Física mecánica

Nivelación para estudiantes universitarios

Lily Arrascue Córdova

Lily Arrascue Córdova es Licenciada Físico-Química y Máster en Ciencias Físico-Químicas por la Universidad de la Amistad de los Pueblos "Patricio Lumumba", Rusia. También es Magíster en Docencia para la Educación Superior por la Universidad Andrés Bello, Chile.

Tiene más de 25 años de experiencia como docente en prestigiosas instituciones y actualmente es coordinadora de los cursos de Nivelación de Física y de Física 2 en la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC).

Física mecánica

Nivelación para estudiantes universitarios

Lima, marzo de 2015

Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas

Lily Arrascue Córdova

Primera publicación: junio de 2014
Impreso en el Perú - *Printed in Peru*

Corrección de estilo: Gabriela Vargas
Diseño de cubierta: Germán Ruiz Ch.
Diagramación: Diana Patrón Miñán

Editor del proyecto editorial
Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas S. A. C.
Av. Alonso de Molina 1611, Lima 33 (Perú) Teléf:
313-3333
www.upc.edu.pe
Primera edición: junio de 2014
Primera reimpresión: marzo de 2015

Digitalizado y Distribuido por YoPublico S.A.C.

www.yopublico.net
Telf: 51-1-221 9998
Dirección: Av. 2 de Mayo 534 Of. 304, Miraflores
Lima-Perú

Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC)
Centro de Información

Arrascue Cordova, Lily. Física mecánica: nivelación para estudiantes universitarios.
Lima: Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC), 2015
ISBN de la versión impresa: 978-612-4191-29-9
ISBN de la versión PDF: 978-612-4191-34-3
ISBN de la versión e-Pub: 978-612-318-001-0

FISICA, MECANICA, UNIDADES DE MEDIDA, CINEMATICA, LEYES DE NEWTON, VECTORES, EJERCICIOS DE APLICACIÓN

531 ARRA

Contenido

Prólogo

Física Mecánica es un libro que tiene como objetivo fundamental presentar los conocimientos de física de forma muy sencilla, al lograr que estos se relacionen con situaciones reales y cotidianas para los estudiantes. En el texto, Lily Arrascue desarrolla toda su capacidad para encontrar aplicaciones a la física alrededor nuestro. Además, la autora plantea tres aspectos importantes para que los lectores acometan la tarea del aprendizaje de física.

El primer aspecto importante de esta obra se refiere a cómo la profesora Arrascue propone cada punto de la temática, al ligar el conocimiento con una situación real próxima al alumno. Gracias a su experiencia en la docencia, sabe que los universitarios de los primeros ciclos pueden aproximarse a la física de manera óptima a través de demostrarles que estos conocimientos los podemos encontrar cerca. Por lo tanto, la idea de enseñar a los estudiantes que vivimos rodeados de un mundo en el que a cada instante se ponen en práctica los conceptos de física, da resultados al despertar el interés por esta.

Ejercer la docencia universitaria en cursos de ciencias hace que los profesores nos esforcemos cada día en la elaboración de materiales que logren capturar el interés de nuestros alumnos por aprender. El segundo aspecto importante es que en *Física Mecánica* se puede apreciar la presentación de forma muy sencilla de los diferentes conceptos ligados a la física. Estos conceptos e ideas teóricas serán mejor recibidos e interiorizados por los estudiantes a medida que sean expresados en forma sencilla y al alcance de los interesados. En este sentido, la profesora Lily Arrascue ha logrado hacer un arreglo muy interesante y adecuado de conceptos de la física mecánica que logra cubrir el espectro necesario para los alumnos a los cuales se orienta el libro.

El tercer aspecto que presenta la obra se refiere a la naturaleza de los estudiantes de estos días, que buscan siempre la aplicación de los conocimientos que van adquiriendo. Esta es una premisa que Lily sabe aprovechar muy bien a lo largo de *Física Mecánica*. El texto propone muchas aplicaciones que se dan de inmediato al presentar los conceptos. El tema de los ejercicios es de gran ayuda para el alumno porque este puede ir verificando la adquisición de los conocimientos poco a poco a través de la práctica. *Física Mecánica* contiene muchos ejercicios resueltos a modo de ejemplos, además la autora plantea otros para que el lector los resuelva y coloca las respuestas al final del libro y propone un grupo que funciona como autoevaluación cuando termina cada capítulo, lo que permitirá que el estudiante independientemente pueda obtener un diagnóstico de cómo está a nivel de aplicación de los conocimientos adquiridos. Lograr que el alumno ponga en práctica rápidamente lo aprendido a través de la ejercitación es la propuesta principal del texto.

Finalmente, se puede concluir que el libro *Física Mecánica*, escrito por la profesora Lily Arrascue, es una buena alternativa para la enseñanza de conceptos de mecánica en física que se adapta muy bien a la forma de aprendizaje que desarrollan los estudiantes de hoy. Su mayor fortaleza radica en que de forma sencilla, con muchas situaciones reales, el estudiante aprende.

Introducción

El presente libro está destinado al aprendizaje de la Física en un nivel introductorio para los estudiantes de ingeniería y arquitectura.

Para ello, repaso los temas de física clásica en cuatro unidades: Magnitudes y medida, Cinemática , Dinámica , y Trabajo y Energía mecánica y su conservación . Todo ello a través de un contenido desarrollado de tal manera que el estudiante construya por sí mismo el conocimiento necesario para enfrentar exitosamente los retos que emprenderá en cada tema.

Cada unidad consta de capítulos, los cuales presentan una introducción conceptual con ejemplos resueltos, preguntas y problemas, actividades y ejercicios de autoevaluación.

El propósito de la introducción conceptual es presentar al estudiante, a lo largo de todas las unidades, conceptos físicos de manera sencilla, pero con la rigurosidad que lo ameritan. En los ejemplos resueltos se toma en cuenta los conocimientos previos adquiridos por el estudiante, no solo en la física sino en la matemática, para explicar diversas situaciones de la vida real. El objetivo de preguntas y problemas, radica en que el estudiante tendrá un espacio en el cual podrá aplicar lo aprendido a situaciones reales, analizar e interpretar resultados. El alumno cuenta también con un espacio en el cual puede autoevaluarse; en este se presenta una selección de ejercicios, de manera que los interesados desarrollan progresivamente sus habilidades de cálculo y, en general, sus competencias científicas.

La mayoría de unidades presenta una actividad específica, la cual puede realizarse por el estudiante de manera individual o grupal fuera del aula de clase. En ella, el alumno podrá afianzar sus conocimientos adquiridos en el aula de clase y de esta manera promover su trabajo autónomo.

Una de las características que distingue al compendio de otros similares es que, a partir del capítulo de vectores, se emplea la notación vectorial en todos los temas. Además, para que el estudiante resuelva un determinado problema debe primero leer con detenimiento el enunciado del mismo y encontrar la palabra clave que le permita discernir qué ley debe utilizar en su solución.

En todo el texto se toma en cuenta el Sistema Legal de Unidades y Medidas del Perú.

Se debe resaltar que el nivel matemático requerido para enfrentar los problemas y ejercicios propuestos es básico, es decir no es necesario conocimientos del cálculo.

Al final del ejemplar se presenta una buena cantidad de ejercicios de repaso de cada unidad.

Espero que este libro sea de mucha utilidad en el proceso formativo inicial de los futuros ingenieros y arquitectos.

Agradezco el apoyo del profesor Yuri Milachay, Jorge de la Flor y también al revisor Anthony Macedo por sus contribuciones en la mejora de esta obra.

Finalmente, quiero expresar mi enorme gratitud a Fernando Sotelo Raffo, Director del Área de Ciencias de la Universidad, por tener confianza y darme la oportunidad de hacer realidad esta obra.

Unidad 1

Magnitudes y medida

Capítulo 1. Unidades y sistema de unidades

Conoce el concepto de magnitud, fundamenta la importancia del SI y aplica sus reglas

1.1. Unidades y sistemas de unidades

1.1.1. Magnitud física

Se denomina «magnitud» a cierta propiedad o aspecto observable de un sistema físico que puede ser expresado en forma numérica. En otros términos, las magnitudes son propiedades o atributos que se pueden medir. La longitud, la masa y el volumen son ejemplos de magnitudes físicas ya que siempre se pueden expresar a través de números acompañados de una unidad: 5 metros, 2 kilogramos, 6 metros cúbicos.

Una de las tareas de la física consiste en establecer relaciones entre las diversas magnitudes físicas a través de definiciones o leyes. Por ejemplo, una de las leyes de movimiento establece que el desplazamiento Δy de un cuerpo que se suelta en «caída libre» está dada por la expresión que relaciona el desplazamiento Δy , el tiempo t y la aceleración de la gravedad g: $\Delta y = \frac{1}{2}\mathrm{g}\,\mathrm{t}^2$

En las ciencias físicas, tanto las leyes como las definiciones relacionan matemáticamente entre sí grupos de magnitudes. Por ejemplo, la velocidad relaciona el desplazamiento con el tiempo; la fuerza relaciona la masa con la aceleración. Por tal motivo, es posible seleccionar un conjunto reducido, pero completo de magnitudes de modo que cualquier otra magnitud pueda ser expresada en función de dicho conjunto. Esas pocas magnitudes relacionadas se denominan «magnitudes fundamentales», mientras que el resto que puede expresarse en función de las magnitudes fundamentales recibe el nombre de «magnitudes derivadas».

1.2. Sistema de unidades

En el lenguaje de la física[1] se entiende por «cantidad» al valor que toma una magnitud dada en un sistema concreto. Son ejemplos de cantidades 5 metros, 2 kilogramos y 6 metros cúbicos. Una cantidad que sirve de referencia se denomina «unidad», y el objeto físico que encarna la unidad se denomina «patrón». Ejemplo de lo dicho es la unidad «metro» y su objeto físico que lo encarna, el «metro patrón». El primer metro patrón fue elaborado en la Oficina de Pesos y Medidas de París, uno de cuyos modelos está en la pared de la institución como se aprecia en la figura 1.1.

Figura 1.1. Metro patrón en la Oficina de Pesas y Medidas de París

Cuando se ha elegido ese conjunto reducido y completo de magnitudes fundamentales y se han definido correctamente sus unidades correspondientes, se dispone de un «Sistema de Unidades».

1.2.1. El Sistema Internacional de Unidades

El Sistema Internacional de Unidades, abreviado SI, es también conocido como sistema métrico. Fue creado en 1960 por la Conferencia General de Pesas y Medidas, que inicialmente definió seis unidades físicas básicas o fundamentales. En 1971, fue añadida la séptima unidad básica, el mol.

Una de las principales características, que constituye la gran ventaja del SI, es que sus unidades están basadas en fenómenos físicos fundamentales. La única excepción es la unidad de la magnitud masa, el kilogramo, que está definida como la masa del prototipo internacional del kilogramo o aquel cilindro de platino e iridio almacenado en una caja fuerte de la Oficina Internacional de Pesos y Medidas.

1.2.2. Unidades fundamentales del SI

El Sistema Internacional de Unidades consta de siete unidades fundamentales, también denominadas unidades básicas. Son las unidades utilizadas para expresar las magnitudes físicas definidas como fundamentales, a partir de las cuales se definen las demás. En la tabla 1.1. se muestran las siete magnitudes fundamentales del SI y sus correspondientes unidades de medida.

1 Nota de la autora: magnitud física corresponde al significado del término «cantidad física» que se emplea en otros textos.

Tabla 1.1. Magnitudes fundamentales y sus unidades de medida.

Magnitud física fundamental	Nombre de la unidad de medida	Símbolo de la unidad
Longitud	metro	m
Tiempo	segundo	s
Masa	kilogramo	kg
Intensidad de corriente eléctrica	ampere	A
Temperatura	kelvin	K
Cantidad de sustancia	mol	mol
Intensidad luminosa	candela	cd

Las magnitudes derivadas son aquellas que resultan de la combinación de las magnitudes fundamentales. En la tabla 1.2 se muestran algunas magnitudes derivadas y sus correspondientes unidades de medida.

Tabla 1.2. Algunas magnitudes derivadas y sus unidades de medida

Magnitud física derivada	Nombre de la unidad de medida	Símbolo de la unidad
Velocidad	metro por segundo	$\frac{m}{s}$
Aceleración	metro por segundo cuadrado	$\frac{m}{s^2}$
Área	metro cuadrado	m^2
Volumen	metro cúbico	m^3
Densidad	kilogramo por metro cúbico	$\frac{kg}{m^3}$
Rapidez	metro por segundo	$\frac{m}{s}$
Fuerza	newton	N
Energía	joule	J
Potencia	watt	W
Presión	pascal	Pa
Trabajo	joule	J
Voltaje	volt	V

En la actualidad, debido a su importancia práctica siguen empleándose unidades que no pertenecen al SI. A continuación, en la tabla 1.3 se presentan algunas de ellas.

Tabla 1.3. Algunas unidades de medida aceptadas por el SI

Magnitud física	Nombre de la unidad de medida	Símbolo de la unidad
Masa	tonelada	t
Tiempo	minuto	min
	hora	h
	día	d
Volumen	litro	l, L
Ángulo plano	grado	°
	minuto	′
	segundo	″

1.2.3. Definición de las unidades fundamentales del Sistema Internacional

- **metro (m)** Es la longitud del trayecto recorrido en el vacío por la luz durante un tiempo de 1/299 792 458 de segundo.

- **kilogramo (kg)** Es la masa del prototipo internacional de platino e iridio de la Oficina de Pesas y Medidas de París.

- **segundo (s)** Es el tiempo que se define como la duración de 9 192 631 770 periodos de la radiación correspondiente a la transición entre dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133.

- **ampere (A)** Es la intensidad de corriente eléctrica constante que, mantenida en dos conductores rectilíneos, paralelos, de longitud infinita, de sección circular despreciable y colocados a una distancia de un metro el uno del otro, en el vacío, produce entre estos conductores una fuerza igual a 2×10^{-7} newton por cada metro de longitud.

- **kelvin (K)** Unidad de temperatura termodinámica correspondiente a la fracción 1/273,16 de la temperatura termodinámica del punto triple del agua.

- **candela (cd)** Unidad de intensidad luminosa, correspondiente a la fuente que emite una radiación monocromática de frecuencia $5{,}40 \times 10^{12}$ hertz y cuya intensidad energética en esa dirección es $\frac{1}{683}$ watt por estereorradián.

- **mol (mol)** Cantidad de sustancia de un sistema que contiene tantas entidades elementales como átomos hay en 0,012 kilogramos de carbono 12. Si se emplea el mol, es necesario especificar las unidades elementales: átomos, moléculas, iones, electrones u otras partículas o grupos específicos de tales partículas.

De acuerdo con el Decreto Supremo N.° 026-93-ITINCI, sobre la obligatoriedad del uso del Sistema Internacional en el Perú, se señala en el artículo 1.°: «El uso del Sistema Legal de Unidades de Medida del Perú a que se refieren la Ley N° 23560 y el Decreto Supremo N° 060-83-ITI/IND del 10 de noviembre de 1983, es obligatorio en todas las actividades que se desarrollen en el país y debe expresarse en todos los documentos públicos y privados».

1.2.4. Prefijos y el SI

En ocasiones el valor de una magnitud física expresado en unidades fundamentales o derivadas es un número muy grande o muy pequeño. Por tal razón, es necesario tener presente los prefijos más usados en el SI. En la tabla 1.4. se muestra una lista de los prefijos más usados que representan potencias de diez y sus símbolos.

Tabla 1.4. Prefijos usados para denotar múltiplos de diez

Nombre de prefijo	Símbolo de prefijo	Potencia	Nombre de prefijo	Símbolo de prefijo	Potencia
yotta	Y	10^{24}	yocto	y	10^{-24}
zetta	Z	10^{21}	zepto	z	10^{-21}
exa	E	10^{18}	atto	a	10^{-18}
peta	P	10^{15}	femto	f	10^{-15}
tera	T	10^{12}	pico	p	10^{-12}
giga	G	10^{9}	nano	n	10^{-9}
mega	M	10^{6}	micro	μ	10^{-6}
kilo	k	10^{3}	mili	m	10^{-3}
hecto	h	10^{2}	centi	c	10^{-2}
deca	da	10^{1}	deci	d	10^{-1}

1.2.5. Reglas del Sistema Internacional

A continuación, se lista algunas reglas importantes del Sistema Internacional:

1. Cuando sea necesario referirse a una unidad, se recomienda escribir el nombre completo de la unidad, salvo casos en los cuales no exista riesgo de confusión al escribir únicamente el símbolo.
2. El símbolo de la unidad será el mismo para el singular que para el plural.
   Ejemplo: 1 kg, 5 kg
3. No se acepta la utilización de abreviaturas para designar las unidades SI.
   Ejemplo: grs no corresponde a gramos, lo correcto es g

Ejemplo 1.1

Si el tiempo se mide en segundos (s), minutos (min) y horas (h), ¿qué error se ha cometido en el letrero de máxima velocidad que se muestra en la figura 1.2.?

Figura 1.2. Señal de tránsito

Solución

Se están usando mayúsculas a modo de abreviatura. Lo correcto debe ser $\frac{\mathbf{km}}{\mathbf{h}}$ en lugar de **KH**.

4. Cuando se deba escribir (o pronunciar) el plural del nombre de una unidad SI, se usarán las normas de la Gramática Española.
   Ejemplo: metro–metros, mol–moles, newton–newtons.
5. Se usarán los prefijos SI y sus símbolos para formar respectivamente los nombres y los símbolos de los múltiplos y submúltiplos de las unidades SI.
   Ejemplo: centímetro–cm.

Ejemplo 1.2

¿Qué errores en el uso del SI se han cometido en el párrafo siguiente?

«El panel utilizado para la cubierta será un panel de doble capa prelacado tipo sándwich con aislante térmico de polietileno para ajustarse a las exigencias del Reglamento de Instalaciones Térmicas en los Edificios (RITE), este panel tiene un peso de 15 kg/m, este tipo de panel será utilizado en la gran mayoría de la superficie de la cubierta a excepción de 5 franjas de 2,5 metro que serán destinadas a un panel translucido para permitir el paso de luz natural al interior de la nave, este panel tiene un espesor de 15 Mm. y su peso es notablemente menor que el panel sándwich pero para los cálculos se ha considerado todo de este ultimo para estar del lado de la seguridad».

Tomado de http://www4.ujaen.es/~freal/PFC/garcia_lopez_pedro/memoria.pdf, 06-09-2012

Solución

No se pluraliza la unidad metro, debiera escribirse 2,5 metros y se usa mal el prefijo «mili (m)» al escribir 15 Mm, el cual podría entenderse como «megámetro», no debe colocarse punto a la unidad de medida.

6. No deberán combinarse nombres y símbolos al expresar el nombre de una unidad derivada.

   Ejemplo: metro/s, lo correcto es $\frac{m}{s}$ o metro por segundo.

Ejemplo 1.3

Para el anuncio que se muestra a continuación, ¿qué error se ha cometido en la escritura de las unidades?

Figura 1.3. Conversor de unidades

Capturado de internet: http://metricconversion.biz/es/conversion-de-velocidad.html, 06-09-2012

Solución

Se ha escrito «kilómetro/hora» cuando debió escribirse «kilómetro por hora».

7. Cada unidad y cada prefijo tienen un solo símbolo y este no puede ser alterado de ninguna forma. No se deben usar abreviaturas.

   Ejemplo:

Correcto	Incorrecto
10 cm^3	10 cc
5 m	5 mts.
10 t	10 TON
30 kg	30 krgs.

Ejemplo 1.4

¿Qué error se ha cometido en el letrero mostrado en la figura 1.4.?

Figura 1.4. Letrero de puente

Foto: Reporterow.com

Solución

Se está usando una abreviatura para metros (MTS.) y un símbolo incorrecto para tonelada (TN). Los símbolos correctos deben ser **m** y **t**, respectivamente.

8. Todos los símbolos de las unidades SI se escriben con las letras minúsculas del alfabeto latino, con la excepción del *ohm* (Ω), letra mayúscula de omega del alfabeto griego, pero aquellos que provienen del nombre de científicos se escriben con mayúscula.
   Ejemplo:

Nombre	Símbolo
kilogramo	kg
ampere	A
candela	cd
pascal	Pa
ohm	Ω

9. Luego de un símbolo no debe escribirse ningún signo de puntuación, salvo por regla gramatical.
   Ejemplo: ...cuya longitud es de 7,1 m.
10. Los símbolos se escriben a la derecha de los valores numéricos, separados por un espacio en blanco. El espacio en blanco se eliminará cuando se trate de los símbolos de las unidades sexagesimales de ángulo plano.
   Ejemplo: 27 K, 30 m, 27 °C, 10 A, 40°30'20".

Ejemplo 1.5

¿Qué error se ha cometido en la escritura del volumen en la etiqueta de la figura 1.5.?

Figura 1.5. Error en uso del SI en etiqueta de cerveza

Solución

No se ha separado el valor de la unidad. Es decir, en lugar de escribirse «330cm^3» debe escribirse «330 cm^3».

11. Todo valor numérico debe expresarse con su unidad, incluso cuando se repite o cuando se especifica la incertidumbre.
    Ejemplo: 30 m ± 0,1 m; ...de las 14:00 h a las 18:00 h...; ...de 35 mm a 40 mm.
12. En números de muchas cifras estas se agrupan de tres en tres, a partir de la coma, tanto para la parte entera como para la decimal. Entre cada grupo se debe dejar un espacio en blanco, igual o menor al ocupado por una cifra, pero mayor al dejado normalmente entre las cifras.
    Ejemplo: 1 365 743,038 29 m

Por qué la coma como marcador decimal

a. La coma es reconocida por la Organización Internacional de Normalización ISO (esto es, por alrededor de 90 países del mundo) como único signo ortográfico en la escritura de los números, utilizados en documentos y normas técnicas.
b. La coma se usa para separar la parte entera de la decimal. Por ello debe ser visible, no debiéndose perder durante el proceso de ampliación o reducción de documentos.
c. La grafía de la coma se identifica y distingue mucho más fácilmente que la del punto.
d. La coma es una grafía que, por tener forma propia, demanda del escritor la intención de escribirla, el punto puede ser accidental o producto de un descuido.

Preguntas y problemas

1. Indique cuáles de las propiedades mostradas en la lista de la tabla son magnitudes físicas:

Propiedad	Magnitud física
presión	
altura	
rugosidad	
textura	
frío	

Propiedad	Magnitud física
coloración	
temperatura	
rapidez	
volumen	
área	

2. Marque con X aquella (s) unidad(es) fundamental(es) que no pertenece al SI:

Unidad	
kilogramo	
onza	
kelvin	
grado celsius	
metro	

Unidad	
pulgada	
libra	
hectárea	
metro cúbico	
yarda	

3. Identifique los errores en las cantidades dadas a continuación y corríjalos en el casillero de la derecha.

Cantidad dada	Corrección
150 cms	
$421\dfrac{\text{kg}}{\text{mt}^3}$	
43 Pascales	
50 Watts	
0°K	
2 345 Joules	

4. Del siguiente texto, a) identifique las magnitudes físicas dadas explícitamente y clasifíquelas en fundamentales y derivadas, b) identifique los casos en que se infringe el Sistema Internacional y corríjalos.
«El elefante africano de la sabana es el mayor mamífero terrestre que existe. Los machos alcanzan normalmente los 6,70 mt. – 7,00 mt. de longitud y 3,00 - 3,35 m de altura, con una masa de 5,4 a 6,0 ton. Cuando se mueven, lo hacen con una rapidez de 6,0 km/hora a paso firme, aunque cuando se asustan o enfadan pueden correr con una rapidez superior a los 40 km/hora. El elefante africano de sabana se caracteriza por su gran cabeza, amplias orejas que cubren los hombros, trompa pronunciada y musculosa, y presencia de dos "colmillos" en la mandíbula superior. En su ambiente

natural y con buena alimentación un elefante de la sabana llega a vivir adecuadamente periodos de tiempo que van de 40 a 50 años».

(Tomado de http://noviviendoenmundovivo.blogspot.com/2013/03/elefante-africano-de-la-sabana.html y modificado para efectos de su uso en el texto).

a.

Magnitudes fundamentales (MF)	Magnitudes derivadas (MD)

b.

Unidades incorrectas	Unidades corregidas

5. Marque con una (X) las frases que hacen referencia a magnitudes físicas

Velocidad de la luz en el agua	
Olor de rosas	
Área de un campo de fútbol	
Cantidad de sustancia	
Stress mental agudo	
Distancia de su casa a la universidad	
Frecuencia de un microprocesador	
Dolor en el pie	

6. En la siguiente lista de magnitudes señale aquellas que **no** son magnitudes fundamentales.

Masa	
Intensidad luminosa	
Longitud	
Área	
Temperatura	
Trabajo	

7. Complete la siguiente tabla considerando el Sistema Internacional de Unidades.

Magnitud física	Símbolo de la unidad
	m
Tiempo	
	K
Cantidad de sustancia	
	A

8. Encierre en un círculo la(s) magnitud(es) derivada(s) y subraye la(s) magnitud(es) fundamental(es) presentes en el siguiente texto:

   «El periodo de un péndulo simple, en un lugar cuya magnitud de la aceleración de la gravedad es de $9{,}80\frac{m}{s^2}$, es de 1,00 s y la longitud de la cuerda es de 0,248 m».

9. Identifique las magnitudes fundamentales (MF) y magnitudes derivadas (MD) en el siguiente texto y complete la tabla que se presenta a continuación:

   «El peso de un hombre es igual a 705,6 N, mide 1,8 m de altura y está de pie sobre una báscula de resorte en un elevador. A partir del reposo, el elevador asciende y logra su rapidez máxima de $1{,}20\frac{m}{s}$ en un tiempo de 0,80 s».

Magnitudes fundamentales (MF)	Magnitudes derivadas (MD)

10. Una mediante flechas las unidades de la columna de la izquierda con los símbolos correspondientes de la columna de la derecha.

Unidades
ampere
candela
ohm
joule
watt
newton
pascal
metro

Símbolos
m
J
N
Pa
W
Ω
A
cd

11. Identifique las unidades que están expresadas incorrectamente y escríbalas en forma correcta en la columna de la derecha.

a.	La presión medida a la llanta de auto es de 5,0 pa.	
b.	La fuerza aplicada a la pared tiene un valor de 50,0 Newton.	
c.	La diferencia de potencial medido fue de 60,2 mvoltios.	
d.	La masa de la mascota es de 2,2 Kg.	
e.	El intervalo de tiempo es de 20 seg.	
f.	La resistencia eléctrica de una bobina de compresor es de 4,00 ohmios.	
g.	La carga térmica para una persona sentada es de 100 watts y para una persona haciendo trabajo pesado es de 430 Watts.	
h.	Cuando se produce la combustión de un mol de metano, se produce 890 kiloJoulio de energía.	

12. Corrija el siguiente texto aplicando las reglas del SI.
«Usain Bolt es actualmente el corredor de 100 metro y 200 metro planos más rápido de la historia. En las últimas olimpiadas marcó dos nuevos récords mundiales: 9.58 segs en los 100 m. planos y 19.19 seg en los 200 mts planos».

13. Utilice los prefijos del SI para expresar las siguientes cantidades:

	Cantidad con prefijo
$5{,}00 \times 10^{9}$ m	
$6{,}50 \times 10^{-6}$ J	
$1{,}40 \times 10^{-3}$ Pa	
$2{,}88 \times 10^{3}$ s	

14. Complete la siguiente tabla, siguiendo las mismas pautas que en el ejemplo resuelto.

	Prefijo	**Unidad de medida**	**Magnitud física**
kilomol	kilo	mol	Cantidad de sustancia
miliampere			
microsegundo			
gigawatt			
nanopascal			
milijoule			
kilonewton			

15. Escriba correctamente las cantidades dadas a continuación.

Magnitud física	Incorrecto	Correcto
Longitud	$1{,}464 \times 10^2$ M	
Masa	12.6 Kg.	
Presión	8.6789 pa	
Fuerza	9.56 Ns	
Energía	78,6 J.	
Área	23,2 mt^2	
Peso	3,2 Newton	
Trabajo	26.2 Joule	
Rapidez	$40\frac{\text{metro}}{\text{seg.}}$	
Masa	2,3 TON.	
Longitud	149,4 Mt	
Potencia	17.4 w	
Fuerza	65,3 neutonios	
Intensidad de la corriente	70,0 amperios	
Rapidez	$1{,}94\frac{\text{km}}{\text{hs}}$	
Temperatura	257 °K	
Presión	752 pa	
Tiempo	64,1 hrs	
Longitud	25,3 metro	
Masa	8.37 gr.	
Volumen	6,31 mt^3	
Velocidad	$2{,}840\frac{\text{metro}}{\text{s}}$	
Longitud	63.70 ms	
Fuerza	43 Nts.	

16. La información contenida en un CD, DVD o blu-ray se encuentra almacenada en pistas circulares. La distancia entre dos pistas contiguas, en el caso de un CD, es de $1{,}6 \times 10^{-4}$ centímetros. Exprese esta distancia en micrómetros y nanómetros.

$1{,}6 \times 10^{-4}$ centímetros	

17. Al revisar los empaques de los productos que usted usa a diario, podrá encontrar errores en el uso de las reglas del SI. Escriba dos reglas que no se cumplan y dos ejemplos en donde no se cumplan dichas reglas.

Regla del SI incumplida	Ejemplo

18. Emplee las reglas del SI para corregir las unidades y medidas presentes en las siguientes oraciones.

La masa de la Luna es de $7{,}38\times10^{22}$ Kg. y el radio lunar es $1{,}70\times10^{3}$ Kms.	
La luz visible tiene longitudes de onda de 400 y 700 Nanómetros.	
La distancia recorrida por la luz en un segundo es 299792,4580 km.	
Una persona de 70 kg tendría aproximadamente 4.90 lts de sangre.	
1 Nuevo Sol tiene un diámetro de 25.5 mm., y un grosor de 1.65 mm.	

19. Complete los espacios en blanco con la unidad de medida que corresponde a la magnitud física en cada caso:

a. La estufa eléctrica tiene una resistencia eléctrica igual a 15 k ....
b. Si un foco incandescente es de 100 .... de potencia, la de bajo consumo tendrá que ser de 20 .... de potencia.
c. La masa de 1 Nuevo Sol es de 7,32 ....
d. La Independencia del Perú fue el ....
e. Tengo clases de Física a las ....

20. Corrija los errores del siguiente párrafo.

«El filtro depurador será de arena de sílice de granulometría 0.50 m, y presentará una tapa de registro para el mantenimiento y manejo del manómetro. El caudal máximo de filtrado será de $5.000\,\frac{\mathrm{l}}{\mathrm{h}}$ y la velocidad será al adecuada para garantizar un eficaz proceso en función de las características del filtro y de su granulometría».

Tomado de «Proyecto básico y de ejecución de piscina descubierta»: http://www.soloarquitectura.com/documentos/memoria.html. Fecha de captura 06-09-2012.

Actividad

Uso del Sistema Internacional de Unidades en la industria nacional

Reúna envases vacíos de diversos productos de por lo menos dos rubros industriales diferentes, registre los datos técnicos que se consignan y realice las siguientes actividades:

- Determine qué unidades son utilizadas en los productos que ha recolectado.
- Determine si las unidades o sus múltiplos o submúltiplos usados son del Sistema Internacional de Unidades. En caso de no serlo, plantee una hipótesis de por qué no se aplica el SI.
- Con sus resultados prepare un informe en el que se haga un breve análisis de la aplicación de las reglas del SI en la industria y participe en el debate en aula que aborde el siguiente tema: «¿En qué medida se aplica las reglas del SI en la industria nacional?».

Ejercicios de autoevaluación

1. Lea el siguiente texto y conteste las preguntas: a) ¿Qué magnitudes físicas diferentes se citan en la lectura? b) ¿Qué magnitudes físicas fundamentales y derivadas se citan en la lectura?
   «La Estación Espacial Internacional (ISS) es el mayor y más complejo proyecto científico internacional de la historia. Representa un salto cualitativo impresionante respecto a avances anteriores de la carrera espacial.
   Más de 4 veces mayor que la estación espacial rusa Mir, la ISS llegará a poseer una masa de cerca de 500.000 kg., medirá 108,5 m de largo y 88,5 m de ancho, y dispondrá de casi 4000 m^2 de paneles solares para proveer de energía eléctrica a 6 laboratorios de la más avanzada tecnología.
   La estación estará en una órbita que oscilará entre 335 y 460 km de altura, con una inclinación de 51,6°. Esta órbita permitirá que los vehículos de lanzamiento de las distintas agencias espaciales la alcancen con facilidad para el transporte de tripulación y cargamento. La órbita también proporciona buenas observaciones de la Tierra, con una cobertura del 85% del globo (95% de la población)».
   Tomado de internet: http://www.upv.es/satelite/trabajos/Grupo1_99.00/index.html

Magnitudes fundamentales (MF)	Magnitudes derivadas (MD)

2. Señale, del listado, qué propiedades son magnitudes físicas.

Propiedad	Magnitud física
potencia	
aceleración	
masa	
rapidez	
distancia	
tristeza	

3. Identifique las cantidades escritas incorrectamente y corríjalas.

a. La velocidad de la luz tiene una magnitud de $3.0 \times 10^8 \dfrac{\text{m}}{\text{seg}}$

....

b. La masa de la Tierra es igual a $5{,}98 \times 10^{24}$ kgrs

....

c. El radio ecuatorial de la Tierra es igual a 6.378×10^6 Kmts

....

d. La rapidez de la luz es aproximadamente $3{,}00 \times 10^8 \dfrac{\text{mt}}{\text{seg}}$

....

e. La masa molecular del aire es $28{,}98 \dfrac{\text{grs}}{\text{Mol}}$

....

4. Escriba en la columna de la derecha el prefijo que corresponde a cada una de las potencias de la columna de la izquierda.

Potencia	Nombre del prefijo	Símbolo del prefijo
10^3		
10^{-2}		
10^6		
10^{-9}		
10^{-6}		

5. Escriba las siguientes medidas utilizando un prefijo del SI.

Medidas	Cantidad con prefijo
0,125 s	
3 187 N	
0,004 68 m	
$30\,000\,000\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$	

6. En la siguiente lista de cantidades medidas, identifique el error y escriba la corrección en la columna de la derecha. Considere que no debe cambiar los nombres de las unidades por símbolos (y viceversa).

	Corrección
3 550 j	
$341\,\frac{\text{km}}{\text{hr}}$	
453 Kgrs	
50 Watts.	
70 °K	
100 Neutonios	

7. Indique verdadero (V) o falso (F), según corresponda, al prefijo y su potencia de 10 correspondiente.

	Verdadero (V)	Falso (F)
$5{,}00\times10^{6}$ pascales = 5,00 MPa = 5,00 megapascales		
$3{,}00\times10^{-3}$ watts = 3,00 kW = 3,00 kilowatts		
$6{,}00\times10^{-3}$ volts = 6,00 mV = 6,00 milivolts		
$5{,}00\times10^{-9}$ newtons = 5,00 nN = 5,00 nanonewtons		

8. Analice cada una de las proposiciones que se muestran a continuación y señale si han sido correctamente expresadas según las reglas del SI. En caso encuentre algún error, haga la corrección correspondiente.

a. La rapidez máxima en una autopista es $60{,}0\frac{\text{Km}}{\text{h}}$

....

b. La temperatura del cuerpo humano es 309.5 K

....

c. La densidad del agua de mar es aproximadamente $1{,}002\dfrac{gr}{cm^3}$

....

d. El caudal de agua que sale por una grifería es $0{,}200\dfrac{mt^3}{s}$

....

9. En qué unidades del SI se miden las siguientes magnitudes. Complete las columnas.

Magnitud	Unidad	Magnitud	Unidad
tiempo		velocidad	
área		aceleración	
masa		altura	
densidad		peso	
temperatura		volumen	

10. Se han obtenido las medidas mostradas en la tabla que se presenta a continuación. Complete la columna de la izquierda con la magnitud que corresponde.

Magnitud	Medida
	133 km
	70,0 s
	4,50 m^3
	12,0 kg
	$13{,}6\dfrac{kg}{m^3}$
	15 m^2

11. «Un depósito está construido en un terreno de 120 m^2 y las paredes están hechas de concreto de 50,0 centímetro de grosor. En el depósito están almacenados 30,0 barriles de 1,20 mt^3 de capacidad, que contienen aceite de $0{,}750\dfrac{gr}{cm^3}$ ».
En el texto, ¿qué errores se han cometido? Corríjalos.

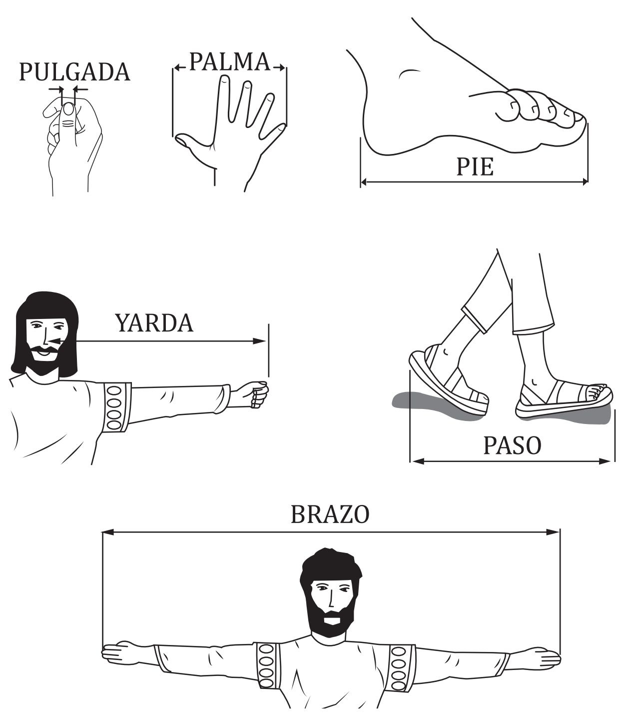
Capítulo 2. La medida

Mide y calcula magnitudes derivadas aplicando las reglas de las operaciones con cifras significativas para escribir el resultado

2.1. La medida

Hace unos 4 000 años, el hombre medía las longitudes utilizando patrones de medida basadas en partes de su propio cuerpo. Fue así como surgieron las medidas como pulgada, palma, pie, yarda, paso y otras. Sin embargo, la necesidad de establecer dichos patrones como referentes en una región trajo como consecuencia que fueran las partes del cuerpo del gobernante de turno las que fueran tomadas como patrones.

Figura 2.1. Patrones antiguos de medida relacionados con las partes del cuerpo



Con el establecimiento de los Sistemas de Unidades, los patrones se convirtieron en unidades de medida cuyos patrones se han estandarizado y popularizado, de manera que sirven de base para la elaboración de diferentes instrumentos de medida. En la actualidad, para medir se utilizan instrumentos de gran precisión, los cuales nos permiten obtener resultados imposibles de determinar a simple vista. Por ejemplo, con ayuda de un vernier, como el que se aprecia en la figura 2.2., se puede medir el diámetro de una tuerca con una precisión de décima de milímetro.

Figura 2.2. Se aumenta la precisión de las medidas usando un vernier

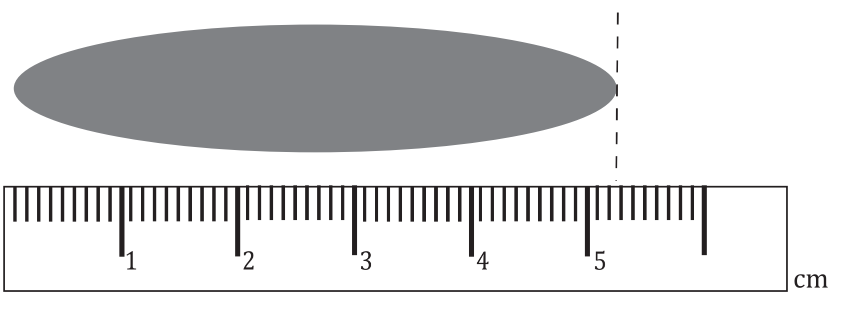
2.2. El proceso de medición, la medida y las cifras significativas

Medir una magnitud física significa comparar el objeto que encarna dicha propiedad con otro de la misma naturaleza, que se toma como referencia y que constituye el patrón.

Al realizar la medición de la longitud de un cuerpo irregular, como se ve en la figura 2.3., se observa que la longitud está comprendida entre 5,2 cm y 5,3 cm. Es decir, no es posible determinar el valor exacto de la longitud, por lo que las medidas siempre tendrán una incertidumbre. La forma que se tiene de escribir el resultado considerando la existencia de la incertidumbre es mediante un intervalo que comprenda la medida exacta de la longitud del objeto. En el caso de la medida de la longitud del cuerpo, esta sería la siguiente:

$$L = 5{,}25\ \text{cm} \pm 0{,}05\ \text{cm}$$

Figura 2.3. Proceso de medida de la longitud de un objeto



Se concluye que la longitud del objeto es de 5,25 cm con una incertidumbre de 0,05 centímetros. Por tal motivo se dice que la medida 5,25 cm tiene «tres cifras significativas».

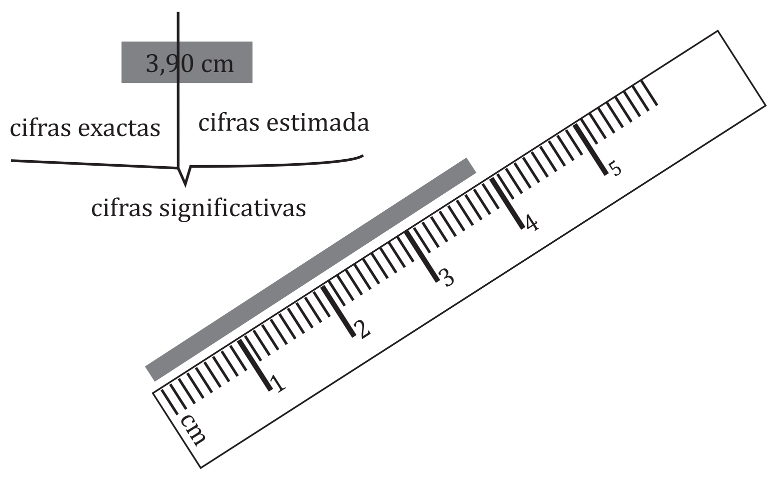
En el texto, para escribir el resultado de una medida no tomaremos en cuenta la incertidumbre. El propósito de haberlo mencionado es para tener presente que ello existe, y en un futuro próximo, aprender a manejarlo.

