e aplicações.** Rio Claro, 2013, p. 17-96.

MIGUEL, L.; XAVIER, L.; FRANZOLIN, D. **Progressões.** Campinas, v. 1, p. 5-26, maio. 2014.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/component/content/article?id=32681:apresentacao>>. Acesso em: 13 maio. 2021.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/fundeb>>. Acesso em: 13 maio. 2021.

MIRANDA, B. M. D.; ALENCAR, J. M.; CUSATI, I. C. **O ensino de matemática no Brasil: evolução histórica.** Bahia, 2019.

MIRITZ, J. C. D. **Matemática e música.** Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil, 2015, p. 14-94.

PARAIZO, R. F. **Progressões aritméticas e progressões geométricas: Aula 10.** p. 241-261

PEREIRA, A. C. C.; FERNANDES, M. C. **Matemática: prática de ensino em matemática I**. 1. ed. Fortaleza, EdUECE, 2015, p. 5-71.

PEREIRA, M. D. C. **Matemática e música: de Pitágoras aos dias de hoje**. Rio de Janeiro, 2013, p. 7-91.

QUILLES, A. et al. Funções trigonométricas circulares. Londrina, 2020. Disponível em: <<http://www.uel.br/projetos/matessencial/basico/trigonometria/trigo07.html>>. Acesso em: 13 maio. 2021.

ROSEIRA, N. A. F. **Educação matemática e valores: das concepções dos professores à construção da autonomia**. Salvador, 2004, p. 2-172.

SALES, R. B. **As contribuições da escola pitagórica para a matemática**. Teresina, 2015, p. 10-50

SILVA, D. C. **A música como estratégia de organização do Ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental**. Teresina, 2019, p. 11-88.

SIMONATO, A. L.; DIAS, M. P. M. **A relação entre matemática e música**.

SOUSA, A. A. C. **Relação entre matemática e música: Uma proposta metodológica**. Crateús, 2021, p. 12 - 42

## FUNCIONALIZACIÓN DEL GEL DE POLISILOXANO CON NANOPARTÍCULAS DE PLATA Y SU CARACTERIZACIÓN

*Data de aceite: 02/05/2022*

### **Rosa Aida Belvin Beltran**

Departamento Académico de Química,  
Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa

### **Julia Lilians Zea Álvarez**

Departamento Académico de Química,  
Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa  
Laboratorio de preparación, caracterización  
e identificación de nanomateriales (LAPCI-  
NANO) de la UNSA

### **Corina Vera Gonzáles**

Departamento Académico de Química,  
Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa  
Laboratorio de preparación, caracterización  
e identificación de nanomateriales (LAPCI-  
NANO) de la UNSA

### **Luis De Los Santos Valladares**

School of Materials Science and Engineering,  
Northeastern University  
People's Republic of China  
Cavendish Laboratory, Department of Physics, UK  
Laboratorio de Materiales Funcionales,  
Facultad de Ciencias Físicas, Universidad  
Nacional Mayor de San Marcos  
Lima Perú

### **María Elena Talavera Núñez**

Departamento Académico de Química,  
Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa  
Laboratorio de preparación, caracterización  
e identificación de nanomateriales (LAPCI-  
NANO) de la UNSA

**RESUMEN:** En la presente investigación presentamos un compuesto de polisiloxano funcionalizado con nanopartículas de plata (NPs-Ag). Se sintetizó NPs-Ag, por reducción de una solución de nitrato de plata ( $\text{AgNO}_3$ ) con borohidruro de sodio ( $\text{NaBH}_4$ ), las NPs-Ag se caracterizaron por el método espectrofotométrico UV-visible, encontrando que entre 400 – 410 nm se formó el típico pico de las NPs-Ag por la resonancia de plasmón superficial. En el análisis por Dispersión de Luz Dinámica (DLS) de las NPs-Ag se encontró una distribución polidispersa con dos poblaciones de 59,78 nm en un 70 % y de 4,33 nm en un 30 %. Seguidamente, se sintetizó el gel de polisiloxano por hidrólisis de clorosilano, usando como disolvente éter dietílico, el polisiloxano obtenido se caracterizó por espectrofotometría infrarroja con transformada de Fourier (FTIR). En el espectro se observan picos en la región de  $1258,88 \text{ cm}^{-1}$  correspondientes al metilo, a  $1000 - 1100 \text{ cm}^{-1}$  un pico correspondiente al enlace Si-O-Si y una banda a  $792,10 \text{ cm}^{-1}$  característica de los siloxanos, confirmándose la presencia del polisiloxano. Se funcionalizó el gel de polisiloxano (PS) con NPs-Ag, obteniéndose un gel de color amarillo lechoso, debido a la absorción por resonancia de los plasmones superficiales. El análisis por DLS del gel de PS-NPs-Ag, mostró una distribución monodispersa con un tamaño promedio de 158,7 nm en un 100%, debido a que el gel incluye en su estructura las NPs-Ag. El gel de PS-NPs-Ag se caracterizó por FTIR observándose un pico entre  $1000$  y  $1100 \text{ cm}^{-1}$  correspondiente al Si-O-Si y una banda a  $803,33 \text{ cm}^{-1}$  propia de los siloxanos, así mismo se observa una banda de absorción a  $3384 \text{ cm}^{-1}$

correspondiente a las NPs-Ag. En el análisis termogravimétrico (TGA) del gel de PS-NPs-Ag se muestra que a la temperatura de 374,96 °C alcanza el punto de fusión, característico de un polisiloxano y a 630,22 °C la muestra se descompone. Mediante Espectrometría de Masas con Plasma Acoplado Inductivamente (ICP-MS) se encontró una concentración de plata de 5,2 ppm. Por SEM-EDX se observa la morfología típica del gel de PS-NPs-Ag, además se observa una señal que corresponde a la presencia de plata.