En física se debe expresar las medidas con números cuyas cifras tengan información útil, las cuales se denominan **cifras significativas.**

Las cifras significativas de una medida están compuestas de cifras exactas y una única cifra dudosa o estimada. Así, en la medida 5,25 cm, 5 y 2 son cifras exactas y 5 es la cifra dudosa. De este modo, al realizar una medición, en el resultado deben aparecer únicamente cifras significativas.

En la figura 2.4 se muestra la medida de un objeto realizado con una regla, en centímetros; el extremo inferior coincide con el cero de la regla y el extremo superior coincide con la división que indica 3,9 centímetros (cifras exactas). Ahora, como no se tiene duda que la medida del objeto es exactamente 3,9 cm, la cifra dudosa deberá ser «cero». Por lo tanto la medida del objeto se debe escribir con tres cifras significativas: Dos cifras ciertas o exactas (3 y 9) las cuales están dadas en el instrumento de medida, es decir, en la regla graduada y una única cifra dudosa o estimada, que no está presente en el instrumento de medida, sino es estimada.

Figura 2.4. Cifras significativas en la medida de un objeto con una regla



Reglas para reconocer las cifras significativas de una medida

1. El total de cifras significativas es independiente de la posición de la coma decimal.
   Ejemplo 1: La estatura de la profesora es de $1{,}50\,\text{m} = 150\,\text{cm} = 0{,}001\,50\,\text{km}$

2. Los ceros a la izquierda de dígitos no nulos, nunca serán cifras significativas.
   Ejemplo 1: La distancia entre dos puntos es 0,85 km. Tiene dos cifras significativas.
   Ejemplo 2: La longitud de la muñeca kimmidoll mini es 0,0600 m. Presenta tres cifras significativas.

3. Los ceros intermedios o al final de dígitos no nulos, siempre serán cifras significativas.
   Ejemplo 1: La estatura de una niña es 1,05 m. Tiene tres cifras significativas.
   Ejemplo 2: La masa de un recién nacido es 4,500 kg. Presenta cuatro cifras significativas.

2.3. Operaciones con cifras significativas

Los resultados obtenidos al realizar cálculos en los que intervienen mediciones, solo deben tener cifras significativas. Por tal motivo, al resolver ejercicios de física, ya que sabemos que los valores de las magnitudes son el resultado de medidas, los resultados de los cálculos realizados deben escribirse también únicamente con cifras significativas.

A continuación se presentan las reglas que se debe tener en cuenta para efectuar las operaciones con cifras significativas.

2.3.1. Cifras significativas en la adición y sustracción

Para que en el resultado de la suma o resta solo estén presentes cifras significativas, debe determinarse el menor número de decimales en las medidas consideradas en la operación. Por ejemplo, en la suma 13,81 cm + 6,1 cm se tiene dos medidas: la primera con dos decimales y la segunda con un decimal; por lo tanto, el resultado de dicha adición se escribirá con el menor número de decimales que, en el caso del ejemplo es uno. Así, la suma 13,81 cm + 6,1 cm se realizará de la siguiente manera:

a. Se suman las medidas

$$13{,}81\ \text{cm} + 6{,}1\ \text{cm} = 19{,}91\ \text{cm}$$

b. De acuerdo a la regla señalada, el resultado debe tener un decimal, es decir

$$19{,}9\ \text{cm}$$

Se aplica el mismo procedimiento para la resta de cantidades. Veamos el siguiente ejemplo;

$$138\ \text{kg} - 6{,}1\ \text{kg} = 132\ \text{kg}$$

De acuerdo a la regla de la sustracción, el resultado no debe tener cifras decimales.

2.3.2. Cifras significativas en la multiplicación y división

Para escribir el resultado de un producto o un cociente, se debe verificar cuál es el factor que tiene el menor número de cifras significativas y, en el resultado, la respuesta se escribirá con un número de cifras significativas igual al menor hallado. Así, en el producto 10,1 cm × 5,4 cm se tienen dos cantidades: una con tres cifras significativas y otra con dos. El resultado deberá escribirse entonces con dos cifras significativas.

$$10{,}1\ \text{cm} \times 5{,}4\ \text{cm} = 55\ \text{cm}^2$$

En la aplicación de esta regla, al eliminar dígitos del producto, se debe seguir el criterio de redondeo de cantidades.

Cuando se efectúe una división se debe seguir un procedimiento similar. Veamos el siguiente ejemplo;

$$\frac{224\ \mathrm{kg}}{3{,}5\ \mathrm{m}^3} = 64\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$

2.4. Redondeo de cantidades

Al proceso de ajustar los resultados al número correcto de cifras significativas se le denomina «redondeo», y hay una regla básica: cuando se deba redondear a cierto dígito, se escribirá el mismo dígito si el siguiente es uno menor que 5, pero se escribirá el dígito aumentado en la unidad si el siguiente es uno mayor o igual que 5.

Por ejemplo, el resultado de redondear 23,453 cm a cuatro cifras significativas es 23,45 cm porque el dígito 3 es menor que 5, mientras que el resultado de redondear 45,457 m a cuatro cifras significativas es 45,46 m porque el dígito 7 es mayor que 5.

Cuando los cálculos se realicen en varias etapas, los resultados parciales no deberán redondearse. Solo al final de la operación el resultado se redondeará al menor número de cifras significativas de las cantidades que intervienen en la operación.

Así, por ejemplo

$$\frac{12{,}345\ \mathrm{cm} + 6{,}75\ \mathrm{cm}}{3{,}45\ \mathrm{s}}$$

Usando la calculadora, da como resultado $5{,}5347826086956521\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$, pero el resultado se escribirá solo con tres cifras significativas.

El resultado redondeado será entonces $5{,}53\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$

A continuación se presentan algunos ejemplos de redondeo de cantidades:

1. $62{,}34\ \mathrm{cm} - 31{,}7\ \mathrm{cm} = 30{,}6\ \mathrm{cm}$

2. $47{,}3426\ \mathrm{km} + 58{,}25\ \mathrm{km} + 3{,}435\ \mathrm{km} = 109{,}03\ \mathrm{km}$

3. $18{,}86\ \mathrm{g} + 12{,}723\ \mathrm{g} - 8{,}5\ \mathrm{g} = 23{,}1\ \mathrm{g}$

4. $\dfrac{57{,}71\ \mathrm{m}}{7{,}5\ \mathrm{s}} = 7{,}7\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

5. $0{,}097\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \times 4{,}62\ \mathrm{kg} = 0{,}45\ \mathrm{N}$

6. $\sqrt{\dfrac{(7{,}71\ \mathrm{m})^2(2{,}4\ \mathrm{kg})^2}{(4{,}251\ \mathrm{s})^4}} = 1{,}0\ \mathrm{N}$

2.5. Notación científica

El uso más común de la notación científica es el de representar de manera sintética medidas muy grandes o muy pequeñas conservando en su representación el número de cifras significativas.
En la tabla 2.1. se muestran algunos valores expresados en notación científica.

Tabla 2.1. Algunos valores expresados en notación científica

Masa	Sol	$2,0\times 10^{30}$ kg
	Hombre	75,0 kg
	Electrón	$9,1\times 10^{-31}$ kg
Longitud	Distancia Tierra-Sol	$1,5\times 10^{11}$ m
	Largo de cancha de fútbol	90,0 m
	Diámetro núcleo atómico	$1,0\times 10^{-14}$ m
Tiempo	Edad de la Tierra	$1,5\times 10^{17}$ s
	Edad del hombre	70 años
	Periodo de vibración nuclear	$1,0\times 10^{-21}$ s

En el texto, usaremos la notación científica para representar una medida con el número adecuado de cifras significativas.

Una medida se escribe en notación científica cuando se expresa como el producto de una potencia de base 10 y un número *a*, es decir $a\times 10^{n}$, de tal forma que se cumple que $1\leq a<10$ y *n* es un entero.

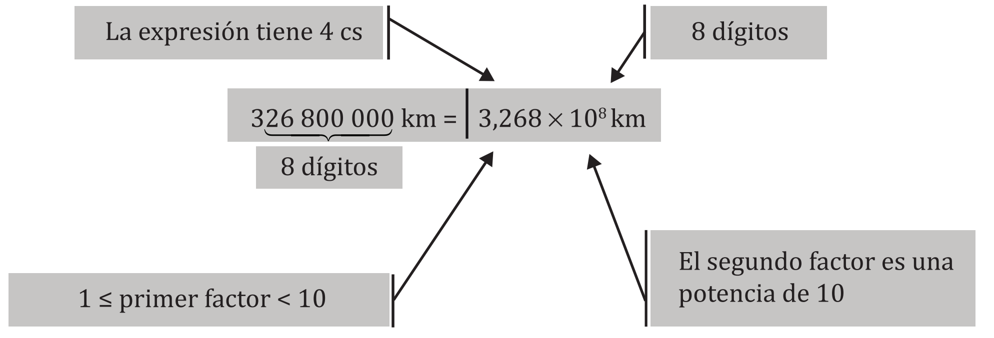
A continuación se presentan algunos ejemplos de medidas expresadas en notación científica:

1. $89\,675,0\text{ km} = 8,967\,50\times 10^{4}\text{ km}$
2. $1\,342,5\text{ m} = 1,342\,5\times 10^{3}\text{ m}$
3. $242,5\text{ mm} = 2,425\times 10^{2}\text{ mm}$
4. $0,008\,915\text{ g} = 8,915\times 10^{-3}\text{ g}$
5. $0,031\,245\text{ ml} = 3,124\,5\times 10^{-2}\text{ ml}$
6. $0,346\,780\text{ kg} = 3,467\,80\times 10^{-1}\text{ kg}$

Ejemplo 2.1

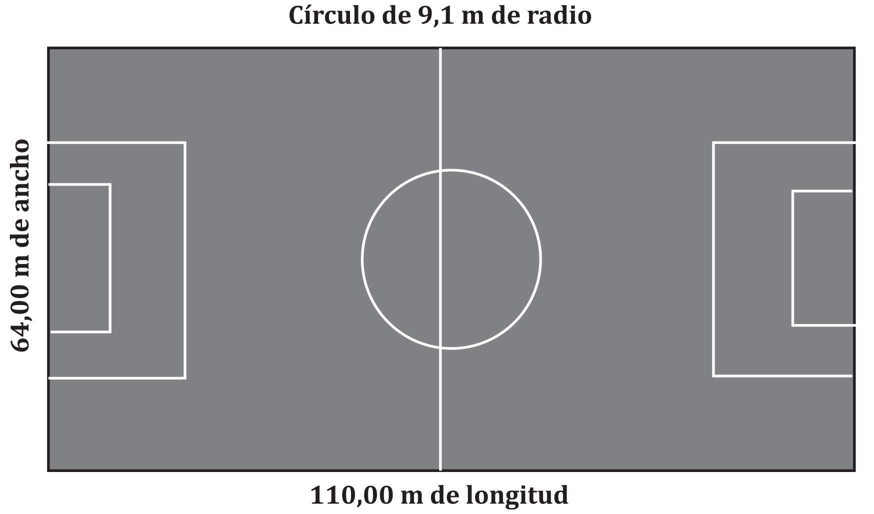
¿Cómo se escribirá 326 800 000 km en notación científica y con cuatro cifras significativas?

La medida tiene nueve cifras significativas y se solicita escribirla solo con cuatro cifras significativas por lo que es necesario el uso de notación científica.



Ejemplo 2.2

Figura 2.5. Cifras significativas en las medidas de la cancha de fútbol



a. ¿Cuántas cifras significativas tiene el largo del campo de juego de la figura 2.6?
   La longitud del campo de juego es 110,00 m; es decir tiene cinco cifras significativas.

b. ¿Cuántas cifras significativas tiene el ancho del campo?
   El ancho del campo es 64,00 m; es decir tiene cuatro cifras significativas.

c. ¿Cuántas cifras significativas tiene el área del campo?
De acuerdo a la regla del producto con cifras significativas, el resultado debe tener el menor número de cifras significativas; es decir cuatro cifras significativas. Por lo tanto, $A = 110{,}00\ \text{m} \times 64{,}00\ \text{m} = 7\,040\ \text{m}^2$

d. Exprese el área del campo en notación científica y con tres cifras significativas. $7\,040\ \text{m}^2 = 7{,}04 \times 10^3\ \text{m}^2$

e. ¿Podría afirmar que el radio del círculo central, el largo y el ancho del campo de juego fue medido con el mismo instrumento?

Dado que las medidas del radio de la circunferencia y del largo y ancho tienen diferente número de decimales, se puede afirmar que se han usado dos reglas distintas. La más precisa es la que se usó para medir el largo y el ancho del campo de juegos.

Ejemplo 2.3
Exprese en notación científica y con dos cifras significativas las siguientes medidas:

1. $1\,005\,305{,}21\ \text{km} = 1{,}0 \times 10^6\ \text{km}$
2. $0{,}000\,206\,45\ \text{kg} = 2{,}1 \times 10^{-4}\ \text{kg}$

Ejemplo 2.4
Exprese en notación científica y con tres cifras significativas las medidas del ejemplo 2.3:

1. $1\,005\,305{,}21\ \text{km} = 1{,}01 \times 10^6\ \text{km}$
2. $0{,}000\,206\,45\ \text{kg} = 2{,}06 \times 10^{-4}\ \text{kg}$

2.6. Conversión de unidades

El Sistema Técnico Inglés de Unidades es usado ampliamente en los Estados Unidos de América y China, cada vez en menor medida en algunos países de la comunidad británica. Debido a la intensa relación comercial que se tiene con los EE. UU., existen muchos productos fabricados con especificaciones en este sistema. Ejemplos de ello son los productos de madera, peletería, metal mecánica, motores, electrodomésticos, cables conductores y perfiles metálicos. Algunos instrumentos como los medidores de presión para neumáticos automotrices y otros tipos de manómetros frecuentemente emplean escalas en el sistema inglés.

En el Sistema Técnico Inglés se toma como unidades fundamentales la libra (lb) para el peso, el pie (ft) para la longitud, y el segundo (s) para el tiempo.

Una (1) libra se define como el peso de una masa de aproximadamente 454 g al nivel del mar, donde la aceleración de gravedad toma el valor de $9{,}81\frac{m}{s^2}$, es decir:

$$1\,lb = 0{,}454\,kg \times 9{,}81\frac{m}{s^2} = 4{,}454\,N$$

Como múltiplos y submúltiplos de la libra están:

$$1\,onza = \frac{1}{16}lb\text{ , 1 kip = 1 000 lb, 1 t = 2 000 lb}$$

Como múltiplo y submúltiplo del pie están:

$$1\,in = \frac{1}{12}ft\text{ , 1 yarda = 3 ft, 1 milla = 5 280 ft}$$

En la tabla 2.2 se muestra un resumen de equivalencias de unidades del SI y el Sistema Inglés.

Tabla 2.2. Equivalencias del SI al Sistema Inglés

pulgada (in) pie (ft)	1 in = 25,4 mm = 2,54 cm = 0,025 4 m 1 ft = 12 in 1 ft = 0,304 8 m
yarda (yd)	1 yd = 3 ft = 36 in 1 yd = 0,914 4 m
milla (mi)	1 mi = 5 280 ft = 1 760 yd 1 mi = 1,609 km = 1 609 m
libra (lb)	1 lb = 4,454 N
slug (slug)	1 slug = 14,60 kg
	1 J = 0,738 ftlb
	1 Btu = 778 ftlb = 1 054 J
	1 hp = $550\frac{ft\,lb}{s}$ = 746 W
	1 atm = $14{,}7\frac{lb}{in^2}$

Conversión del Sistema Inglés al Sistema Internacional

Para convertir unidades del Sistema Inglés al Sistema Internacional, se considera el número de cifras significativas de los factores de conversión, de manera que el resultado se escribe con el menor número de cifras significativas de los factores de conversión. A continuación se dan los siguientes ejemplos.

Ejemplo 2.5

Tomando en cuenta las equivalencias del SI al Sistema Inglés mostradas en la tabla 2.2, convierta $24\,\frac{\text{mi}}{\text{h}}$ a $\frac{\text{km}}{\text{h}}$

Solución

En una sola línea se escribe el dato del problema y los factores de conversión necesarios para que se anulen las unidades del Sistema Inglés y permanezcan las unidades del Sistema Internacional solicitadas:

$$24\frac{\text{mi}}{\text{h}} = 24\frac{\text{mi}}{\text{h}} \times \underbrace{\frac{1{,}609\ \text{km}}{1\,\text{mi}}}_{\substack{\text{Factor de conversión}\\ \text{4 cifras significativas}}} = \underbrace{38{,}62\frac{\text{km}}{\text{h}}}_{\substack{\text{Resultado con 4}\\ \text{cifras significativas}}}$$

La respuesta se ha escrito con cuatro cifras significativas porque en el factor de conversión figura el valor 1,609 km que determina la extensión de la respuesta.

Ejemplo 2.6

Tomando en cuenta las equivalencias del SI al Sistema Inglés mostradas en la tabla 2.2, convierta $0{,}25\,\frac{\text{lb}}{\text{in}^2}$ a $\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$.

Solución

En una sola línea se escribe el dato del problema y los factores de conversión necesarios para que se anulen las unidades del Sistema Inglés y permanezcan las unidades del Sistema Internacional solicitadas:

$$0{,}25\frac{\text{lb}}{\text{in}^2} = 0{,}25\frac{\text{lb}}{\text{in}^2} \times \underbrace{\frac{(1\ \text{in})^2}{(0{,}025\,4\ \text{m})^2}}_{\substack{\text{Factor de conversión}\\ \text{3 cifras significativas}}} \times \underbrace{\frac{4{,}454\ \text{N}}{1\ \text{lb}}}_{\substack{\text{Factor de conversión}\\ \text{4 cifras significativas}}} = \underbrace{1\,725{,}9\frac{\text{N}}{\text{m}^2}}_{\substack{\text{Resultado con 5}\\ \text{cifras significativas}}}$$

Obsérvese que en el ejemplo 2.6 se tienen dos factores de conversión, por lo que el resultado de la conversión debe tener el menor número de cifras significativas de dichos factores de conversión (0,025 4 m), es decir, tres cifras significativas. El resultado obtenido con la calculadora, $1\,725{,}9\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ tiene cinco cifras significativas. Para adecuar dicho resultado al número correcto de cifras significativas es necesario aplicar la notación científica y el redondeo a tres cifras significativas: $1{,}73\times 10^3\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$.

Conversión del Sistema Internacional al Sistema Internacional

Para convertir unidades del Sistema Internacional al Sistema Internacional, se considera el número de cifras significativas del dato del problema. Veamos el siguiente ejemplo.

Ejemplo 2.7

Tomando en cuenta las equivalencias del SI al Sistema Inglés mostradas en la tabla 2.2, convierta $128 \times 10^3 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ a $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Solución

En una sola línea se escribe el dato del problema y los factores de conversión necesarios para que se anulen las unidades del Sistema Internacional no deseadas y permanezcan las unidades del Sistema Internacional solicitadas:

$$\underbrace{128\frac{\text{km}}{\text{h}}}_{\text{Dato con 3 cifras significativas}} = 128\frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1\ \text{h}}{3\,600\ \text{s}} \times \frac{10^3\ \text{m}}{1\ \text{km}} = \underbrace{35{,}6\frac{\text{m}}{\text{s}}}_{\text{Resultado con 3 cifras significativas}}$$

La respuesta se ha escrito con tres cifras significativas porque $128\frac{\text{km}}{\text{h}}$ determina la extensión de la respuesta.

Preguntas y problemas

1. Indique el número de cifras significativas de las medidas dadas a continuación.

Medidas	Número de cifras significativas
1,4 m	
67,3 °C	
9,005 kg	
$8{,}60\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	
$0{,}637\,5\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$	
2 333 m	
0,023 cm	
0,011 10 km	
8,760 9 m	

Medidas	Número de cifras significativas
60,000 g	
37,009 cm	
3 004 kg	
0,003 0 dm	
49,890 99 mm	
0,000 400 km	
30 000,0 m	
18 930 cm	

2. Establezca una relación entre las cantidades dadas y el número de cifras significativas que poseen.

Cantidad	N.° C. significativas
1,42 m	4
$7{,}32\,\frac{m}{s}$	2
4,002 m^2	3
$9{,}2\,\frac{m}{s^2}$	4
0,512 4 °C	3

3. El número 6 438,0 mm es el resultado de una medida experimental. ¿Cómo se escribirá con dos cifras significativas?

4. Escriba en notación científica y con dos cifras significativas las siguientes cantidades:

Cantidad	Cantidad en notación científica y con dos cifras significativas
456,4 m	
873 s	
$5\,972{,}9\,\frac{m}{s}$	
3 768 kg	
0,006 91 m^2	

5. Marque con una X en el recuadro en blanco aquellas medidas expresadas en notación científica correctamente y corrija aquellas que no lo son.

Cantidad		Cantidad	
$2{,}78 \times 10^{-9}$ kg		$0{,}945 \times 10^{-5}$ kg	
$23{,}54 \times 10^{5}$ km		$42{,}03 \times 10^{8}$ m	
$0{,}34 \times 10^{3}$ N		$0{,}8740 \times 10^{9}$ m	
$12{,}0 \times 10^{4}$ A		$8{,}02 \times 10^{-2}$ kg	

6. Efectúe las operaciones matemáticas indicadas de las cantidades medidas teniendo en cuenta las reglas para las operaciones con cifras significativas:

$84{,}45\,\text{cm}^3 - 27{,}5\,\text{cm}^3$	
$5{,}76\,\text{m}^2 + 18{,}099\,\text{m}^2$	
$\left(\dfrac{7{,}683\,4\ \text{m}}{4{,}15\ \text{s}}\right)$	
$(9{,}60\,\text{m})^2$	
$\left(\dfrac{54{,}85\ \text{m}}{13{,}0\ \text{s}^2}\right)(7{,}50\,\text{kg})$	
$\left(\dfrac{865{,}3\ \text{m}}{19{,}0\ \text{s}}\right)(23{,}85\,\text{s})$	
$(6{,}0\,\text{cm})(170\,\text{cm})(9{,}5\,\text{cm})$	
$(2\,874{,}3\,\text{cm})(9{,}20\,\text{cm})$	
$\sqrt{\dfrac{129\ \text{m}^3}{2{,}879\,0\ \text{m}}}$	

7. A una esfera se le midió su radio y se obtuvo un valor de 3,45 cm. Calcule su volumen en metros cúbicos. Dato: $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$.

8. Un vaso cilíndrico de vidrio tiene un diámetro interno de 8,00 cm y una profundidad de 16,0 cm. Si una persona bebe el vaso completamente lleno de agua, ¿cuánto habrá consumido en litros? Datos: $V = \pi\, R^2\, h$, $1\,\text{L} = 10^3\ \text{ml} = 10^3\ \text{cm}^3$

9. Realice las conversiones que se indican en la tabla que se muestra a continuación. Debe colocar el factor de conversión en el casillero correspondiente (para que se simplifiquen las unidades

que sobran y queden las que se buscan).

Inicial	Factor 1	Factor 2	Resultado
$108\,\frac{km}{h}$			$\frac{m}{s}$
$200\,\frac{ft}{s}$			$\frac{km}{h}$
$0{,}25\,\frac{lb}{in^2}$			$\frac{N}{m^2}$
$30\,\frac{mi}{h}$			$\frac{m}{s}$

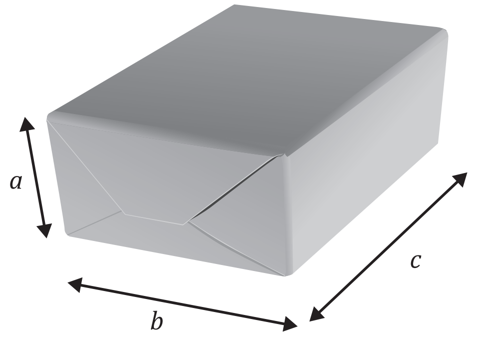
10. Realice las siguientes operaciones y exprese los resultados con las cifras significativas correctas.

46,456 kg – 6,631 kg + 1,24 kg	
$(48{,}9\ \text{cm}) \times (86{,}822\ \text{cm})$	
$\frac{789{,}7\ \text{m}}{25{,}4\ \text{s}}$	
$\frac{85{,}4\,\frac{m}{s} + 8{,}425\,\frac{1}{s} \times 2{,}5\ \text{m}}{25{,}489\ \text{s}}$	

Actividad

Medición y cifras significativas

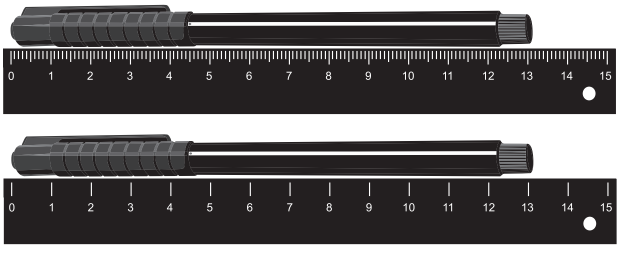
Usando una regla escolar, realice las medidas del largo, ancho y alto de una caja de cartón. Luego, realice el cálculo del perímetro de cada uno de los lados, las áreas de cada lado y el volumen de la caja.



Lados	$a =$	$b =$	$c =$
Perímetros	$2 \times a + 2 \times b =$	$2 \times a + 2 \times c =$	$2 \times b + 2 \times c =$
Áreas	$a \times b =$	$a \times c =$	$b \times c =$
Volumen	$a \times b \times c =$		

Ejercicios de autoevaluación

1. Observe con atención y señale cuál es resultado de la medida en centímetros que se muestra en la figura.



2. ¿Cuántas cifras significativas tienen las siguientes medidas?

Cantidad	N.° C. significativas
9 005,200 mol	
0,002 997 0 m	
0,102 50 Ω	
0,000 90 A	
0,512 4 °C	

3. Exprese las medidas del ejercicio anterior en notación científica y con tres cifras significativas.

Cantidad	Cantidad en notación científica y con tres cifras significativas
9 005,200 mol	
0,002 997 0 m	
0,102 50 Ω	
0,000 90 A	
0,512 4 °C	

4. Marque con una X en el recuadro en blanco aquellas medidas expresadas en notación científica correctamente:

Cantidad		Cantidad	
$9{,}99 \times 10^{-9}$ kW		$0{,}0945 \times 10^{-2}$ kg	
$0{,}10 \times 10^{8}$ mJ		$12{,}3 \times 10^{8}$ mm	
$5{,}40 \times 10^{4}$ Pa		$57{,}40 \times 10^{9}$ ml	
$4{,}02 \times 10^{-4}$ A		$0{,}902 \times 10^{-2}$ L	

5. Escriba en notación científica cada una de las medidas propuestas a continuación y con el número de cifras significativas (CS) que se indica:

Medida		Notación científica
466,57 cm	con 2 CS	
38 500 m	con 2 CS	
29 800 kg	con 3 CS	
57 559,266 s	con 2 CS	
$0{,}004\,449 \dfrac{m}{s^2}$	con 2 CS	
467,705 cm	con 4 CS	
6 000 800 m	con 2 CS	
8 668,7 s	con 3 CS	
$0{,}078 \dfrac{m}{s}$	con 2 CS	

6. Realice las siguientes operaciones y exprese los resultados con las cifras significativas correctas.

a. 64 m + 6,631 m – 1,24 m

b. $\dfrac{24{,}0\ \text{g}}{26\ \text{cm}^3}$

7. Convierta las siguientes cantidades al Sistema Internacional (SI)

a. 67,3 in	m
b. 3,902 mi	km
c. 56 Btu	J
d. 2,873 slug	kg
e. $42\ \dfrac{\text{in}}{\text{s}}$	$\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$
f. $315{,}4\ \dfrac{\text{mi}}{\text{h}}$	$\dfrac{\text{km}}{\text{h}}$
g. $2{,}179\ \dfrac{\text{ft}}{\text{s}}$	$\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

8. Para donar sangre se debe poseer un peso mayor a 480 N y encontrarse saludable. Si una persona va al hospital e indica que tiene un peso de 108 lb. ¿La persona podrá donar la sangre?

9. Un alumno de nivelación de física manda construir una piscina de 16,80 ft de ancho, 32,0 ft de largo y 6,5 ft de profundidad. ¿Qué volumen de agua, en m^3, llenaría toda la piscina?

10. La altura h y el diámetro D de un cilindro son respectivamente 4,4 in y 7,32 cm ¿Cuál es su volumen en m^3 con tres cifras significativas? Dato: $V = \dfrac{\pi D^2}{4} h$

11. En un experimento realizado en el laboratorio de Química se determinó que la densidad de una muestra de material desconocido era $54 \dfrac{\text{slug}}{\text{ft}^3}$. ¿Cuál es la densidad de la muestra en $\dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}$?

12. La máxima rapidez permitida en la avenida Salaverry es de $72{,}0 \dfrac{\text{km}}{\text{h}}$. Un Ferrari 360 ingresa a $20{,}1 \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$ y un Volkswagen lo hace a $35{,}05 \dfrac{\text{mi}}{\text{h}}$. ¿Alguno de estos autos sobrepasa el límite?

13. Suponga que llenar un recipiente de 300 500 cm^3 tarda 400 s. Calcule la rapidez con la que llenaría el tanque en $\dfrac{\text{m}^3}{\text{s}}$.

14. El volumen de una esfera está dado por $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$, donde R es el radio de la esfera. Si $R = 4{,}95\ \text{m}$, calcule el volumen de la esfera y exprese su resultado en notación científica.

15. Efectúe la conversión de las siguientes medidas:

a. 28,5 mm a m

b. 0,000 426 5 Mg a kg

c. 45 852,1 μs a s y exprese su resultado en notación científica.

16. Se prevé construir una piscina de 8 ft de ancho, 20 ft de largo y 5 ft de profundidad. ¿Qué volumen de agua en m^3 llenaría toda la piscina?

17. Encuentre la altura en kilómetros de las maravillas naturales que se citan a continuación: El volcán Misti (19 101 ft), el volcán Chachani (6 075 m), el volcán Picchu Picchu (5 664 m) y el nevado Huascarán (22 205 ft).

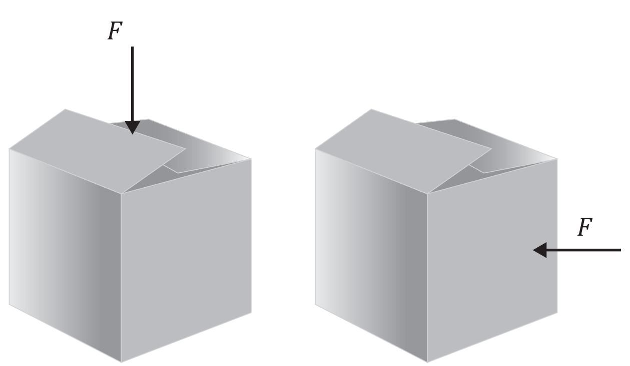
Capítulo 3. Vectores y operaciones con vectores

Opera con vectores aplicando los métodos conocidos de la composición vectorial

3.1. ¿Qué son las magnitudes vectoriales?

Entre las distintas magnitudes físicas puede establecerse una clasificación adicional: escalares y vectoriales. Un grupo importante de magnitudes queda determinado completamente cuando se expresa mediante un número seguido de la unidad correspondiente. Este tipo de magnitudes físicas reciben el nombre de «magnitudes escalares». Son ejemplo de magnitudes escalares: la longitud, el volumen, la masa, la temperatura y la energía. Sin embargo, existen otras que precisan para su definición que se especifique, además de los elementos anteriores, una dirección: son las llamadas magnitudes vectoriales. La fuerza es un ejemplo de magnitud física vectorial, pues sus efectos al actuar sobre un cuerpo dependerán no solo de su módulo, sino también de su dirección, como se muestra en la figura 3.1.

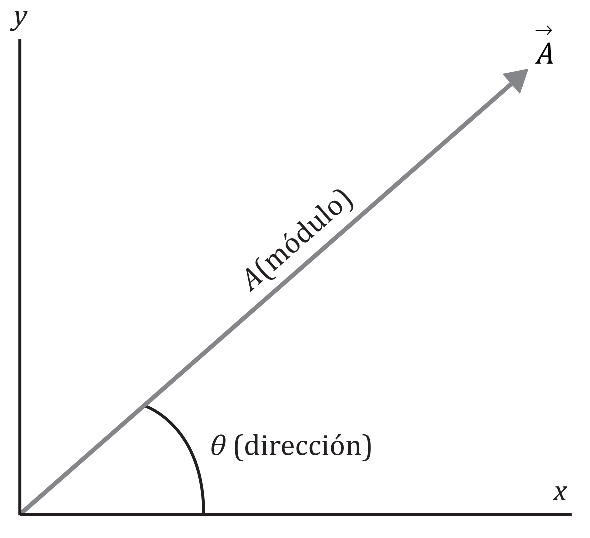
Figura 3.1. La dirección de la fuerza determina el efecto que tendrá sobre el objeto



3.2. Vectores

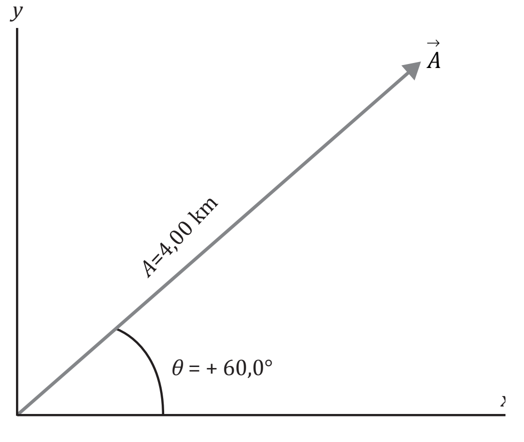
Al igual que los números reales son utilizados para representar a las magnitudes escalares, las magnitudes vectoriales requieren el empleo de elementos matemáticos diferentes de los números reales, que posean mayor capacidad de descripción. Estos elementos matemáticos que pueden representar módulo y dirección se denominan «vectores». Geométricamente, el vector se representa por un segmento orientado cuya longitud indica su valor o módulo[2] y la dirección está dada por el ángulo que forma el vector con el eje x positivo. En la figura 3.2. se representa un vector $\vec{A}$ de módulo A y dirección θ.

Figura 3.2. Representación gráfica del módulo y la dirección del vector $\vec{A}$



Por ejemplo, en la figura 3.2a se representa un vector $\vec{A}$ de módulo A = 4,00 km en la dirección θ = +60,0°.

Figura 3.2a. Representación gráfica de un vector

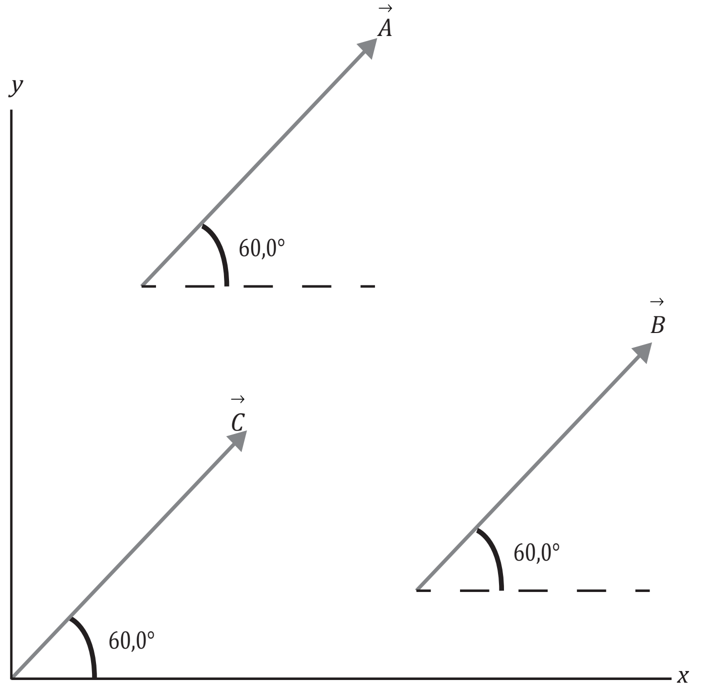


2 Nota: el módulo de un vector se puede representar de la siguiente manera, $\left|\vec{A}\right| = A$

a. Igualdad de vectores

Como todo vector puede desplazarse paralelamente a su dirección, dos vectores son iguales si tienen el mismo módulo y apuntan en la misma dirección.

Figura 3.3. Vectores iguales



b. Vector opuesto y resta de vectores

Se denomina vector opuesto a aquel vector que sumado al vector $\vec{A}$ da un vector nulo. Esto es,

$$\vec{A}+\left(-\vec{A}\right)=\vec{0}$$

Observe que el vector $-\vec{A}$ tiene el mismo módulo que el vector $\vec{A}$, pero dirección opuesta. Así la resta o diferencia « $\vec{A}-\vec{B}$ » se define como la suma vectorial del vector $\vec{A}$ y el vector opuesto de $\vec{B}$ ($-\vec{B}$):

$$\vec{A}-\vec{B}=\vec{A}+(-\vec{B})$$

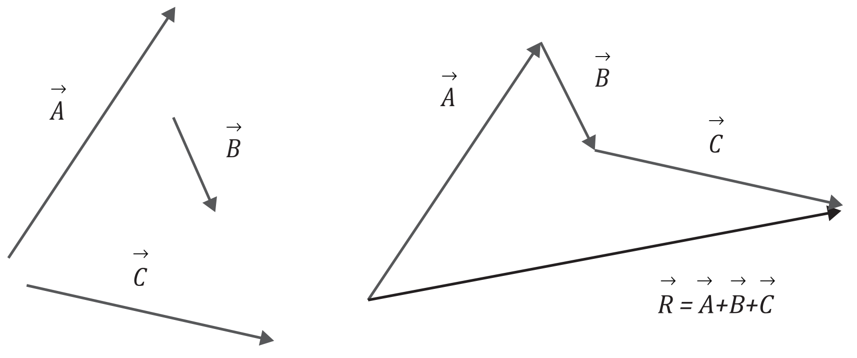
3.3. Suma de vectores

Las magnitudes vectoriales no se suman de la manera tan simple como se suman las magnitudes escalares. La suma o resultante de varios vectores es un nuevo vector $\vec{R}$ que se puede obtener por diferentes métodos: el método del polígono, el método del paralelogramo y el método de las componentes rectangulares.

3.3.1. Método del polígono

Con el método del polígono, los vectores se deben trasladar de tal manera que el origen de un vector se una a la punta del anterior, para finalmente trazar el vector resultante $\vec{R}$ como una flecha que va del origen del primero a la punta del último como se observa en la Figura 3.4.

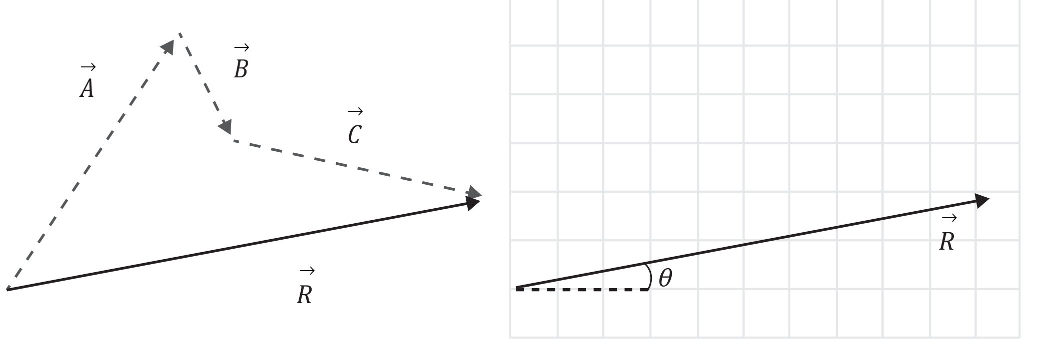
Figura 3.4. Método del polígono



El módulo del vector resultante $\vec{R}$ se obtiene midiendo con una regla la longitud que une el origen del primer vector con el extremo del último vector. Tomando en cuenta que si, por ejemplo, la longitud del vector resultante es 5,00 cm y representa 100 N, es porque se ha considerado previamente una escala que permite convertir las longitudes en las unidades que se requieren. En nuestro caso, 1,00 cm equivale a 20 N.

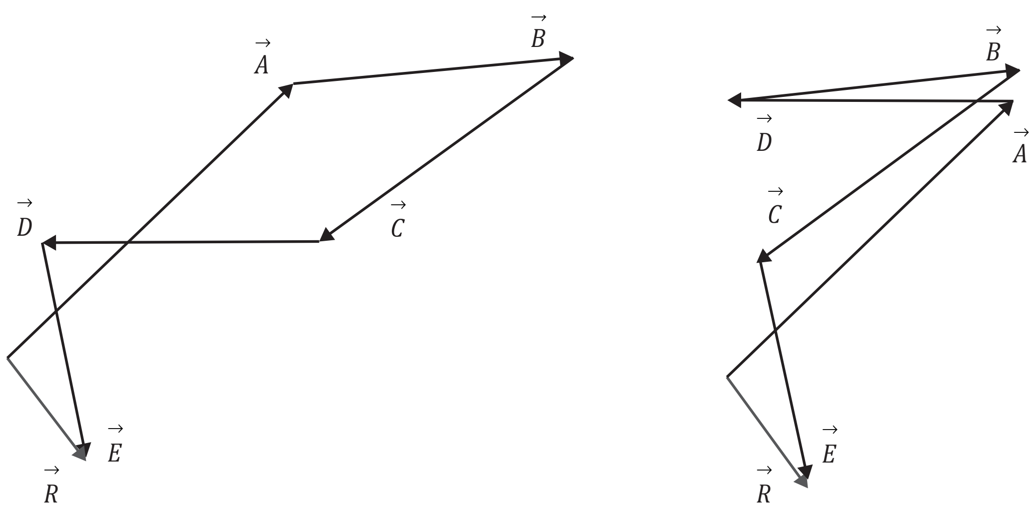
La dirección del vector resultante θ se obtiene midiendo, con un transportador, el ángulo que forma el vector resultante con el eje horizontal positivo.

Figura 3.4a. Longitud y dirección del vector resultante



La suma de vectores es conmutativa, es decir que no interesa el orden en que se compongan los vectores; así $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}+\vec{D}+\vec{E} = \vec{A}+\vec{D}+\vec{B}+\vec{C}+\vec{E}$ como se muestra en la figura 3.5.

Fig. 3.5. Propiedad conmutativa de la suma de vectores



3.3.2. Método del paralelogramo

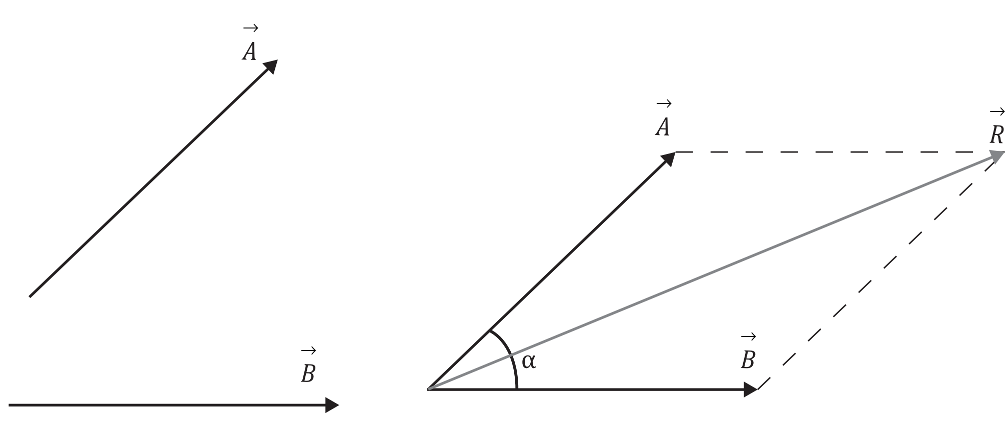
Este método de composición vectorial se aplica solamente para sumar dos vectores a la vez y puede resumirse de la siguiente manera (Figura 3.6.):

Se traslada paralelamente dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$, de manera que se haga coincidir los orígenes de ambos.

Se construye el paralelogramo, trazando rectas desde los extremos finales o puntas de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$.

La resultante es la diagonal del paralelogramo que parte de los orígenes de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$.

Figura 3.6. Método del paralelogramo



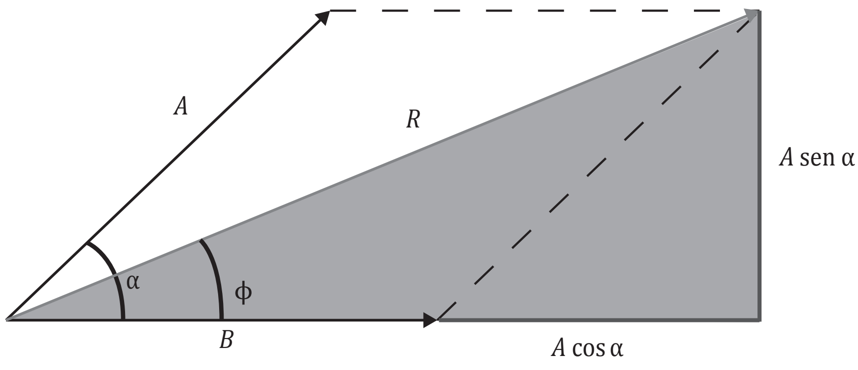
Analíticamente, se puede calcular el módulo de la resultante de los vectores $|\vec{R}| = R$ con ayuda de la siguiente expresión:

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2A \cdot B\cos\alpha}$$

Donde A y B son los módulos de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ y α es el ángulo formado por dichos vectores.

La dirección del vector resultante se obtiene construyendo un triángulo rectángulo con ayuda de una perpendicular trazada desde el extremo del vector resultante a la prolongación del vector *B*. Los catetos del triángulo rectángulo tienen valores conocidos, por lo que aplicando la función inversa de la tangente del ángulo que forman los dos vectores se puede determinar la dirección de la resultante. (Figura 3.7.).

Figura 3.7. Determinación de la dirección de $\vec{R}$ por método del paralelogramo

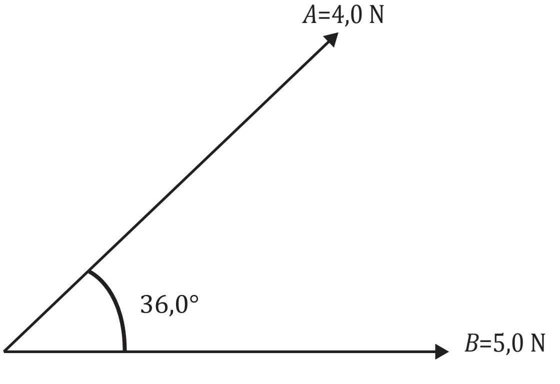


$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{A\,\mathrm{sen}\,\alpha}{B + A\cos\alpha}\right)$$

Ejemplo 3.1

Dados los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ que se muestran en la figura 3.8, calcule el módulo de la resultante.

Figura 3.8. Vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ para el ejemplo 3.1



Solución

Aplicando la expresión para encontrar el módulo de la resultante de la suma de los vectores, se obtiene lo siguiente:

$$\left|\vec{R}\right| = \sqrt{4{,}0^2 + 5{,}0^2 + 2(4{,}0)(5{,}0)\cos 36{,}0^\circ}\,,$$

$$R = 8{,}6\ \mathrm{N}$$

Aplicando la expresión para encontrar la dirección de la resultante de la suma de los vectores, se obtiene lo siguiente:

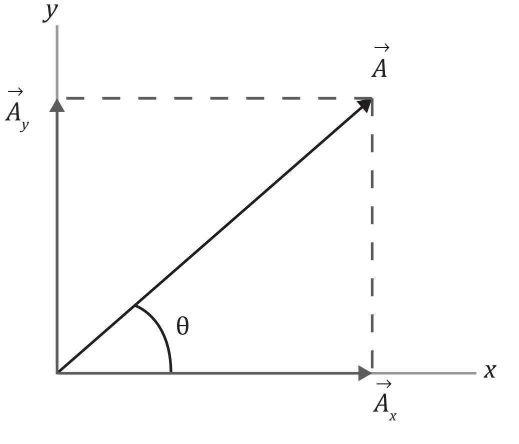
$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{4{,}0\ \text{sen}\ 36{,}0°}{4{,}0\cos 36{,}0° + 5{,}0}\right) = 16°$$

3.3.3. Método de componentes

Cuando un vector $\vec{A}$ se considera un vector resultante y sus componentes se representan por dos vectores que se encuentran sobre los ejes *x* e *y*, se dice que se ha efectuado una descomposición vectorial del vector $\vec{A}$ en sus componentes rectangulares.

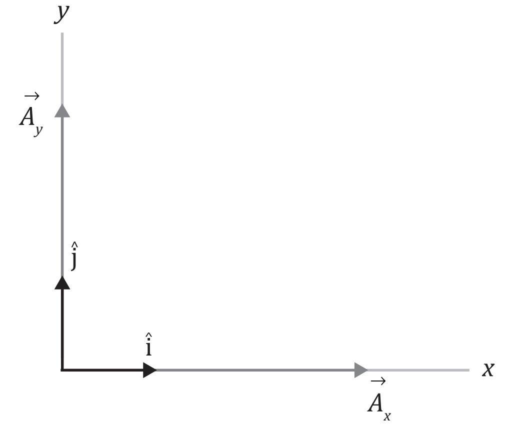
Para representar el vector matemáticamente, se trazan rectas desde el extremo del vector $\vec{A}$, perpendiculares a los ejes *x* e *y*; las rectas así obtenidas representan los vectores componentes $\vec{A}_x$ y $\vec{A}_y$.

Figura 3.9. Componentes del vector $\vec{A}$



Si el vector $\vec{A}$ tiene una componente $\vec{A}_x$ y una componente $\vec{A}_y$, estos pueden expresarse en términos de vectores unitarios denominados $\hat{i}$ y $\hat{j}$, los cuales son vectores cuya longitud es igual a la unidad, no tienen dimensiones, pero yacen sobre los ejes *x* e *y* señalando el sentido positivo del eje.

Figura 3.10. Vectores unitarios



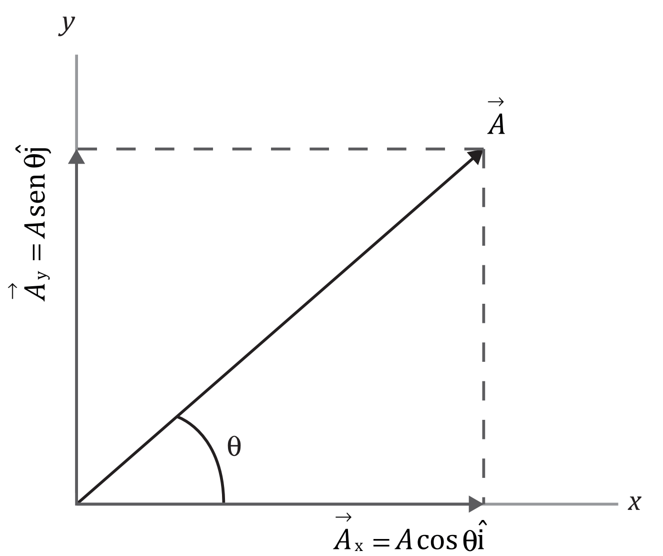
Usando los vectores unitarios, el vector $\vec{A}$ se representará como $\vec{A} = A_x\,\hat{i} + A_y\,\hat{j}$. Esta es una forma muy sencilla de representar al vector porque permite componerlo fácilmente. Por ejemplo, si $\vec{A}_x = 5{,}0\,\hat{i}\,N$, y $\vec{A}_y = 3{,}0\,\hat{j}\,N$; el vector $\vec{A}$ puede expresarse de la siguiente manera, $\vec{A} = \left(5{,}0\,\hat{i} + 3{,}0\,\hat{j}\right)N$

Si se conoce el módulo A y la dirección θ de un vector $\vec{A}$, se puede escribir dicho vector con ayuda de las funciones trigonométricas $\operatorname{sen}\theta$ y $\cos\theta$ de la siguiente manera:

$$A_x = A\cos\theta$$
$$A_y = A\operatorname{sen}\theta$$

El vector $\vec{A}$ se expresaría de la siguiente manera: $\vec{A} = A\cos\theta\,\hat{i} + A\operatorname{sen}\theta\,\hat{j}$

Figura 3.10a. Vector $\vec{A}$ a través de su módulo A y su dirección *θ*



Ejemplo 3.2

Si el módulo del vector $\vec{A}$ es de 50,0 m y su dirección es 60,0°, determine sus componentes rectangulares.

Solución

La componente horizontal del vector $\vec{A}$ tiene la forma siguiente:

$$\vec{A}_x = A\cos\theta\,\hat{\mathrm{i}}$$

$$\vec{A}_x = 50{,}0\cos 60{,}0^{o}\,\hat{\mathrm{i}} = 25{,}0\text{ m}\,\hat{\mathrm{i}}$$

La componente vertical del vector $\vec{A}$ tiene la forma siguiente:

$$\vec{A}_y = A\,\mathrm{sen}\,\theta\,\hat{\mathrm{j}}$$

$$\vec{A}_y = 50{,}0\,\mathrm{sen}\,60{,}0^{o}\,\hat{\mathrm{j}} = 43{,}3\text{ m}\,\hat{\mathrm{j}}$$

Cuando se va a sumar vectores, se puede descomponer cada uno de ellos en sus componentes rectangulares y luego realizar la suma vectorial de estas componentes. El vector resultante $\vec{R}$ se obtendrá sumando las componentes en el eje *x* y en el eje *y* de ambos vectores respectivamente. Veamos:
Si tenemos los vectores $\vec{A} = \left(A_x\,\hat{\mathrm{i}} + A_y\,\hat{\mathrm{j}}\right)$ y $\vec{B} = \left(B_x\,\hat{\mathrm{i}} + B_y\,\hat{\mathrm{j}}\right)$, la suma de ambos vectores será un nuevo vector $\vec{R}$; llamado vector resultante, cuyas componentes en los ejes *x y*, y las podemos obtener así:

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$\vec{R} = \left(A_x\,\hat{\mathrm{i}} + A_y\,\hat{\mathrm{j}}\right) + \left(B_x\,\hat{\mathrm{i}} + B_y\,\hat{\mathrm{j}}\right)$$

$$\vec{R} = \left(A_x + B_x\right)\hat{\mathrm{i}} + \left(A_y + B_y\right)\hat{\mathrm{j}}$$

$$\vec{R} = \left(R_x\,\hat{\mathrm{i}} + R_y\,\hat{\mathrm{j}}\right)$$

donde

$$R_x = \left(A_x + B_x\right) \text{ y } R_y = \left(A_y + B_y\right)$$

Ejemplo 3.3

Dados los vectores que se muestran a continuación, calcule el vector resultante $\vec{R}$, su módulo y su dirección.

$$\vec{A}=\left(5{,}0\,\hat{\mathrm{i}}+3{,}0\hat{\mathrm{j}}\right)\mathrm{N}\ \ \mathrm{y}\ \ \vec{B}=\left(2{,}0\,\hat{\mathrm{i}}-4{,}0\,\hat{\mathrm{j}}\right)\mathrm{N}$$

Solución

$\vec{R}=\left[(5{,}0+2{,}0)\,\hat{\mathrm{i}}+(3{,}0-4{,}0)\,\hat{\mathrm{j}}\right]\mathrm{N}$.

$\vec{R}=\left[7{,}0\,\hat{\mathrm{i}}-1{,}0\,\hat{\mathrm{j}}\right]\mathrm{N}$

Que corresponde al vector en el cuarto cuadrante.
Cuando se quiere calcular el módulo del vector resultante $\vec{R}$ se aplica el teorema de Pitágoras.

$$R=\sqrt{\left(R_x\right)^2+\left(R_y\right)^2}$$

Para el ejemplo 3.3, se tiene:

$R=\sqrt{(7{,}0)^2+\left(-1{,}0\right)^2}$

$R=\ 7{,}1\ \mathrm{N}$

Para calcular la dirección del vector resultante, recordemos la expresión de la tangente que se representa de la siguiente manera:

$$\theta=\ \tan^{-1}\left(\frac{R_y}{R_x}\right)$$

Para el ejemplo 3.3 tendremos:

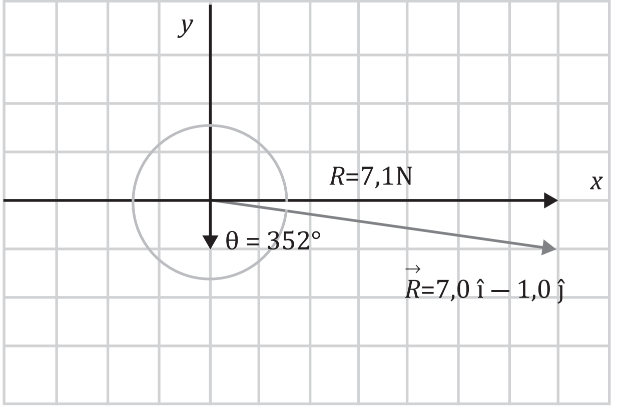
$$\theta=\ \tan^{-1}\left(\frac{-1{,}0}{7{,}0}\right)$$

Y el resultado de la calculadora es

$$\theta=\ -8{,}1^\circ$$

Pero, como el vector resultante $\vec{R}=\left[7{,}0\,\hat{\mathrm{i}}-1{,}0\,\hat{\mathrm{j}}\right]\mathrm{N}$ se encuentra en el cuarto cuadrante, la dirección de dicho vector sería $360^\circ-\left|-8{,}1^\circ\right|=352^\circ$, como se muestra en la figura 3.10b.

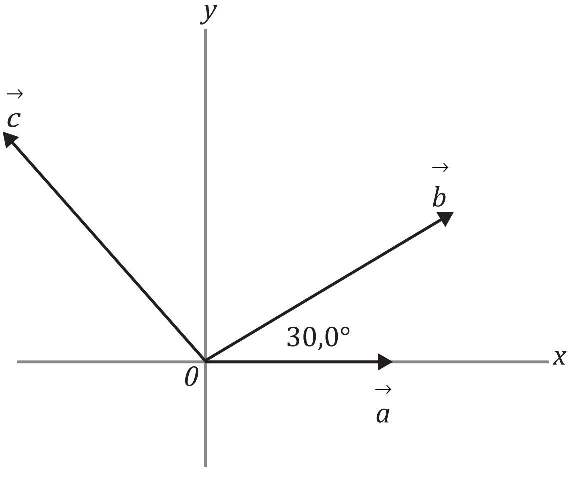
Figura 3.10b. Dirección y módulo del vector $\vec{R}$ del ejemplo 3.3



Ejemplo 3.4

Los vectores mostrados en la figura 3.11 tienen los siguientes módulos: a = 3,00 N, b = 4,00 N y c = 10,0 N, además se sabe que el vector $\vec{c}$ es perpendicular a $\vec{b}$. a) Determine las componentes x e y de cada vector, b) encuentre la resultante de dichos vectores, c) calcule el módulo y la dirección del vector resultante.

Figura 3.11. Imagen del ejemplo 4



Solución

a. Componentes en el eje *x* de cada vector:

$$\vec{a}_x = (3,00\cos 0,0°)\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{i}}$$

$$\vec{b}_x = (4,00\cos 30,0°)\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{i}}$$

$$\vec{c}_x = (10,0\cos 120,0°)\,N\,\hat{i}$$

Componentes en el eje *y* de cada vector:

$$\vec{a}_y = (3,00\,\mathrm{sen}\,0,0°)\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{j}}$$

$$\vec{b}_y = (4,00\,sen\,30,0°)\,N\,\hat{j}$$

$$\vec{c}_y = (10,0\,\mathrm{sen}\,120,0°)\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{j}}$$

b. La resultante en el eje *x*:

$$\vec{R}_x = (a_x + b_x + c_x)\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{i}}$$

$$\vec{R}_x = (3,00 + 4,00\cos 30,0° + 10,0\cos 120,0°)\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{i}}$$

$$\vec{R}_x = 1,46\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{i}}$$

La resultante en el eje *y*:

$$\vec{R}_y = (a_y + b_y + c_y)\,\hat{\mathrm{j}}\;\mathrm{N}$$

$$\vec{R}_y = (0,00 + 4,00\,\mathrm{sen}\,30,0° + 10,0\,\mathrm{sen}\,120,0°)\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{j}}$$

$$\vec{R}_y = 10,7\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{j}}$$

c. El vector resultante adquiere la siguiente forma:

$$\vec{R} = \left[1,46\,\hat{\mathrm{i}} + 10,7\,\hat{\mathrm{j}}\right]\mathrm{N}$$

El módulo del vector resultante es el siguiente:

$$R = \sqrt{(1{,}46)^2 + (10{,}7)^2}$$

$$R = 10{,}8\ \text{N}$$

Para calcular la dirección del vector resultante, usamos la siguiente expresión:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{R_y}{R_x}\right)$$

y obtenemos:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{10{,}7}{1{,}46}\right)$$

$$\theta = 82{,}2^\circ$$

Es decir, la resultante se encuentra en el primer cuadrante.

Preguntas y problemas

1. En la tabla que se muestra a continuación se presentan algunas características del **«Coche eléctrico a baterías 2»**[3] Discrimine y clasifique las magnitudes físicas presentes en la tabla, en escalares y vectoriales.

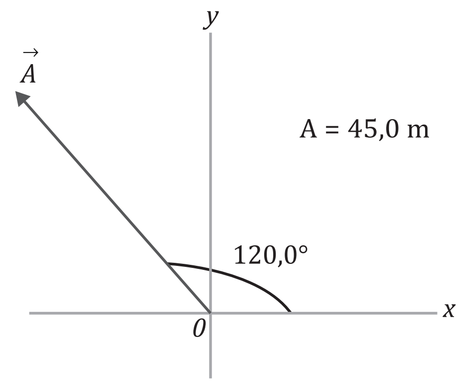
Tabla de características del coche eléctrico a baterías

Magnitud	Valor
Altura máxima	143,5 cm
Masa de equipaje	50,0 kg
Peso del vehículo	8 829 N
Velocidad máxima	90,924 km/h
Tiempo de cargado de baterías	28 800 s
Energía consumida a los 100 km	28 000 Wh

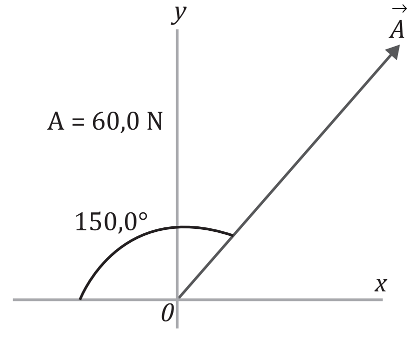
3 **C.E.B.2** http://onso.cps.unizar.es/htdocs/ceb/index.html.

2. Identifique el módulo y dirección de los siguientes vectores, grafique las componentes de cada uno de los vectores y determine dichas componentes.

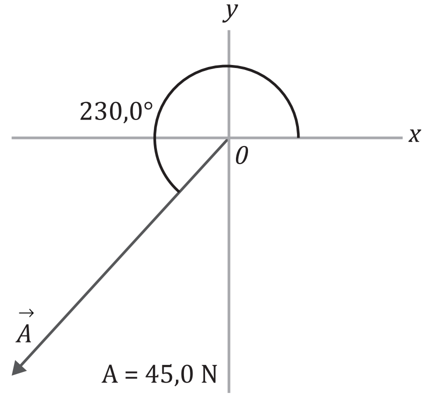
a.



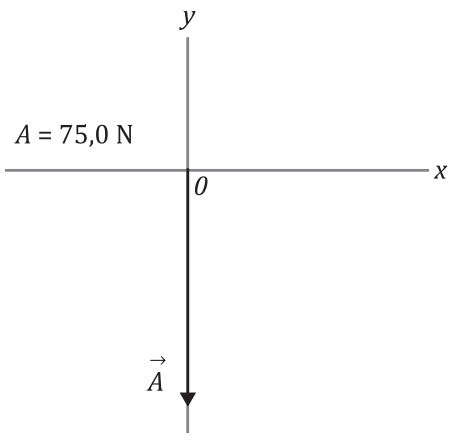
b.



c.



d.



3. Determine la expresión correcta para hallar las componentes del vector cuyo módulo es 45,0 N y dirección es $220{,}0°$.

a. $\vec{A}_x = 45{,}0\ \text{N} \times \text{sen}(220{,}0°)\,\hat{\imath}$

$\vec{A}_y = 45{,}0\ \text{N} \times \cos(220{,}0°)\,\hat{\jmath}$

b. $\vec{A}_x = 45{,}0\ \text{N} \times \cos(220{,}0°)\,\hat{\imath}$

$\vec{A}_y = 45{,}0\ \text{N} \times \text{sen}(220{,}0°)\,\hat{\jmath}$

c. $\vec{A}_x = -45{,}0\ \text{N} \times \text{sen}(220{,}0°)\,\hat{\imath}$

$\vec{A}_y = 45{,}0\ \text{N} \times \cos(220{,}0°)\,\hat{\jmath}$

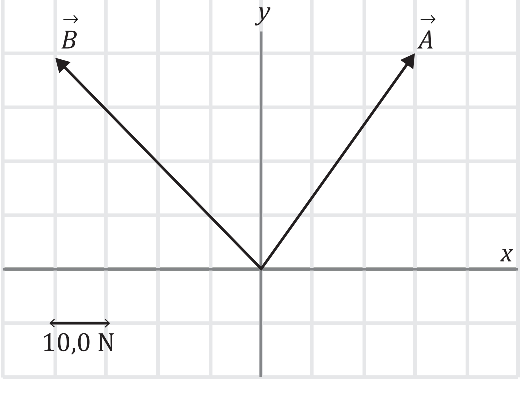
d. $\vec{A}_x = 45{,}0\ \text{N} \times \cos(220{,}0°)\,\hat{\imath}$

$\vec{A}_y = -45{,}0\ \text{N} \times \text{sen}(220{,}0°)\,\hat{\jmath}$

e. $\vec{A}_x = -45{,}0\ \text{N} \times \text{sen}(220{,}0°)\,\hat{\imath}$

$\vec{A}_y = -45{,}0\ \text{N} \times \cos(220{,}0°)\,\hat{\jmath}$

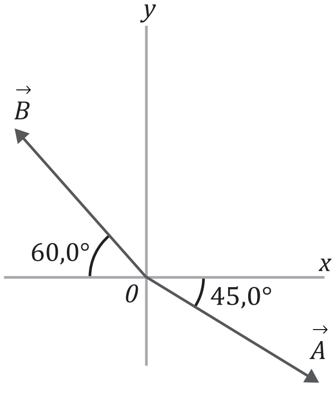
4. Escriba los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ utilizando vectores unitarios. Tome en cuenta que el lado de cada cuadrado representa el valor de 10,0 N.



5. Del gráfico anterior, determine lo siguiente:

a. El vector resultante
b. El módulo del vector resultante
c. La dirección del vector resultante

6. Dibuje la dirección de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ y escríbalos utilizando vectores unitarios. Los módulos de los vectores son 30,0 m y 35,0 m; respectivamente.

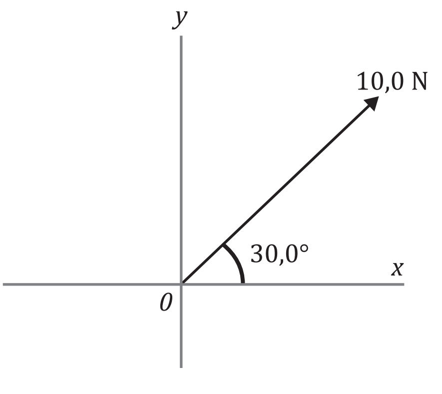


7. Del gráfico anterior, determine lo siguiente:

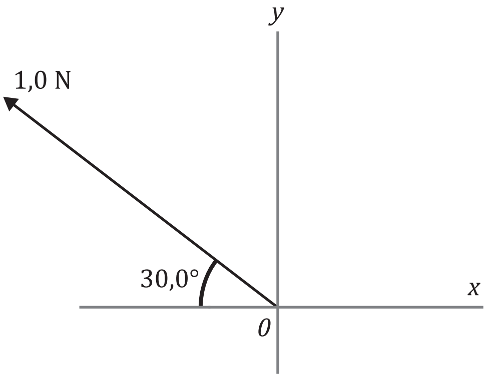
a. El vector resultante
b. El módulo del vector resultante
c. La dirección del vector resultante

8. Determine y grafique las componentes de cada uno de los siguientes vectores:

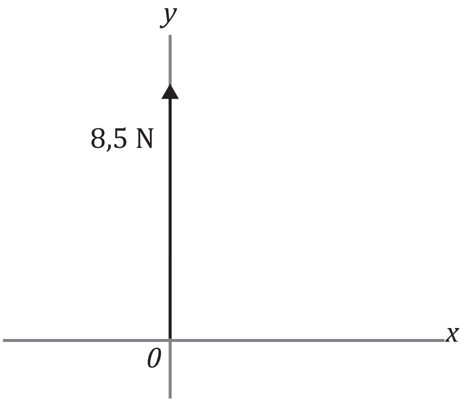
a.



b.



c.

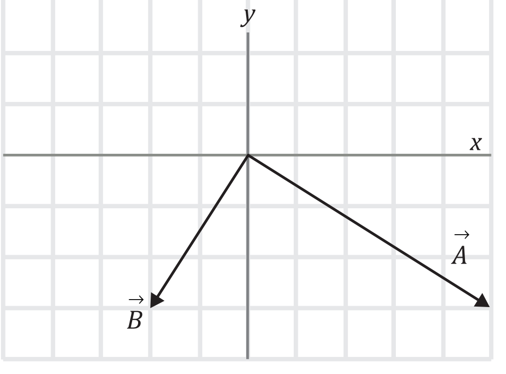


9. Encuentre la resultante, su módulo y dirección de los vectores del problema anterior utilizando los vectores unitarios.

10. Determine el módulo y la dirección de los vectores cuyas componentes son:

a. $\vec{A}_x = -34{,}5\ \mathrm{N}\ \hat{\imath}\ ,\ \vec{A}_y = -28{,}9\ \mathrm{N}\ \hat{\jmath}$
b. $\vec{B}_x = 24{,}5\ \mathrm{N}\ \hat{\imath}\ ,\ \vec{B}_y = -18{,}5\ \mathrm{N}\ \hat{\jmath}$

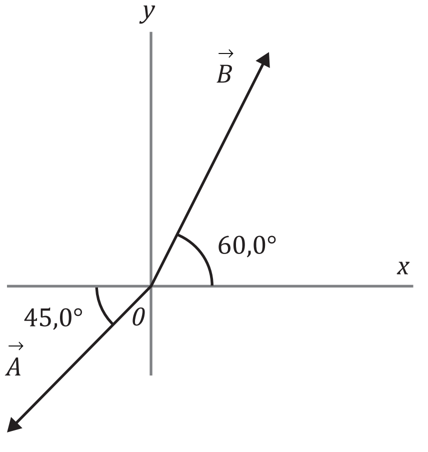
11. Determine las componentes de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ utilizando los vectores unitarios. Tome en cuenta que los lados de cada cuadrado representan el valor de 10,0 N.



12. Del gráfico anterior, determine lo siguiente:

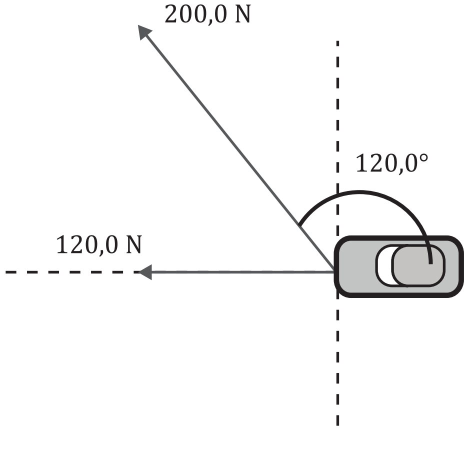
a. El vector resultante
b. El módulo del vector resultante
c. La dirección del vector resultante

13. Dibuje y encuentre las componentes de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ utilizando los vectores unitarios. Los módulos de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ son 40,0 N y 50,0 N; respectivamente.



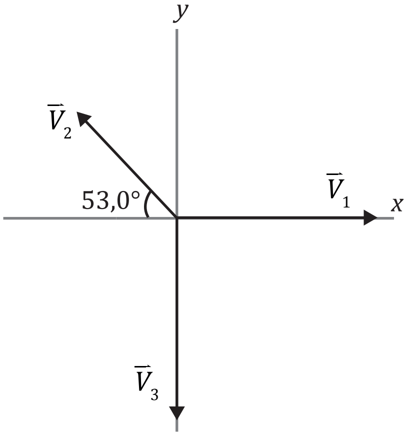
14. Del gráfico anterior, determine lo siguiente:
a. El vector resultante
b. El módulo del vector resultante
c. La dirección del vector resultante

15. Dos fuerzas actúan sobre el automóvil ilustrado en la figura. La fuerza horizontal tiene un módulo de 120,0 N y una dirección de 180,0°; y la otra fuerza tiene un módulo de 200,0 N y una dirección de 120,0°. ¿Cuáles son el módulo y la dirección de la fuerza resultante sobre el automóvil?



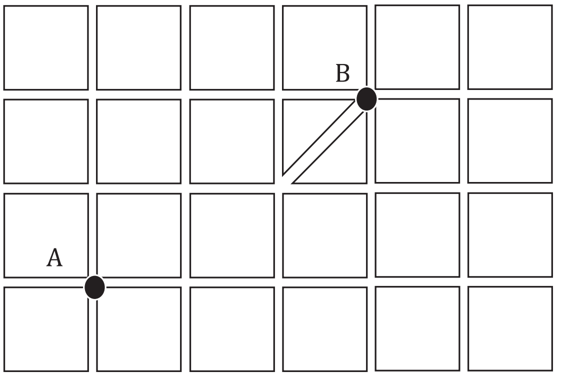
16. En la figura se muestran tres vectores velocidad. Sus magnitudes son $V_1 = 30{,}0\ \frac{m}{s}$, $V_2 = 25{,}0\ \frac{m}{s}$ y $V_3 = 10{,}0\ \frac{m}{s}$.

a. Descomponga cada uno de los vectores en sus componentes y escríbalos usando los vectores unitarios correspondientes.
b. Calcule el módulo del vector resultante y su dirección.



Actividad

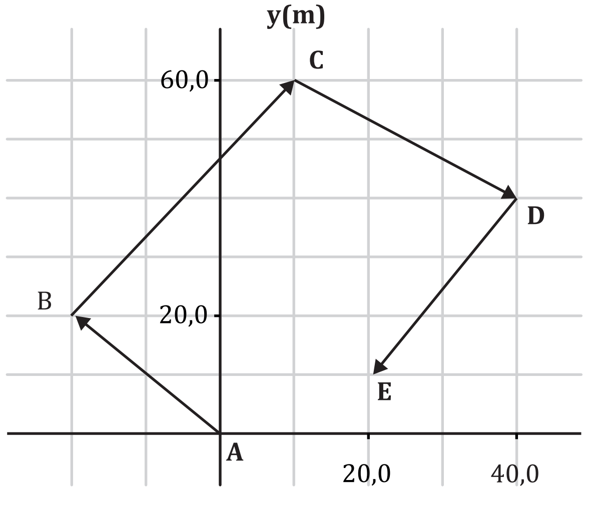
Determine el menor desplazamiento que debe realizarse para ir del punto A al punto B en el plano mostrado en la figura. Considere que cada cuadra tiene 100 metros de lado. Escriba dicho desplazamiento usando vectores unitarios y calcule su módulo y dirección.



Ejercicios de autoevaluación

1. Ángela camina desde el inicio de coordenadas (punto A) al punto E, como se muestra en la figura. Considere que cada cuadrado tiene una longitud igual a 10,0 m.

a. Escriba cada uno de los vectores desplazamiento realizados por Ángela en términos de los vectores unitarios.
b. Trace la gráfica del vector resultante.
c. Calcule el módulo del vector resultante.
d. Determine la dirección del vector resultante.



2. Una mujer camina 4,00 km hacia el Este y después camina 8,00 km hacia el Norte. (a) Aplique el método del polígono para hallar su desplazamiento resultante. (b) Compruebe el resultado con el método del paralelogramo.

3. En la superficie de Marte, un vehículo se desplaza una distancia de 38,0 m a un ángulo de 180,0°. Después vira y recorre una distancia de 66,0 m a un ángulo de 270,0°. ¿Cuál fue su desplazamiento desde el punto de partida?

4. Un topógrafo inicia su tarea en la esquina sudeste de una parcela y registra los siguientes desplazamientos: A = 600,0 m al norte; B = 400,0 m al oeste; C = 200,0 m al sur y D = 100,0 m al este. ¿Cuál es el desplazamiento neto desde el punto de partida?

5. Halle las componentes x e y de a) un desplazamiento de módulo igual a 200,0 km y su ángulo es igual a 34,0°, b) una velocidad de módulo igual a 40,0 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ y su ángulo es igual a 120,0° y c) una fuerza de módulo igual a 50,0 N y su ángulo igual a 330,0°.

6. Un río fluye hacia el Sur a 20,0 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Una embarcación desarrolla una rapidez máxima de 50,0 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ en aguas tranquilas. En el río descrito, la embarcación avanza a su máxima rapidez hacia el oeste. ¿Cuáles son la rapidez y la dirección resultantes de la embarcación?

7. Una cuerda que forma un ángulo de 60,0° con la horizontal arrastra una caja sobre un piso liso. ¿Cuál será la tensión de la cuerda si se requiere una fuerza horizontal de 40,0 N para arrastrar la caja?

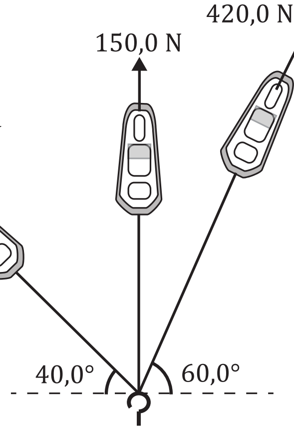
8. Una cuerda que forma un ángulo de 60,0° con la vertical arrastra una caja sobre un piso liso. ¿Cuál será la tensión de la cuerda si se requiere una fuerza horizontal de 80,0 N para arrastrar la caja?

9. La resultante de dos fuerzas $\vec{A}$ y $\vec{B}$ es de 40,0 N a 210,0°. Si la fuerza $\vec{A}$ es de 200,0 N a 270,0°, ¿cuáles son el módulo y la dirección de la fuerza $\vec{B}$?

10. Halle la resultante de las fuerzas perpendiculares que se presentan a continuación:
Fuerza $\vec{F}_1$, de módulo F_1 = 400,0 N y dirección α = 0,0°; $\vec{F}_2$, de módulo F_2 = 820,0 N y dirección θ = 270,0° y $\vec{F}_3$, de módulo F_3 = 500,0 N y dirección β =90,0°.

11. Efectúe la suma de los siguientes vectores aplicando el método de las componentes:
Vector $\vec{A}$ de módulo A = 200,0 N y dirección $\theta = 30{,}0°$; $\vec{B}$ de módulo B = 300,0 N y dirección $\alpha = 330{,}0°$ y $\vec{C}$ de módulo C = 400,0 N y dirección $\beta = 250{,}0°$.

12. Tres embarcaciones ejercen fuerzas sobre un gancho de amarre, como muestra la figura. Halle el vector resultante de esas tres fuerzas. Además, obtenga su módulo y dirección.



13. A continuación se presentan los módulos y direcciones de cuatro vectores: A = 450 N θ = 180,0°; B = 160 N θ = 136,0°; C = 800 N θ = 0,0°, y D = 100 N θ = 34,0°. Determine el módulo y la dirección de $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}+\vec{D}$.

14. Calcule las componentes horizontal y vertical de los vectores cuyos módulos y direcciones se detallan a continuación:

    $A = 400\ \text{N}\ \ \alpha = 37{,}0°$

    $B = 90\ \text{m}\ \ \beta = 320{,}0°$

    $C = 70{,}0\,\dfrac{\text{km}}{\text{h}}\ \ \beta = 150{,}0°$

15. Halle la resultante $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ para los siguientes pares de vectores cuyos módulos y direcciones son iguales a:

a. $A = 520{,}0\ \text{N}\ \ \alpha = 270{,}0°$ y $B = 269\ \text{N}\ \ \beta = 180{,}0°$

b. $A = 18\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\ \ \alpha = 90{,}0°$ y $B = 15\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\ \ \beta = 180{,}0°$

16. Un bloque de 200,0 N descansa sobre un plano inclinado a $30{,}0°$. Si el peso del bloque actúa verticalmente hacia abajo, ¿cuáles son los módulos componentes del peso a lo largo del plano y en dirección perpendicular al plano?

17. Halle la resultante de los tres vectores desplazamiento cuyos módulos y direcciones se muestran a continuación:

    $A = 220{,}0\ \text{m}\ \ \alpha = 60{,}0°$

    $B = 125{,}0\ \text{m}\ \ \alpha = 210{,}0°$

    $C = 175{,}0\ \text{m}\ \ \alpha = 340{,}0°$

18. Halle el vector resultante $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ en módulo y dirección, para el siguiente par de vectores:

    $\vec{A} = \left(5{,}80\,\hat{\text{i}} + 6{,}25\,\hat{\text{j}}\right)\text{m}$ y $\vec{B} = \left(-2{,}34\,\hat{\text{i}} - 4{,}00\,\hat{\text{j}}\right)\text{m}$

19. Se necesita una fuerza vertical de 80,0 N para levantar la parte móvil de una ventana. Se usa un mástil largo para realizar dicha operación. ¿Qué fuerza (módulo) será necesaria ejercer a lo largo del mástil si este forma un ángulo de $34{,}0°$ con la pared?

20. Un cable está unido al extremo de una viga. ¿Qué tirón se requiere, a un ángulo de $40{,}0°$ con respecto a la horizontal, para producir una fuerza horizontal efectiva de 200,0 N?

Videos

Videos	
Vectores: cómo encontrar el módulo y la dirección del vector resultante http://bit.ly/1jRYnuE	

Unidad 2

Cinemática

Capítulo 4. Definiciones de cinemática

Describe matemáticamente la ubicación y el desplazamiento de un móvil en el movimiento rectilíneo y en el movimiento en el plano

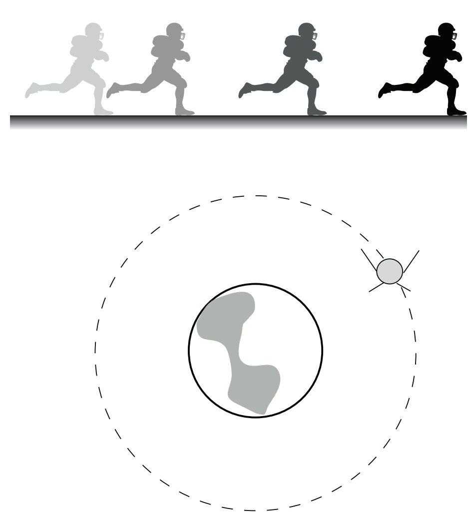
La **cinemática** es la rama de la física que estudia el movimiento de los cuerpos sin tomar en cuenta las fuerzas que actúan sobre ellos.

En este capítulo se estudiará los conceptos fundamentales que constituyen los cimientos de la cinemática en una sola dimensión.

4.1. Elementos de cinemática

Los movimientos que se estudian son de los más variados y comprenden desde los más sencillos, como el movimiento rectilíneo uniforme, hasta movimientos cuyas trayectorias son bastante complejas. Ejemplo de lo dicho pueden ser el movimiento rectilíneo de un deportista o el movimiento circular que realiza un satélite artificial alrededor de la Tierra.