**PALABRAS CLAVE:** Funcionalización, polisiloxano, nanopartículas de plata, gel.

## FUNCTIONALIZATION OF THE POLYSILOXAN GEL WITH SILVER NANOPARTICLES AND ITS CHARACTERIZATION

**ABSTRACT:** In the present investigation, we present a polysiloxane composition functionalized with silver nanoparticles (NPs-Ag). NPs-Ag was synthesized, by reduction of a solution of silver nitrate ( $\text{AgNO}_3$ ) with sodium borohydride ( $\text{NaBH}_4$ ), the NPs-Ag were characterized by the UV-visible spectrophotometric method, finding that between 400 - 410 nm the typical peak of NPs-Ag by surface plasmon resonance. In the Dynamic Light Dispersion (DLS) analysis of NPs-Ag, a polydisperse distribution was found with two populations of 59.78 nm in 70% and 4.33 nm in 30%. Next, the polysiloxane gel was synthesized by chlorosilane hydrolyzing, using diethyl ether as solvent, the polysiloxane obtained was characterized by Fourier transform infrared spectrophotometry (FTIR). In the spectrum peaks in the region of  $1258.88 \text{ cm}^{-1}$  corresponding to methyl are observed, at  $1000 - 1100 \text{ cm}^{-1}$  a peak corresponding to the Si-O-Si bond and a band at  $792.10 \text{ cm}^{-1}$  characteristic of the siloxanes, confirming the presence of polysiloxane. The polysiloxane (PS) gel was functionalized with NPs-Ag, obtaining a milky yellow gel, due to the resonance absorption of the surface plasmons. The DLS analysis of the PS-NPs-Ag gel showed a monodisperse distribution with an average size of 158.7 nm in 100%, because the gel includes NPs-Ag in its structure. The PS-NPs-Ag gel was characterized by FTIR, observing a peak between  $1000$  and  $1100 \text{ cm}^{-1}$  corresponding to Si-O-Si and a band at  $803.33 \text{ cm}^{-1}$  typical of siloxanes, also a band is observed absorption at  $3384 \text{ cm}^{-1}$  corresponding to the NPs-Ag. The thermogravimetric analysis (TGA) of the PS-NPs-Ag gel shows that at the temperature of  $374.96 \text{ °C}$  it reaches the melting point, characteristic of a polysiloxane and at  $630.22 \text{ °C}$  the sample decomposes. A silver concentration of 5.2 ppm was found by Mass Spectrometry with Inductively Coupled Plasma (ICP-MS). The typical morphology of the PS-NPs-Ag gel is observed by SEM-EDX, and a signal corresponding to the presence of silver is observed.

**KEYWORDS:** Functionalization, polysiloxane, silver nanoparticles, gel.

## 1 | INTRODUCCIÓN

Los polisiloxanos son polímeros inorgánicos que están adquiriendo gran importancia por sus propiedades fisicoquímicas, en su cadena principal presentan átomos diferentes al carbono, en comparación con sus homólogos orgánicos<sup>1</sup>. Los principales polímeros inorgánicos son los polisilanos, polifosfacenos y polisiloxanos como el polidimetilsiloxano (PDMS), el cual es un derivado del siloxano que presenta propiedades de gran interés como alta flexibilidad, alta estabilidad química, hidrofobicidad, resistencia a la radiación

ultravioleta y biocompatibilidad<sup>2</sup>.

La Tabla 1 lista algunos métodos para funcionalizar polisiloxano con distintos materiales usando distintas metodologías reportadas en la literatura. Algunos de los materiales funcionales reportados son, sales de amonio cuaternario, nanopartículas de sílica,  $ZrO_2$ ,  $ZnO$ ,  $SiO_2$  y  $Fe_2O_3$ <sup>3,4</sup>.

Buenas candidatas para la funcionalización de polisiloxanos son las nanopartículas de plata, que destacan por su versatilidad, porque son aplicables en optoelectrónica, catálisis, procesos de remediación ambiental, en aplicaciones biomédicas, por sus propiedades ópticas, eléctricas, mecánicas y estructurales; su fotoactividad las promueve como agente antimicrobiano (bactericida-fungicida) y han resultado ideales para marcaje celular<sup>5</sup>.

A pesar de la importancia de las NPs-Ag, hasta el momento hay pocos trabajos que reportan la funcionalización del polisiloxano con estos materiales, la poca literatura reporta la síntesis de una composición de goma de sílica antimicrobiana curable, que comprende una matriz orgánica que contiene nanopartículas de plata metálica de un tamaño de 1 a 50 nm, en una concentración de plata eficaz como antimicrobiano pero no citotóxica de más de 1 nmol/L a menos de 1  $\mu$ mol/L<sup>6</sup>.

Se obtuvo el compuesto de fibras de nylon con NPs-Ag y evaluado sus propiedades antimicrobianas. Las NPS-Ag se obtuvieron por reducción del nitrato de plata con ácido ascórbico, borohidruro de sodio y citrato trisódico. Las NPs-Ag mostraron un tamaño de 50-150 nm y una longitud de onda máxima de 418.5 nm. Las NPs-Ag se depositaron en fibra de nylon con adición de polisiloxano y alcohol polivinílico (PVA) como estabilizador. Los espectros infrarrojos con transformada de Fourier (FTIR) del compuesto de NPs-Ag-nylon mostraron picos atribuidos al grupo nanoplatina-amida, alcohol vinílico y siloxano. La prueba antibacteriana del compuesto se realizó por el método de unidades formadoras de colonias (UFC). Las nanopartículas de plata coloidal mostraron propiedades antibacterianas para las bacterias *Staphylococcus aureus* y *Escherichia coli*. En estas pruebas antibacterianas se demostró que la concentración de polisiloxano al 2% y el tiempo de deposición de 5 minutos dieron la estabilidad del antibacteriano con el tratamiento de varias veces de lavado<sup>7</sup>.

Se obtuvo una membrana de sílica con partículas de plata para recubrir estent (stent), en el que cumple una función protectora y antibacteriana. Para reducir el crecimiento de tejido o tumor, se han colocado stents metálicos autoexpandibles (SEMS) cubiertos. La efectividad de los SEMS cubiertos puede verse atenuada por la formación de lodos o cálculos o por obstrucción del stent debido a la formación de una biopelícula en la membrana de cobertura. En este estudio, se probó la hipótesis que una membrana de sílica que contiene partículas de plata (P-Ag) evitaría el lodo y la formación de biopelícula en los SEMS cubiertos. In vitro, la membrana cubierta de polímero de sílica integrada con P-Ag exhibió actividad antibacteriana sostenida, y no hubo liberación definitiva de iones de plata de la membrana de polímero de sílica integrada con P-Ag<sup>8</sup>. Se estudió la

incorporación de NPs-Ag en espumas de poliuretano (PU) para ser utilizadas como filtros de agua potable y eliminar la contaminación bacteriana. Se incorporaron nanopartículas de plata en espumas de poliuretano (PU) por exposición nocturna de las espumas en soluciones de nanopartículas, lavado repetido y secado al aire produciéndose una espuma de PU con un revestimiento uniforme, que puede ser utilizada como filtro de agua potable donde la contaminación bacteriana del agua superficial es un riesgo para la salud, las nanopartículas son estables en la espuma y no son arrastradas por el agua. La morfología de la espuma se conservó después del recubrimiento con las nanopartículas, la unión se debe a su interacción con el átomo de nitrógeno del PU. Las pruebas se realizaron con un filtro de agua prototípico. A un caudal de 0,5 L / min, en cuyo tiempo de contacto era del orden de un segundo, en la salida el recuento de *Escherichia coli* fue nulo cuando el agua de entrada tenía un carga bacteriana de 105 unidades formadoras de colonias (UFC) por ml. Combinado con el bajo costo y efectividad en sus aplicaciones, la tecnología puede tener grandes implicaciones en los países en desarrollo<sup>9</sup>.