Figura 4.1. Cuerpos en movimiento

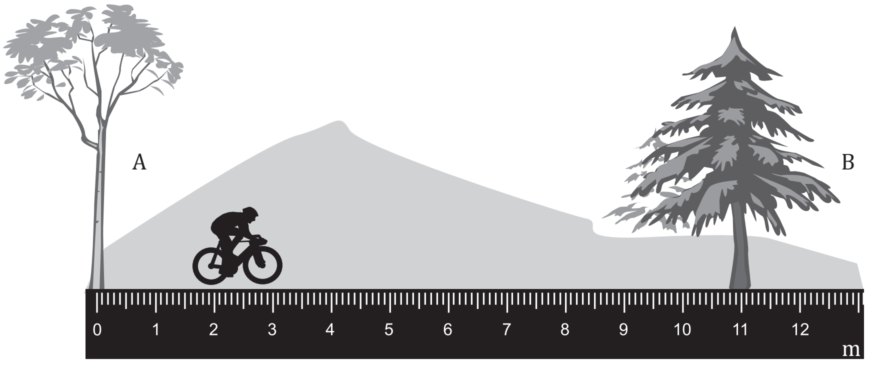


En la física, describir el movimiento de un móvil significa conocer su posición, velocidad y aceleración en cualquier instante de tiempo.

4.2. Movimiento rectilíneo

Movimiento rectilíneo es aquel cuya trayectoria descrita por el móvil es una línea recta. Por ejemplo, un ciclista que va por una carretera recta y horizontal realiza un movimiento rectilíneo.

Figura 4.2. Movimiento rectilíneo de un ciclista



4.2.1. Sistema de referencia

Todo movimiento de cualquier cuerpo es relativo a otro cuerpo, el cual es considerado inmóvil. Por ejemplo, cuando un pasajero está sentado en un vagón de tren se verá inmóvil respecto a otro pasajero sentado junto a él, mientras que con respecto a un observador que se encuentre esperando en el andén, el pasajero se verá en movimiento. En este caso, tanto el vecino como el que espera en el andén pueden ser considerados como sistemas de referencia.

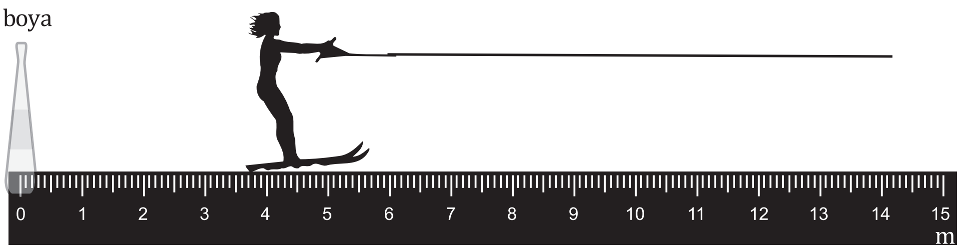
Figura 4.3. Pasajero en tren inmóvil respecto al tren, pero en movimiento respecto al andén

Foto: Marrovi, Wikimedia Commons

Foto: Jim McIntosh, Wikimedia Commons

En la física, se pone en correspondencia el sistema de referencia con un sistema de coordenadas con el fin de determinar la posición del móvil en términos cuantitativos.

Figura 4.4. Sistema de referencia y sistema coordenado con origen en la boya

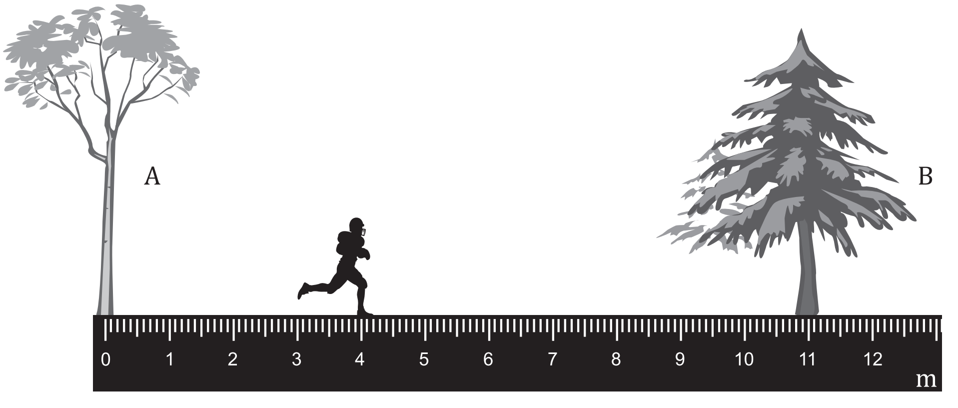


4.3. Posición, desplazamiento y distancia recorrida

4.3.1. Posición

Es la magnitud vectorial que describe la ubicación del móvil con respecto a un sistema de referencia. En la figura 4.5 se observa que si se considera el árbol A como sistema de referencia, el deportista se encuentra en la posición $+4{,}00\ \mathrm{m}\ \hat{\mathrm{i}}$. En cambio, si se considera el árbol B como sistema de referencia, el deportista se encuentra en la posición $-7{,}00\ \mathrm{m}\ \hat{\mathrm{i}}$.

Figura 4.5. Posición del deportista



La manera de expresar matemáticamente las posiciones del deportista sería la siguiente:

$$\vec{x}_A = +4{,}00\ \mathrm{m}\ \hat{\mathrm{i}}$$

$$\vec{x}_B = -7{,}00\ \mathrm{m}\ \hat{\mathrm{i}}$$

Es costumbre en los libros de texto no escribir el vector unitario $\hat{\mathrm{i}}$ en la expresión de la posición cuando se habla de un movimiento rectilíneo, porque se considera que todos los vectores se encuentran sobre el eje *x*.

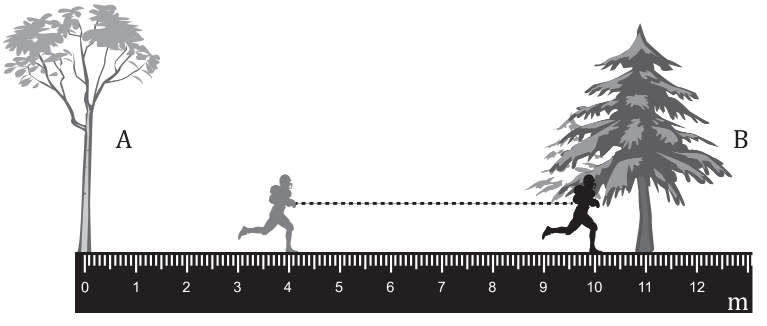
4.3.2. Desplazamiento

Cuando un cuerpo cambia de posición se dice que se ha «desplazado», por tal motivo el desplazamiento es la magnitud vectorial que se define como la posición final $\vec{x}$ menos la posición inicial $\vec{x}_i$ del cuerpo. Esta magnitud se denota por $\Delta\vec{x}$:

$$\Delta\vec{x} = \vec{x} - \vec{x}_i$$

Donde la letra griega mayúscula delta (Δ) se utiliza para denotar esta diferencia o cambio. La unidad del desplazamiento en el SI es el metro (m).

Figura 4.6. Desplazamiento positivo del deportista



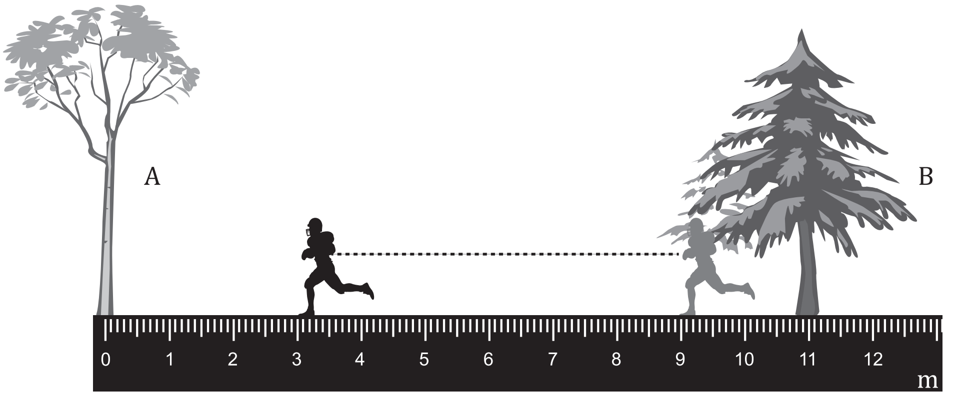
De esta forma, si el deportista de la figura 4.6 se desplaza con respecto al árbol A desde la posición inicial $+4{,}00\,\mathrm{m}\,\hat{\imath}$ hasta la posición $+10{,}00\,\mathrm{m}\,\hat{\imath}$, su desplazamiento habrá sido

$$\Delta\vec{x} = +10{,}00\,\mathrm{m}\,\hat{\imath} - (+4{,}00)\mathrm{m}\,\hat{\imath}$$

$$\Delta\vec{x} = +6{,}00\,\mathrm{m}\,\hat{\imath}$$

Se observa que un desplazamiento positivo representa un movimiento hacia el semieje positivo de la recta (hacia la derecha en la figura 4.6), mientras que un desplazamiento negativo representa un movimiento hacia el semieje negativo de la recta (hacia la izquierda en la figura 4.7).

Figura 4.7. Desplazamiento negativo del deportista



Por ejemplo, si el deportista de la figura 4.7 se mueve desde la posición $+9{,}00\,\mathrm{m}\,\hat{\mathrm{i}}$ hasta la posición $+3{,}00\,\mathrm{m}\,\hat{\mathrm{i}}$, habrá tenido un desplazamiento igual a:

$$\Delta\vec{x} = \left[+3{,}00\,\mathrm{m}\,\hat{\mathrm{i}} - \left(+9{,}00\,\mathrm{m}\right)\hat{\mathrm{i}}\right] = -6{,}00\,\mathrm{m}\,\hat{\mathrm{i}}$$

4.3.3. Distancia recorrida

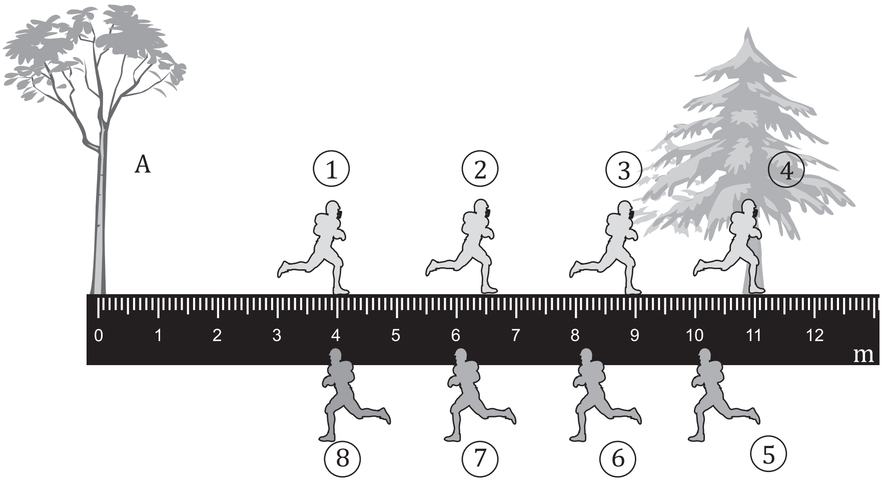
La distancia recorrida es una magnitud escalar que establece la longitud del camino recorrido por el móvil. La unidad de la distancia recorrida en el SI es el metro (m). Esta magnitud se denota por la letra d.

Si el desplazamiento es realizado en una sola dirección, la distancia recorrida es igual al módulo del desplazamiento. En cambio, cuando se invierte la dirección del movimiento, la distancia total recorrida no es el módulo del desplazamiento total.

Ejemplo 4.1

El deportista de la figura 4.8 parte de la posición $+4{,}00\,\mathrm{m}\,\hat{\mathrm{i}}$, llega hasta la posición $+11{,}00\,\mathrm{m}\,\hat{\mathrm{i}}$ y regresa al punto de partida. Determine su desplazamiento total y su distancia total recorrida.

Figura 4.8. Distancia recorrida por el deportista



Solución

Para calcular el desplazamiento del deportista es necesario tener en cuenta solo su posición final y su posición inicial, es decir $\Delta\vec{x} = \left(x - x_i\right)\hat{\mathrm{i}}$

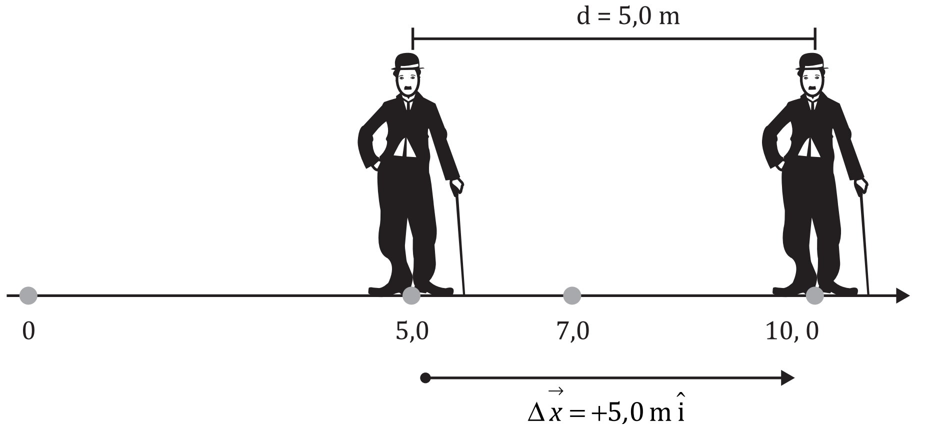
$$\Delta\vec{x} = +4{,}00\,\mathrm{m}\,\hat{\mathrm{i}} - \left(+4{,}00\,\mathrm{m}\,\hat{\mathrm{i}}\right) = 0{,}00\,\mathrm{m}\,\hat{\mathrm{i}}$$

Por otro lado, la distancia total recorrida por el deportista es d = 7,00 m + 7,00 m = 14,00 m.

Ejemplo 4.2

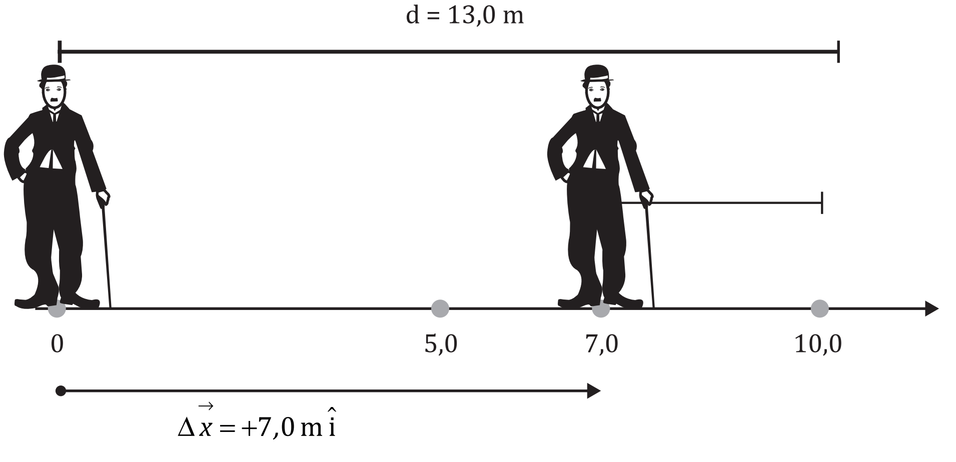
En la figura 4.8a se observa que el célebre Charles Chaplin se desplaza $+5{,}0\,\text{m}\,\hat{\imath}$ y la distancia recorrida por él es 5,0 m.

Figura 4.8a. La distancia recorrida y el módulo del desplazamiento son iguales siempre que el móvil viaje en una misma dirección



En cambio, cuando se invierte la dirección del movimiento, como se observa en la figura 4.8b, la distancia recorrida por Charles Chaplin es 13,0 m mientras que el módulo de su desplazamiento es 7,0 m.

Figura 4.8b. La distancia recorrida y el módulo del desplazamiento no son iguales cuando se invierte la dirección del movimiento



Ejemplo 4.3

Félix camina de un lado al otro de una habitación de 5,50 m de largo. Si parte de un extremo de la habitación, va y viene tres veces en línea recta durante 3,30 minutos y luego se detiene, calcule lo siguiente:

a. El desplazamiento
b. La distancia recorrida

Solución

Para calcular el desplazamiento de Félix es necesario tener en cuenta solo su posición final y su posición inicial, es decir $\Delta\vec{x} = (x - x_{\mathrm{i}})\hat{\mathrm{i}} = 0\,\hat{\mathrm{i}}\,\mathrm{m}$.

Recordando que la distancia recorrida es la longitud del camino recorrido, entonces la distancia recorrida por Félix es d = 3(5,50 × 2) = 33,0 m.

4.4. Velocidad y rapidez

4.4.1. Velocidad media

Cuando se estudia el cambio de posición de un móvil, también es importante saber en cuánto tiempo se ha realizado dicho cambio. Si el móvil en un tiempo inicial t_{i} se encontraba en la posición inicial $\vec{x}_{\mathrm{i}}$, y luego en un tiempo *t* se encuentra en la posición final $\vec{x}$, entonces el tiempo transcurrido para el desplazamiento realizado por el móvil es la diferencia $(t - t_{\mathrm{i}})$ y se denota por Δt.

El cociente del desplazamiento entre el tiempo transcurrido es una magnitud vectorial y se denomina velocidad media ($\vec{v}_{\mathrm{m}}$):

$$\vec{v}_{\mathrm{m}} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{x} - \vec{x}_{\mathrm{i}}}{t - t_{\mathrm{i}}}$$

La unidad de medida de la velocidad media en el SI es el $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

La velocidad media es un vector que apunta en la dirección del vector desplazamiento.

Por ejemplo, si el deportista de la figura 4.8 demora 7,0 s en ir de la posición $+4{,}00\,\mathrm{m}\,\hat{\mathrm{i}}$ a la posición $+11{,}00\,\mathrm{m}\,\hat{\mathrm{i}}$, su velocidad media ($\vec{v}_{\mathrm{m}}$) es la siguiente:

$$\vec{v}_{\mathrm{m}} = \frac{(+11{,}00 - (+4{,}00))\,\mathrm{m}\,\hat{\mathrm{i}}}{7{,}0\,\mathrm{s}} = +\frac{7{,}00}{7{,}0}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\hat{\mathrm{i}} = +1{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\hat{\mathrm{i}}$$

El resultado se interpreta como el desplazamiento que realizaría el móvil por cada segundo transcurrido en el caso de haberse movido de manera uniforme. El signo positivo de la velocidad media indica que el móvil se ha desplazado hacia la derecha.

Ahora, si el deportista de la figura 4.7 tardó 7,0 s en ir de la posición $+9{,}00\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$ a la posición $+3{,}00\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$, su velocidad media ($\vec{v}_m$) es la siguiente:

$$\vec{v}_{\text{m}} = \frac{\left(+3{,}00-\left(+9{,}00\right)\right)\text{m}\,\hat{\text{i}}}{7{,}0\,\text{s}} = -\frac{6{,}00}{7{,}0}\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}} = -0{,}86\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}}$$

El signo negativo de la velocidad media indica que el móvil se ha desplazado hacia la izquierda. Cuando un móvil realiza desplazamientos sucesivos, la velocidad media se puede encontrar de la relación entre el desplazamiento total y el tiempo total gastado en dicho desplazamiento.

$$\vec{v}_{\text{m}} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}\left[\frac{\text{desplazamiento total}}{\text{tiempo total}}\right]$$

4.4.2. Rapidez media

Se define como la distancia recorrida por el móvil entre el tiempo transcurrido en el proceso. La unidad de medida de la rapidez media (v_{m}) en el SI es el $\frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$v_{\text{m}} = \frac{d}{\Delta t}$$

Ejemplo 4.4

Félix camina de un lado al otro de una habitación de 5,50 m de largo. Si parte de un extremo de la habitación, va y viene tres veces en línea recta durante 3,30 minutos y luego se detiene, determine lo siguiente:

a. La rapidez media de Félix, v_{m}
b. El módulo de su velocidad media $\left|\vec{v}_{\text{m}}\right|$
c. Compare los resultados obtenidos

Solución

Para determinar la rapidez media de Félix es necesario considerar la distancia total recorrida (33,0 m, distancia calculada en el ejemplo 4.2), y el tiempo, en segundos, que demoró en el recorrido $\left(3{,}30\,\text{min}\times 60{,}0\frac{\text{s}}{\text{min}}\right) = 198\,\text{s}$, es decir $v_{\text{m}} = \frac{33{,}0\,\text{m}}{198\,\text{s}} = 0{,}167\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Para determinar el módulo de la velocidad media $\left|\vec{v}_{\text{m}}\right|$ primero se debe conocer la velocidad media de Félix y luego tomar su valor absoluto. Si se considera el extremo de la habitación como posición inicial $\vec{x}_{\text{i}} = 0{,}0\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$, Félix después de 3,30 min retornará a esa posición, el módulo de su velocidad media es

$$\left|\vec{v}_{\text{m}}\right| = \frac{\left|\Delta\vec{x}\right|}{\Delta t} = 0{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Como se puede apreciar, siendo el mismo movimiento, la rapidez media y el módulo de la velocidad media no son iguales puesto que corresponden a definiciones diferentes.

Ejemplo 4.5

Un camión, durante un viaje a lo largo de la costa peruana, recorre 15,0 km con una velocidad media $+21{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}}$, luego se desplaza 13,0 km a una velocidad media menor: $+5{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}}$. Calcule la velocidad media del camión en todo su recorrido.

Solución

En este caso, para calcular la velocidad media cuando hay dos tramos de movimiento con diferentes velocidades, se debe considerar la siguiente expresión:

$$\vec{v}_{\text{m}} = \frac{\text{Desplazamiento total}}{\text{tiempo total}} = \frac{\Delta\vec{x}_{\text{total}}}{t_{\text{total}}} = \frac{\Delta\vec{x}_1 + \Delta\vec{x}_2}{t_1 + t_2}$$

El desplazamiento total realizado por el camión es $+28{,}0\,\text{km}\,\hat{\text{i}}$ y el tiempo total que duró todo el recorrido es $t_{\text{total}} = t_1 + t_2 = \left[\frac{\left(15{,}0\times10^3\right)\text{m}}{21{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} + \frac{\left(13{,}0\times10^3\right)\text{m}}{5{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}\right]$

$t_{\text{total}} = 3{,}3\times10^3$ s. En consecuencia, la velocidad media del camión será igual a:

$$\vec{v}_{\text{m}} = \frac{2{,}80\times10^4}{3{,}3\times10^3} = +8{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}}$$

4.4.3. Velocidad instantánea y rapidez instantánea

Velocidad instantánea

Si queremos analizar con más detalle el movimiento de un objeto, es necesario especificar con qué velocidad está moviéndose en un instante determinado de tiempo, es decir tomar en cuenta su «velocidad instantánea».

La velocidad instantánea se define como la velocidad media calculada en un intervalo de tiempo muy pequeño (instante matemático).

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$$

La operación utilizada para definir la velocidad instantánea se denomina «límite» y se aprenderá a usar en cursos de física más avanzados. Por ahora, es necesaria su definición para poder establecer una relación coherente entre las magnitudes cinemáticas en estudio.

Por ejemplo, cuando señalamos que un auto tiene una velocidad de $+30{,}0\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\,\hat{\text{i}}$ en el quinto segundo de su movimiento, se entiende que en ese momento tuvo esa velocidad instantánea. O cuando decimos que un móvil «parte del reposo», significa que en el primer momento de su movimiento su velocidad instantánea es cero.

La velocidad instantánea puede ser positiva, negativa o cero.

Rapidez instantánea

La rapidez instantánea de un objeto se define como la rapidez media cuando el intervalo de tiempo tiende a cero.

$$v_{\text{i}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{d}{\Delta t}$$

A pesar de que esta definición es distinta a la de la velocidad instantánea, en los cursos de matemática se demuestra que el módulo de la velocidad instantánea es igual a la rapidez instantánea.

La rapidez instantánea no tiene dirección asociada con ella. Es decir, si un móvil tiene una velocidad instantánea $+8{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{i}}$ y otro móvil tiene una velocidad instantánea $-8{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{i}}$, ambos móviles tendrán la misma rapidez instantánea, es decir $8{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

4.5. Aceleración media y aceleración instantánea

Si un móvil está viajando a cierta velocidad y después de cierto tiempo la cambia, se dice que este móvil ha sufrido cierta aceleración. En el caso de aumentar su velocidad se dice que ha acelerado positivamente, caso contrario ha acelerado negativamente.

La aceleración media es una magnitud vectorial que nos dice cómo cambia la velocidad instantánea por cada unidad de tiempo transcurrido.

$$\vec{a}_{\text{m}} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_i}{t - t_i} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Donde $\vec{v}_i$ es la velocidad inicial del móvil en el tiempo inicial t_{i}, y $\vec{v}$ es la velocidad del móvil en el tiempo t. Es decir, la aceleración media representa la rapidez con que cambia la velocidad en la unidad de tiempo, por ello la aceleración tiene dimensiones de velocidad entre tiempo. La unidad de medida de la aceleración media en el SI es $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

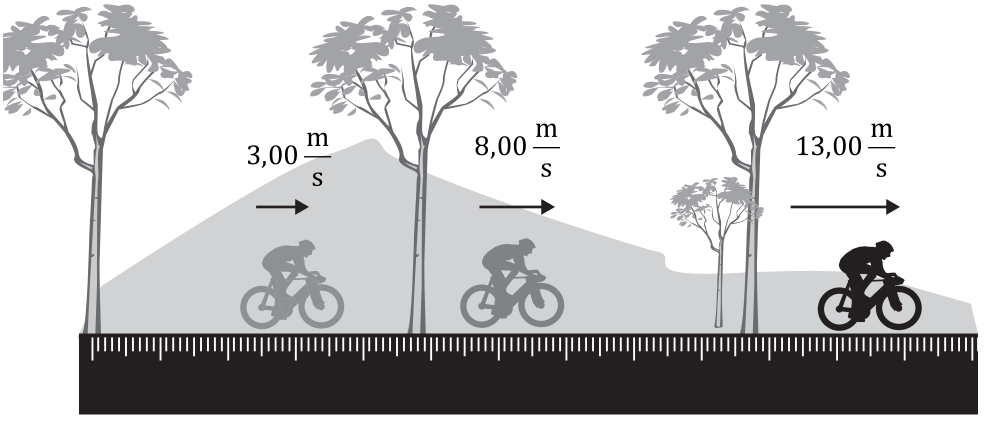
$$\frac{\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

La aceleración media es un vector que apunta en la misma dirección que el cambio de velocidad $\Delta\vec{v}$.

¿Qué significado tiene una aceleración de $+5{,}00\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$?

Significa que, si la velocidad inicial del móvil es $3{,}00\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ hacia la derecha, esta se incrementa «+» a razón de «$5{,}00\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$» por cada segundo que transcurre. El cambio de velocidad en el tiempo será el que se muestra en la figura 4.9.

Figura 4.9. La velocidad se incrementa a razón de $5{,}00\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ por cada segundo



Aceleración instantánea

La expresión matemática de la aceleración instantánea también se da a través de un límite, pero esta vez del cambio en la velocidad instantánea, es decir:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Al igual que en el caso de la velocidad instantánea, aprenderá a operarse en cursos superiores. Por ahora solo necesitamos tener una noción de lo que representa esta magnitud.

Ejemplo 4.6

Un auto de carrera atraviesa la meta y el piloto frena. A los 9,00 s de aplicados los frenos la velocidad del auto es $+25{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}}$, a los 14,00 s la velocidad del auto disminuye a $+12{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}}$. Determine la aceleración media del auto.

Solución

Dadas las velocidades inicial y final, y sus respectivos instantes, se puede determinar la aceleración media de acuerdo con la expresión:

$$\vec{a}_{\text{m}} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_i}{t - t_i}$$

Reemplazando

$$\vec{a}_{\mathrm{m}} = \frac{12{,}0 - 25{,}0}{14{,}00 - 9{,}00}\hat{\imath} = -7{,}00\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\hat{\imath}$$

El signo negativo de la aceleración significa que su dirección es opuesta a la dirección de la velocidad (hacia la derecha). En este caso, su velocidad está disminuyendo.

Ejemplo 7

Un corredor acelera en una carretera horizontal hasta alcanzar una velocidad $-5{,}36\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\hat{\imath}$ en 3,00 s. Su aceleración media es $-0{,}640\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\hat{\imath}$. Calcule la velocidad del corredor cuando comienza a acelerar.

Solución
La velocidad del corredor es negativa, eso significa que se está desplazando hacia la izquierda en una carretera horizontal y su aceleración media es negativa, lo que significa que la velocidad está aumentando negativamente. Para calcular la velocidad inicial del corredor se debe considerar la siguiente expresión:

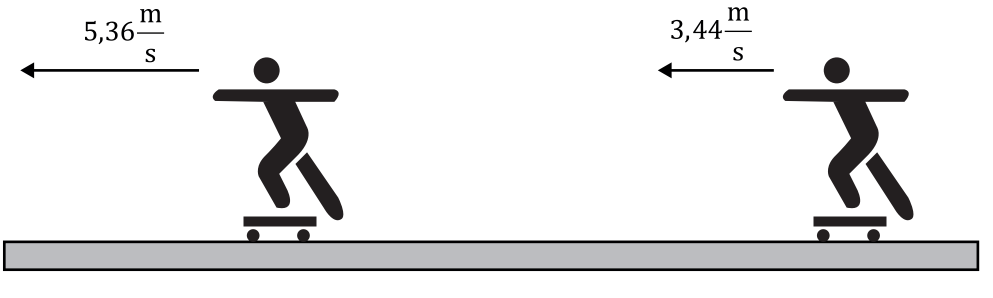
$$\vec{a}_{\mathrm{m}} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_i}{t - t_i} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Reemplazando los datos de velocidad final y aceleración media en el tiempo indicado, se tiene que la velocidad inicial del corredor es:

$$\vec{v}_{\mathrm{i}} = \vec{v} - \vec{a}_m\,\Delta t = \left(-5{,}36\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 1{,}92\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\hat{\imath}$$

$$\vec{v}_{\mathrm{i}} = -3{,}44\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\hat{\imath}$$

Figura 4.10. La velocidad se incrementa negativamente a razón de 0,640 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ por cada segundo.



Preguntas y problemas

1. De la siguiente lectura, identifique las magnitudes escalares y vectoriales y escríbalas en los recuadros en blanco de la tabla.
   «El 14 de octubre de 2012, el austriaco *Félix Baumgartner* ascendió a casi 39,000 metros de altura en un globo estratosférico y saltó en caída libre alcanzando una velocidad supersónica. Durante su salto, su posición fue medida por un GPS situado en su pecho. La velocidad máxima de Baumgartner fue de 1342,8 km/h (Mach 1,24) y su caída libre duró un tiempo de 4 minutos y 20 segundos». (Referencia: José M. Colino y Antonio J. Barbero, ambos de la Univ. de Castilla-La Mancha, «Quantitative model of record stratospheric freefall», Eur. J. Phys. 34: 841–848, 22 Apr 2013).

Magnitudes escalares	Magnitudes vectoriales

2. Alexis se desplaza partiendo de $-3{,}50\ \mathrm{m}\ \hat{\imath}$ y llegando hasta $+8{,}00\ \mathrm{m}\ \hat{\imath}$ sin retroceder. ¿Hacia dónde se mueve Alexis? Determine el desplazamiento y la distancia recorrida.

3. Alexis se desplaza a lo largo del eje *x* partiendo de $-3{,}50\ \mathrm{m}\ \hat{\imath}$ y llegando hasta $+8{,}00\ \mathrm{m}\ \hat{\imath}$ sin retroceder. Determine la velocidad media y la rapidez media de Alexis si demoró 1,8 s en su recorrido.

4. Patricia va en bicicleta, por un camino rectilíneo, desde su casa hasta el supermercado que se encuentra a $1{,}50 \times 10^3\ \mathrm{m}$ de distancia. Al regresar, se detiene en la casa de su tía que se encuentra a la mitad del camino. a) Calcule su desplazamiento, b) determine la distancia total recorrida.

5. La moto del estadounidense Bill Warner batió el récord de viajar a $502\,\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Si usted viaja con dicha rapidez, en línea recta, calcule la distancia que recorrería, en km, en un tiempo de 30,0 minutos.

6. El avión supersónico Waverider X-51A vuela a $7{,}00 \times 10^3\ \dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Si se conoce que la distancia entre Lima y Moscú es aproximadamente $1{,}27 \times 10^7\ \mathrm{m}$ determine el tiempo, en horas, que tardará en viajar de una ciudad a la otra.

7. Florence Griffith-Joyner, popularmente conocida como Flo-Jo, ganó tres medallas de oro y una de plata en los Juegos Olímpicos de Seúl 1988. La atleta corrió 100 m en 10,54 s y 200 m en 21,34 s. Determine su rapidez media en cada caso.

8. Arlene hace un viaje de 110 km en auto, viajando la mitad del recorrido a $55{,}0\,\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ y la segunda mitad a $75{,}0\,\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Calcule la rapidez media del viaje de Arlene. Exprese su respuesta en $\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.

9. Marlene corre por una pista rectangular de $50{,}0\ \text{m} \times 40{,}0\ \text{m}$ y realiza una vuelta completa en 105 s. a) Calcule su velocidad media, b) calcule su rapidez media.

10. Una hormiga se mueve en línea recta sobre un camino horizontal. El animalito parte de la posición inicial $-15{,}0\ \text{m}\ \hat{\text{i}}$, luego pasa a la posición $+5{,}0\ \text{m}\ \hat{\text{i}}$ y se detiene en la posición $+8{,}0\ \text{m}\ \hat{\text{i}}$. Determine la velocidad media y la rapidez (media) de la hormiga si el tiempo utilizado para efectuar dicho recorrido fue de 180,0 s.

11. Claudia realiza el siguiente recorrido: camina 12,0 m hacia el oeste; 6,0 m hacia el norte; 8,0 m hacia el este y 6,0 m hacia el sur. a) Grafique cada uno de los vectores desplazamiento, b) determine el desplazamiento y la distancia recorrida por Claudia. Si el recorrido tardó 5,0 s; c) determine la velocidad media y la rapidez media para todo el recorrido.

12. Un auto, durante su viaje de Piura a Máncora, recorre 185 km con una velocidad media $+70{,}0\dfrac{\text{km}}{\text{h}}\hat{\text{i}}$. El recorrido lo realiza en dos partes: los primeros 100 km viaja a la velocidad de $+66{,}7\dfrac{\text{km}}{\text{h}}\hat{\text{i}}$. Calcule la velocidad constante a la que viaja el auto en el tramo final del viaje.

13. Un auto de carreras tarda 2,20 s para acelerar de $0{,}00\dfrac{\text{km}}{\text{h}}\hat{\text{i}}$ a $+\ 96{,}0\dfrac{\text{km}}{\text{h}}\hat{\text{i}}$. Calcule la aceleración media del auto.

14. El chofer de una combi que viaja a $80{,}0\dfrac{\text{km}}{\text{h}}$ hacia la derecha abruptamente aplica los frenos y se detiene en 3,00 s. Calcule la aceleración media durante el frenado.

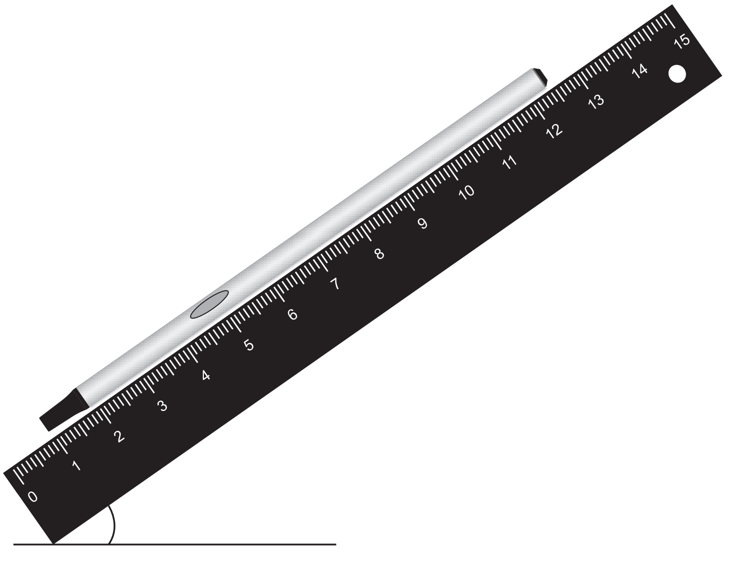
15. La velocidad media de un automóvil es $+32{,}4\dfrac{\text{km}}{\text{h}}\hat{\text{i}}$. A una aceleración media $+1{,}30\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\hat{\text{i}}$, calcule el tiempo necesario para que el móvil alcance la velocidad $+90{,}0\dfrac{\text{km}}{\text{h}}\hat{\text{i}}$.

Actividad

Determinación de magnitudes cinemáticas

Arme el equipo como se muestra en la imagen. Remueva la carga del lapicero y llene la caña del lapicero con aceite, para finalmente sellarla en el extremo de la punta. Tenga cuidado de dejar una burbuja de aproximadamente 1,00 cm de diámetro en su interior. Pegue con cinta adhesiva transparente la caña del lapicero sobre la regla, como se muestra en la figura.

A continuación apoye sobre algo elevado uno de los extremos del equipo que ha construido, de modo que el cero se encuentre en la parte inferior. Debe observar que la burbuja comenzará a elevarse.



Materiales

1. Caña transparente de lapicero (cuerpo del lapicero)
2. Aceite para bebés
3. Regla escolar de 15,00 cm
4. Cinta adhesiva transparente
5. Cronómetro
6. Pegamento sellador

Procedimiento

Con ayuda de un cronómetro, tome el tiempo que tarda la burbuja en recorrer un par de posiciones que haya elegido previamente y escriba sus resultados en la siguiente tabla.

Posición inicial	Posición final	Desplazamiento	Distancia	Velocidad	Rapidez

A continuación, invierta el punto de apoyo de manera que esta vez el origen de coordenadas se encuentre en la parte elevada. Nuevamente elija un par de posiciones: posición inicial en la parte baja y posición final en la parte elevada.

Mida el tiempo que tarda la burbuja en desplazarse entre las posiciones elegidas y complete la siguiente tabla.

Posición inicial	Posición final	Desplazamiento	Distancia	Velocidad	Rapidez

Preguntas

1. ¿Con cuántos decimales se escriben las posiciones con la regla que está utilizando?
2. ¿Con cuántos decimales se escribe el tiempo con el cronómetro que está utilizando?
3. ¿En qué caso el desplazamiento fue negativo y por qué?
4. ¿En qué caso la velocidad fue negativa?
5. ¿Qué significado tiene la velocidad negativa?

Ejercicios de autoevaluación

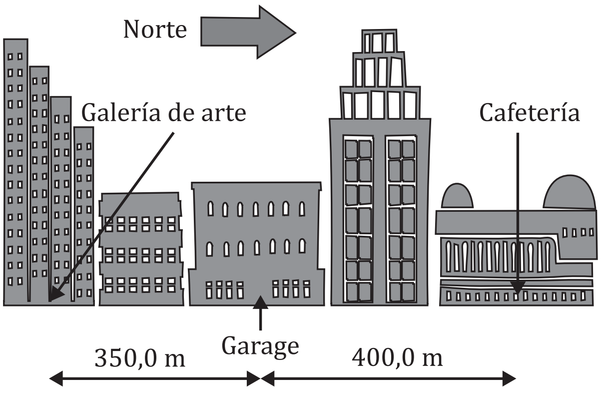
1. Un pequeño carro se mueve a lo largo de una pista horizontal, desde la posición $\vec{x}_1 = +50{,}0\ \text{cm}\ \hat{i}$ a la $\vec{x}_2 = +30{,}0\ \text{cm}\ \hat{i}$. ¿Cuál es el desplazamiento del carrito? ¿Cuál es su distancia recorrida?

2. El módulo del desplazamiento de un objeto durante un intervalo de tiempo es siempre .... la distancia que recorre durante ese mismo intervalo de tiempo. Muestre un ejemplo.

a. mayor o igual que
b. menor o igual a
c. igual a
d. mayor que
e. mucho mayor que

3. Tomando como referencia la figura mostrada, si usted parte del garaje y se dirige a la cafetería y luego a la galería de arte:

a. ¿Cuál es el desplazamiento de dicho recorrido?
b. ¿Cuál es la distancia recorrida?



4. Mirella viaja 40 km hacia el norte, y luego viaja 25 km hacia el sur. ¿Cuál es el desplazamiento realizado? ¿Cuál es la distancia que le falta recorrer para llegar a la posición inicial?

5. Luis decide dar una vuelta completa alrededor de una pista atlética al aire libre de 400 m de longitud en 50,0 s. ¿Cuál es su velocidad media? ¿Cuál es su rapidez media?

6. ¿Cuál será la distancia recorrida por un móvil a razón de $90{,}0\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$, después de un día y medio de viaje?

7. ¿Cuál de los siguientes móviles se mueve con mayor velocidad: el (a) que se desplaza a $+120\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\,\hat{\text{i}}$ o el (b) que lo hace a $-45{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{i}}$?

8. ¿Qué tiempo empleará un móvil que viaja a $80{,}0\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ para recorrer una distancia de 640,0 km?

9. Una partícula pasa por la posición $\vec{x} = -60\text{ m}\,\hat{\text{i}}$ en el instante $t = 0$ s. Si su velocidad media, $-4{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{i}}$, se mantiene constante, determine la (las) proposición(es) correcta(s):

a. La partícula se mueve en la dirección del eje x positivo.
b. La partícula se desplaza $\Delta\vec{x} = -40\text{ m}\,\hat{\text{i}}$ en el intervalo de $t = 2{,}0$ s a $t = 12{,}0$ s.
c. Durante un $\Delta t = 6{,}0$ s se desplaza $\Delta\vec{x} = +24\text{ m}\,\hat{\text{i}}$

10. Una persona pensativa camina de un lado al otro de una habitación de 6,00 m de largo. Si se desplaza de un extremo al otro de la habitación, haciendo ese recorrido tres veces (ida y vuelta) en línea recta durante 3,50 min y luego se detiene, determine lo siguiente:

a. ¿Cuál es la posición final?
b. ¿Cuál es el desplazamiento?
c. ¿Cuál es la velocidad media?
d. ¿Cuál es la rapidez media?

11. Por primera vez la maratón fue corrida en el año 490 a. C. por el griego Filípides, quien corrió en 2,50 h los 35,0 km desde el campo de batalla en la ciudad de Maratón a Atenas. ¿Cuál fue la rapidez media, en $\frac{\text{m}}{\text{s}}$, usada por Filípides?