Usando como precursor el compuesto organometálico [Ag (C<sub>6</sub>F<sub>5</sub>)] se sintetizaron NPs-Ag y se caracterizaron. Se realizaron métodos de síntesis de NPs-Ag mediante reacciones en disolución modificando parámetros para un control en el tamaño, forma, monodispersidad y superficie de las NPs-Ag, se caracterizaron por espectrofotometría UV-visible mostrando una banda correspondiente al plasmón superficial a 412 nm indicando la presencia de NPs-Ag, esféricas pequeñas. Este resultado se confirmó por microscopía de transmisión electrónica (TEM) observándose NPs-Ag uniformes de 9.8 nm de tamaño. Su naturaleza cristalina se confirma mediante difracción de rayos X de polvos donde se obtiene el patrón característico de la plata metálica con estructura cúbica centrada en las caras<sup>10</sup>.

En el presente trabajo se reporta la funcionalización del gel de polisiloxano con nanopartículas de plata, el polisiloxano fue obtenido por el método de hidrólisis del diclorodimetilsilano en agua y éter etílico y funcionalizado con NPs-Ag. Lo que se busca es obtener un nanocomposito con propiedades protectoras, de recubrimiento y bactericidas.

Método	Síntesis	Caracterización	Referencia
Funcionalización de poli (dimetilsiloxano-co-metilhidrosiloxano) con sales de amonio cuaternario.	Reacción de hidrosililación catalítica.	RNM de $^1\text{H}$ , $^{13}\text{C}$ , y $^{29}\text{Si}$ , con sistema acoplado de GPC/LS, caracterización fisicoquímica, viscosidad intrínseca ( $\eta$ ) peso molecular promedio viscoso (Mv).	[3]
Síntesis de goma de silicona antimicrobiana curable dispersa con nanopartículas plata de tamaño de 1 a 50 nm.	En la matriz orgánica goma de organopolisiloxano se dispersó homogéneamente nanopartículas de plata.	Morfología por SEM y TEM. Viscosidad intrínseca ( $\eta$ ), tamaño.	[6]
Método Stöber: Nanopartículas de sílice de dos tamaños fueron funcionalizadas con AMPS.	Las nanopartículas de sílice fueron funcionalizadas con 3-aminopropiltrimetoxisilano (AMPS) en medio básico.	Se determinó efectividad de la funcionalización de las nanopartículas por $^{29}\text{Si}$ RMN, FTIR y TGA, su tamaño y morfología por SEM y TEM, su estabilidad por TGA.	[4]
Obtención de hule silicón con trimetoxipropilsilil isocianato (ITPS) y NPs-SiO <sub>2</sub> .	Polimerización aniónica viviente, con la reacción de ambos grupos terminales (NCO en la sílice y OH en el polímero).	Espectrofotometría de escaneo UV-VIS-NIR, SEM, TEM, AFM, ATG.	[11]
Determinación de la influencia de la humedad relativa (HR) en nanopartículas coloidales de SiO <sub>2</sub> .	Nanosílice coloidal se expone a ambientes con alta HR, forma NPs esféricas de sílice amorfa con menor cantidad de grupos de silanol en la superficie.	Espectrofotometría TEM-EDS, ESEM-EDS, XRD, DTA-TG. Microscopía SEM.	[12]
Se incorporan nanopartículas un sistema de recubrimiento epóxico.	Incorporación de nanopartículas: ZrO <sub>2</sub> , ZnO, SiO <sub>2</sub> , y Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> , de refuerzo.	Propiedades mecánicas, TGA, TEM, SEM	[13]
Se colocaron stents metálicos autoexpandibles (SEMS) con recubrimiento de silicona con P-Ag, para reducir el crecimiento de tejido.	El stents tiene actividad antibacteriana sostenida.	Recubrimientos de membrana de silicona que contienen partículas de plata (P-Ag).	[8]
Se incorporaron nanopartículas de plata en espumas de poliuretano (PU).	Exposición nocturna de las espumas a soluciones de nanopartículas de plata.	Las nanopartículas de plata son estables en la espuma de PU y en un filtro tienen propiedades antibacterianas.	[10]

Tabla 1: Algunos de los métodos para funcionalizar polisiloxano reportados en la Literatura.

Fuente: Elaboración propia

## 2 | PARTE EXPERIMENTAL

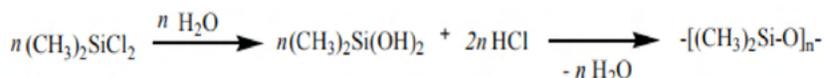
### 2.1 Síntesis de Nanopartículas de plata

La Síntesis de Nanopartículas de plata se realizó por reducción de nitrato de plata ( $\text{AgNO}_3$ ) 1 mM, con borohidruro de sodio ( $\text{NaBH}_4$ ) 2mM, con agitación constante, produciéndose la siguiente reacción:



### 2.2 Obtención del gel de polisiloxano

Para la obtención del gel de polisiloxano se mezcló éter dietílico con diclorodimetilsilano en un matraz con refrigerante a reflujo colocado sobre un agitador magnético. Se adicionó 10 ml de agua gota a gota, manteniendo la agitación por 10 min. Transcurrido este tiempo, se extrajo la mayor cantidad de agua posible con una pipeta Pasteur. A continuación se agregó al matraz por la parte superior del refrigerante 5 ml de disolución de bicarbonato de sodio al 10 % gota a gota y manteniendo la agitación. Una vez que el desprendimiento gaseoso se detuvo, se retiró el refrigerante y se separó la mayor parte de la fase acuosa de la orgánica usando una pipeta Pasteur. Se comprobó el pH de la fase acuosa resultante neutralizando hasta que la fase acuosa no presentó pH ácido. La disolución etérea resultante se secó añadiendo  $\text{MgSO}_4$  anhidro y filtrando (lavando luego con dos porciones de éter) pasando el polímero a la fase orgánica. La reacción que se produce es la siguiente:



En la Figura 1, se observan imágenes de la secuencia de síntesis del polisiloxano, que se realiza en tres etapas.



Figura 1: Secuencia de síntesis del polisiloxano a) Éter con diclorodimetilsilano b) Equipo de reacción a reflujo c) polisiloxano

Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 2 se muestran las características fisicoquímicas del polisiloxano obtenido, como color, olor, textura, solubilidad.

<b>Color</b>	Traslucido
<b>Olor</b>	Característico a silicona
<b>Textura</b>	Aceitoso
<b>Solubilidad</b>	Soluble en alcohol, éter dietílico, insoluble en agua

Tabla 2: Características fisicoquímicas del polisiloxano obtenido

Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 2 se listan las características fisicoquímicas del polisiloxano obtenido. Se efectuaron pruebas de solubilidad para elegir el solvente adecuado para realizar la funcionalización del polisiloxano con nanopartículas de plata, de acuerdo a los resultados obtenidos se escogió el éter dietílico como disolvente.

### 2.3 Funcionalización del Polisiloxano

Para la funcionalización del polisiloxano, se disolvió 3 ml de poliepóxido con éter dietílico en la proporción de 1:2 se mezcló con 3 ml del polisiloxano y se añadió 3 ml de solución de nanopartículas de plata, agitando en un zonicador por 20 minutos a temperatura ambiente para dispersar las nanopartículas y asegurar que no se formen agregados. En la Figura 2 se observa la imagen del polisiloxano funcionalizado:



Figura 2: Nanocomposito de polisiloxano funcionalizado con nanopartículas de plata

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 2 se observa que al funcionalizar el polisiloxano con nanopartículas de plata, se forma un gel de color amarillo opalescente.

A continuación en la Figura 3, tenemos el diagrama de bloques del proceso de obtención del polisiloxano funcionalizado con nanopartículas de plata.

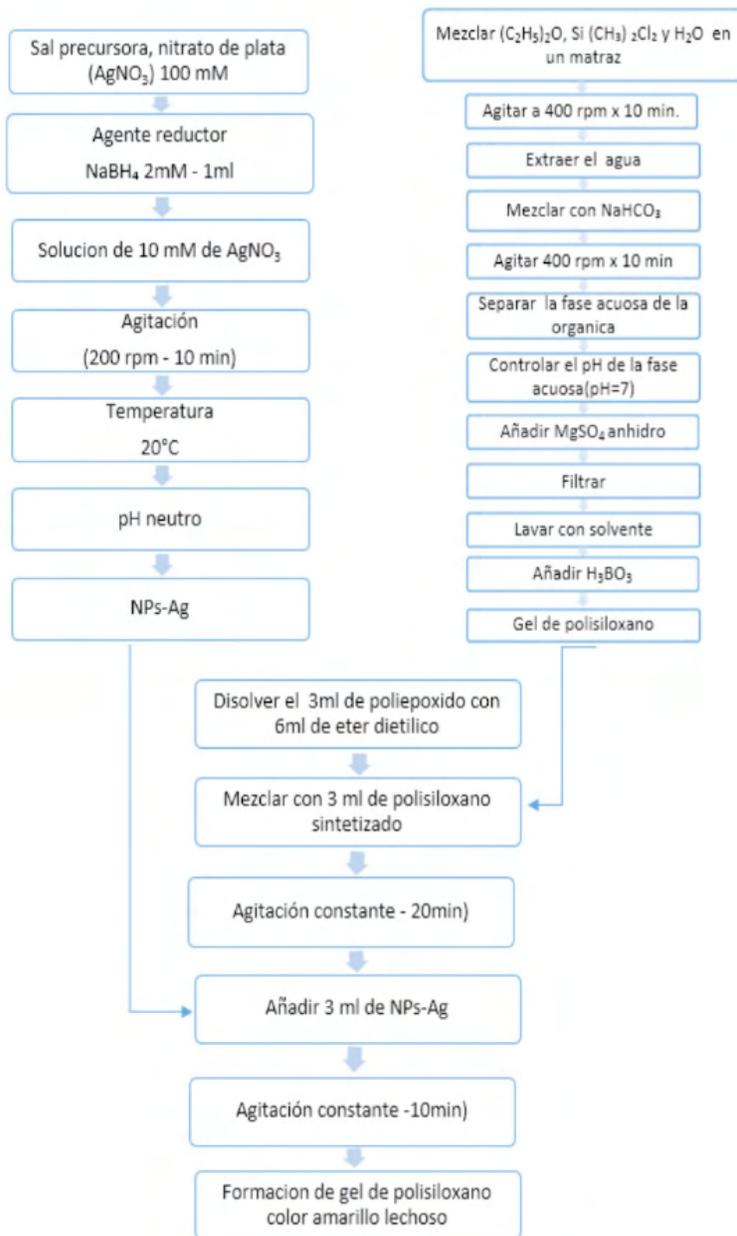


Figura 3: Diagrama de bloques del proceso de obtención del polisiloxano funcionalizado con NPs-Ag

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 3 se observa el Diagrama de bloques del proceso de obtención del polisiloxano funcionalizado con NPs-Ag, que se realizó en tres etapas.

## 2.4 Caracterización de las NPs-Ag y del Nanocomposito

La caracterización de las NPs-Ag se realizó por espectroscopia de absorción de luz UV- Visible, en un equipo SPECTRONIC© 20 GENESYS TM con celdas de cuarzo con 1 cm de longitud de paso óptico, con un rango espectral de 300 a 1100 nm. Asimismo, se caracterizaron por Dispersión de Luz Dinámica (Dynamic lighth scatterig) usando un equipo DLS marca ZETASIZER NANO ZS.

El gel de polisiloxano se caracterizó en un Espectrofotómetro Infrarrojo con Transformadas de Fourier (FTIR), marca Nicolet iS50 FT-IR de Thermo Scientific, en el rango espectral de 4000 a 800  $\text{cm}^{-1}$  de longitud de onda y con 4  $\text{cm}^{-1}$  de resolución, igualmente se hizo el análisis termogravimétrico (TGA) en un equipo marca Discovery SDT 650 en celdas de porcelana con flujo de aire y una velocidad de calentamiento de 5°C/min, desde la temperatura ambiente hasta 630°C. Se caracterizó por SEM-EDX en un equipo marca Carl Zeiss, EVO 10 MA, con un voltaje de aceleración en el rango de 1 a 20 KV y corriente de haz de 1 a 500 Pa y detector de electrones secundarios, acoplado a un analizador por EDX. Asimismo se caracterizó por Espectrometría de masas con plasma de acoplamiento inductivamente ICP-MS, en un equipo marca iCAP TQ ICP-MS.

## 3 | RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la obtención de las NPs-Ag, se observó una coloración amarilla que indica la formación de las nanoparticulas, este color es debido a la absorción por la resonancia de los plasmones superficiales. El seguimiento de la formación de NPs-Ag fue por espectroscopía UV- visible, el espectro se presenta en la Figura 4.