12. La posición de un móvil en diferentes momentos se muestra en la siguiente tabla. Determine la rapidez media del móvil a) en el primer intervalo de tiempo, b) entre 3,0 s y 5,0 s.

t (s)	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0
x (m)	0,0	2,3	3,6	9,8	12,4	17,6	23,1

13. Pomposa, la mascota de casa, corre 35,0 m para atrapar un disco volador en 4,80 s, regresa rápidamente y corre 25,0 m en 3,80 s hasta que finalmente se detiene. Determine la velocidad media y la rapidez media de Pomposa.

14. Un avión parte del reposo y acelera en su recorrido por una pista horizontal y en un tiempo de 26,0 s logra alcanzar la velocidad $+2{,}65\times10^2\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\hat{\text{i}}$. Determine la aceleración media del avión en $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

15. Un auto de carreras, en el tiempo de 10,0 s, está viajando con una velocidad de $+30{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}}$, 5,00 s después aplica los frenos y reduce su velocidad a $+14{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}}$. Determine la aceleración media del auto de carreras.

16. La velocidad media de un móvil es $+25{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}}$. A una aceleración media $-1{,}30\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\hat{\text{i}}$, calcule el tiempo necesario para que el móvil disminuya su velocidad a $+9{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}}$.

Capítulo 5. Movimiento rectilíneo uniforme

Resuelve problemas relacionados con el movimiento de una partícula con velocidad constante

5.1. Movimiento rectilíneo uniforme

Cuando un móvil se desplaza en línea recta y con velocidad constante, se dice que realiza un movimiento rectilíneo uniforme (MRU). En este tipo de movimiento la velocidad instantánea $\vec{v}$ es igual a la velocidad media, $\vec{v}_m$, por lo que a partir de la expresión de la velocidad media se puede llegar a la ecuación de la posición respecto del tiempo.

$$\vec{v} = \frac{\vec{x} - \vec{x}_i}{t}$$

Al despejar la posición final $\vec{x}$ de la expresión anterior, la ecuación de la posición-tiempo, x - t, en el MRU es:

$$\vec{x} = \vec{x}_i + \vec{v}\,t$$

Donde $\vec{x}$ y $\vec{x}_i$ se miden en metros (m) y t en segundos (s).

Ejemplo 5.1

Si el movimiento de cierto móvil es descrito por la ecuación de posición $\vec{x} = (-4{,}00 + 3{,}00\,t)\,\mathrm{m}\,\hat{i}$, donde x se mide en metros (m) y t en segundos (s):

a. ¿Cuál es la posición inicial del móvil?
b. ¿Cuál es la velocidad del móvil?
c. Halle la posición del móvil para t = 9,00 s.
d. Halle el desplazamiento al cabo de 6,00 s.

Solución

Para encontrar la posición inicial del móvil se debe revisar la ecuación *x-t* del MRU y compararla con la ecuación que presenta el problema. De este modo, se observa que la posición inicial del móvil es $\vec{x}_i = -4{,}00 \text{ m } \hat{\imath}$

Al comparar nuevamente la ecuación del MRU con la ecuación que presenta el problema, se puede advertir que la velocidad del móvil es $\vec{v} = +3{,}00 \frac{\text{m}}{\text{s}} \hat{\imath}$

Para hallar la posición que tendrá el móvil a los 9,00 s de movimiento, debe reemplazarse este tiempo en la ecuación de movimiento que se da en el problema, de tal manera que dicha posición es:

$$\vec{x}(9{,}00) = \left[-4{,}00 + (3{,}00)(9{,}00)\right] \text{m } \hat{\imath} = +23{,}0 \text{ m } \hat{\imath}$$

Para hallar el desplazamiento realizado por el móvil al cabo de 6,00 s, se calcula la posición $\vec{x}(t = 6{,}00 \text{ s})$, y como ya se conoce la posición inicial $\vec{x}_i = -4{,}00 \text{ m } \hat{\imath}$, basta solo restar la posición final y la posición inicial; es decir

$$\Delta\vec{x} = \vec{x}(6{,}00) - \vec{x}(0) = 14{,}0 \text{ m } \hat{\imath} - (-4{,}00 \text{ m})\hat{\imath} = +18{,}0 \text{ m } \hat{\imath}$$

5.2. Gráficas del MRU

Las gráficas ayudan a visualizar el movimiento del móvil, por eso es importante saber qué tipo de información proporciona cada una de ellas.

Si se observa la ecuación de la posición-tiempo, *x-t* para el MRU, puede señalarse que es una ecuación de primer grado, es decir la gráfica que le corresponde es una línea recta inclinada. La inclinación, o también denominada pendiente de la recta, representa la velocidad del movimiento.

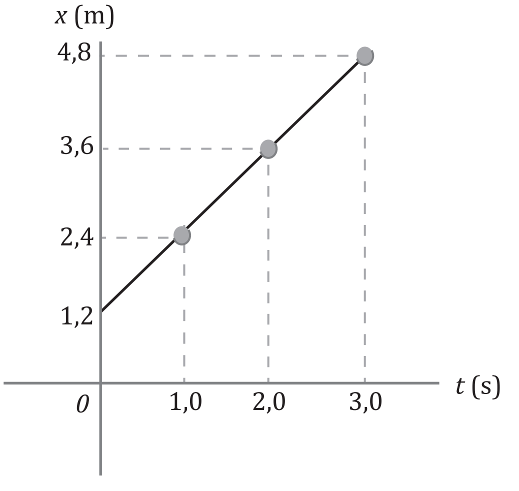
Se analiza la gráfica **posición-tiempo** del MRU, obtenida a partir de la tabla 5.1, de tiempos y posiciones de un móvil que se mueve con velocidad constante igual a $\vec{v} = +1{,}2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \hat{\imath}$

Tabla 5.1

Tiempo (s)	0	1,0	2,0	3,0
Posición (m)	1,2	2,4	3,6	4,8

A continuación, en un plano cartesiano con coordenadas de posición (*x*)-tiempo (*t*), se construirá la gráfica correspondiente, la cual es una recta. Por ejemplo, en la figura 5.1 se aprecia la gráfica posición-tiempo del movimiento que se obtiene como resultado de representar gráficamente los pares dados en la tabla 5.1.

Figura 5.1. Gráfica *x-t* para el MRU con velocidad constante positiva



¿Qué información brinda esta gráfica?

a. De la gráfica posición-tiempo, *x-t*, se puede determinar la posición inicial del movimiento. Por ejemplo, en el caso mostrado en la figura 5.1, cuando t = 0,0 s, $\vec{x}_i = \vec{x}(0) = +1{,}2\ \text{m}\ \hat{\imath}$

b. Si se calcula la pendiente de la gráfica ($m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$), se obtendrá $1{,}2\frac{\text{m}}{\text{s}}$, que corresponde al valor de la velocidad del móvil. Si se elige cualquier par de puntos de la tabla 1 se observa que se obtiene el mismo valor de velocidad:

$$m = \frac{4{,}8 - 3{,}6}{3{,}0 - 2{,}0} = 1{,}2\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$m = \frac{3{,}6 - 1{,}2}{2{,}0 - 0{,}0} = 1{,}2\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

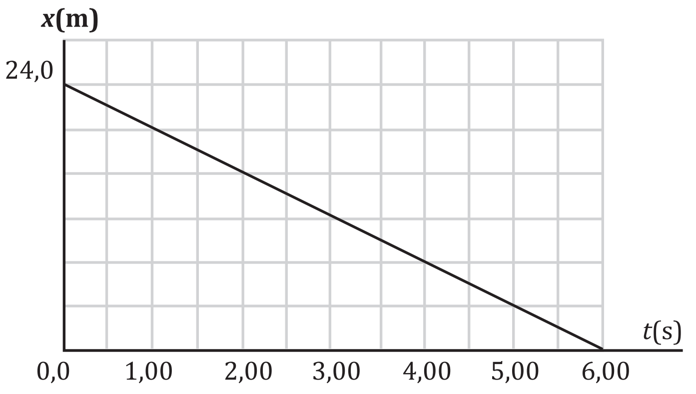
Es decir, la información que proporciona la gráfica posición-tiempo es doble: permite conocer la posición inicial del móvil y su velocidad, $+1{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ \hat{\imath}$.

A continuación se muestra la gráfica **posición-tiempo** del MRU, obtenida a partir de la tabla 5.2 de tiempos y posiciones de un móvil que se mueve con velocidad constante igual a $\vec{v} = -4{,}00\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\imath}$

Tabla 5.2

Tiempo (s)	0	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00
Posición (m)	24,0	20,0	16,0	12,0	8,00	4,00	0,0

Figura 5.1a. Gráfica *x-t* para el MRU con velocidad constante negativa



¿Qué información brinda esta gráfica?

a. De la gráfica posición-tiempo, *x-t*, se puede determinar que la posición inicial del movimiento es $\vec{x}_{\text{i}} = \vec{x}(0) = +24{,}0\ \text{m}\ \hat{\text{i}}$

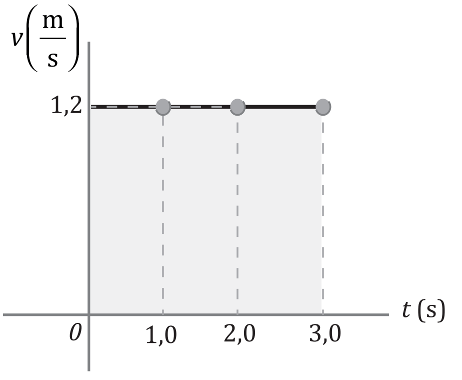
b. Si se calcula la pendiente de la gráfica ($\text{m} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$) se obtendrá $-4{,}00\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}\ \hat{\text{i}}$

¿Qué información brinda la gráfica velocidad-tiempo, *v-t*, mostrada en la figura 5.2?

En la gráfica se aprecian los valores instantáneos de la velocidad, pero también se puede obtener dos magnitudes cinemáticas muy importantes: el desplazamiento y la distancia recorrida del móvil. Dichos valores pueden hallarse calculando el «área» que forma la gráfica (recta paralela al eje del tiempo) con el eje del tiempo. Como el móvil se mueve en un solo sentido, el módulo del desplazamiento es la distancia recorrida.

En el caso de la gráfica velocidad–tiempo que se muestra en la figura 5.2, calculando el área de la zona sombreada, se puede determinar el desplazamiento y la distancia recorrida por el móvil en los primeros 3,0 segundos.

Figura 5.2. Gráfica *v*-*t* para el MRU con velocidad positiva



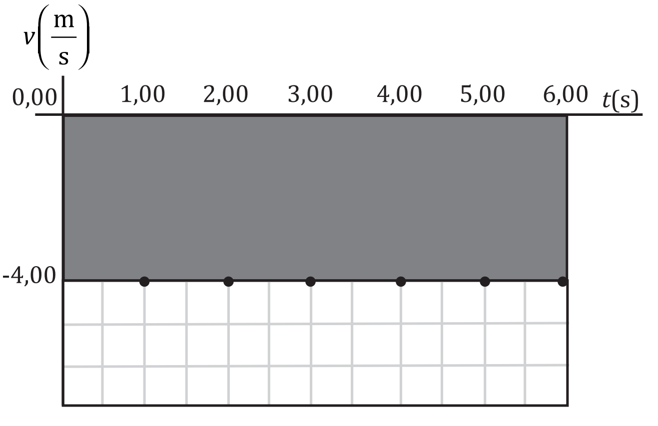
$$\Delta\vec{x} = \left(+1{,}2\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\hat{\text{i}} \times (3{,}0\ \text{s}) = +3{,}6\ \text{m}\ \hat{\text{i}}$$

Como se ha mencionado, para determinar la distancia recorrida se calcula el valor absoluto del desplazamiento, es decir:

$$d = 3{,}6\ \text{m}$$

En el caso de la gráfica velocidad–tiempo que se muestra en la figura 5.2a, calculando el área de la zona sombreada, se puede determinar el desplazamiento y la distancia recorrida por el móvil en los primeros 6,0 segundos.

Figura 5.2a. Gráfica *v*-*t* para el MRU con velocidad negativa



$$\Delta\vec{x} = \left(-4{,}00\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\hat{\text{i}} \times (6{,}00\ \text{s}) = -24{,}0\ \text{m}\ \hat{\text{i}}$$

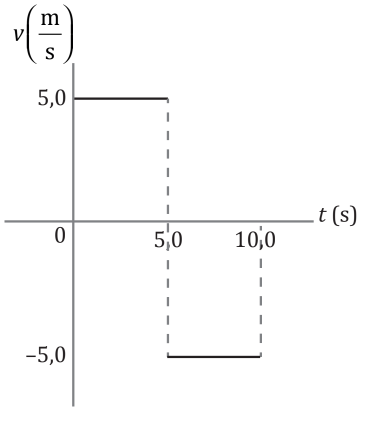
Para determinar la distancia recorrida se calcula el valor absoluto del desplazamiento, es decir:

$$d = 24{,}0\ \text{m}$$

Ejemplo 5.2

La figura 5.3 representa la gráfica *v-t* de un móvil. Si el móvil pasa por la posición $-4{,}0 \text{ m } \hat{\text{i}}$ en $t = 0{,}0$ s, determine lo siguiente: a) la ecuación de movimiento para el intervalo de tiempo $0{,}0 \text{ s} \leq t \leq 5{,}0 \text{ s}$; b) el desplazamiento total realizado por el móvil y c) la distancia total recorrida por el móvil.

Figura 5.3. Gráfica *v-t* del móvil para el ejemplo 5.2



Solución

a. La ecuación de movimiento tiene la siguiente forma general:

$$\vec{x} = \vec{x}_i + \vec{v}\,t$$

Para escribir la ecuación pedida, debe tomarse en cuenta la posición inicial y la velocidad en el primer intervalo de tiempo $0{,}0 \text{ s} \leq t \leq 5{,}0 \text{ s}$:

$$\vec{x}(t) = (-4{,}0 + 5{,}0\,t) \text{m } \hat{\text{i}}$$

b. Para determinar el desplazamiento total realizado por el móvil, debe calcularse el desplazamiento en cada intervalo de tiempo, es decir se calcula el área en los dos intervalos de tiempo mostrados en el gráfico *v-t*. Luego, el desplazamiento total realizado se obtiene sumando ambos desplazamientos encontrados:

$$\Delta \vec{x}_{\text{total}} = \Delta \vec{x}_1 + \Delta \vec{x}_2$$

$$\Delta \vec{x}_{\text{total}} = (5{,}0 \times 5{,}0) + (-5{,}0 \times 5{,}0)$$

$\Delta \vec{x}_{\text{total}} = 0{,}0 \text{ m } \hat{\text{i}}$. Lo que significa que el móvil salió de su punto inicial y luego de 10,0 s de movimiento retornó a su posición inicial.

c. Para determinar la distancia total recorrida por el móvil, debe sumarse los valores absolutos de las áreas calculadas en el ítem b), es decir:

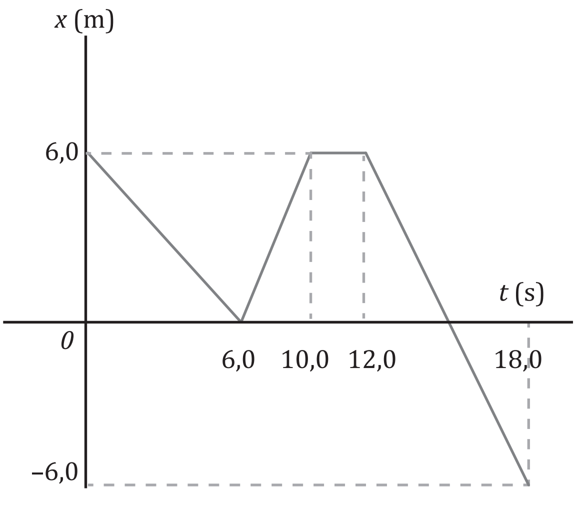
$$d_{\text{total}} = |A_1| + |A_2| = 50{,}0\ \text{m}$$

Lo que significa que a pesar de que el móvil retornó a su posición inicial, es decir su desplazamiento total fue $0{,}0\ \text{m}\ \hat{\imath}$, este recorrió 50,0 m.

Ejemplo 5.3
A partir de la gráfica *x*-*t* mostrada en la figura 5.4; que describe el movimiento de un móvil que se mueve en línea recta, determine lo siguiente:

a. ¿Cuál es el desplazamiento realizado por el móvil en cada tramo de movimiento?
b. ¿Cuál es el desplazamiento total realizado por el móvil?
c. ¿Cuál es la distancia total recorrida por el móvil?
d. ¿Cuál es la velocidad del móvil en cada tramo de movimiento?
e. Escriba la ecuación de movimiento (*x*-*t*) para el primer tramo de movimiento.
f. ¿En qué intervalo de tiempo el móvil permanece en reposo?
g. ¿Cuál es la rapidez del móvil en cada tramo de movimiento?
h. ¿En qué tramo el móvil es más rápido?

Figura 5.4. Gráfica *x*-*t* para el ejemplo 5.3



Solución

a. La gráfica muestra cuatro intervalos de tiempo, para cada uno de los cuales se puede encontrar el desplazamiento realizado por el móvil:

Para $0{,}0\,\text{s} \le t \le 6{,}0\,\text{s}$ se tiene $\Delta\vec{x}_1 = (0{,}0 - 6{,}0)\,\text{m}\,\hat{\text{i}} = -6{,}0\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$

Para $6{,}0\,\text{s} \le t \le 10{,}0\,\text{s}$ se tiene $\Delta\vec{x}_2 = (6{,}0 - 0{,}0)\,\text{m}\,\hat{\text{i}} = +6{,}0\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$

Para $10{,}0\,\text{s} \le t \le 12{,}0\,\text{s}$ se tiene $\Delta\vec{x}_3 = (6{,}0 - 6{,}0)\text{m}\,\hat{\text{i}} = 0{,}0\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$

Para $12{,}0\,\text{s} \le t \le 18{,}0\,\text{s}$ se tiene $\Delta\vec{x}_4 = (-6{,}0 - 6{,}0)\text{m}\,\hat{\text{i}} = -12{,}0\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$

b. El desplazamiento total se obtiene sumando los desplazamientos realizados en todo el tiempo que duró el movimiento del móvil:

$$\Delta\vec{x}_{\text{total}} = \Delta\vec{x}_1 + \Delta\vec{x}_2 + \Delta\vec{x}_3 + \Delta\vec{x}_4$$

$$\Delta\vec{x}_{\text{total}} = -6{,}0\,\text{m}\,\hat{\text{i}} + 6{,}0\,\text{m}\,\hat{\text{i}} + 0{,}0\,\text{m}\,\hat{\text{i}} + \left(-12{,}0\,\text{m}\,\hat{\text{i}}\right)$$

$$\Delta\vec{x}_{\text{total}} = -12{,}0\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$$

c. La distancia total recorrida por el móvil es la suma de los valores absolutos de los desplazamientos realizados en el tiempo total del movimiento del móvil:

$$d_{\text{total}} = \left|\Delta\vec{x}_1\right| + \left|\Delta\vec{x}_2\right| + \left|\Delta\vec{x}_3\right| + \left|\Delta\vec{x}_4\right|$$

$$d_{\text{total}} = 6{,}0\,\text{m} + 6{,}0\,\text{m} + 0{,}0\,\text{m} + 12{,}0\,\text{m}$$

$$d_{\text{total}} = 24{,}0\,\text{m}$$

d. Para calcular la velocidad del móvil en cada tramo de movimiento es necesario tomar en cuenta el desplazamiento realizado en cada tramo y el tiempo que duró dicho desplazamiento:

$$\vec{v}_1 = \frac{-6{,}0}{6{,}0}\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}} = -1{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}}$$

$$\vec{v}_2 = \frac{+6{,}0}{4{,}0}\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}} = +1{,}5\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}}$$

$$\vec{v}_3 = \frac{0{,}0}{2{,}0}\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}} = 0{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}}$$

$$\vec{v}_4 = \frac{-12{,}0}{6{,}0}\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}} = -2{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}}$$

e. La ecuación de movimiento para el primer tramo de movimiento tiene la siguiente forma general:

$$\vec{x} = \vec{x}_i + \vec{v}\,t$$

Para escribir la ecuación pedida, debemos tomar en cuenta la posición inicial y la velocidad en el primer intervalo de tiempo, $0{,}0\ \text{s} \leq t \leq 6{,}0\ \text{s}$:

$$\vec{x} = \left(6{,}0 - 1{,}0\,t\right)\text{m}\,\hat{\text{i}}$$

f. El móvil permanece en reposo en el intervalo $10{,}0\ \text{s} \leq t \leq 12{,}0\ \text{s}$, como se observa en la figura 5.4., el móvil se encuentra en este intervalo de tiempo en la posición $+6{,}0\ \text{m}\,\hat{\text{i}}$.

g. Para determinar la rapidez del móvil en cada tramo de movimiento es necesario tomar el valor absoluto de la velocidad en cada intervalo de tiempo:

$$v_1 = 1{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2 = 1{,}5\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_3 = 0{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_4 = 2{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

h. Para determinar en qué tramo el móvil es más rápido es necesario revisar el ítem anterior. Se observa que en el último intervalo de tiempo el móvil tiene la mayor rapidez, es decir $2{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Ejemplo 5.4

La figura 5.5 representa la gráfica *x*-*t* de una partícula que se mueve a lo largo del eje *x*. Determine las proposiciones incorrectas justificando sus respuestas.

a. La partícula realiza un movimiento rectilíneo uniforme.

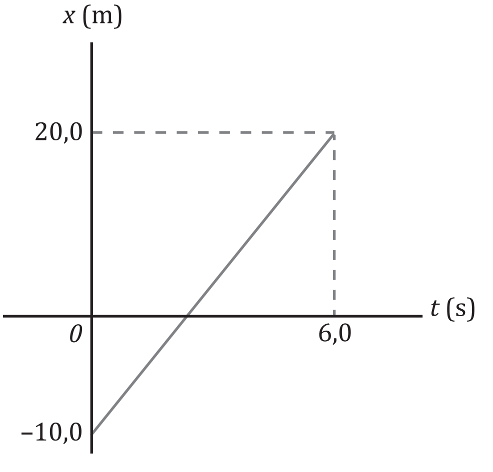
b. La posición inicial de la partícula, es decir para t = 0 s, es $\vec{x}_i = +12{,}0\ \mathrm{m}\ \hat{\mathrm{i}}$

c. La velocidad de la partícula es constante e igual a $+3{,}0\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ \hat{\mathrm{i}}$

d. La ecuación de posición de la partícula es $x(t)$ = 10,0 + 5,0 t

e. En t = 3, 0 s la posición de la partícula es $\vec{x} = +15{,}0\ \mathrm{m}\ \hat{\mathrm{i}}$

Figura 5.5. Gráfica *x*-*t* para el ejemplo 5.4



Solución

a. V, porque la pendiente de la gráfica es constante.

b. F, porque en t = 0 s la posición inicial es $\vec{x}_i = -10{,}0\ \mathrm{m}\ \hat{\mathrm{i}}$

c. F, porque la velocidad es constante e igual a $+5{,}0\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ \hat{\mathrm{i}}$

d. F, porque $\vec{x} = (-10{,}0 + 5{,}0\,t)\ \mathrm{m}\ \hat{\mathrm{i}}$

e. F, porque $\vec{x}(3{,}0\ \mathrm{s}) = (-10{,}0 + 5{,}0 \times 3{,}0) = +5{,}0\ \mathrm{m}\ \hat{\mathrm{i}}$

Ejemplo 5.5

Una moto que se desplaza por una autopista horizontal a + 30,0 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ se encontró en la posición $\vec{x} = 0{,}0\ \text{m}\ \hat{\text{i}}$ en t = 0,0 s, (Ver figura 5.5a). Sabiendo que en dicho instante y a 15,0 km adelante del mismo se desplaza una ambulancia a + 10,0 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, determine lo siguiente:

a. La ecuación de movimiento de cada móvil.
b. El tiempo que tardan en encontrarse.
c. La posición de encuentro.

Solución

Figura 5.5a. Moto ambulancia en MRU para el ejemplo 5.5

a. La ecuación de movimiento de un móvil que se desplaza en MRU tiene la siguiente forma general:

$$\vec{x} = \vec{x}_{\text{i}} + \vec{v}\,t$$

Para la moto, la ecuación de movimiento será la siguiente:

$$\vec{x}_{\text{M}} = \left(0{,}0 + 30{,}0\,t\right)\text{km}\ \hat{\text{i}}$$

Para la ambulancia, la ecuación de movimiento será la siguiente:

$$\vec{x}_{\text{A}} = \left(15{,}0 + 10{,}0\,t\right)\text{km}\ \hat{\text{i}}$$

b. La moto se encuentra con la ambulancia, eso significa que la posición final de la moto, $\vec{x}_{\text{M}}$, y la posición final de la ambulancia, $\vec{x}_{\text{A}}$, coinciden, es decir

$$\vec{x}_{\text{M}} = \vec{x}_{\text{A}}$$

Se reemplazan las ecuaciones de ambos móviles en la última igualdad:

$$\left(0{,}0 + 30{,}0\,t\right)\text{km}\ \hat{\text{i}} = \left(15{,}0 + 10{,}0\,t\right)\text{km}\ \hat{\text{i}}$$

$$30{,}0\ t = 15{,}0 + 10{,}0\ t$$

Se resuelve la ecuación y se obtiene el tiempo que tardan en encontrarse ambos móviles:

$$t = 0{,}750 \text{ h}$$

c. La posición de encuentro de los móviles se obtiene reemplazando el valor del tiempo de encuentro en cualquiera de las ecuaciones de movimiento de los móviles:

$$\vec{x}_{\mathrm{M}} = (0{,}0 + 30{,}0\,t)\,\mathrm{km}\,\hat{\mathrm{i}} = (30{,}0 \times 0{,}750)\,\mathrm{km}\,\hat{\mathrm{i}} = +22{,}5\,\mathrm{km}\,\hat{\mathrm{i}}$$

$$\vec{x}_{\mathrm{A}} = (15{,}0 + 10{,}0\,t)\,\mathrm{km}\,\hat{\mathrm{i}} = (15{,}0 + 10{,}0 \times 0{,}750)\,\mathrm{km}\,\hat{\mathrm{i}} = +22{,}5\,\mathrm{km}\,\hat{\mathrm{i}}$$

Ejemplo 5.6

Una moto y un auto, que se desplazan a lo largo del eje *x*, y con velocidad constante, se encuentran separados una distancia de 900 m en t = 0,0 s. Si en dicho instante tienen las siguientes velocidades: $\vec{v}_{\mathrm{moto}} = +45{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{\mathrm{i}}$ y $\vec{v}_{\mathrm{auto}} = +25{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{\mathrm{i}}$, ¿cuánto tiempo deberá transcurrir para que la moto alcance al auto?

Solución

Se escribe las ecuaciones de posición en función del tiempo para la moto y el auto:

$$\vec{x}_{\mathrm{Moto}} = (45{,}0\,t)\,\mathrm{m}\,\hat{\mathrm{i}}$$

$$\vec{x}_{\mathrm{Auto}} = (900 + 25{,}0\,t)\,\mathrm{m}\,\hat{\mathrm{i}}$$

La moto alcanza al auto, eso significa que las posiciones finales de la moto, $\vec{x}_{\mathrm{M}}$, y del auto, $\vec{x}_{\mathrm{A}}$, coinciden, es decir:

$$(45{,}0\,t)\,\mathrm{m}\,\hat{\mathrm{i}} = (900 + 25{,}0\,t)\,\mathrm{m}\,\hat{\mathrm{i}}$$

$$45{,}0\,t = 900 + 25{,}0\,t$$

Se resuelve la ecuación y se obtiene el tiempo que tarda la moto en alcanzar al auto:

$$t = 45{,}0 \text{ s}$$

Ejemplo 5.7

Por una avenida recta, Ángela y Bruno se desplazan con velocidades de $+2{,}00\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{i}}$ y $+3{,}00\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{i}}$. Si en cierto instante los dos se encuentran a 250 m de un semáforo, ¿cuánto tiempo transcurrirá hasta que equidisten del semáforo?

Solución

Se escribe las ecuaciones de movimiento para Ángela y Bruno:

$$\vec{x}_{\text{A}} = \left(-250 + 2{,}00\,t\right)\text{m}\,\hat{\text{i}}$$

$$\vec{x}_{\text{B}} = \left(+250 - 3{,}00\,t\right)\text{m}\,\hat{\text{i}}$$

Que ambas personas equidisten del semáforo significa que guardan la misma distancia del semáforo: $\left|\vec{x}_{\text{A}}\right| = \left|\vec{x}_{\text{B}}\right|$

Se reemplaza, en la última expresión, las ecuaciones de movimiento de las dos personas:

$$\left|-250 + 2{,}00\,t\right| = \left|+250 - 3{,}00\,t\right|$$

Resolviendo la igualdad, se obtiene:

$$t = 100\text{ s}$$

Es decir, el tiempo que transcurre para que Ángela y Bruno equidisten del semáforo es 100 s.

Ejemplo 5.8

Dos móviles, A y B, pasan simultáneamente por el origen de coordenadas con velocidades constantes de $+7{,}00\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{i}}$ y $+10{,}00\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{i}}$, respectivamente. Determine la posición del móvil B en el instante en que la separación entre ambos sea de 120,0 m.

Solución

Las ecuaciones de movimiento para ambos móviles son las siguientes: $\vec{x}_{\text{A}} = \left(0{,}0 + 7{,}00\,t\right)\text{m}\,\hat{\text{i}}$ y $\vec{x}_{\text{B}} = \left(0{,}0 + 10{,}00\,t\right)\text{m}\,\hat{\text{i}}$

Por condición del enunciado, se escribe:

$$x_{\text{B}} - x_{\text{A}} = 120\text{ m}$$

Se reemplaza las ecuaciones de movimiento de ambos móviles:

$$\left(0{,}0 + 10{,}00\,t\right) - \left(0{,}0 + 7{,}00\,t\right) = 120{,}0\text{ m}$$

Al resolver la última ecuación se obtiene el tiempo en el cual ambos móviles están separados 120,0 m:

$$t = 40{,}0 \text{ s}$$

Para determinar la posición del móvil B se reemplaza el tiempo hallado, 40,0 s, en la ecuación de movimiento del móvil B:

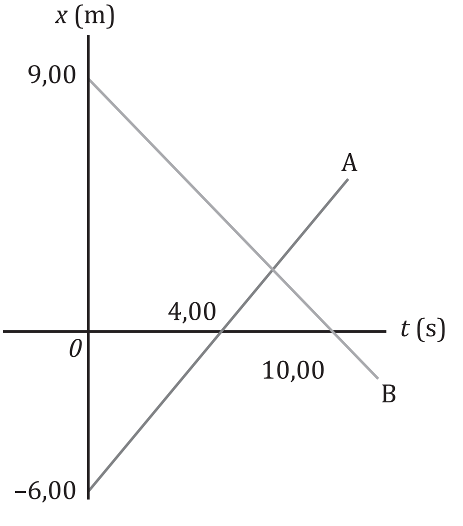
$$\vec{x}_{\mathrm{B}} = \left(0{,}0 + 10{,}00 \times 40{,}0\right) \mathrm{m}\,\hat{\mathrm{i}}$$

$$\vec{x}_{\mathrm{B}} = +400\,\mathrm{m}\,\hat{\mathrm{i}}$$

Ejemplo 5.9

Usando los datos de la gráfica, determine el tiempo y la posición de encuentro de los móviles A y B.

Figura 5.6. Gráfica *x-t* para el ejemplo 5.9



Solución

De la gráfica se puede obtener la posición inicial y la velocidad de cada móvil:

$$\vec{x}_{\mathrm{iA}} = -6{,}00\,\mathrm{m}\,\hat{\mathrm{i}}$$

$$\vec{x}_{\mathrm{iB}} = +9{,}00\,\mathrm{m}\,\hat{\mathrm{i}}$$

$$\vec{v}_{\mathrm{A}} = \frac{0{,}00-\left(-6{,}00\right)}{4{,}00-0{,}00}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\hat{\mathrm{i}} = 1{,}50\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\hat{\mathrm{i}}$$

$$\vec{v}_{\mathrm{B}} = \frac{0{,}00-9{,}00}{10{,}00-0{,}00}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\hat{\mathrm{i}} = -0{,}900\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\hat{\mathrm{i}}$$

Se escribe la ecuación de movimiento de cada móvil:

$$\vec{x}_{\mathrm{A}} = (-6{,}00 + 1{,}50\,t)\ \mathrm{m}\ \hat{\mathrm{i}}$$

$$\vec{x}_{\mathrm{B}} = (+9{,}00 - 0{,}900\,t)\ \mathrm{m}\ \hat{\mathrm{i}}$$

Al encontrarse los móviles A y B, ambos tendrán la misma posición final:

$$\vec{x}_{\mathrm{A}} = \vec{x}_{\mathrm{B}}$$

$$(-6{,}00 + 1{,}50\,t)\ \mathrm{m}\ \hat{\mathrm{i}} = (+9{,}00 - 0{,}900\,t)\ \mathrm{m}\ \hat{\mathrm{i}}$$

$$-6{,}00 + 1{,}50\,t = 9{,}00 - 0{,}900\,t$$

Resolviendo la última ecuación se obtiene el tiempo de encuentro de ambos móviles:

$$t = 6{,}25\ \mathrm{s}$$

Si se reemplaza este valor en cualquiera de las ecuaciones de los móviles, se obtiene la posición de encuentro:

$$\vec{x}_{\mathrm{A}} = (-6{,}00 + 1{,}50 \times 6{,}25)\ \mathrm{m}\ \hat{\mathrm{i}}$$

$$\vec{x}_{\mathrm{A}} = +3{,}38\ \mathrm{m}\ \hat{\mathrm{i}}$$

$$\vec{x}_{\mathrm{A}} = \vec{x}_{\mathrm{B}} = +3{,}38\ \mathrm{m}\ \hat{\mathrm{i}}$$

$$\vec{x}_{\mathrm{B}} = (+9{,}00 - 0{,}900 \times 6{,}25)\ \mathrm{m}\ \hat{\mathrm{i}}$$

$$\vec{x}_{\mathrm{B}} = +3{,}38\ \mathrm{m}\ \hat{\mathrm{i}}$$

Sugerencias para resolver problemas de MRU

Para resolver problemas, se recomienda seguir las siguientes sugerencias:

1. Leer el enunciado cuidadosamente.
2. Realizar un dibujo que ilustre el enunciado del problema.
3. Elegir un sistema de referencia (siendo este un eje horizontal o eje vertical).
4. Adoptar una convención de signos (generalmente positivos hacia la derecha o hacia arriba y negativos hacia la izquierda o hacia abajo).
5. Elegir el origen del sistema de referencia; una vez elegido, usarlo durante todo el problema.
6. Escribir la ecuación de movimiento válida bajo las condiciones identificadas.
7. Hacer la conversión de unidades correspondiente. Se aconseja trabajar con las unidades del SI.
8. Es recomendable hacer la sustitución de valores numéricos solo después de haber resuelto la ecuación de manera algebraica.
9. Después de haber terminado los cálculos, verificar si la respuesta es coherente y lógica.
10. Redondear la respuesta final con el número de cifras significativas adecuado para los datos del problema.

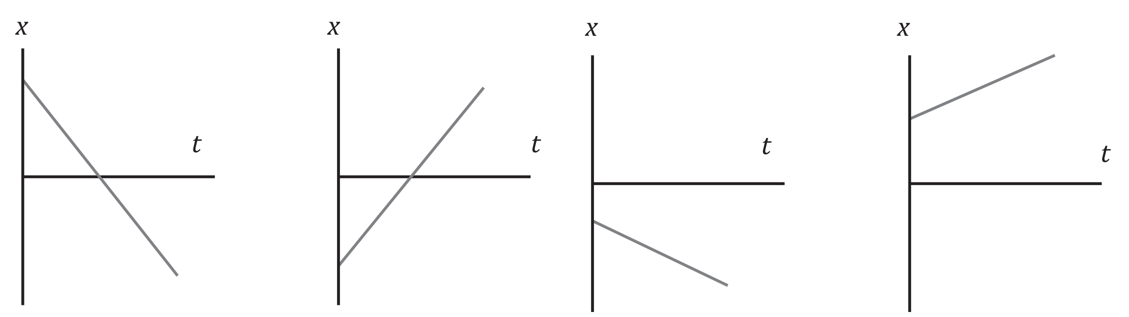
Preguntas y problemas

1. Si el movimiento de un cierto móvil es descrito por la ecuación de movimiento $\vec{x} = (-2{,}00 + 3{,}50\,t)\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$, responda las siguientes preguntas:

a. ¿Cuál es la posición inicial del móvil?
b. ¿Qué valor tiene la velocidad del móvil?
c. Construya la gráfica de posición-tiempo y halle la posición del móvil al cabo de 8,0 s.
d. Construya la gráfica de velocidad–tiempo y halle el desplazamiento al cabo de 8,0 s.
e. ¿A partir de la gráfica velocidad-tiempo, construida en el ítem d, se puede determinar la posición del móvil al cabo de 8,0 s? ¿Por qué?

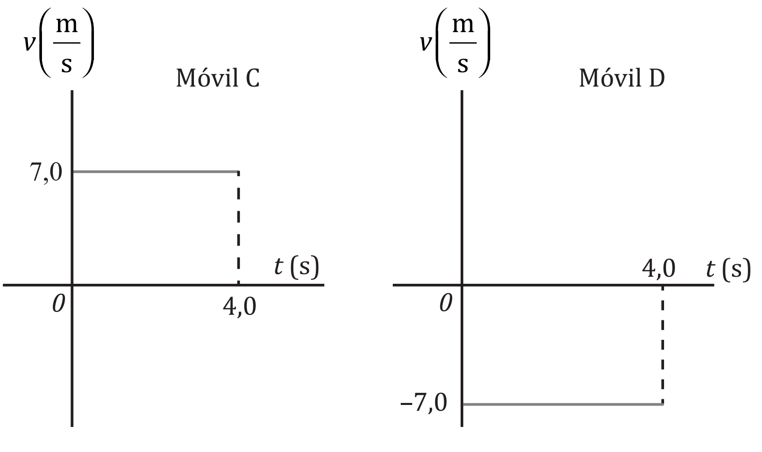
2. Establezca una relación de correspondencia entre las ecuaciones de movimiento y las gráficas mostradas.

a. $x = -5{,}0 + 4{,}0\,t$ b. $x = 3{,}0 - 5{,}0\,t$ c. $x = 2{,}0 + 3{,}0\,t$ d. $x = -2{,}0 - 3{,}0\,t$



I II III IV

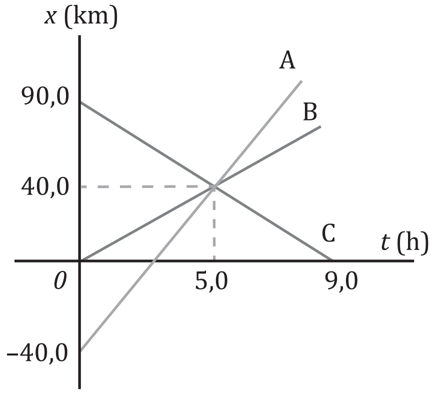
3. A partir del análisis de la gráfica velocidad-tiempo de dos móviles C y D, responda las cuestiones siguientes:



a. ¿Entre 0 s y 4,0 s, los desplazamientos de ambos móviles fueron iguales? ¿Por qué?
b. ¿En qué dirección viajan los móviles: hacia la derecha o hacia la izquierda? Explique.
c. ¿Entre 0 s y 4,0 s, las distancias recorridas por ambos móviles fueron iguales? ¿Por qué?

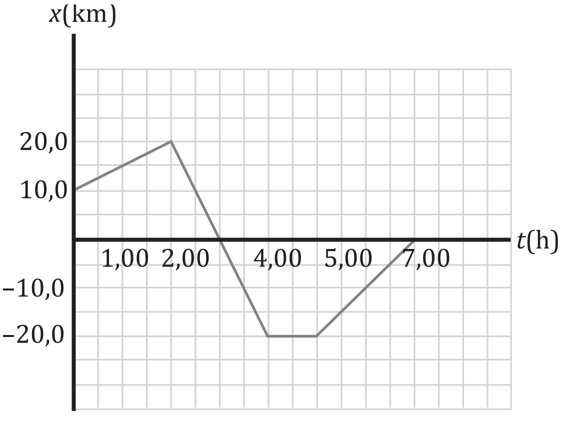
4. Un móvil se desplaza durante cuatro segundos con una velocidad constante de $-50{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\imath}$. Durante los once segundos siguientes, se desplaza con una velocidad constante de $+70{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\imath}$. a) Construya la gráfica velocidad-tiempo, b) determine el desplazamiento total realizado por el móvil y c) determine la distancia total recorrida por el móvil.

5. A partir del análisis de la gráfica mostrada a continuación, conteste lo siguiente: a) determine las posiciones iniciales de cada móvil, b) calcule la velocidad de cada uno de ellos, y c) trace la gráfica velocidad-tiempo para cada móvil.

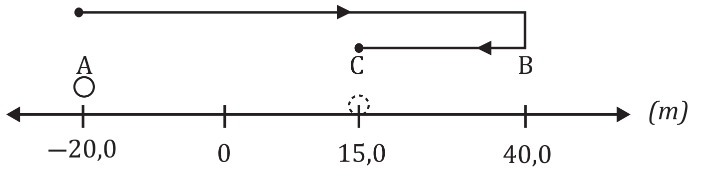


6. En la figura se muestra la gráfica de *x*-*t* para un móvil. Determine lo siguiente:

a. Los tramos en los que el móvil realiza MRU.
b. Los tramos en los que el móvil se mueve a la derecha.
c. Los tramos en los que el móvil se mueve a la izquierda.
d. El desplazamiento total.
e. La velocidad media en todo el recorrido.
f. La distancia total recorrida.
g. La rapidez media total.



7. En la figura se representa el movimiento que un móvil realiza desde A hasta C, pasando por B. El tiempo empleado en todo su recorrido es de 120 s.



Determine lo siguiente:

a. La posición inicial del móvil
b. La posición final del móvil
c. El desplazamiento total del móvil
d. La velocidad media del móvil
e. La distancia total recorrida
f. La rapidez media del móvil

8. Un automóvil se desplaza a $+60,0\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Simultáneamente, y a 10,0 km a la derecha de este, un camión se desplaza en la misma dirección y sentido a $+40,0\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Considerando que el automóvil se encuentra en el inicio del eje de coordenadas, determine lo siguiente:

a. La ecuación de movimiento de cada móvil
b. La posición de encuentro
c. El tiempo de encuentro

9. En una esquina, Malena ve cómo Alexis pasa en su auto con una rapidez de $20,0\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Una patrulla de la policía, 10,0 s después, pasa por la misma esquina persiguiéndolo a $30,0\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Considerando que ambos mantienen su velocidad constante, resolver gráfica y analíticamente: a) ¿a qué distancia de la esquina, la patrulla de la policía alcanzará a Alexis?, b) ¿en qué instante se produce el encuentro?

10. Un móvil sale de la localidad A hacia B con una rapidez de $80,0\frac{\text{km}}{\text{h}}$, en el mismo instante sale de la localidad B hacia A otro a $60,0\frac{\text{km}}{\text{h}}$. A y B se encuentran a 600 km. Calcule en qué instante se encontrarán y a qué distancia de A se encontrarán.

11. Un automóvil se desplaza de tal manera que su posición en determinados momentos está dada por los datos de la siguiente tabla:

***t* (s)**	***x* (m)**
0,00	80,0
2,00	40,0
4,00	00,0
6,00	-40,0

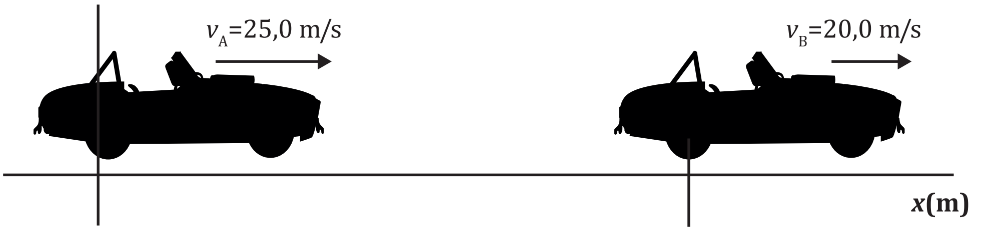
a. Identifique la posición inicial y calcule la velocidad del automóvil.
b. Obtenga la ecuación de movimiento para el caso descrito.
c. Calcule la velocidad media en el intervalo de tiempo $2{,}22 \leq t \leq 3{,}95$.

12. Dos móviles A y B se desplazan uniformemente a lo largo del eje *x*. En las $\vec{x}_A = +10{,}0\,\text{m}\,\hat{i}$ y $\vec{x}_B = +90{,}0\,\text{m}\,\hat{i}$, sus velocidades son $\vec{v}_A = +5{,}00\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{i}$ y $\vec{v}_B = -2{,}50\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{i}$. Determine la posición del móvil A cuando ambos se encuentren separados 80,0 m.

13. Dos móviles se aproximan uno al otro en vías paralelas con la misma rapidez de $70{,}0\,\dfrac{\text{km}}{\text{h}}$. ¿A qué distancia se encontraban 2,50 min antes de cruzarse?

14. Dos móviles A y B se mueven con rapidez constante de $\vec{v}_A = +25{,}0\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{i}$ y $\vec{v}_B = +20{,}0\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{i}$, si A parte del origen de coordenadas y B lo hace de la posición $\vec{x}_B = +10{,}0\,\text{m}\,\hat{i}$ determine el tiempo que demora A en alcanzar a B y la posición donde ocurre el encuentro.

Figura 5.9c. Ejercicio 14

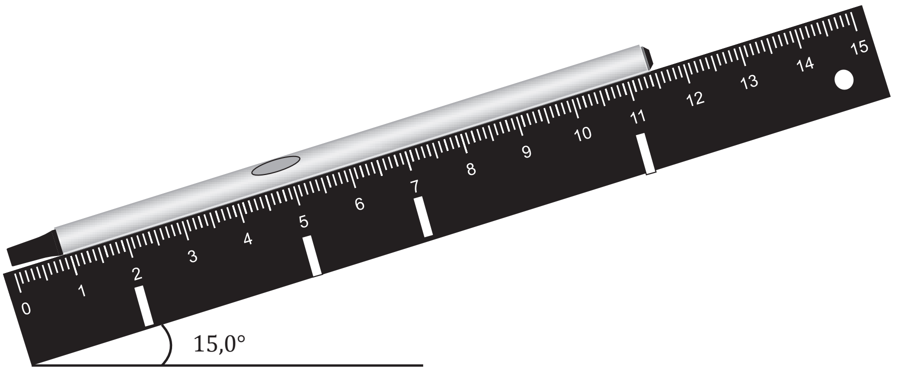


Actividad

Determinación de la velocidad en el MRU

Arme el equipo como se muestra en la figura. Remueva la carga del lapicero y llene la caña del lapicero con aceite, para finalmente sellarla en el extremo de la punta. Tenga cuidado de dejar una burbuja de aproximadamente 1,00 cm de diámetro en su interior. Pegue con cinta adhesiva transparente la caña del lapicero sobre la regla.

A continuación apoye sobre algo elevado uno de los extremos del equipo que ha construido, de modo que el cero se encuentre en la parte inferior. Debe observar que la burbuja comenzará a elevarse.



Materiales

1. Caña transparente de lapicero (cuerpo del lapicero)
2. Aceite para bebés
3. Regla escolar de 15 cm
4. Cinta adhesiva transparente
5. Cronómetro
6. Pegamento sellador

Procedimiento

Elija cuatro posiciones y márquelas en la regla. Cada par de posiciones representa un tramo. Con ayuda de un cronómetro, tome el tiempo que tarda la burbuja en recorrer los tramos que ha elegido y escriba sus resultados en la siguiente tabla.

	Posición inicial	Posición final	Tiempo	Desplazamiento	Velocidad
Tramo 1					
Tramo 2					

Preguntas

1. ¿Los valores de la velocidad son iguales? ¿Qué significa esto?
2. ¿Se puede afirmar que la burbuja realiza un MRU?

Ejercicios de autoevaluación

1. Si la gráfica muestra la dependencia de la posición respecto del tiempo para una partícula que se mueve a lo largo del eje *x*, determine las proposiciones incorrectas.

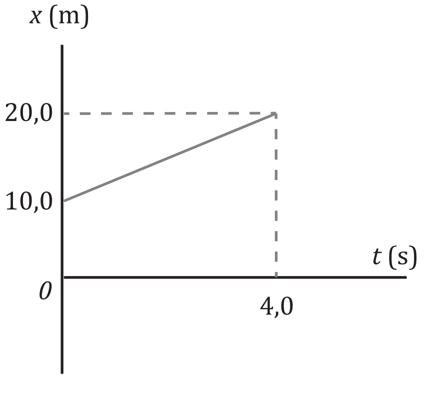
a. La partícula efectúa un movimiento rectilíneo uniforme

b. La posición inicial de la partícula es $x_0 = 10{,}0$ m

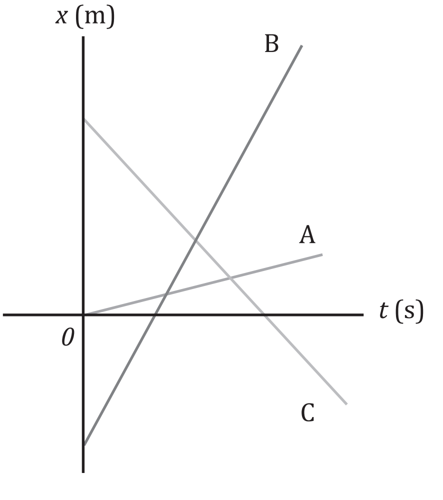
c. La velocidad de la partícula es constante e igual a $2{,}5\frac{\text{m}}{\text{s}}$

d. La ecuación de posición es $\vec{x}(t) = (10{,}0 + 2{,}5\,t)\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$

e. En $t = 2{,}0$ s la posición de la partícula es $x = 15{,}0$ m



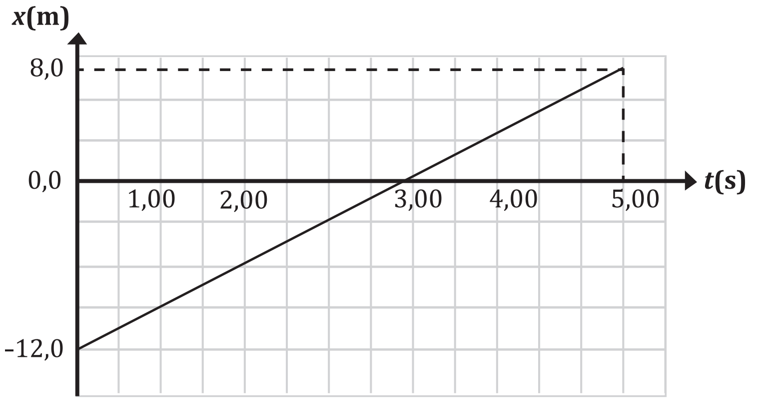
2. A partir del análisis de gráfica posición-tiempo de tres móviles A, B y C que se mueven a lo largo del eje *x*, responda las cuestiones siguientes:



a. ¿Cuál de los móviles se mueve más rápido? ¿Por qué?
b. ¿Las distancias recorridas por los móviles A y C, desde el inicio del movimiento hasta que se encuentran, son las mismas? ¿Por qué?
c. Si se considera que los tres móviles salen al mismo tiempo, ¿existirá algún momento en que los tres se encuentren?

3. Teniendo en consideración la información de la pregunta 2, construya las gráficas velocidad-tiempo para cada móvil A, B y C.

4. A continuación se muestra la gráfica de *x*-*t* para un móvil.



Responda lo siguiente:

a. ¿Hacia dónde se mueve el móvil?
b. ¿Cuál es la posición del móvil en el tiempo de 3,00 s?
c. ¿Cuál es el desplazamiento del móvil en 5,00 s?
d. ¿Cuál es la velocidad media del móvil?
e. ¿Cuál es la distancia total recorrida por el móvil?
f. ¿Cuál es la rapidez media del móvil?

5. ¿Cuál es el tiempo empleado, en minutos, por un móvil que se desplaza a $75\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ para recorrer una distancia de $2{,}50 \times 10^4\,\text{m}$?

6. La rapidez del sonido es de $330\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ y la de la luz es de $3{,}00 \times 10^5\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$. Se produce un relámpago a 50,0 km de un observador. a) ¿Qué recibe primero el observador, la luz o el sonido? b) ¿Con qué diferencia de tiempo los registra?

7. ¿Cuánto tarda en llegar la luz del Sol a la Tierra?, si la rapidez de la luz es de $3{,}00 \times 10^5\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$ y el Sol se encuentra a $1{,}50 \times 10^8\,\text{km}$ de distancia.

8. Una partícula que se mueve en línea recta sobre el eje horizontal parte de la posición inicial $\vec{x}_i = -13{,}00\ \text{m}\ \hat{\text{i}}$; pasa por la posición $\vec{x} = +21{,}00\ \text{m}\ \hat{\text{i}}$ y se detiene en la posición $\vec{x}_f = -3{,}00\ \text{m}\ \hat{\text{i}}$. El tiempo utilizado para efectuar dicho recorrido fue de 7,00 s. Determine lo siguiente:

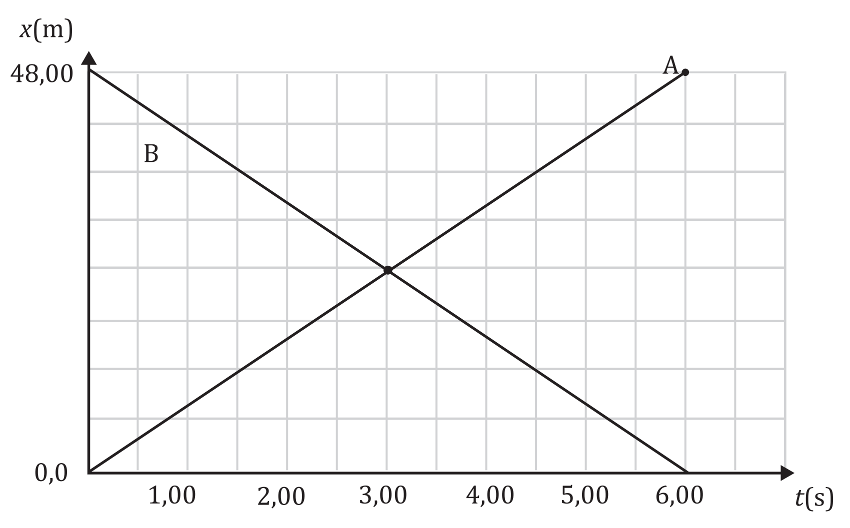
a. El desplazamiento total realizado por la partícula en el tiempo de 7,00 s.
b. La velocidad media de la partícula durante el intervalo de tiempo mencionado.
c. La distancia recorrida por la partícula en el tiempo de 7,00 s.
d. La rapidez media de la partícula durante el intervalo de tiempo mencionado.

9. Un auto de fórmula 1 recorre la recta de un circuito con velocidad constante. En los tiempos t_1 = 0,50 s y t_2 = 2,50 s, sus posiciones en la recta son $\vec{x}_1 = +3{,}50\ \text{m}\ \hat{\text{i}}$ y $\vec{x}_2 = +43{,}50\ \text{m}\ \hat{\text{i}}$. Calcule lo siguiente:

a. ¿A qué velocidad se desplaza el auto?
b. ¿Cuál es su posición en el tiempo t = 0,00 s?
c. Escriba la ecuación de movimiento del auto de fórmula 1.
d. ¿En qué posición se encontraría el auto a los 3,00 s?

10. En un instante, el auto de Alexis pasa por A con velocidad constante e igual a $+20{,}0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ \hat{\text{i}}$. Cinco segundos después pasa en su persecución, por el mismo punto A, la moto de Marcel con velocidad constante e igual a $+30{,}0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ \hat{\text{i}}$. ¿Cuándo y dónde Marcel alcanza a Alexis? Resuelva gráfica y analíticamente.

11. A continuación se muestra la gráfica x-t de dos móviles.



Determine lo siguiente:

a. La posición inicial de cada móvil
b. La velocidad de cada móvil
c. La ecuación de movimiento del móvil A

d. La ecuación de movimiento del móvil B
e. El tiempo necesario para que ambos móviles se encuentren
f. La posición de encuentro de ambos móviles

Videos

MRU: Cómo calcular el punto de encuentro de dos móviles usando la ecuación del MRU. http://bit.ly/S9ImJV	

Capítulo 6. Movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV)

Define, reconoce y resuelve los movimientos con aceleración constante en una dimensión

6.1. Movimiento rectilíneo uniformemente variado

Cuando se viaja en auto por carretera, es común observar que los vehículos se adelantan, retrasan, cambian de carril, etc. Eso significa que los vehículos no viajan con MRU sino que más bien lo hacen con un tipo de movimiento en el que la velocidad varía. Si la variación de la velocidad es constante en iguales intervalos de tiempo, dicho movimiento se denomina movimiento rectilíneo uniformemente variado.

Se llama movimiento rectilíneo uniformemente variado a aquel movimiento rectilíneo en el que la aceleración instantánea es constante; es decir, la aceleración instantánea es igual a la aceleración media.

6.1.1. Primera ecuación del MRUV

A partir de la expresión de la aceleración media, reemplazando en ella la aceleración media por la instantánea,

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_i}{t}$$

Y despejando la velocidad final ($\vec{v}$), se obtiene la primera ecuación del movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV), donde ($\vec{a}$) es la aceleración y ($\vec{v}_i$) es la velocidad inicial:

$$\vec{v} = \left(\vec{v}_{\mathrm{i}} + \vec{a}t\right)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Esta ecuación permite conocer la velocidad instantánea del móvil en cualquier instante de tiempo.

Ejemplo 6.1

El automóvil BMW Serie 1 cupé es un modelo que tiene un motor de 3,00 litros biturbo con 306 caballos, y cambia su rapidez desde 0,0 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ hasta 100 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ en 5,30 s. Suponiendo que el cambio de rapidez corresponde a un MRUV, determine el módulo de su aceleración.

Solución

Tomando en cuenta que el movimiento del automóvil es un MRUV, se puede emplear la expresión de la aceleración media para obtener su módulo, es decir

$$a = \frac{(27{,}8 - 0{,}0)\frac{\text{m}}{\text{s}}}{5{,}30\,\text{s}} = 5{,}25\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Ejemplo 6.2

En base a la ecuación de movimiento *v*-*t* para cierto móvil $\vec{v} = (+50{,}0 - 10{,}0\,t)\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\imath}$, donde *t* está en segundos, responda cada una de las siguientes preguntas:

a. ¿Cuál es la velocidad inicial del móvil?
b. ¿Cuál es la aceleración del móvil?
c. ¿Cuál es la velocidad del móvil al cabo de 2,00 s?
d. ¿Cuánto tiempo debe pasar para que el móvil se detenga?

Solución

a. Para encontrar la velocidad inicial del móvil se debe revisar la ecuación *v*-*t* del MRUV y compararla con la ecuación que presenta el problema. De este modo, se observa que la velocidad inicial del móvil es $\vec{v}_i = +50{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\imath}$

b. Comparando nuevamente la ecuación del MRUV con la ecuación que nos presenta el problema, se puede advertir que la aceleración del móvil es $\vec{a} = -10{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,\hat{\imath}$

c. Para hallar la velocidad que tendrá el móvil a los 2,00 s de movimiento se debe reemplazar este tiempo en la ecuación de movimiento, de tal manera que la velocidad solicitada es $\vec{v}(2{,}00) = +50{,}0 - (10{,}0)(2{,}00) = +30{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\imath}$

d. Que el móvil se detenga significa que su velocidad final es $0{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\imath}$. Por lo tanto, el tiempo necesario para que el móvil se detenga se obtiene reemplazando este valor en la ecuación de movimiento, es decir:

$\vec{v}(t) = +50{,}0 - (10{,}0)(t) = 0{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\imath}$ y despejando el tiempo se obtiene:

$$t = \frac{50{,}0}{10{,}0} = 5{,}00\,\text{s}$$

6.1.2. Gráfica velocidad-tiempo

Si se observa la primera ecuación del MRUV puede señalarse que es una ecuación de primer grado, es decir la gráfica que le corresponde es una línea recta inclinada. La inclinación, o también denominada pendiente de la recta, representa la aceleración del movimiento.

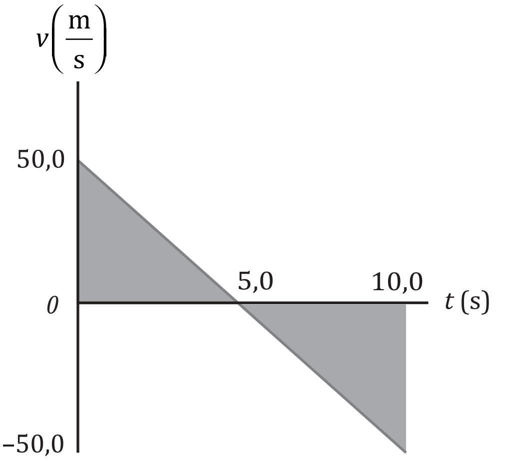
Se explicará cómo graficar la ecuación de movimiento del ejemplo 6.2.

Lo primero que se debe hacer es tabular valores de tiempo y velocidad:

t(s)	$v(\frac{m}{s})$
0,0	+50,0
1,00	+40,0
5,00	0,0
10,00	-50,0

A continuación se debe trazar los ejes de coordenadas, en el eje horizontal se colocan los valores del tiempo y en el vertical los de la velocidad, como se muestra en la figura 6.1.

Figura 6.1. Gráfica *v-t* del ejemplo 6.2 y 6.3



Además, el «área» de la gráfica respecto al eje del tiempo tiene significado de desplazamiento. Si el «área» está por encima del eje del tiempo el desplazamiento es positivo. Si el «área» está por debajo del eje del tiempo, el desplazamiento es negativo. El desplazamiento total se obtiene sumando los desplazamientos parciales.

Adicionalmente, se puede conocer la distancia recorrida en cada intervalo de tiempo, tomando el valor absoluto de los desplazamientos parciales encontrados y la distancia total recorrida, sumando los módulos de los desplazamientos parciales.

Ejemplo 6.3

¿Qué información podemos obtener de la gráfica *v*-*t* de un móvil que se mueve con MRUV representada en la figura 6.1?

Solución

Del gráfico se concluye lo siguiente:

a. La velocidad inicial es $+50{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}}$

b. La aceleración es igual a $\vec{a} = \frac{(-50{,}0)-(50{,}0)}{10{,}00}\frac{\text{m/s}}{\text{s}}\hat{\text{i}} = -10{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\hat{\text{i}}$; es decir negativa puesto que en 10,0 s de movimiento del móvil, su velocidad cambió de dirección desde $+50{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}}$ hasta $-50{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}}$

c. En los primeros 5,00 s de movimiento, el móvil estuvo viajando hacia la derecha hasta que se detiene, es decir a los 5,00 s de movimiento su velocidad es $0{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}}$. Luego, cambia la dirección de su movimiento, es decir su velocidad comienza a ser negativa.

d. En los primeros 5,00 s, el desplazamiento del móvil es positivo («área» positiva) e igual a $50{,}0\times\frac{5{,}00}{2} = 125\,\text{m}$, es decir $\Delta\vec{x} = +1{,}25\times10^2\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$

e. Entre los 5,00 s y 10,0 s de movimiento, el desplazamiento del móvil es negativo («área» negativa) e igual a $-50{,}0\times\frac{5{,}00}{2} = -125\,\text{m}$, es decir $\Delta\vec{x} = -1{,}25\times10^2\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$

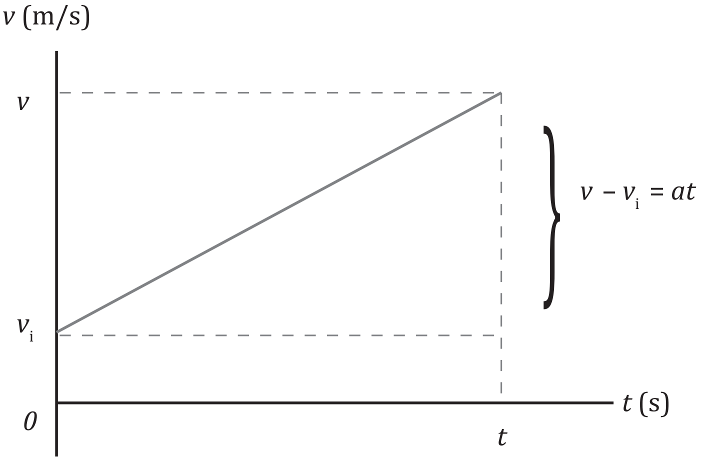
f. El desplazamiento total del móvil es cero, es decir $\Delta\vec{x}_{\text{total}} = (+125-125)\,\text{m}\,\hat{\text{i}} = 0\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$. Esto significa que el móvil sale de su posición inicial y retorna a ella después de 10,00 s de movimiento.

g. La distancia total recorrida es $d_{\text{total}} = (125+125)\,\text{m} = 250\,\text{m}$

6.1.3. Segunda ecuación del MRUV

Se obtiene calculando el desplazamiento, $\Delta\vec{x} = \vec{x} - \vec{x}_{\text{i}}$, con ayuda de la gráfica velocidad-tiempo. Tomando como ejemplo el gráfico velocidad-tiempo de la figura 6.2, se puede deducir que el desplazamiento es igual al área del cuadrilátero formada por la recta y el eje del tiempo, donde v_{i} es el módulo de la velocidad inicial y a el módulo de la aceleración.

Figura 6.2. Gráfica *v-t* para el MRUV



Para hallar el desplazamiento se puede usar el mismo criterio que el aplicado en el cálculo del desplazamiento en el MRU, que consiste en hallar el área en el gráfico velocidad-tiempo. En el caso del MRUV, dicha área estaría formada por dos áreas parciales: la de un rectángulo cuyos lados son «v_i» y «t», y la de un triángulo rectángulo de base «t» cuya altura es igual a «$v-v_i$». El área considerada será entonces $x - x_i = v_i t + \frac{1}{2}at^2$, la cual representa la segunda ecuación del MRUV.

Vectorialmente, esta ecuación se escribiría de la siguiente manera:

$$\vec{x} = \vec{x}_i + \vec{v}_i t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

6.1.4. Tercera ecuación del MRUV

Si se despeja el tiempo «t» de la primera ecuación del MRUV, $t = \frac{v - v_i}{a}$, y se reemplaza en la segunda ecuación del MRUV, se obtiene su tercera ecuación.

$$v^2 = v_i^2 + 2a(x - x_i)$$

Se debe tener cuidado al utilizar la ecuación en el cálculo de las velocidades, por cuanto resultarán dos valores siempre que exista solución; por lo que se deberá seleccionar el signo de acuerdo con el movimiento que se describe en el problema.

A continuación, se presenta una tabla con las ecuaciones del MRUV

Ecuaciones del MRUV
$\vec{v} = \vec{v}_i + \vec{a}t$
$\vec{x} = \vec{x}_i + \vec{v}_i t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$
$v^2 = v_i^2 + 2a(x - x_i)$

Ejemplo 6.4

Un auto se acelera desde el reposo con aceleración constante de módulo igual a 8,00 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. a) ¿Con qué rapidez marchará a los 10,0 s? b) ¿Cuál es su desplazamiento a los 10,0 s? c) ¿Cuál es su velocidad media en el intervalo $0{,}0\,\text{s} \leq t \leq 10{,}0\,\text{s}$?

Solución

a. Para tener la rapidez, primero debe calcularse la velocidad. Se sabe que $|\vec{v}| = v$.

Se reemplaza en la primera ecuación del MRUV, *v*-*t*, la velocidad inicial y la aceleración del auto.

$$\vec{v} = \vec{v}_i + \vec{a}t$$

$$\vec{v} = (0 + 8{,}00 \times 10{,}0)\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}} = 80{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}}$$

$$v = 80{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b. ¿Cuál es su desplazamiento a los 10,0 s?

Para obtener el desplazamiento, en la segunda ecuación del MRUV se reemplaza el tiempo de 10,0 s:

$$\Delta\vec{x} = \left(0 \times 10{,}0 + \frac{1}{2}8{,}00 \times 10{,}0^2\right)\text{m}\,\hat{\text{i}} = +400\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$$

c. ¿Cuál es su velocidad media en el intervalo $0{,}0\,\text{s} \leq t \leq 10{,}0\,\text{s}$?

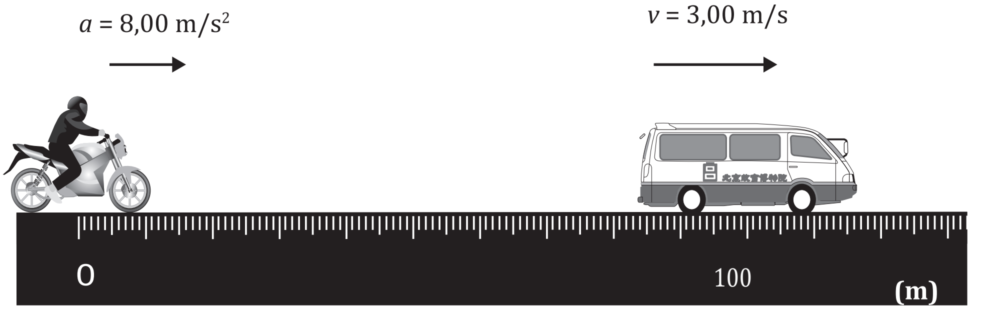
La velocidad media se calcula tomando en cuenta el desplazamiento obtenido en b) y el tiempo de 10,0 s:

$$\vec{v}_{\text{m}} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{400\,\text{m}}{10{,}0\,\text{s}}\hat{\text{i}} = +40{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}}$$

Ejemplo 6.5

Una moto inicia su movimiento partiendo del reposo en el origen de coordenadas con una aceleración de $\vec{a} = +8{,}00\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,\hat{\imath}$. En ese mismo instante, una ambulancia que realiza un MRU pasa por un punto que dista 100 m del origen, tal como se muestra en la figura 6.3.

Figura 6.3. Moto ambulancia para ejemplo 6.5



a. Escriba las ecuaciones de movimiento para la moto y para la ambulancia.
Para escribir la ecuación de movimiento de la moto se debe observar que este móvil realiza un MRUV. Por lo tanto, la ecuación de movimiento tiene la siguiente forma general:

$$\vec{x} = \vec{x}_i + \vec{v}_i\, t + \frac{1}{2}\vec{a}\, t^2$$

Tomando en cuenta los valores de la posición inicial, la velocidad y la aceleración, se tiene que:

$$\vec{x} = \left(0 + 0 + \frac{1}{2}8{,}00\, t^2\right)\text{m}\,\hat{\imath}$$

Como la ambulancia realiza un MRU, su ecuación de movimiento tiene la siguiente forma general:

$$\vec{x} = \vec{x}_i + \vec{v}\, t$$

De manera que, tomando en cuenta los valores de la posición inicial y la velocidad, se llega a la siguiente expresión:

$$\vec{x}(t) = (100 + 3{,}00\, t)\text{m}\,\hat{\imath}$$

b. ¿Cuánto tiempo demora la moto en alcanzar a la ambulancia?
La moto alcanza a la ambulancia, eso significa que la posición final de la moto, $\vec{x}_{\text{moto}}$, y la posición final de la ambulancia, $\vec{x}_{\text{ambulancia}}$, coinciden, es decir $\vec{x}_{\text{moto}} = \vec{x}_{\text{ambulancia}}$.
Reemplazando las ecuaciones de ambos móviles en la última igualdad:

$$\frac{1}{2}8{,}00\,t^2 = 100 + 3{,}00\,t$$

Resolviendo la ecuación, se obtiene el tiempo que tarda la moto en alcanzar a la ambulancia:

$$t = 5{,}39 \text{ s}$$

c. ¿En qué posición alcanza la moto a la ambulancia?
Cuando la moto alcanza a la ambulancia ambos móviles tienen la misma posición final. Por lo tanto, se puede encontrar dicha posición reemplazando el tiempo que necesitó la moto para alcanzar a la ambulancia en cualquiera de las ecuaciones de movimiento de los móviles:

$$\vec{x}_{\text{moto}} = \left(4{,}00 \times 5{,}39^2\right)\text{m}\,\hat{\text{i}} = +116\text{ m}\,\hat{\text{i}}$$

$$\vec{x}_{\text{ambulancia}} = \left(100 + 3{,}00 \times 5{,}39\right)\text{ m}\,\hat{\text{i}} = +116\text{ m}\,\hat{\text{i}}$$

d. ¿Cuál es la velocidad de la moto cuando alcanza a la ambulancia?
Para obtener la velocidad de la moto cuando alcanza a la ambulancia, debemos tomar en cuenta la ecuación *v-t* para la moto en el tiempo que necesitó para el alcance:

$$\vec{v} = \vec{v}_i + \vec{a}t$$

$$\vec{v} = \left(0 + 8{,}00 \times 5{,}39\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{i}}$$

$$\vec{v} = 43{,}1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{i}}$$

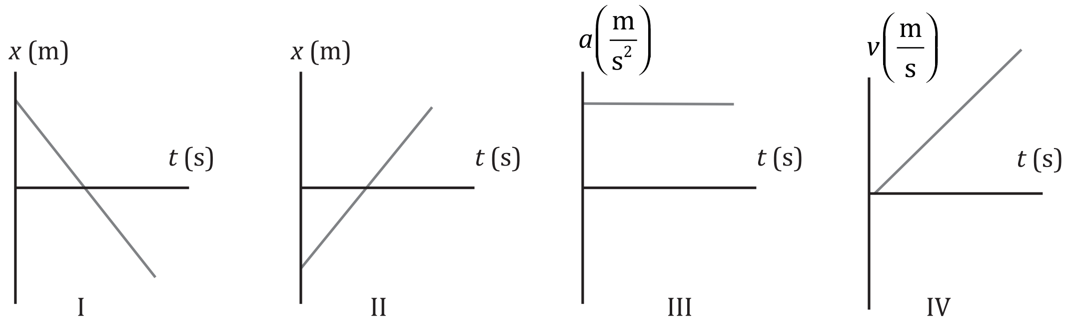
Sugerencias para resolver problemas de MRUV

Para resolver problemas, se recomienda seguir las siguientes sugerencias:

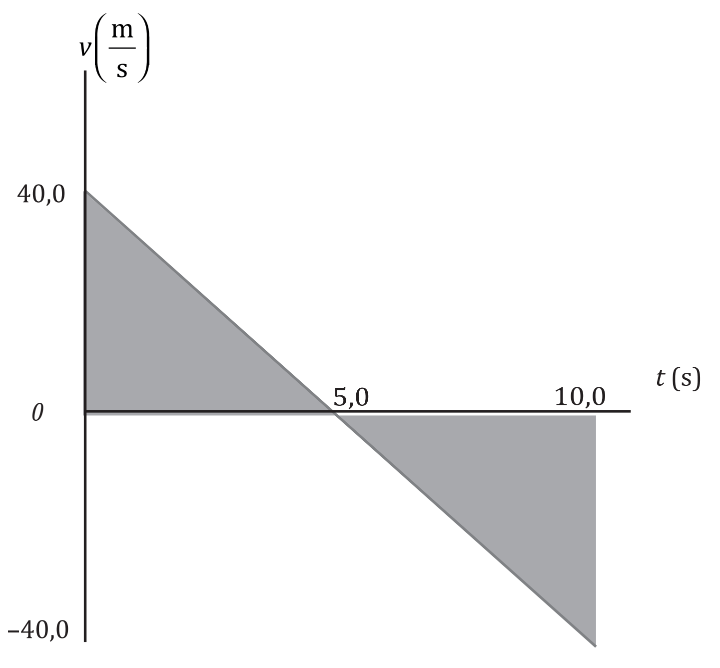
1. Leer el enunciado cuidadosamente.
2. Realizar un dibujo que ilustre el enunciado del problema.
3. Elegir un sistema de referencia (siendo este un eje horizontal o eje vertical).
4. Adoptar una convención de signos (generalmente positivos hacia la derecha o hacia arriba y negativos hacia la izquierda o hacia abajo).
5. Elegir el origen del sistema de referencia, una vez elegido usarlo durante todo el problema.
6. Escribir la ecuación de movimiento válida bajo las condiciones identificadas.
7. Hacer la conversión de unidades correspondiente. Se aconseja trabajar con las unidades del SI.
8. Hacer la sustitución de valores numéricos solo después de haber resuelto la ecuación de manera algebraica.
9. Después de haber terminado los cálculos, verificar si la respuesta es coherente y lógica.
10. Redondear la respuesta final con el número de cifras significativas adecuado para los datos del problema.

Preguntas y problemas

1. En las gráficas se muestra el movimiento de un automóvil donde la posición, velocidad y aceleración están en función del tiempo. ¿En cuál(es) de las gráficas se representa mejor el movimiento del automóvil moviéndose con MRU y en cuál(es) con MRUV?



Gráfica *v*-*t* del ejercicio 2, 3, 4, 5, 6



2. Determine la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

a. (   ) El auto viaja en la dirección +x en el intervalo de $0{,}0\ \text{s} \le t \le 5{,}0\ \text{s}$
b. (   ) El auto viaja en la dirección –x en el intervalo $5{,}0\ \text{s} \le t \le 10{,}0\ \text{s}$
c. (   ) Para t = 5,0 s la aceleración se anula.

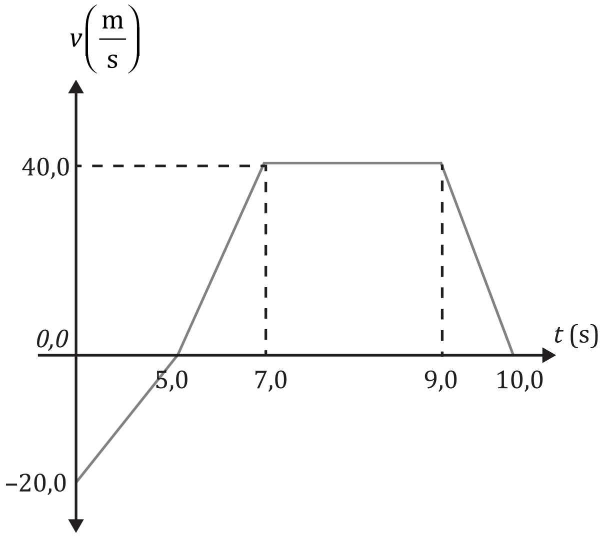
3. ¿Cuál es la aceleración del auto al cabo de 4,00 s?

4. ¿Cuál es el desplazamiento total del auto?

5. ¿Cuál es la distancia recorrida por el auto al cabo de 10,0 s?

6. ¿Cuál es la posición del móvil al cabo de 10,0 s?

7. En el gráfico velocidad-tiempo, v-t, mostrado a continuación, viene representado el movimiento de un auto que viaja a lo largo del eje x. Responda y justifique cada una de las siguientes preguntas:

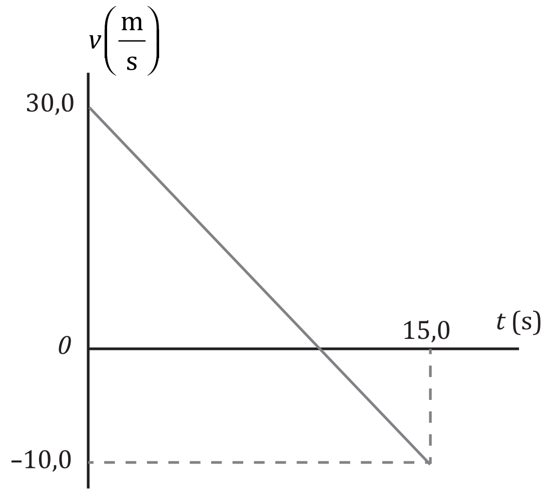


a. ¿Cuál es el desplazamiento del auto entre 0,0 s ≤ t ≤ 10,0 s?
b. ¿Cuál es la distancia recorrida por el móvil entre 0,0 s ≤ t ≤ 9,0 s?
c. Señale el tipo de movimiento para cada intervalo de tiempo.
d. Señale en qué intervalos de tiempo el auto adquiere aceleración positiva y en qué intervalos aceleración negativa.
e. Construya la gráfica **aceleración – tiempo** entre 0,0 s ≤ t ≤ 10,0 s

8. La posición de un móvil que desarrolla un MRUV depende del tiempo según la ecuación $\vec{x} = \left(t^2 - 5{,}00\,t + 1{,}00\right)\mathrm{m}\,\hat{\imath}$, donde x se exprese en metros (m) y t en segundos (s). A partir de la ecuación, determine lo siguiente:

a. La posición inicial
b. La velocidad inicial
c. La aceleración

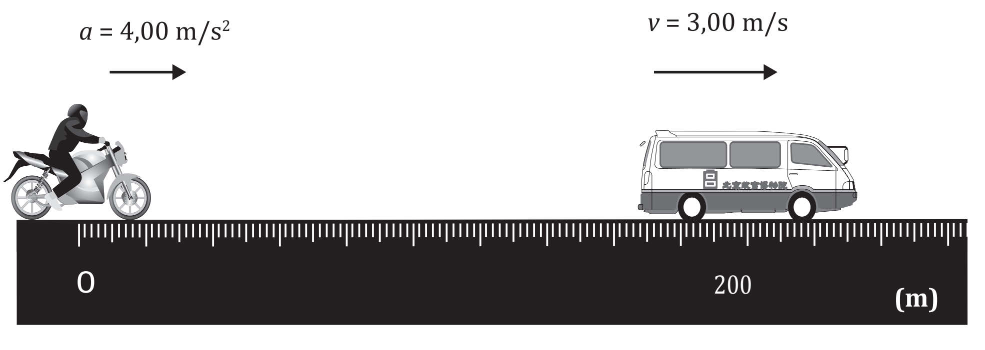
9. El gráfico velocidad vs. tiempo, *v*-*t*, que se muestra, representa el movimiento de un auto que viaja a lo largo del eje *x*. Para t = 0,0 s su posición era –2,00 $\mathrm{m}\,\hat{\imath}$, halle la ecuación de movimiento del auto.



10. Un móvil acelera uniformemente a razón de $0{,}500\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ durante 16,0 s y durante este tiempo se desplaza 650 m. Calcule la velocidad inicial y la velocidad final del móvil.

Tomando en cuenta el enunciado general, desarrolle los ejercicios 11, 12, 13 y 14.
Una moto inicia su movimiento en el origen de coordenadas con una aceleración $\vec{a} = 4{,}00\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\hat{\imath}$; en ese mismo instante una ambulancia que realiza un MRU pasa por un punto que dista 200 m del origen, tal como se muestra en la figura.

Moto ambulancia para ejercicios 11, 12, 13 y 14



11. Halle las ecuaciones de movimiento para la moto y para la ambulancia.

12. ¿Cuál es el tiempo que demora la moto en alcanzar a la ambulancia?

13. ¿Cuál es la posición donde alcanza la moto a la ambulancia?

14. ¿Cuál es la velocidad de la moto cuando alcanza a la ambulancia?

15. Un automóvil acelera desde el reposo durante 25,0 s a razón de $1{,}40\frac{m}{s^2}$. Calcule la velocidad final del automóvil y el desplazamiento realizado por el automóvil en ese tiempo.

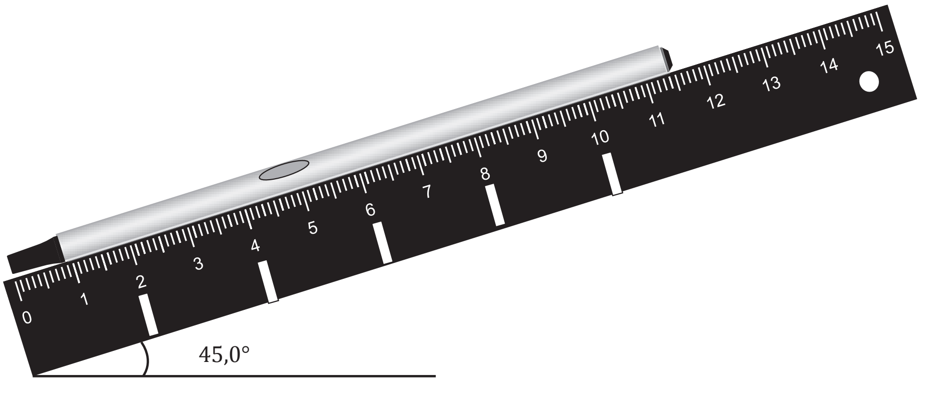
16. Un camión que se mueve a una velocidad de $+30{,}0\frac{m}{s}\hat{i}$ frena y se detiene al desacelerar a una tasa de $10{,}0\frac{m}{s^2}$. Determine cuánto se desplazó el camión antes de detenerse y la velocidad del camión a los 20,0 m de iniciada la disminución de su velocidad.