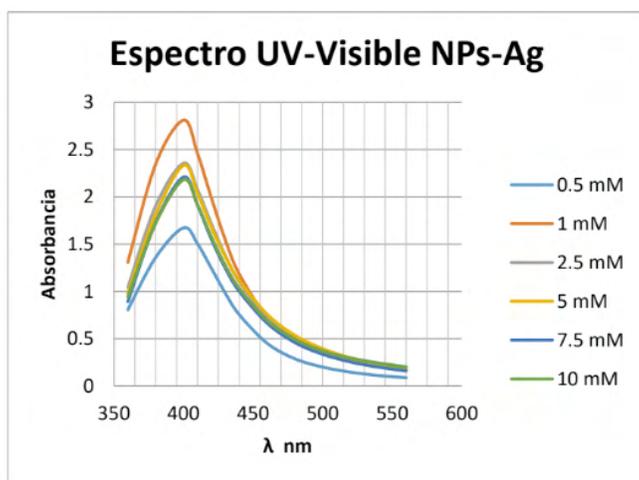


Figura 4: Espectro UV-Visible de las nanopartículas de plata

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 4 del Espectro UV-Visible de las NPs-Ag, se observa un máximo de absorbancia en la longitud de onda entre 400 a 410 nm, debido a la absorción por resonancia de los plasmones superficiales. Esto se produce debido a los electrones libres en la banda de conducción de la superficie de las nanopartículas, que reciben un haz de luz incidente, esto induce a una excitación de estos electrones libres y como consecuencia; se produce una oscilación coherente deslocalizada de los electrones de la superficie de las nanopartículas metálicas, la excitación electromagnética se llama polaritón del plasmón de superficie. Para determinadas frecuencias de la energía incidente, se produce un acoplamiento entre las frecuencias de la onda incidente y de la oscilación del polaritón; a este fenómeno se le llama resonancia del plasmón de superficie y tiene la capacidad de absorber determinadas frecuencias de la luz incidente y de transmitir las frecuencias no absorbidas, lo que se asocia a un determinado color<sup>14</sup>. Se experimentó con varias concentraciones de  $\text{AgNO}_3$ , se eligió para trabajar la concentración 1mM en la que el espectro es más estable por presentar el pico más alto y definido.

En la evaluación del tamaño de las nanopartículas de plata y del polisiloxano funcionalizado con nanopartículas de plata se usó la técnica de Dispersión de luz dinámica (DLS). En la Figura 5, se muestran los histogramas correspondientes.

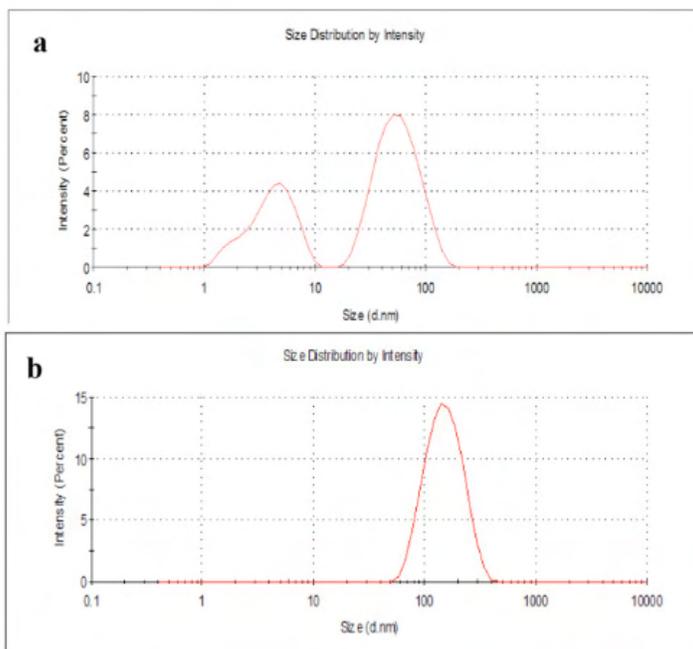


Figura 5 (a) Histograma de los diámetros hidrodinámicos de las NPs-Ag,  
5 (b) Histograma del nanocomposito de polisiloxano funcionalizado con NPs-Ag por DLS

Fuente: Elaboración propia

En la figura 5 (a) correspondiente al histograma de los diámetros hidrodinámicos de las nanopartículas de plata, donde se relaciona el inverso del tamaño de partícula con el movimiento browniano que tienen las partículas dispersas en un medio, el diámetro hidrodinámico es afectado por los iones presentes en el medio y las modificaciones superficiales<sup>15</sup>. Se observa una distribución polidispersa de dos poblaciones, con tamaños hidrodinámicos de 4.33 nm en un 30% y de 59.78 nm en un 70%, por ser el tamaño menor a 100 nm se confirma la presencia de nanopartículas.

En la figura 5 (b) correspondiente al histograma de los diámetros hidrodinámicos del nanocomposito del PS-NPs-Ag, se observa una distribución de una población monodispersa, con un tamaño hidrodinámico de 158.7 nm en un 100%, debido a que el polímero al funcionalizarse aumenta de tamaño, por contener en su estructura matriz las nanopartículas de plata.

Se caracterizó el polisiloxano, el polisiloxano epóxico y el polisiloxano epóxico funcionalizado con nanopartículas de plata por Espectrofotometría Infraroja con transformadas de Fourier (FTIR), identificándose sus modos vibracionales característicos.

En la Figura 6 se observan los espectros IR: 6 a) Polisiloxano sintetizado, 6 b) Polisiloxano epóxico, 6 c) polisiloxano epóxico funcionalizado con nanopartículas de plata.

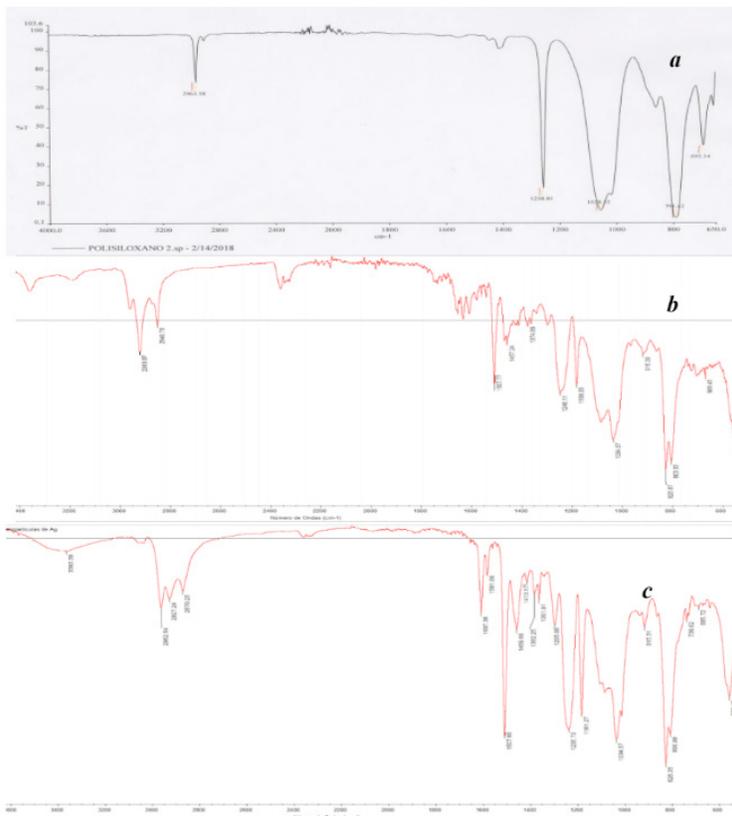


Figura N° 6: a) Espectro FTIR del polisiloxano, b) Espectro FTIR del Polisiloxano epóxico, c) Espectro FTIR del polisiloxano epóxico funcionalizado con nanopartículas de plata.

Fuente: Elaboración propia

En la figura 6 (a) correspondiente al espectro FTIR del polisiloxano se observa que en la región de  $1258.88\text{ cm}^{-1}$  aparecen las deformaciones simétricas correspondientes al dimetilo. A  $1000 - 1100\text{ cm}^{-1}$  aparece una doble banda correspondiente a cambios en la distancia del enlace Si-O-Si (“stretching”) y a  $792.10\text{ cm}^{-1}$  se observa las bandas correspondientes a modificaciones en el ángulo del enlace  $\text{CH}_3$  (“rock”) y los cambios en la distancia del enlace Si-C (“stretching”) con lo que queda confirmado la síntesis del polisiloxano por la presencia de los grupos del siloxano.

En la figura 6 (b) correspondiente al espectro por FTIR del polisiloxano epóxico, se observa el pico del grupo oxirano en la región  $970 - 914\text{ cm}^{-1}$ , característico del grupo epoxi, el pico en el rango de  $1000 - 1100\text{ cm}^{-1}$  se observa una doble banda correspondiente a cambios en la distancia del enlace Si-O-Si (“stretching”), en el pico  $803.33\text{ cm}^{-1}$  se observan las bandas correspondientes a modificaciones en el ángulo del enlace  $\text{CH}_3$  (“rock”) y a los cambios en la distancia del enlace Si-C (“stretching”) picos característicos del polisiloxano.

En la figura 6 (c) correspondiente al espectro por FTIR del polisiloxano epóxico funcionalizado con nanopartículas de plata, se observa una banda ancha de absorción a  $3384\text{ cm}^{-1}$  provocada por la tensión del  $-\text{OH}$  proveniente de las moléculas de agua asociadas a la solución de nanopartículas de plata, asimismo se evidencia el pico  $1581\text{ cm}^{-1}$  característico de la plata, además de los picos característicos del polisiloxano.

Comparando las Figuras 6 (a), (b) y (c) referidas a los resultados del FTIR de los polisiloxanos, que fueron caracterizados a fin determinar de manera experimental sus principales bandas (correspondientes a los enlaces presentes en su estructura química), y posteriormente determinar el efecto de la funcionalización del polisiloxano con nanopartículas de plata. En todos los casos se observan picos similares entre  $792$  y  $825\text{ cm}^{-1}$  por el estiramiento del enlace  $\text{Si-C}$ , entre  $1000$  y  $1100\text{ cm}^{-1}$  por el estiramiento del enlace  $\text{Si-O-Si}$ , entre  $1101$  y  $1258\text{ cm}^{-1}$  debidos al estiramiento del enlace  $\text{Si-O}$ . También son evidenciadas bandas características para cada uno de ellos: a  $914\text{ cm}^{-1}$  corresponde los grupos epoxi ( $\text{CH}_2\text{-O-CH-}$ ), a  $1581\text{ cm}^{-1}$  característico de la plata, una banda ancha de absorción a  $3384\text{ cm}^{-1}$  por las moléculas de agua asociadas a la solución de nanopartículas de plata.

Seguidamente en la Figura 7 se muestra la caracterización del polisiloxano funcionalizado con nanopartículas de plata en el que se utilizó el analizador termogravimétrico (TGA).

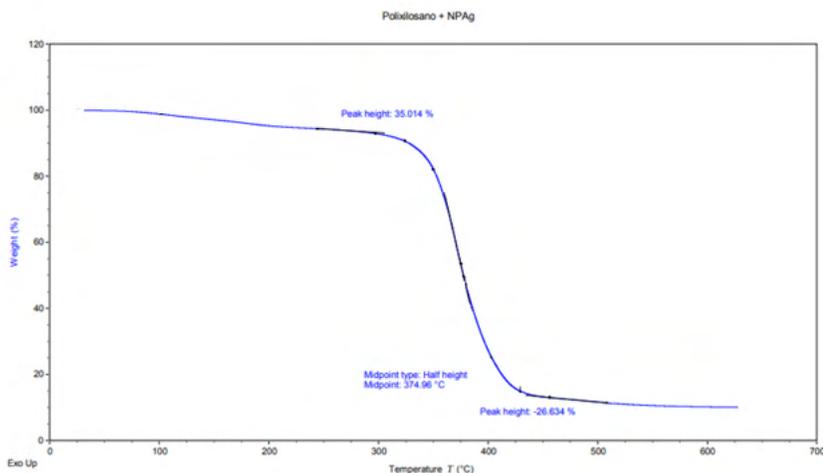


Figura 7: Análisis termogravimétrico del nanocompuesto del polisiloxano con nanopartículas de plata

Fuente: Elaboración propia

La Figura 7 corresponde al Termograma de la degradación térmica del polisiloxano funcionalizado con nanopartículas de plata, se observa que a  $374.96^{\circ}\text{C}$  llega al punto de

fusión y a 630.22 °C la muestra se descompone totalmente, desprendiendo gases, lo que nos indica que la muestra tiene resistencia a la temperatura.

En la caracterización del polisiloxano funcionalizado con nanopartículas de plata por Espectrometría de masas con plasma de acoplamiento inductivamente ICP- MS, se obtuvo 5,2 mg/L de plata, como se observa en la Tabla 4.

N°	ELEMENTO	LECTURA mg/L
1	Aluminio total	0,13
2	Antimonio Total	<0,00005
3	Arsénico Total	0,00004
4	Bario Total	0,0321
5	Berilio Total	<0,00002
6	Bismuto Total	0,00008
7	Boro Total	0,039
8	Calcio Total	0,43
9	Cadmio Total	0,00001
10	Cerio Total	0,00019
11	Cobalto Total	0,00006
12	Cobre Total	0,002
13	Estaño Total	0,00015
14	Estroncio Total	0,0074
15	Fosforo Total	<0,02
16	Hierro Total	0,04
17	Litio Total	0,00058
18	Magnesio Total	0,05
19	Manganeso Total	0,0009
20	Mercurio Total	<0.0005
21	Molibdeno Total	0,00005
22	Níquel Total	0,0004
23	Potasio Total	<0,02
24	Plata Total	5,2
25	Plomo Total	0,0004

Tabla 4: Análisis de ICP-MS en el polisiloxano funcionalizado con nanopartículas de plata

Fuente: Elaboración propia

La Tabla 4, corresponde a los resultados de ICP-MS, se encontró 5,2 mg/L de plata, confirmando que las nanopartículas de plata se incorporaron en la estructura del polisiloxano.