Actividad

Estudio del MRUV

Arme el equipo como se muestra en la figura. Remueva la carga del lapicero y llene la caña del lapicero con aceite, para finalmente sellarla en el extremo de la punta. Tenga cuidado de dejar una burbuja de aproximadamente 1,00 cm de diámetro en su interior. Pegue con cinta adhesiva transparente la caña del lapicero sobre la regla, tal como se muestra.

A continuación apoye sobre algo elevado uno de los extremos del equipo que ha construido, de modo que el cero se encuentre en la parte inferior. Debe observar que la burbuja comenzará a elevarse.



Materiales

1. Caña transparente de lapicero (cuerpo del lapicero)
2. Aceite para bebés
3. Regla escolar de 15,00 cm
4. Cinta adhesiva transparente
5. Cronómetro
6. Pegamento sellador

Procedimiento

Elija cuatro posiciones consecutivas y márquelas en la regla. Cada par de posiciones representa un tramo. Con ayuda de un cronómetro, tome el tiempo que tarda la burbuja en recorrer los tramos que ha elegido y escriba sus resultados en la siguiente tabla.

	Posición inicial	Posición final	Tiempo	Desplazamiento	Velocidad
Tramo 1 0,00 cm–2,00 cm			$t_1 =$		$v_1 =$

	Posición inicial	Posición final	Tiempo	Desplazamiento	Velocidad
Tramo 2 2,00 cm–4,00 cm			$t_2 =$		$v_2 =$
Tramo 3 4,00 cm–6,00 cm			$t_3 =$		$v_3 =$
Tramo 4 6,00 cm–8,00 cm			$t_4 =$		$v_4 =$

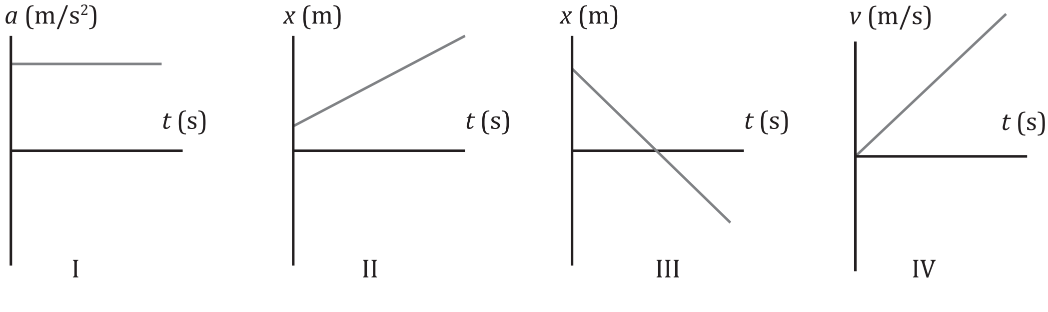
	Aceleración
$a_1 = v_1\text{-}0/t_1\text{-}0$	
$a_2 = v_2\text{-}v_1/t_2\text{-}t_1$	
$a_3 = v_3\text{-}v_2/t_3\text{-}t_2$	
$a_4 = v_4\text{-}v_3/t_4\text{-}t_3$	

Preguntas

1. ¿Existe alguna relación entre los valores de las velocidades calculadas?
2. ¿La aceleración es constante? ¿Qué significa esto?

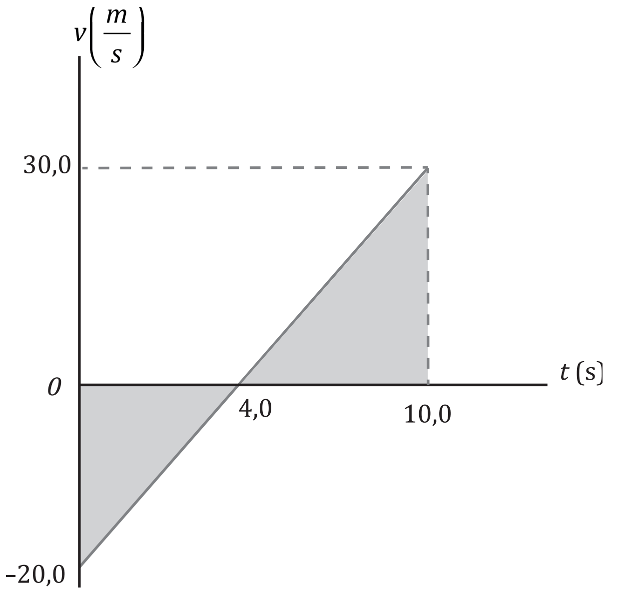
Ejercicios de autoevaluación

1. En las gráficas se muestra el movimiento de un automóvil donde la posición, velocidad y aceleración están en función del tiempo. ¿En cuál(es) de las gráficas se representa mejor al automóvil moviéndose con MRU y en cuál(es) con MRUV?



El movimiento unidimensional de una partícula que viaja en dirección $+x$ viene representado en la gráfica. Responda las preguntas 2, 3, 4 y 5.

Gráfica *v-t* del ejercicio 2, 3, 4, 5



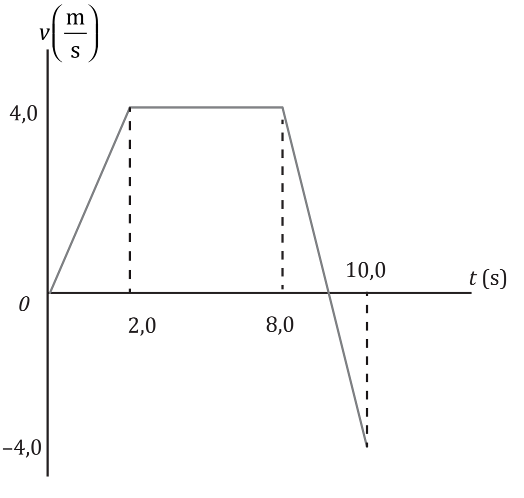
2. Si parte de la posición $\vec{x}_i = +20{,}0\ \text{m}\ \hat{\imath}$, determine el desplazamiento total.

3. ¿Cuál es la aceleración media de la partícula?

4. Determine la ecuación de movimiento de la partícula.

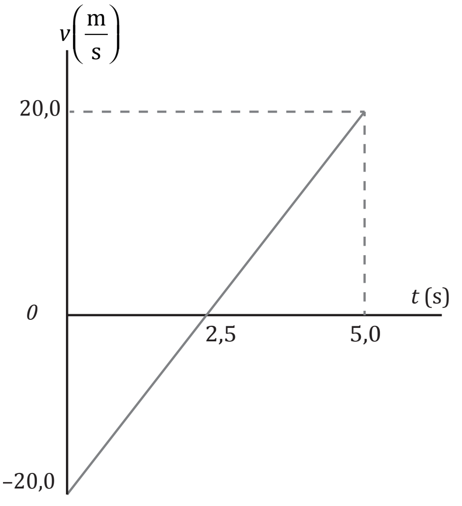
5. Determine el desplazamiento al cabo de 3,00 s

6. La siguiente gráfica representa el movimiento desarrollado por un automóvil que se mueve en el eje *x*. Calcule la aceleración media en los tramos donde realiza MRUV.



En la gráfica velocidad vs. tiempo, *v-t*, se representa el movimiento de un auto que viaja a lo largo del eje *x*. Sabiendo que para *t* = 0 s su posición era $-3{,}0\ \text{m}\ \hat{\imath}$, desarrolle los ejercicios 7, 8, 9, 10 y 11.

Gráfica *v-t* del ejercicio 7, 8, 9, 10 y 11



7. Determine la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

a. (   ) El auto viaja en la dirección -x en el intervalo de 0,0 s ≤ t ≤ 2,5 s
b. (   ) El auto viaja en la dirección +x en el intervalo 2,5 s ≤ t ≤ 5,0 s
c. (   ) Para t = 2,5 s la aceleración se anula.

8. ¿Cuál es la aceleración del auto para t = 4,0 s?

9. ¿Cuál es el desplazamiento total?

10. Determine la distancia recorrida al cabo de 5,0 s

11. Determine la posición del móvil al cabo de 10,0 s

12. La posición de un móvil que desarrolla un MRUV depende del tiempo según la ecuación $\vec{x}(t) = (t^2 - 5{,}00\,t + 1{,}00)\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$, donde x se exprese en metros (m) y t en segundos (s). A partir de la ecuación, determine lo siguiente: a) la posición inicial del móvil, b) la velocidad inicial del móvil, c) la aceleración del móvil y d) la posición del móvil a los 3,00 s de iniciado el movimiento.

13. Una avioneta acelera desde el reposo con una aceleración de módulo igual a $1{,}30\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ a lo largo de una pista de despegue. La avioneta comienza el vuelo después de viajar 180 m desde su punto de partida. Calcule el tiempo que le tomó lograr tomar vuelo.

14. Un auto viaja a $80{,}0\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ por un camino recto cuando el chofer se percata que un camión está delante de él viajando en la misma dirección, a rapidez constante de $25{,}0\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$. El chofer comienza a frenar a razón de $8{,}50\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ cuando se encuentra a 15,0 m del camión. Calcule el tiempo que transcurre para el choque entre ambos vehículos. Calcule la rapidez del auto en el instante del choque.

15. En una pista, dos carritos chocones están en reposo y separados una distancia de 12,0 m, tal como se muestra en la figura. Ambos carritos están dirigidos en direcciones contrarias y simultáneamente aceleran a $2,5\ \frac{m}{s^2}$. Determine lo siguiente:

a. La posición de cada móvil a los 4,50 s de iniciado su movimiento.
b. La distancia de separación de los carritos chocones al transcurrir 4,50 s.

Videos	
MRUV: Cómo calcular el punto de encuentro de dos móviles usando la ecuación de MRUV. http://bit.ly/1ow1Pzp	

Capítulo 7. Caída libre

> Explica el movimiento de caída libre como un caso de MRUV y resuelve problemas relativos

7.1. Caída libre

El caso históricamente más importante de MRUV es el de caída libre bajo la acción de la gravedad. La ley de que los cuerpos caen en el vacío con una aceleración que es la misma para todos ellos e independiente de sus pesos respectivos fue establecida por Galileo Galilei y comprobada mediante un experimento espectacular. Desde lo alto de la torre inclinada de la ciudad italiana de Pisa, y en presencia de profesores y alumnos de su universidad, Galileo soltó a la vez dos balas de cañón, una de ellas diez veces más pesada que la otra y lo que se observó fue que las balas caían al mismo tiempo.

Galileo Galilei dedujo que, en ausencia de un medio resistente como el aire, es decir en el vacío, el movimiento de caída es de aceleración constante, siendo dicha aceleración la misma para todos los cuerpos, independientemente de cuales sean su forma y su peso.

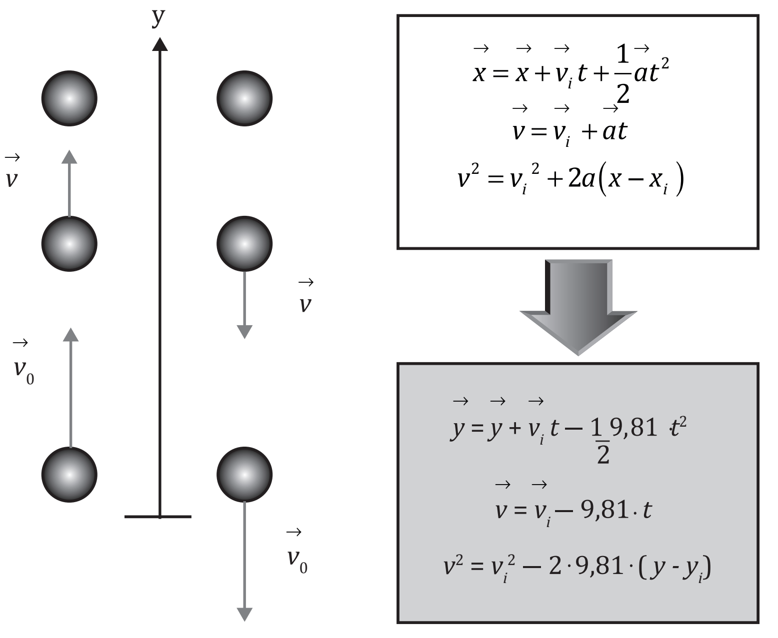
La aceleración en los movimientos de caída libre, conocida como aceleración de la gravedad, se representa por la letra g y toma un valor aproximado de $9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ en las cercanías del planeta Tierra. Así, el vector aceleración de la gravedad se escribe de la siguiente manera:

$$\vec{g} = -9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,\hat{\jmath}$$

En otros lugares, alejados de la superficie terrestre, el valor de g toma distintos valores; por ejemplo, en la Luna toma el valor de $1{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ mientras que en el planeta Marte $3{,}71\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Como el movimiento de caída libre es un MRUV, las ecuaciones que lo gobiernan son las mismas, con la diferencia de que la aceleración es la de la gravedad, g, y el movimiento se realiza en la dirección vertical, y. En ese sentido, se puede establecer una correspondencia entre las ecuaciones del MRUV y las de caída libre, de la manera como se muestra en la figura 7.1.

Figura 7.1. La caída libre como un caso de MRUV



En la figura 7.1 se puede apreciar, primero, que para un desplazamiento dado a lo largo de la trayectoria de la pelota, la rapidez de la pelota cuando viaja hacia arriba es igual a la rapidez de ella cuando viaja hacia abajo. Segundo, que la velocidad de la pelota en ambos casos tiene direcciones opuestas. Tercero, que el tiempo que tarda la pelota en llegar desde el punto de lanzamiento al punto de altura máxima es el mismo que tarda en llegar desde el punto de altura máxima hasta el punto de partida. Cuarto, en el punto de altura máxima, la velocidad de la pelota es nula.

A continuación se presenta una tabla con las ecuaciones de caída libre. Tomar en cuenta que *y* se mide en metros, *t* en segundos y *v* en metros por segundo.

Ecuaciones de caída libre
$\vec{v} = (v_{\mathrm{i}} - 9{,}81\,t)\,\hat{\jmath}$
$\vec{y} = \left(y_{\mathrm{i}} + v_{\mathrm{i}}\,t - \frac{1}{2}9{,}81\,t^2\right)\hat{\jmath}$
$v^2 = v_{\mathrm{i}}^2 - 2 \times 9{,}81(y - y_{\mathrm{i}})$

7.2. Gráfica velocidad-tiempo

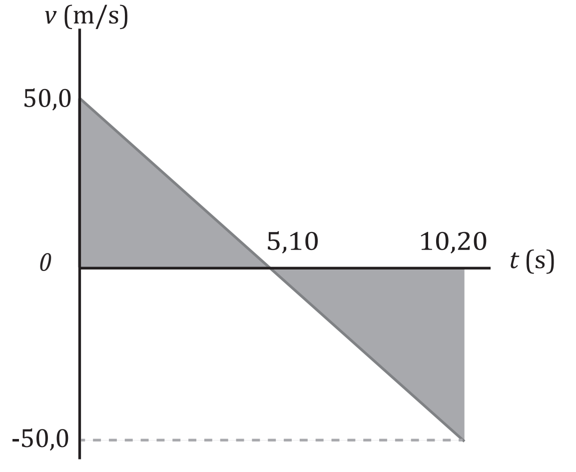
La gráfica velocidad-tiempo para caída libre, como caso particular del MRUV, es una recta cuya pendiente representa la aceleración de la gravedad y donde el «área» de la gráfica respecto al eje del tiempo tiene significado de desplazamiento. En este tipo de movimiento, las «áreas» pueden ser negativas y positivas, dependiendo de si la gráfica está por encima o debajo del eje del tiempo.

La distancia total recorrida es igual a la suma de los módulos de cada desplazamiento.

Ejemplo 7.1

En la figura 7.2 se presenta la gráfica velocidad-tiempo de un móvil que se **lanza verticalmente hacia arriba** y luego de cierto tiempo retorna al punto de lanzamiento. ¿Qué información podemos obtener de ella?

Figura 7.2. Gráfica *v*-*t* del ejemplo 7.1



Solución

De la gráfica se concluye lo siguiente:

a. La velocidad inicial del móvil es $+50{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{j}$

b. La inclinación de la gráfica velocidad-tiempo es negativa, lo que significa que la aceleración del móvil es constante y negativa.

c. La aceleración del móvil es $\vec{g}=\frac{(-50{,}0)-(50{,}0)}{10{,}20}\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{j}=-9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\hat{j}$; es decir constante y negativa.

d. El desplazamiento es positivo en los primeros 5,10 s; «área positiva» e igual a $50{,}0\times\frac{5{,}10}{2}=128\text{ m}\,\hat{j}$, es decir $\Delta\vec{y}=+128\text{ m}\,\hat{j}$

e. El desplazamiento es negativo entre los 5,10 s y 10,20 s; «área negativa» e igual a $-50{,}0\times\frac{5{,}10}{2}=-128\text{ m}\,\hat{j}$, es decir $\Delta\vec{y}=-128\text{ m}\,\hat{j}$

f. El desplazamiento total es cero, es decir $\Delta\vec{y}_{\text{total}}=(+128-128)\text{ m}\,\hat{j}=0\text{ m}\,\hat{j}$, el móvil sale de un punto para luego después de un tiempo total de vuelo retornar al mismo punto.

g. La distancia recorrida por el móvil hasta llegar a su punto más alto es 128 m, y la distancia recorrida en su descenso hasta llegar a su punto de partida es de 128 m.

h. La distancia total recorrida es $d_{\text{total}} = (128 + 128)\ \text{m} = 256\ \text{m}$.

i. El tiempo que tarda el móvil al llegar al punto de altura máxima es 5,10 s y en ese instante su velocidad es $0{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\jmath}$

j. El tiempo que tarda el móvil para subir es igual al tiempo que tarda en bajar al punto de lanzamiento; por lo que el tiempo total de vuelo del móvil es igual a:

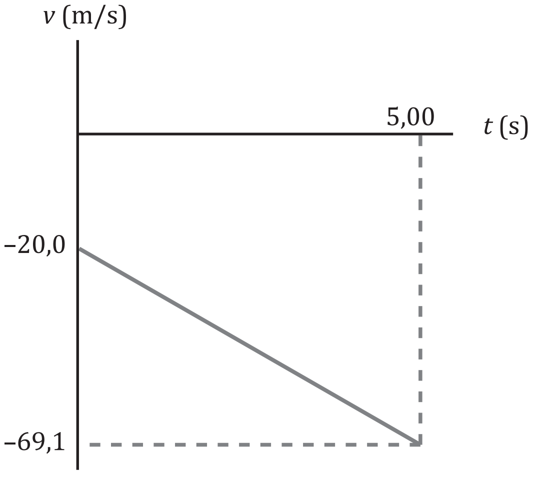
$$t_{\text{total}} = t_{\text{subida}} + t_{\text{bajada}} = (5{,}10 + 5{,}10)\ \text{s} = 10{,}20\ \text{s}$$

k. La velocidad del móvil al llegar a su punto de lanzamiento es $-50{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\jmath}$

Ejemplo 7.2

En la figura 7.2a se presenta la gráfica velocidad-tiempo de un móvil que se **lanza verticalmente hacia abajo**, ¿qué información podemos obtener de ella?

Figura 7.2a. Gráfica v-t del ejemplo 7.2



Solución

De la gráfica se concluye lo siguiente:

a. La velocidad inicial del móvil es $-20{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\jmath}$

b. La inclinación de la gráfica velocidad-tiempo es negativa, lo que significa que la aceleración del móvil es constante y negativa.

c. La aceleración del móvil es $\vec{g} = \frac{(-69{,}1)-(-20{,}0)}{5{,}00}\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\jmath} = -9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\hat{\jmath}$, es decir constante y negativa.

d. La velocidad adquirida por el móvil a los 5,00 s de su lanzamiento es igual a $-69{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{j}$

e. El desplazamiento realizado por el móvil en los 5,00 s de movimiento es negativo, «área negativa», y se obtiene a través del área del trapecio, igual a $-\frac{20{,}0+69{,}1}{2}\times 5{,}00=-223\text{ m}\,\hat{j}$, es decir $\Delta\vec{y}=-223\text{ m}\,\hat{j}$

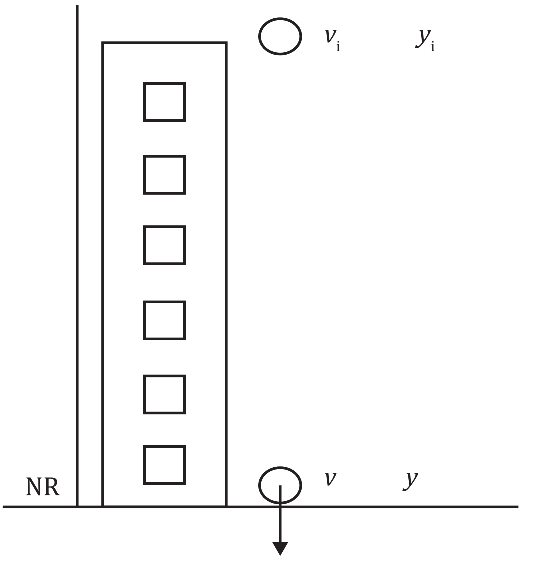
f. La distancia recorrida por el móvil es d = 223 m.

Ejemplo 7.3

Una pelota de baloncesto **se deja caer** desde una altura de 3,00 m. a) ¿Cuál es la velocidad de la pelota justo antes de alcanzar el suelo? b) ¿Cuánto tiempo ha permanecido en el aire? c) Construya la gráfica *v*-*t*.

Solución

Figura 7.3. Ejemplo 7.3



a. Para determinar la velocidad de la pelota justo antes de alcanzar el suelo se debe elegir cuál de las ecuaciones de caída libre presenta las magnitudes cinemáticas, cuyos valores son conocidos, y la incógnita que se desea encontrar.
La ecuación de movimiento de la pelota en caída libre tiene la siguiente forma:

$$v^2=v_i^2-2\times 9{,}81\times\left(y-y_i\right)$$

Reemplazando la posición inicial de la pelota, $\vec{y}_{\text{i}} = +3{,}00\,\text{m}\,\hat{\text{j}}$, su velocidad inicial, $\vec{v}_{\text{i}} = 0{,}00\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{j}}$, y la posición final, $\vec{y} = 0{,}00\,\text{m}\,\hat{\text{j}}$, se obtiene la siguiente expresión:

$$v = \pm\sqrt{0{,}00 - 2\times 9{,}81\left(0{,}00 - 3{,}00\right)}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Matemáticamente se obtienen dos resultados, uno positivo (+7,67 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$) y otro negativo (-7,67 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$). Como la pelota al llegar al suelo se está dirigiendo hacia abajo, la respuesta que debe elegirse es la negativa, es decir $\vec{v} = -7{,}67\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{j}}$

b. Para determinar cuánto tiempo la pelota permaneció en el aire, puede usarse la ecuación:

$$\vec{v} = \left(v_{\text{i}} - 9{,}81\,t\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{j}}$$

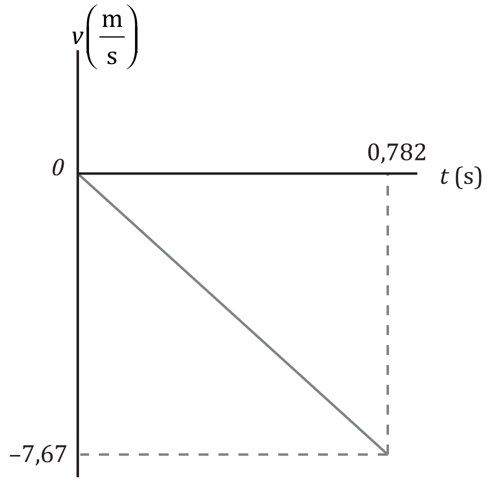
Reemplazando en la ecuación anterior, la velocidad del móvil al alcanzar el suelo, $\vec{v} = -7{,}67\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{j}}$, y su velocidad inicial, $\vec{v}_{\text{i}} = 0{,}00\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{j}}$, se obtiene el tiempo de permanencia en el aire de la pelota:

$$-7{,}67 = 0{,}00 - 9{,}81\,t$$

De donde se obtiene t = 0,782 s

c. A continuación se muestra la gráfica velocidad-tiempo para la pelota que se deja caer.

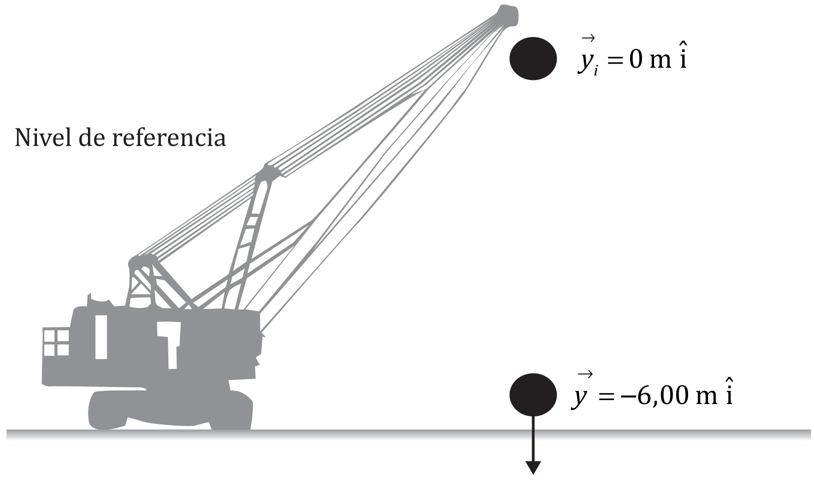
Figura 7.3a. Gráfica *v-t* del ejemplo 7.3



Ejemplo 7.4

Una grúa sostiene una carga a 6,00 m del suelo y la suelta cayendo después de cierto tiempo. a) Construya la gráfica velocidad-tiempo, *v-t* b) ¿Cuánto tiempo tarda en llegar la suelo? c) ¿Cuál es su velocidad al momento de chocar con el suelo?

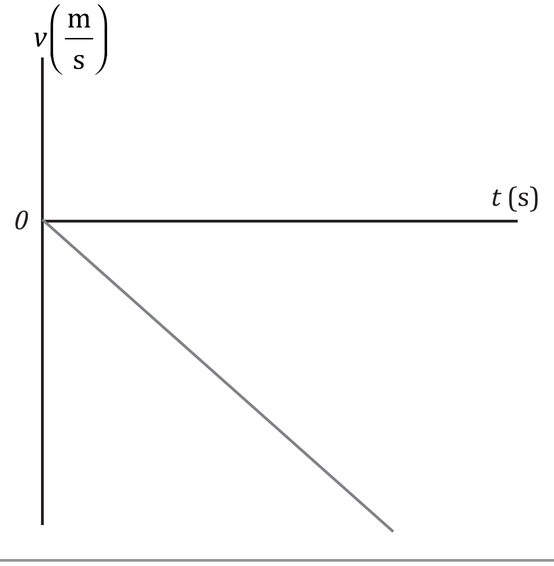
Figura 7.4. Imagen del ejemplo 7.4



Solución

a. Para construir la gráfica *v-t* se debe interpretar la expresión «se suelta» como velocidad inicial igual a cero, por lo que la gráfica comienza en el origen de coordenadas. Además, en todo el tiempo de caída de la carga su velocidad es negativa, por lo tanto la región donde debe hacerse la gráfica es en la región de las velocidades negativas crecientes, como se observa en la figura 7.4.a.

Figura 7.4.a. Gráfica *v-t* del ejemplo 7.4



Para calcular el tiempo que tarda la carga en llegar al suelo, se utiliza la ecuación *y*-*t*: $\vec{y} = \vec{y}_i + \vec{v}_i\, t - \frac{1}{2} 9{,}81\, t^2$. Hay que tomar en cuenta que, para elegir la posición inicial de la carga, es necesario elegir el nivel de referencia que se empleará en la solución del problema. Si se toma la posición inicial de la carga igual a cero, $\vec{y}_i = 0{,}00\ \text{m}\ \hat{j}$, entonces la posición final de la carga corresponde a $\vec{y} = -6{,}00\ \text{m}\ \hat{j}$

b. Se reemplazan los valores de posición inicial y final, y la velocidad inicial en dicha ecuación, y se obtiene $-6{,}00 = -\frac{1}{2} 9{,}81\, t^2$, de donde t = 1,10 s

c. Para calcular la velocidad con la que llegó la carga al suelo es necesario tomar en cuenta la ecuación *v*-*t*, es decir $\vec{v} = \left(v_i - 9{,}81\, t\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{j}$

Reemplazando la velocidad inicial ($0{,}00\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{j}$) y el tiempo que tardó la carga en llegar al suelo, t = 1,10 s, en la ecuación anterior, se obtiene la velocidad en ese instante:

$$\vec{v} = \left(-9{,}81 \times 1{,}10\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{j}$$

$$\vec{v} = \left(-10{,}8\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{j}$$

Ejemplo 7.5

Un objeto se deja caer desde una altura de 60,0 metros. ¿En cuánto tiempo golpeará el suelo?

Solución

Para resolver el ejercicio propuesto es necesario entender la expresión «se deja caer», la cual significa que la velocidad inicial del objeto es igual a cero, es decir $\vec{v}_i = 0{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{j}$. Además, la expresión altura corresponde a la posición vertical inicial del objeto al momento de iniciar su movimiento de caída, es decir $\vec{y}_i = +60{,}0\ \text{m}\ \hat{j}$.

La ecuación de movimiento de caída libre a utilizar tiene la siguiente forma general:

$$\vec{y} = \left(y_i + v_i t - \frac{1}{2} 9{,}81\, t^2\right)\text{m}\ \hat{j}$$

Para calcular el tiempo de caída debe reemplazarse la posición inicial, posición final y la velocidad inicial en la ecuación anterior:

$$0{,}0 = 60{,}0 + 0{,}0\, t - \frac{1}{2} 9{,}81\, t^2$$

Despejando el tiempo de la expresión anterior se obtiene

$$t = \sqrt{\frac{120}{9{,}81}}$$

$$t = 3{,}50 \text{ s}$$

El tiempo que tarda el objeto en golpear el suelo es 3,50 s.

Ejemplo 7.6

Una pelota, que parte del reposo, se deja caer durante 8,00 segundos. a) ¿Cuál es su posición en ese instante? b) ¿Cuál es su velocidad en ese instante?

Solución

a. ¿Cuál es su posición en ese instante?

Para resolver el ejercicio propuesto es necesario entender la expresión «parte del reposo», la cual significa que la velocidad inicial del objeto es igual a cero, es decir $\vec{v}_i = 0{,}0 \dfrac{\text{m}}{\text{s}} \hat{\text{j}}$

Además, se observa que no está explícita la posición inicial de la pelota, por lo tanto puede asumirse que la pelota inicia su movimiento en la posición $\vec{y}_i = 0{,}0 \text{ m } \hat{\text{j}}$

La ecuación de movimiento de caída libre a utilizar tiene la siguiente forma general:

$$\vec{y} = \left(y_i + v_i t - \frac{1}{2} 9{,}81\, t^2 \right) \text{m } \hat{\text{j}}$$

Para calcular la posición de la pelota en el instante de 8,00 s, debe reemplazarse la posición inicial, la velocidad inicial y el tiempo en la ecuación anterior:

$$\vec{y} = \left[0{,}0 + 0{,}0\, t - \frac{1}{2} 9{,}81 (8{,}00)^2 \right] \text{m } \hat{\text{j}}$$

Resolviendo la expresión anterior, se obtiene

$$\vec{y} = -314 \text{ m } \hat{\text{j}}$$

b. ¿Cuál es su velocidad en ese instante?

Para determinar la velocidad de la pelota a los 8,00 s de caída, es necesario utilizar la ecuación de movimiento de caída libre *v-t*, es decir:

$$\vec{v} = (v_i - 9{,}81\, t) \frac{\text{m}}{\text{s}} \hat{\text{j}}$$

Reemplazamos la velocidad inicial y el tiempo en la ecuación anterior:

$$\vec{v} = (-9{,}81 \times 8{,}00)\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{j}}$$

Por lo tanto, la velocidad que la pelota adquiere a los 8,00 s de movimiento es

$$\vec{v} = -78{,}5\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{j}}$$

El signo negativo de la velocidad es porque la pelota está cayendo.

Ejemplo 7.7

Desde lo alto de un edificio se tira una pelota verticalmente hacia abajo, con una rapidez de 5,0 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Si se sabe que viaja verticalmente hacia el suelo y que un instante antes que impacte el suelo tiene una velocidad de $-28{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{j}}$, determine lo siguiente:

a. ¿Cuánto tiempo transcurre hasta que llega al suelo?
b. ¿Cuál es la posición desde donde fue lanzada la pelota?
c. ¿Cuál es la altura desde la cual fue lanzada?

Solución

Para resolver el ejercicio propuesto es necesario entender la expresión «se tira verticalmente hacia abajo», la cual significa que la velocidad inicial de la pelota es negativa, es decir $\vec{v}_i = -5{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{j}}$

a. ¿Cuánto tiempo transcurre hasta que llega al suelo?

Para calcular el tiempo que transcurre para que la pelota llegue al suelo, se debe usar la ecuación *v-t*, $\vec{v} = (v_i - 9{,}81\,t)\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{j}}$. Reemplazando la velocidad inicial y la velocidad final en la ecuación anterior se obtiene el tiempo que demora la pelota en alcanzar el suelo, es decir $t = \frac{-28{,}0-(-5{,}0)}{-9{,}81}$, de donde t = 2,34 s

b. ¿Cuál es la posición desde donde fue lanzada la pelota?

Para encontrar la posición desde donde fue lanzada la pelota es necesario entender que lo que están solicitando es la posición inicial de la pelota, es decir $\vec{y}_i$.

La ecuación de movimiento de caída libre a utilizar tiene la siguiente forma general:

$$v^2 = v_i^2 - 2 \times 9{,}81 \times (y - y_i)$$

Para calcular la posición desde donde fue lanzada la pelota, debemos despejar y_i de la ecuación anterior,

$$y_i = \left(y + \frac{v^2 - v_i^2}{2 \times 9{,}81} \right) \text{m}$$

Reemplazando la posición final, la velocidad inicial y la velocidad final en la ecuación anterior se obtiene la posición de lanzamiento de la pelota:

$$y_i = \left[0{,}0 + \frac{(-28{,}0)^2 - (-5{,}0)^2}{2 \times 9{,}81} \right] \text{m}$$

$$\vec{y}_i = +38{,}7 \text{ m } \hat{\text{j}}$$

c. ¿Cuál es la altura desde la cual fue lanzada?

Para encontrar la altura desde donde fue lanzada la pelota es necesario entender la expresión «altura desde donde fue lanzada», la cual significa que lo que están solicitando es el valor numérico de la posición de la pelota, es decir $\left| \vec{y}_i \right|$.

$$y_i = 38{,}7 \text{ m}$$

Ejemplo 7.8

Una piedra es lanzada desde el piso, verticalmente hacia arriba con una velocidad de $+36{,}0 \ \frac{\text{m}}{\text{s}} \hat{\text{j}}$

a. ¿Cuánto tiempo demora en alcanzar $30{,}0 \text{ m}$ de altura?
b. ¿Cuál es la velocidad de la piedra cuando alcanza los $30{,}0 \text{ m}$ de altura?
c. ¿Cuál es la rapidez de la piedra cuando alcanza los $30{,}0 \text{ m}$ de altura?

Solución

a. ¿Cuánto tiempo demora en alcanzar $30{,}0 \text{ m}$ de altura?

La ecuación de movimiento de caída libre a utilizar tiene la siguiente forma general:

$$\vec{y} = \left(y_i + v_i t - \frac{1}{2} 9{,}81 \, t^2 \right) \text{m } \hat{\text{j}}$$

Para calcular el tiempo necesario para que la piedra alcance $30{,}0 \text{ m}$ de altura se debe reemplazar la posición inicial, la posición final y la velocidad inicial en la ecuación anterior:

$$\frac{1}{2} 9{,}81 \, t^2 - 36{,}0 \, t + 30{,}0 = 0$$

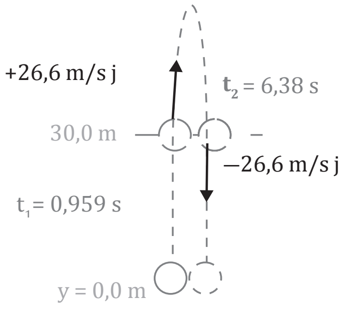
Se observa que se ha obtenido una expresión de segundo grado, y para resolver dicha expresión se debe utilizar la expresión de la fórmula general, es decir:

$$t_{1,2} = \frac{-(-36{,}0) \pm \sqrt{(-36{,}0)^2 - 4\left(\frac{9{,}81}{2}\right)(30{,}0)}}{9{,}81}$$

t_1 = 6,38 s
t_2 = 0,959 s

En el tiempo de 0,959 s la piedra sube 30,0 m; en el tiempo de 6,38 s la piedra está cayendo y llega a 30,0 m por encima del punto de lanzamiento.

Figura 7.5. Tiempos y velocidades de la pelota al alcanzar 30,0 m de altura



b. ¿Cuál es la velocidad de la piedra cuando alcanza los 30,0 m de altura?
Para calcular la velocidad de la piedra cuando alcanza los 30,0 m de altura, se debe usar la ecuación *v*–*t*. Luego, se debe reemplazar los dos valores de tiempo obtenidos en el ítem anterior.

$$\vec{v} = (36{,}0 - 9{,}81 \times 0{,}959)\ \vec{j}$$

$$\vec{v} = 26{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ \vec{j}$$

$$\vec{v} = (36{,}0 - 9{,}81 \times 6{,}38)\ \vec{j}$$

$$\vec{v} = -26{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ \vec{j}$$

c. ¿Cuál es la rapidez de la piedra cuando alcanza los 30,0 m de altura?
Para calcular la rapidez de la piedra cuando alcanza los 30,0 m de altura se toma el valor absoluto de la velocidad obtenida en el ítem b), es decir $26{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Sugerencias para resolver problemas de caída libre

Para resolver problemas se recomienda seguir las siguientes sugerencias:

1. Leer cuidadosamente el enunciado del problema.
2. Realizar un dibujo que ilustre el enunciado del problema.
3. Elegir un sistema de referencia (siendo este un eje vertical).
4. Adoptar una convención de signos (generalmente positivos hacia arriba y negativos hacia abajo).
5. Elegir el origen del sistema de referencia (es conveniente elegirlo en el lugar de donde se deja caer o se lanza el objeto).
6. Localizar en el dibujo las cantidades conocidas (datos) y las cantidades buscadas (incógnitas).
7. Traducir a símbolos las expresiones verbales, por ejemplo: se deja caer un cuerpo ($v_i = 0\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$).
8. Escribir la ecuación de movimiento válida bajo las condiciones identificadas.
9. Hacer la conversión de unidades correspondiente. Se aconseja trabajar con las unidades del SI.
10. Es recomendable hacer la sustitución de valores numéricos solo después de haber resuelto la ecuación de manera algebraica.
11. Después de haber terminado los cálculos, verificar si la respuesta es coherente y lógica.
12. Redondear la respuesta final con el número de cifras significativas adecuado para los datos del problema.

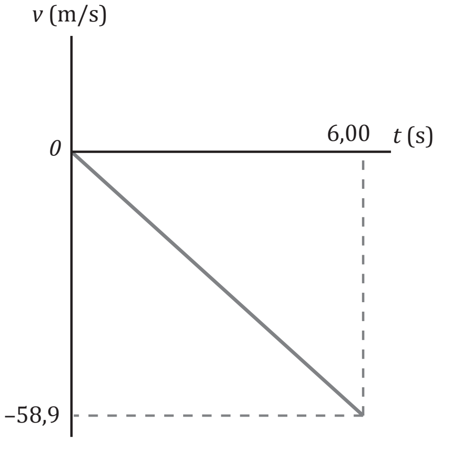
Preguntas y problemas

1. En base a la ecuación *y*-*t* para un móvil que desarrolla un movimiento en caída libre $\vec{y} = \left(+1{,}00 + 5{,}00\,t - 4{,}905\,t^2\right)\mathrm{m}\,\hat{\jmath}$, donde *y* se exprese en metros (m) y *t* en segundos (s), determine lo siguiente:

a. La posición inicial
b. La velocidad inicial
c. La aceleración

Una piedra se deja caer desde una azotea de un edificio. La velocidad de la piedra en función del tiempo se muestra en la siguiente figura. Desarrolle los ejercicios 2, 3, 4 y 5.

Gráfica *v-t* de ejercicios 2, 3, 4 y 5



2. Halle la velocidad inicial y velocidad final de la piedra.

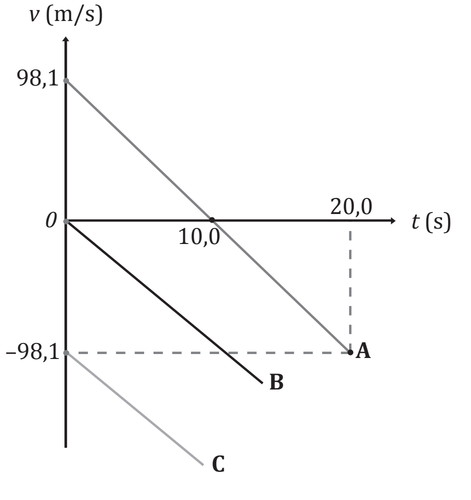
3. ¿Cuál es la aceleración de la piedra?

4. Determine la ecuación de movimiento (velocidad-tiempo) de la piedra.

5. Determine el desplazamiento total de la piedra.

6. La figura muestra una gráfica *v-t* de tres móviles A, B y C en caída libre. Establezca la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

Gráfica *v-t* del ejercicio 6



a. El móvil A fue lanzado hacia abajo.
b. El móvil B se deja caer y su velocidad aumenta en su movimiento.
c. El móvil C fue lanzado hacia arriba.
d. El móvil A se desplaza 491 m hacia arriba en 10,0 s.
e. La velocidad del móvil A alcanza su valor máximo en el tiempo de 10,0 s.