En la caracterización morfológica del polisiloxano funcionalizado con nanopartículas de plata por SEM-EDX, se observa en la microfotografía del nanocomposito en la Figura 8

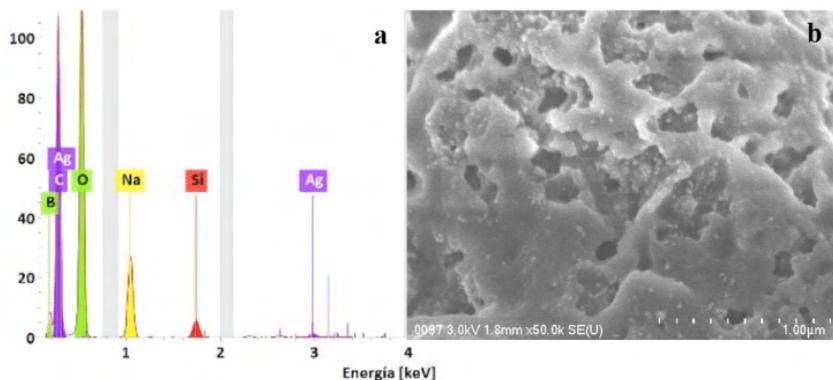


Figura 8: Microscopía Electrónica de barrido del polidimetilsiloxano funcionalizado con nanopartículas de plata: a) Imagen EDX y b) Imagen SEM

Fuente: Elaboración propia

La figura 8 (a) correspondiente a la imagen por Espectroscopía de dispersión de energía (EDX), proporciona información complementaria en cuanto a la composición química de la muestra, se observan diferentes señales que muestran mayor proporción de plata por la presencia de nanopartículas de plata. Las zonas grises: 1, 2, 3, corresponden a zonas sin lecturas.

La figura 8 (b) correspondiente a la microfotografía del PS-NPs-Ag tomada por SEM, presenta una magnificación de las superficies de 10 mil veces, se observa la morfología típica de un gel, siendo las fases más dominantes, en este caso corresponden al gel de polisiloxano funcionalizado con nanopartículas de plata.

## 4 | CONCLUSIONES

Se obtuvieron nanopartículas de plata por reducción del nitrato de plata  $\text{AgNO}_3$  con borohidruro de sodio, las cuales se caracterizaron por espectroscopía UV-visible, presentando un plasmón con un máximo de absorbancia a 400 nm. Se encontró el tamaño hidrodinámico de las NPs-Ag por dispersión de luz dinámica (DLS) el histograma muestra una distribución polidispersa de dos poblaciones de 59.78 nm en un 70% y de 4.33 nm 30%.

Se sintetizó el polisiloxano por el método de hidrólisis de clorosilano en agua y éter dietílico luego se funcionalizó el gel con NPs-Ag, el cual se caracterizó por espectrofotometría infrarroja con transformadas de Fourier (FTIR), en el que se observan picos en la región de  $1258,88 \text{ cm}^{-1}$  correspondientes al metilo, a  $1000 - 1100 \text{ cm}^{-1}$  un

pico correspondiente al enlace Si-O-Si y una banda a 792,10  $\text{cm}^{-1}$  característica de los siloxanos, confirmándose la presencia del polisiloxano, además se evidencia el pico 1581  $\text{cm}^{-1}$  característico de la plata.

En la caracterización por Análisis termogravimétrico se observa que a 374.96°C llega al punto de fusión y a 630.22 °C se descompone, lo que indica que la muestra tiene resistencia a la temperatura. Por ICP Masas se encontró 5.2 ppm de plata en el gel de polisiloxano funcionalizado con NPs-Ag. Por SEM-EDX, se observa la morfología típica de un gel, por EDX se observan diferentes señales que revelan mayor proporción de plata, por lo que se confirma la presencia de plata en el gel de polisiloxano funcionalizado con NPs-Ag.

## AGRADECIMIENTO

Al Proyecto de Investigación Básica y Aplicada IBA-045-2016 – UNSA, titulado: “Funcionalización de un gel de polisiloxano con nanopartículas de plata y su potencial aplicación como recubrimiento para evitar la degradación del sillar (IGNIMBRITA)”.

## REFERENCIAS

1. Meléndez Z. Gasca J., Jauregui J., & Amavisca M. (2015). “Polisiloxanos Materiales para aplicaciones de alta tecnología”. México.
2. Vásquez H. (2014). “Uso de Emulsión epóxica de base agua como alternativa ecológica”. Lima. Perú.
3. Gerra J. & Villegas J. (2013) “Síntesis y caracterización de un polisiloxano funcionalizado: Estudio de sus propiedades en un disolvente polar”. México.
4. Echeverri M., Giraldo, L., & López, B. (2007). “Síntesis y funcionalización de nanopartículas de sílica con morfología esférica”. *Scientia et Technica*, 13(36), 169-173. Pereira. Colombia.
5. Gómez Quintero, T., Arroyo Ornelas, M. A., Hernandez Padrón, G., & Acosta Torres, L. S. (2013). “Nanopartículas de plata: Aplicaciones biomédicas”. UNED. España.
6. Hanke B. (2007). Patente N° 2286026. Oficina Española de Patentes y Marcas. Madrid. España.
7. Laksmono J., Haryono A., Handaya A. “Functionality of Polysiloxane in the Attachment of Silver Nanoparticles on Nylon Fiber Surface”. Indonesia. 2014.
8. Lee T. et al. (2016) “Fabrication of a silver particle integrated silicone polymercovered metal stent against sludge and biofilm formation and stentinduced tissue inflammation”. Estados Unidos.
9. Prashant J., & Pradeep T. (2005). “Potential of Silver Nanoparticle-Coated Polyurethane Foam As an Antibacterial Water Filter”. India.

10. Monge M. (2009). "Nanopartículas de plata: métodos de síntesis en disolución y propiedades bactericidas". Dialnet, 33- 41. La Rioja. España.
11. Yeveerino C. (2013). "Síntesis de materiales superhidrófobos mediante la funcionalización de nanopartículas de sílice en hule silicona empleando polimerización aniónica viviente". México.
12. Zornoza-Indart, A., & Lopez-Arce, P. (2016). "Silica nanoparticles ( $\text{SiO}_2$ ): Influence of relative humidity in stone consolidation". Journal of Cultural Heritage (18), 258-270. Estados Unidos.
13. Boumaza, M., Khan, R., & Zahrani, S. (2016). "An experimental investigation of the effects of nanoparticles on the mechanical properties of epoxy coating". Thin Solid Films, 160-164. Crossref Doi. Estados Unidos.
14. Sánchez M. (2017). "Nanopartículas de plata: Preparación, caracterización y propiedades con aplicación en inocuidad de los alimentos". Universidad Nacional de Educación a Distancia. Madrid. España.
15. Portillo D. (2015). "Potencial de Nanopartículas de plata inmovilizadas mediante la técnica de ultrasonido recubiertas en corcho granular como agente microbiano". Universidad Politécnica de Cataluña. Barcelona.

## **SOBRE OS ORGANIZADORES**

**FRANCISCO ODÉCIO SALES** - Doutorando em Educação (Ensino de Matemática) pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Bacharel em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (2008) onde foi monitor de Cálculo Diferencial e Integral (2005) e bolsista de Iniciação Científica (PIBIC) financiado pelo CNPq (2005-2008) desenvolvendo pesquisa na área de Geometria Diferencial, com ênfase em Superfícies Mínimas e Equações Diferenciais Aplicadas. Licenciado Pleno em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (2009). Especialista em Ensino de Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (2015). Mestre em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (2019). Especialista em Docência na Educação Profissional, Científica e tecnológica pelo Instituto Federal do Ceará (2020). Foi professor da rede pública estadual do Ceará entre 2009 e 2019, atuando no magistério do ensino fundamental e médio. Atuou entre 2013 e 2016 como Assessor Pedagógico na Secretaria de Educação do Ceará (SEDUC/CE) onde coordenou projetos relacionados a educação Financeira, Educação Fiscal, Educação Científica e Formação de Professores. Representou o Ceará nas reuniões iniciais para implementação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) na área de Matemática. Professor tutor da Universidade Aberta do Brasil (UAB/IFCE) desde de 2010 atuando na Licenciatura Plena em Matemática. Atualmente é Professor de Educação Básica, técnica e tecnológica (EBTT) do Instituto Federal do Ceará (IFCE) atuando nas licenciaturas em Matemática e Física. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Geometria Diferencial. Coordena o Polo Olímpico de Treinamento Intensivo (POTI) de Crateús e o Projeto de Intervenção em Matemática (PIM). Atua nas seguintes frentes de pesquisa: Superfícies Mínimas, Geometria não euclidiana, Olimpíadas de Matemática e Equações Diferenciais Aplicadas. É membro do Laboratório de Ensino de Ciências Naturais, Matemática e Música (IFCE Campus Crateús), do Grupo de Pesquisa em Matemática e Educação Matemática do IFCE e Professor Coordenador do Grupo de Pesquisa e Estudos em Ensino de Matemática do Ceará - GEPEMAC (em reconhecimento pelo CNPq). Orientador de Graduação e pós graduação (Monografia e TCC). Membro do corpo editorial das editoras Atena, DINCE e InVivo e da Revista Clube dos Matemáticos. Autor de livros na área de Matemática e Educação.

**HUDSON DE SOUZA FELIX** - Mestre em Matemática (PROFMAT) pela UFC, atualmente docente efetivo do IFCE. Ex docente da rede pública do Ceará, tendo atuado como professor de escolas militares, como também tendo uma vasta atuação pela Universidade Aberta do Brasil - EAD/UFC. Atualmente no IFCE tem realizado um trabalho nos campos da Álgebra, Análise e Geometria.

**RAMOM SANTANA REBOUÇAS** - Mestre em Matemática pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) com trabalho final desenvolvido na área de otimização, abordando problemas de roteamento de veículo e Licenciado em Matemática pelo Instituto Federal do Ceará (IFCE) onde apresentou o TCC na área de Geometria Algébrica. Atuou como professor de Matemática nos cursos de Engenharia da UFC, nos anos de 2017 e 2018 e, atualmente,

é professor efetivo do IFCE campus Crateús onde coordena o curso de Licenciatura em Matemática desde Março de 2020.

## ÍNDICE REMISSIVO

### A

Acercamiento normalizado de la base de datos 25

Actitud 1, 3, 6, 13, 15, 17, 18, 19, 21, 22, 23

Antimicrobiano 34, 35, 36, 37, 38, 39, 41, 153

### B

Burnout docente 1, 7

### C

Cálculo vectorial 103, 105

Cero papel 43, 45, 48

Compromiso docente 1, 3, 6, 7, 12

Creencias 15, 16

Criba 70, 75, 77, 80

Cuasiresonancia 58, 66, 67, 68

Curvas planas 103

### E

Ecuaciones diferenciales 58, 68, 69

Educational experiment 81

Escala 6, 7, 12, 15, 18, 19, 22, 23, 24, 138, 141, 144, 148

### F

Firmas digitales 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50

### G

Geometry 81, 86

### H

Heterocíclica 112

Hidrogel 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40

### I

Irracional 58

Isolated pentagon rule 106

### L

Laboratory experiment 81

## **M**

Matemática 16, 24, 68, 71, 80, 81, 105, 137, 138, 139, 140, 141, 144, 146, 148, 149, 150, 168, 169

Medio ambiente 36, 43, 44, 45, 48, 112, 115, 118

Modelado interacciones 25

Motivación hacia la enseñanza 1

Musica 149

## **N**

Nonclassical fullerene 106

Números afortunados de Euler 70, 71, 72

Números primos 70, 71, 72, 73, 74, 76, 78, 79, 80, 139

## **O**

Optical geometry 81

Oscilador mecánico 58, 59

## **P**

Plasma 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 152, 159, 164

Polinomios 70, 71, 72

## **Q**

Química verde 112, 113, 115, 116, 117, 118, 119

Quitosano 34, 36, 37, 38, 39, 40, 41

## **R**

Reacción de maillard 113

Requerimientos tempranos 25

## **S**

Schlegel diagram 106

Seguridad 17, 18, 20, 21, 43, 45, 47, 48, 49, 50, 115

Señal de excitación 58, 59, 60, 62, 63, 65

Superficies 36, 103, 165

## **T**

Teoría musical 137, 138, 139, 140, 141, 144, 146, 148

## **U**

UML 25, 26, 28

## **V**

Vocación científica 1, 14

# CIENCIAS EXACTAS Y DE LA TIERRA:

Observación, formulación y predicción

# 2

[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br) 

[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br) 

[@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora) 

[www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br) 

# CIENCIAS EXACTAS Y DE LA TIERRA:

Observación, formulación y predicción

# 2

[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br) 

[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br) 

[@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora) 

[www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br) 