7. Para un cuerpo lanzado verticalmente hacia arriba desde el piso y que regresa de nuevo al punto de lanzamiento, es incorrecto afirmar que:

a. El tiempo que tarda en subir es igual al tiempo que tarda en bajar.
b. Su rapidez en el punto más alto de su trayectoria es nula.
c. Un segundo antes de llegar al punto más alto y un segundo después de llegar a dicho punto, su rapidez es la misma.
d. La velocidad de lanzamiento y la de llegada al piso son iguales.

8. Se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba desde el piso con una rapidez de 40,0 $\frac{m}{s}$. Complete la siguiente tabla:

Tiempo t **(s)**	**Posición** y **(m)**	**Velocidad** $v\ (\frac{m}{s})$	**Aceleración** $a\ (\frac{m}{s^2})$
0,00			
1,00			
2,00			
3,00			
4,00			
5,00			
6,00			
7,00			
8,00			

a. Con los datos de la tabla construya la gráfica velocidad-tiempo.
b. Con los datos de la tabla construya la gráfica aceleración-tiempo. ¿Qué consideración debe tomar en cuenta para la aceleración del lanzamiento señalado en el ejercicio propuesto?

9. Una grúa levanta una carga de ladrillos a la velocidad constante de $+5{,}0\frac{m}{s}\hat{j}$, cuando a $+6{,}0\,m\,\hat{j}$ del suelo se desprende un ladrillo de la carga.

a. Construya la gráfica *v-t*.
b. ¿Cuál es la altura máxima respecto al suelo que alcanza el ladrillo?
c. ¿Cuál es su velocidad al momento de chocar con el suelo?

10. Un muchacho de pie en la orilla superior de un edificio, lanza una bola hacia arriba con rapidez de $30{,}0\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$. Determine lo siguiente:

a. ¿Cuánto tarda en llegar a su punto más alto?
b. ¿Cuánto tarda en regresar al nivel desde donde se lanzó?
c. ¿A qué altura se eleva?
d. ¿Dónde se encontrará después de 4,00 s?
e. ¿Qué velocidad tiene a los 4,00 s? ¿Irá hacia arriba o hacia abajo?

11. Desde la parte más alta de un acantilado se suelta una piedra. En ese mismo instante, desde la base del acantilado, se lanza otra piedra con una velocidad de $+18{,}0\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}\hat{j}$. Si el acantilado tiene una altura de 40,0 m, responda las siguientes preguntas:

a. Escriba la ecuación de movimiento para cada móvil.
b. Calcule el tiempo de encuentro de ambas piedras.
c. La posición donde se encuentran.

12. Un globo aerostático asciende verticalmente a una rapidez constante de $4{,}50\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$ y cuando se encuentra a una altura de 60,0 m, sobre el lugar de partida, abandona un paquete. Si se desprecia la resistencia del aire:

a. Escriba la ecuación de movimiento *y*-*t*.
b. Escriba la ecuación de movimiento *v*-*t*.
c. Calcule el tiempo que demora el paquete en alcanzar la altura máxima.
d. Calcule el tiempo que demora el paquete en llegar al lugar de partida.
e. Calcule la velocidad con la que el paquete llega al lugar de partida.
f. Calcule la rapidez con la que el paquete llega al punto de partida.

Actividad

El experimento de Galileo

Procedimiento

1. Para la experiencia se escoge dos hojas de papel tamaño A4, con una de ellas se forma una bola de papel.
2. Se coloca la bola de papel y la hoja situadas a una misma altura respecto al suelo.
3. Ahora se sueltan los cuerpos, ¿ambos cuerpos llegan al suelo al mismo tiempo? Ensaye una explicación.
4. Si se forma una bola con la otra hoja y se repite los pasos 2 y 3, ¿cómo llegan al suelo? ¿Qué relación tiene este hecho con las aceleraciones que sufren cada una de ellas?
5. Al formar una bola de papel con la segunda hoja, ¿qué magnitud relacionada con el medio exterior cambió? ¿De qué manera la variación de tal magnitud influyó en el resultado de la experiencia?
6. Envuelva un llavero con la segunda hoja y vuelva a repetir la experiencia. ¿Observa algún cambio en los tiempos de caída? ¿Qué se puede concluir respecto de la relación que existe entre la masa y la aceleración de los cuerpos en caída libre?

Ejercicios de autoevaluación

1. Para el movimiento vertical de caída libre de un objeto cerca de la superficie terrestre, determine la proposición incorrecta:

a. Es un movimiento rectilíneo con aceleración constante.
b. Cuando se lanza un objeto hacia arriba, la aceleración es la misma mientras sube, cuando alcanza su altura máxima y cuando baja.
c. Tiene una aceleración constante de módulo $9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
d. Mientras el objeto asciende, su rapidez disminuye $9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}}$ cada segundo y aumenta en la misma cantidad cuando el objeto baja.
e. La aceleración de la gravedad se toma como positiva cuando el objeto cae, y negativa cuando el objeto sube.

2. Se deja caer una piedra a partir del estado de reposo. Determine lo siguiente:

a. ¿Cuándo alcanzará un desplazamiento de 18,0 m por debajo del punto de partida?

b. ¿Cuál es su velocidad en ese momento?

3. A un ladrillo se le imparte una rapidez inicial de $6{,}00\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$ en su trayectoria hacia abajo. ¿Cuál será su velocidad final después de caer una distancia de 40,0 m?

4. Un martillo es arrojado verticalmente hacia arriba en dirección a la cumbre de un techo de 16,0 m de altura. ¿Qué velocidad inicial mínima se requirió para que llegara ahí?

5. Una piedra se arroja verticalmente hacia abajo desde la parte más alta de un puente. Al cabo de 4,00 s llega al agua que corre abajo. Si la velocidad final fue de $-60{,}0\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\jmath}$, determine lo siguiente:

a. ¿Cuál fue la velocidad inicial de la piedra?
b. ¿Cuál es la altura del puente?

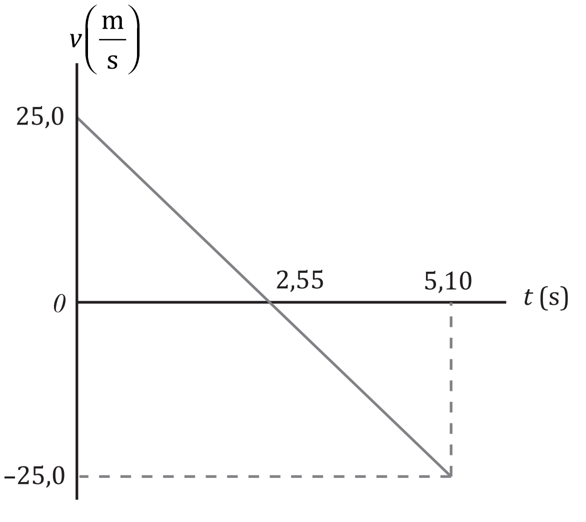
Un estudiante del curso de nivelación de física, aficionado al fútbol, patea una pelota en dirección vertical con una rapidez inicial de $10{,}0\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$. Desarrolle los ejercicios 6 y 7.

6. Determine el tiempo total que demora la pelota hasta regresar a la posición inicial.

7. Calcule la altura máxima que se eleva la pelota.

La figura muestra una gráfica *v-t* de una piedra que realiza un movimiento de caída libre. Desarrolle los ejercicios 8, 9, 10 y 11.

Gráfica *v-t* de ejercicios 8, 9, 10 y 11



8. Encuentre la velocidad inicial y velocidad final de la piedra.

9. ¿Cuánto tiempo le toma alcanzar la altura máxima?

10. Escriba la ecuación de movimiento (velocidad-tiempo) de la piedra.

11. Determine el desplazamiento total de la piedra.

12. Desde lo alto de un edificio se deja caer una pelota. Si se sabe que viaja verticalmente hacia el suelo y que un instante antes que impacte el suelo tiene una velocidad de $-39{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\jmath}$, determine lo siguiente:

a. ¿Cuánto tiempo transcurre hasta que llega al suelo?
b. ¿Cuál es la altura de la cual fue soltada?

13. Desde el borde de un acantilado de 200 m de profundidad, una tenista lanza una pelota hacia arriba con una velocidad de $+30{,}0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\jmath}$. Determine lo siguiente:

a. La ecuación de posición-tiempo de la pelota
b. La ecuación de velocidad-tiempo de la pelota
c. El tiempo que transcurre hasta que llega al fondo
d. La velocidad con la que llega al fondo del acantilado

14. Desde el techo de un edificio se deja caer una piedra hacia abajo y se oye el ruido del impacto contra el suelo 3,00 s después. Sin tomar en cuenta la resistencia del aire ni el tiempo que demoró el sonido en llegar al oído, encuentre lo siguiente:

a. La velocidad de la piedra al llegar al suelo
b. La altura del edificio

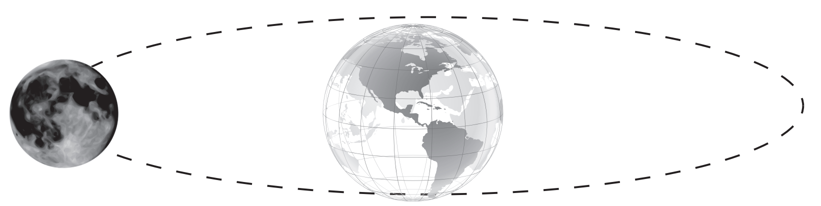
Capítulo 8. Movimiento parabólico

> Comprende la naturaleza del movimiento parabólico y resuelve problemas usando las ecuaciones del MRU y caída libre

8.1. Movimiento en el plano

Cuando la Luna gira alrededor de la Tierra, se puede observar que la trayectoria que sigue el satélite en su movimiento está inscrita en un plano imaginario que contiene a la órbita; por tal motivo se dice que la Luna realiza un movimiento en el plano.

Figura 8.1.



Lo mismo ocurre con la trayectoria que describe la bola de billar sobre el paño al ser golpeada con el taco por el jugador, cuya posición y velocidad se puede apreciar en las figuras 8.2 y 8.2a.

Figura 8.2. Posición de la bola de billar en el plano

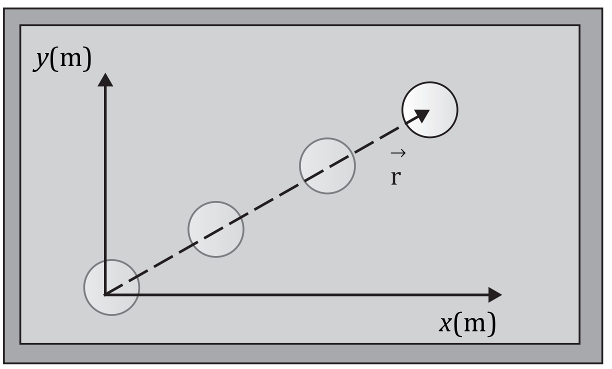
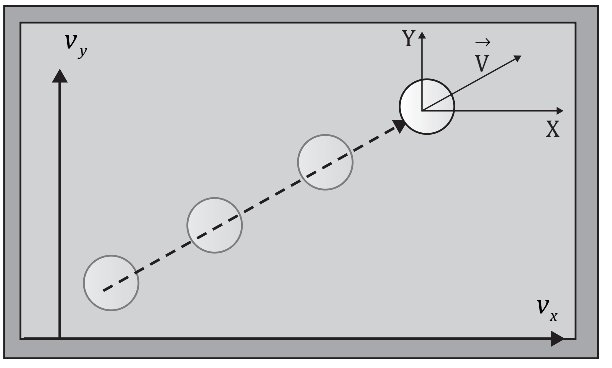


Figura 8.2a. Velocidad de la bola de billar en el plano



¿Cómo se puede describir matemáticamente la posición, la velocidad y la aceleración de un móvil que realiza un movimiento sobre un plano como el que realiza la bola de billar?

En primer lugar, se puede observar en la figura de la mesa de billar que la trayectoria que describe la bola en el plano puede representarse como la composición de las proyecciones del movimiento sobre los ejes *x* e *y*. Así, el vector posición $\vec{r}$ de la bola puede representarse como la suma de las componentes horizontal y vertical de la posición, respectivamente.

Lo mismo ocurrirá con la velocidad, la cual puede expresarse como la suma de sus componentes en los ejes señalados.

Tomando en cuenta las componentes de la velocidad $\vec{v}$ en los ejes de coordenadas, también se puede calcular el módulo de la velocidad, es decir la rapidez de movimiento.

$$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2}$$

La dirección de la velocidad $\vec{v}$ se calcula aplicando la función tangente inversa al cociente de las componentes de la velocidad. Si el ángulo θ está representando desde el origen de arcos, la dirección será:

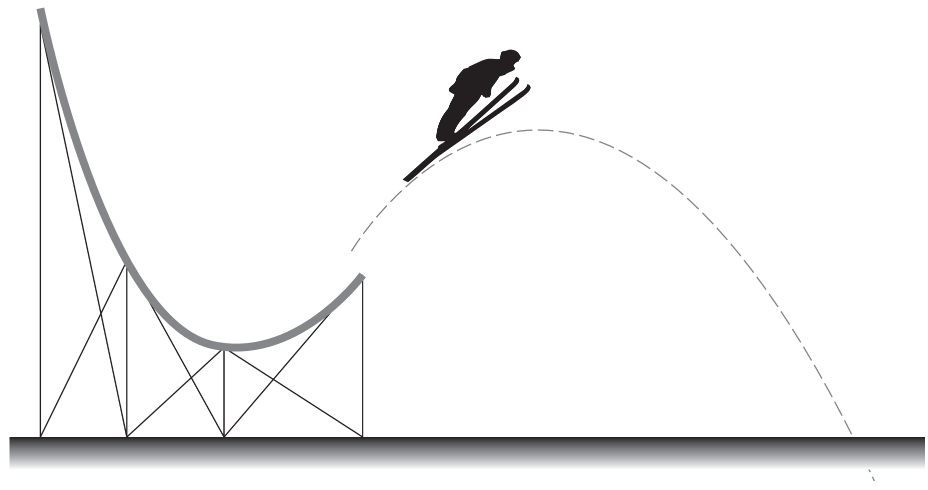
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$$

8.2. Movimiento parabólico

Si se lanza una piedra por los aires, se verá que esta describe una trayectoria curva que se encuentra inscrita en un plano imaginario: es un movimiento en el plano. Además, la forma de la curva es conocida, se llama parábola, y la describen todos los cuerpos arrojados al aire cuando no se considera la fricción del aire.

Se denomina «movimiento parabólico» al movimiento en el plano realizado por un objeto cuya trayectoria describe una parábola. En la figura 8.3 se puede apreciar a un esquiador experimentando el movimiento parabólico.

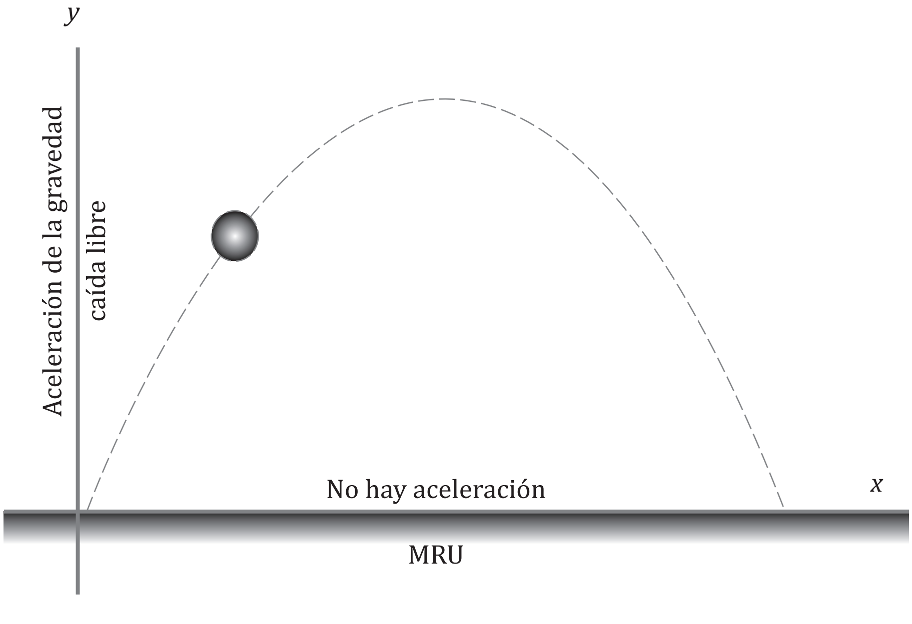
Figura 8.3. Esquiador en movimiento parabólico durante un salto



Al igual que en el caso del movimiento en línea recta, se puede describir el movimiento de un cuerpo en el plano suponiendo que este movimiento es la suma o composición de dos tipos de movimientos: uno a lo largo del eje x, y otro a lo largo del eje y, los cuales son independientes.

Esta demostración se basa en la consideración de que la descripción del movimiento se realiza a través de vectores (posición, velocidad y aceleración), por lo que cualquiera de las magnitudes es el resultado de la composición de resultantes parciales sobre los ejes coordenados. Por tal motivo, una manera de escribir las ecuaciones que corresponden a cada eje es preguntándose por el tipo de movimiento que realiza la proyección del móvil sobre dichos ejes por separado. Por ejemplo, en el eje y el movimiento del móvil se está viendo afectado por la gravedad, por lo que se infiere que el movimiento que tiene lugar, si no se considera la fricción del aire, es caída libre. Mientras que en el eje horizontal no existe ningún factor que afecte el movimiento del móvil, por lo que debe ser un movimiento sin aceleración; es decir, MRU (ver figura 8.4).

Figura 8.4. Movimiento parabólico



8.2.1. Sugerencias para resolver problemas de movimiento parabólico

La metodología para resolver problemas de movimiento parabólico es sencilla:

1. Hacer un dibujo que ilustre el problema.
2. Elegir un sistema de referencia y analizar por separado las proyecciones del movimiento sobre los ejes *x* e *y*.
3. La ecuación utilizada en el análisis del movimiento sobre el eje *x* es $\vec{x} = \left(x_i + v\,t\right)\mathrm{m}\,\hat{\mathrm{i}}$
4. Las ecuaciones utilizadas en el análisis del movimiento sobre el eje *y* son las siguientes:

$$\vec{v} = \left(v_{iy} - 9{,}81\,t\right)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{\mathrm{j}}$$

$$\vec{y} = \left[\,y_i + v_{iy}t - \frac{1}{2}(9{,}81)t^2\right]\mathrm{m}\,\hat{\mathrm{j}}$$

$$v^2 = v^2_{iy} - 2 \times 9{,}81 \times (\,y - y_i\,)$$

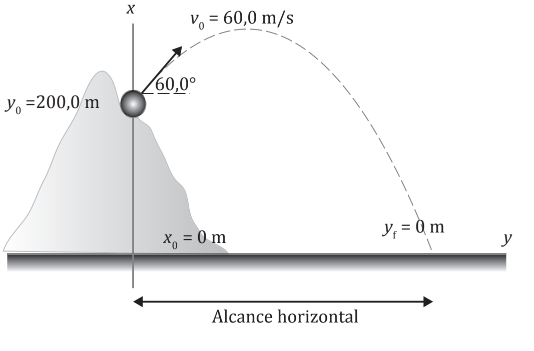
   Tomar en cuenta que *y* se mide en metros, *t* en segundos, *v* en metros por segundo.

5. Se determina las velocidades iniciales sobre los ejes *x* e *y*, descomponiendo el vector velocidad inicial.
6. Se calcula los datos solicitados y los resultados se componen finalmente como vectores en el plano con ayuda de los vectores unitarios $\hat{\mathrm{i}}$ y $\hat{\mathrm{j}}$.
7. Después de haber terminado los cálculos, verificar si la respuesta es coherente y lógica.
8. Redondear la respuesta final con el número de cifras significativas adecuado para los datos del problema.

Ejemplo 8.1

Se dispara un proyectil al aire desde la cima de una montaña a 200,0 m por encima del valle. Su velocidad inicial es 60,0 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ a 60,0º respecto a la horizontal (ver figura 8.5). Despreciando la resistencia del aire, ¿a qué distancia de la base de la montaña caerá el proyectil?

Figura 8.5. Ejemplo 8.1



Solución

a. Las componentes horizontal y vertical de la velocidad inicial son las siguientes:

$$\vec{v}_{ix} = 60{,}0\cos 60{,}0° \frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{i}}\ ;\ \vec{v}_{iy} = 60{,}0\ sen 60{,}0° \frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{j}}$$

$$\vec{v}_{ix} = 30{,}0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{i}}\ ;\ \vec{v}_{iy} = 52{,}0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{j}}$$

b. Como el alcance es horizontal, se debe resolver la ecuación del MRU en el eje *x*.

$$\vec{x} = \left(x_i + v_{ix}\ t\right)\text{m}\ \hat{\text{i}}$$

c. Si bien es cierto que se conoce la componente inicial de la velocidad en el eje *x*, sin embargo no se tiene el tiempo de vuelo, por lo que se tendrá que recurrir a las ecuaciones de la caída libre para determinarlo. Ahora bien, como se conocen las posiciones inicial y final verticales, la ecuación a utilizar sería:

$$\vec{y} = \left[\ y_i + v_{iy}t - \frac{1}{2}(9{,}81)t^2\right]\text{m}\ \hat{\text{j}}$$

Así, resolviendo se tiene:

$$0 = 200{,}0 + 51{,}9615 \times t - \frac{1}{2} \times 9{,}81 \times t^2$$

$$t = 13{,}6 \text{ s}$$

d. Ahora queda reemplazar en la ecuación del MRU el dato obtenido para el tiempo y la componente *x* de la velocidad inicial para obtener la distancia de la base a la que caerá el proyectil:

$$x = \left(60{,}0\cos 60{,}0^{\circ} \times 13{,}6\right)\text{m}$$

$$x = 408 \text{ m}$$

Preguntas y problemas

1. Un proyectil tiene una velocidad horizontal inicial de $40{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}}$ en el borde de un tejado. Encuentre las componentes horizontal y vertical de su velocidad después de 3,00 s.

2. Una pelota de béisbol sale golpeada por el bate con una rapidez de $30{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}}$ a un ángulo de $30{,}0°$. ¿Cuáles son las componentes horizontal y vertical de su velocidad después de 3,00 s?

3. Un proyectil es disparado desde el borde de un acantilado de 150,0 m de altura, con una rapidez inicial de $100{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ y un ángulo de $53{,}0^{\circ}$ por encima de la horizontal. Encuentre lo siguiente:

a. Las componentes de la velocidad inicial en el momento del disparo.
b. El tiempo que demora el proyectil en llegar al fondo del acantilado.
c. La distancia horizontal alcanzada en el fondo del acantilado.

4. Se coloca un estudiante en el borde de un acantilado y lanza una piedra horizontalmente con una rapidez de $18{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. El acantilado está a 50,0 m de altura respecto de una playa horizontal.

a. ¿Al cabo de cuánto tiempo la piedra golpeará la playa bajo el acantilado después de ser lanzada?
b. ¿Con qué rapidez y ángulo golpeará la playa?

5. Al borde de un precipicio de 80,0 m de altura se encuentra un cañón, y dispara balas con rapidez de $150{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ las cuales salen con un ángulo de $37{,}0°$ respecto de la horizontal. Encuentre lo siguiente:

a. El tiempo que demora la bala en alcanzar el fondo del precipicio.
b. La rapidez con que llega la bala al fondo del precipicio.
c. La altura máxima que alcanza la bala con relación al fondo del precipicio.
d. El máximo desplazamiento horizontal en el fondo del precipicio.

6. Se lanza horizontalmente una pelota desde el borde de un escritorio. Si la pelota golpea el piso a 1,40 m de la base del escritorio y la altura del escritorio es de 86,0 cm, determine lo siguiente:

a. ¿Cuánto tiempo demora en llegar al piso?
b. ¿Con qué velocidad fue disparada la pelota?
c. ¿Con qué rapidez y dirección golpea el piso?

7. Durante la Primera Guerra Mundial, los alemanes tenían un cañón llamado Big Bertha que se usó para bombardear París. La bala de cañón era disparada con una rapidez inicial de $1\,700\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ (aproximadamente cinco veces la rapidez del sonido), con un ángulo de elevación de $55{,}0°$ con respecto a la horizontal. Para dar en el blanco, se hicieron algunos ajustes para considerar la resistencia del aire y otros efectos. Si se ignoran estos efectos, determine lo siguiente:

a. ¿Cuánto tiempo estuvo en el aire?
b. ¿Cuál fue el alcance del proyectil?
c. ¿Cuál es la altura máxima que alcanzó?
d. ¿Con qué rapidez impactó en el blanco?

8. Desde lo alto de un parapeto de 50,0 m de altura, un cañón, que forma un ángulo de 38,0° con la horizontal, dispara un proyectil con rapidez inicial igual a $20{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}}$. La bala de cañón golpea una pared que está 50,0 m al frente, en el punto P. Halle lo siguiente:

a. Las coordenadas del punto P.
b. La máxima altura con respecto a la base del parapeto que alcanza el proyectil.
c. La velocidad con la que la bala golpea la pared.

Actividad

Estudio del movimiento parabólico

«Un cuerpo lanzado horizontalmente, desde cierta altura, demora en impactar el suelo un tiempo igual al que demora un cuerpo en caer, libremente, soltado desde la misma altura».

Procedimiento

La tarea consiste en demostrar el postulado mencionado en el párrafo anterior de dos maneras diferentes.

1.er Método

Elija una altura determinada (tiene que ser relativamente grande: 2,00 m o más) y suelte una piedra desde allí. Mida el tiempo que tarda en caer la piedra.

Luego, lance horizontalmente la misma piedra desde la misma altura, de modo que describa un movimiento parabólico. Registre el tiempo.

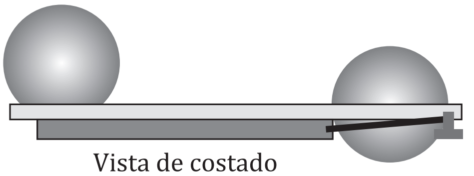
¿Cuánto tardó la piedra en caer en cada caso? ¿A qué conclusiones puede llegar con los resultados?

2.º Método

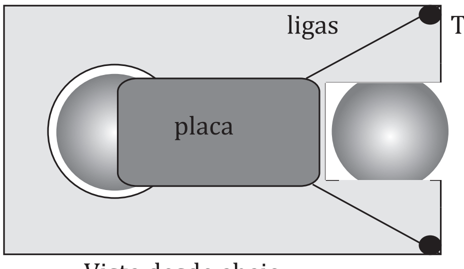
Construya un dispositivo con dos canicas, como se muestra en la figura, un bloque de madera, una regla y tornillos, que le permita tirar simultáneamente las dos canicas (una que caiga libremente y otra que sea lanzada horizontalmente).

Elija una altura determinada (mayor que 2,00 m) y mida el tiempo que tardan en caer las canicas.

¿Cuánto tardó la canica en caer en cada caso? ¿A qué conclusiones puede llegar con los resultados?



Vista de costado



Vista desde abajo

Ejercicios de autoevaluación

1. Un cañón dispara proyectiles con una rapidez inicial de $300\,\frac{m}{s}$ y un ángulo de $53{,}0°$ por encima de la horizontal. Encuentre lo siguiente:

a. El alcance horizontal de los proyectiles del cañón.
b. El tiempo que permanecen en el aire antes de impactar en el suelo.
c. La rapidez con la que llegan al suelo.
d. La altura máxima que alcanzan los proyectiles.
e. Los valores de las coordenadas *x* e *y* del proyectil a los 6,00 s.

2. Un avión vuela horizontalmente a 490,0 m de altura, con rapidez constante de $360\,\frac{km}{h}$. ¿A qué distancia, antes de pasar sobre el blanco, deberá dejar caer el avión una bomba para que impacte en el blanco? ¿Con qué velocidad golpea la bomba el suelo?

3. Un cañón dispara proyectiles con una rapidez de $200\,\frac{m}{s}$ y un ángulo de $30{,}0°$ sobre la horizontal. El cañón se encuentra a una distancia de 70,0 m frente a una pared alta. Encuentre lo siguiente:

a. A qué altura de la pared impactan los proyectiles.
b. Cuáles son la rapidez y ángulo de impacto.
c. Cuánto demoran los proyectiles en impactar la pared.

4. Se dispara un proyectil desde el suelo con un ángulo de inclinación θ. Si su rapidez en el punto más alto de su trayectoria es $3{,}00\,\frac{m}{s}$ y el tiempo de vuelo para alcanzarlo es 1,00 s, determine lo siguiente:

a. El vector velocidad inicial de lanzamiento v_i
b. El ángulo θ.

c. Su posición cuando t = 0,500 s

5. Desde lo alto de una torre se lanza una piedra con una rapidez de $40{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ en dirección horizontal. Si el tiempo transcurrido desde que se lanza la piedra hasta que choca con el piso es de 3,00 s; determine lo siguiente:

a. La altura de la torre.
b. La distancia del pie de la torre al punto de impacto de la piedra.
c. La rapidez con que la piedra choca con el suelo.
d. La distancia de la piedra al suelo en el instante t = 1,00 s.

6. Desde la azotea de un edificio de 50,0 m de altura se dispara una bala de cañón con una velocidad horizontal v_o. La bala golpea con el suelo a una distancia de 38,0 m de la base del edificio. Encuentre lo siguiente:

a. La velocidad inicial v_o de la bala.
b. El tiempo que demora la bala en llegar al piso.
c. La velocidad con que la bala golpea en el piso.

Unidad 3

Leyes de Newton

Capítulo 9. Fuerzas y leyes de Newton

Identifica las fuerzas que actúan sobre partícula y su entorno, explicando con ayuda de las leyes de Newton la influencia de las fuerzas en su movimiento

En la física, para completar el estudio del movimiento de un cuerpo es necesario analizar las causas que originan dicho movimiento y los cambios de movimiento de los cuerpos, y la rama de la física llamada «**dinámica**» es la que estudia dichas causas, es decir toma en cuenta las fuerzas que actúan sobre ellos.

En este capítulo y en los dos subsiguientes se estudiarán las fuerzas mecánicas, los tipos de fuerzas mecánicas y las leyes de Newton del movimiento.

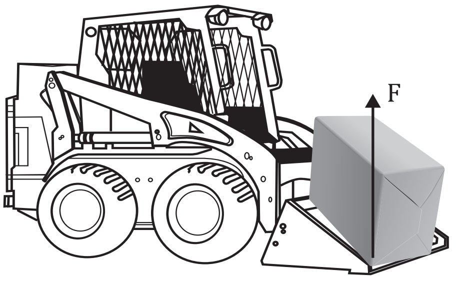
9.1. Fuerzas mecánicas

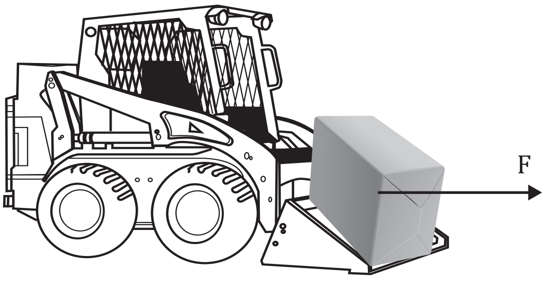
De la vida cotidiana se conoce que mientras se estruja una pelota de jebe esta se deforma hasta que se deja de hacer, que si se intenta jalar el coche del supermercado y está muy pesado no se consigue moverlo, o incluso para freír un huevo es necesario romper la cáscara. El deformar, jalar o romper tienen en común la presencia de una magnitud física muy importante, llamada **fuerza**.

La fuerza es la medida de la intensidad de la interacción entre dos cuerpos o entre un cuerpo y su entorno.

La fuerza es una magnitud vectorial, por ello, para describir una fuerza es necesario determinar su módulo y dirección. En la figura 9.1 se observa que la fuerza aplicada en diferentes direcciones produce efectos distintos.

Figura 9.1. La fuerza aplicada en diferentes direcciones produce efectos distintos





La unidad de fuerza en el Sistema Internacional es el newton (N).

Fuerzas de contacto y a distancia

En ocasiones se observa la acción de las fuerzas solamente cuando los cuerpos están en contacto directo; por ejemplo, cuando una cuerda jala un bloque sobre una superficie. En otras, no es necesario que exista un contacto directo entre los cuerpos; por ejemplo, el peso.

En el primer caso se dice que las fuerzas son de contacto, mientras que en el segundo caso, a distancia.

Fuerza neta o fuerza resultante

Si varias fuerzas actúan sobre un cuerpo, el efecto sobre su movimiento es igual al que se le da cuando una sola fuerza, igual a la suma vectorial de las fuerzas llamada **fuerza neta** o **fuerza resultante**, actúa sobre el cuerpo.

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \sum \vec{F}$$

Ejemplo 9.1

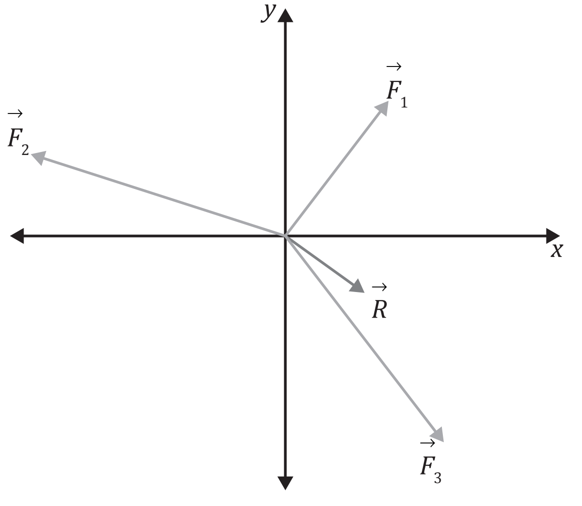
Sobre un cuerpo actúan las siguientes fuerzas: $\vec{F}_1 = 3{,}00\text{N}\,\hat{\imath} + 4{,}00\text{N}\,\hat{\jmath}$, $\vec{F}_2 = -6{,}00\text{N}\,\hat{\imath} + 3{,}00\text{N}\,\hat{\jmath}$ y $\vec{F}_3 = 5{,}00\text{N}\,\hat{\imath} - 8{,}00\text{N}\,\hat{\jmath}$. Determine el módulo de la fuerza resultante y su dirección.

Solución

La fuerza resultante será:

$$\vec{F}_1 = 3{,}00\,\text{N}\,\hat{\text{i}} + 4{,}00\,\text{N}\,\hat{\text{j}}$$
$$\vec{F}_2 = -6{,}00\,\text{N}\,\hat{\text{i}} + 3{,}00\,\text{N}\,\hat{\text{j}}$$
$$\underline{\vec{F}_3 = 5{,}00\,\text{N}\,\hat{\text{i}} - 8{,}00\,\text{N}\,\hat{\text{j}}}$$
$$\vec{R} = 2{,}00\,\text{N}\,\hat{\text{i}} - 1{,}00\,\text{N}\,\hat{\text{j}}$$

Figura 9.2. Gráfico fuerza resultante



El módulo del vector resultante se obtiene utilizando el teorema de Pitágoras, es decir

$$R = \sqrt{2{,}00^2 + 1{,}00^2}\ \text{N} = 2{,}24\ \text{N}$$

Para encontrar la dirección del vector resultante, se utiliza la expresión

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{-1{,}00}{2{,}00}\right) = -26{,}6°$$

Pero como el vector resultante, $\vec{R} = 2{,}00\,\text{N}\,\hat{\text{i}} - 1{,}00\,\text{N}\,\hat{\text{j}}$, se encuentra ubicado en el cuarto cuadrante, la dirección de dicho vector será obtenida con ayuda de la expresión $\theta = 360° - |\alpha|$ Colocando el valor del ángulo α, la dirección del vector resultante es:

$$\theta = 360° - |-26{,}6°| = 333°$$

9.2. Fuerzas mecánicas

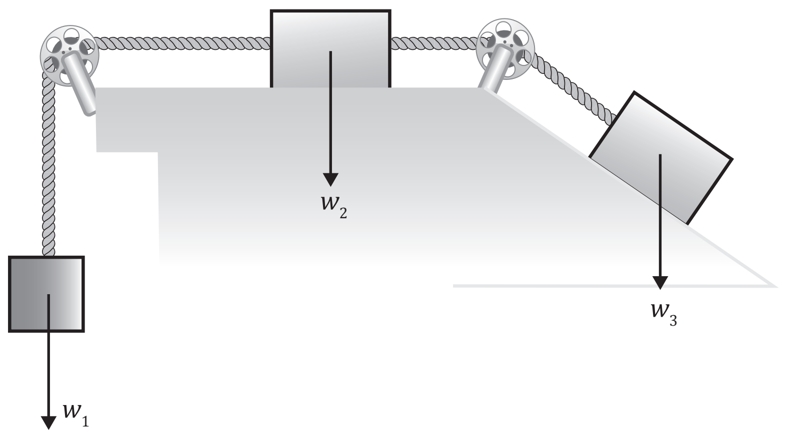
9.2.1. Peso

El **peso** es la fuerza con la que un cuerpo es atraído por la Tierra, debido a la atracción gravitacional. Su módulo cambia con la variación de la aceleración de la gravedad.

Esta fuerza se grafica a partir del centro geométrico del objeto en estudio y siempre está dirigido hacia el centro de la Tierra.

$$\vec{w} = m\vec{g}$$

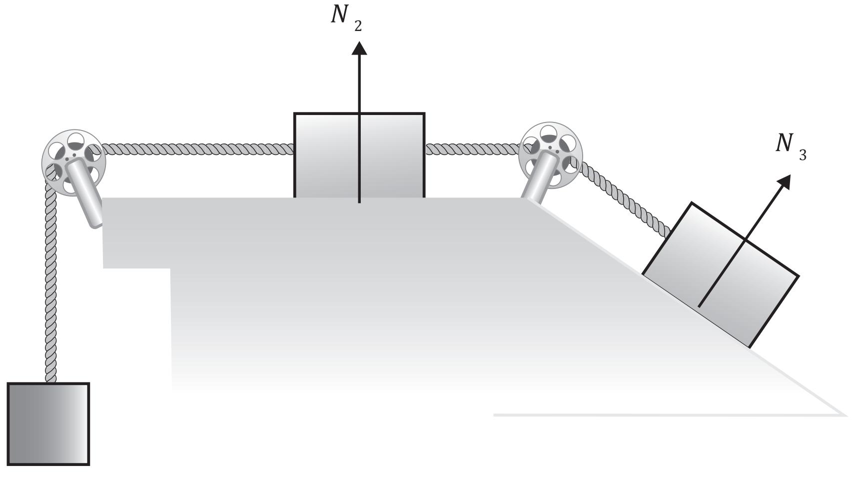
Figura 9.3. El peso es perpendicular a la superficie terrestre



9.2.2. Normal

La **normal** es la fuerza con que una superficie ejerce sobre un cuerpo y siempre es perpendicular a la superficie en contacto.

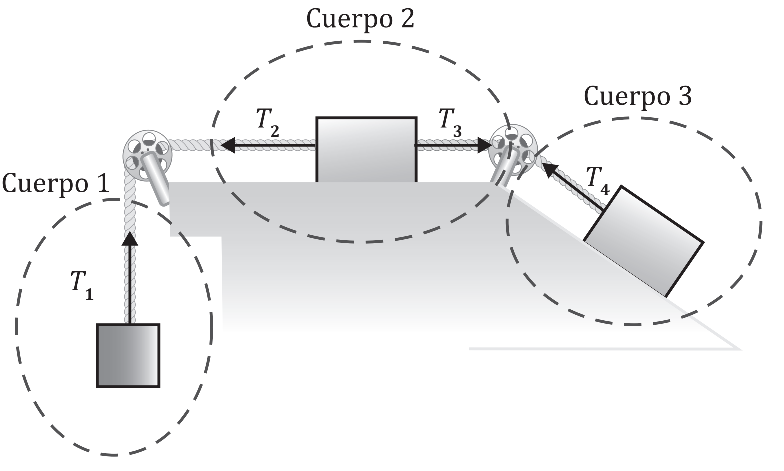
Figura 9.4. La normal es perpendicular a la superficie



9.2.3. Tensión

La **tensión** de una cuerda es la fuerza que surge al interior de la misma cuando se aplican fuerzas en sus extremos. Es una fuerza que siempre jala al cuerpo al que está unido, nunca lo empuja. En la figura 9.5 se observa varias fuerzas de tensión aplicadas en diferentes cuerpos.

Figura 9.5. Fuerzas de tensión en bloques



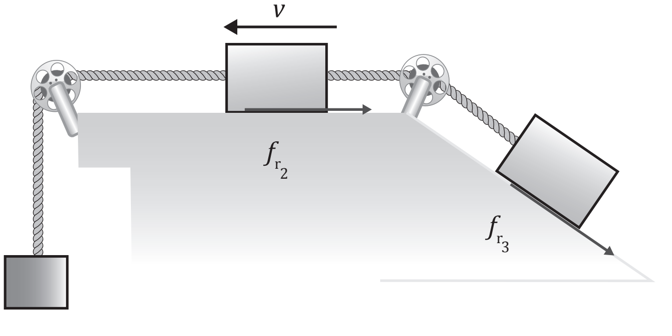
En el texto se considerarán cuerdas ideales, es decir cuerdas ingrávidas (sin masa) que poseen en cada punto el mismo valor de tensión, mas no su dirección, y poleas ideales, es decir sin masa, en las cuales se obvia las fuerzas de rozamiento con las cuerdas. Por lo que se cumple:

$$\left|\vec{T}_1\right| = \left|\vec{T}_2\right| \text{ y } \left|\vec{T}_3\right| = \left|\vec{T}_4\right|$$

9.2.4. Rozamiento o fricción

El **rozamiento** es la fuerza que aparece al contacto entre superficies rugosas y que se opone al deslizamiento o intento de deslizamiento de una de ellas sobre la otra. Tiene valores diferentes de acuerdo con el estado de movimiento. Si los cuerpos en contacto no se deslizan, sufren la acción de una fuerza de fricción llamada «estática»; pero si se deslizan, sufren la acción de una fuerza llamada «cinética». La fuerza de fricción siempre es paralela a la superficie.

Figura 9.6. La fuerza de fricción se opone al deslizamiento o intento de deslizamiento

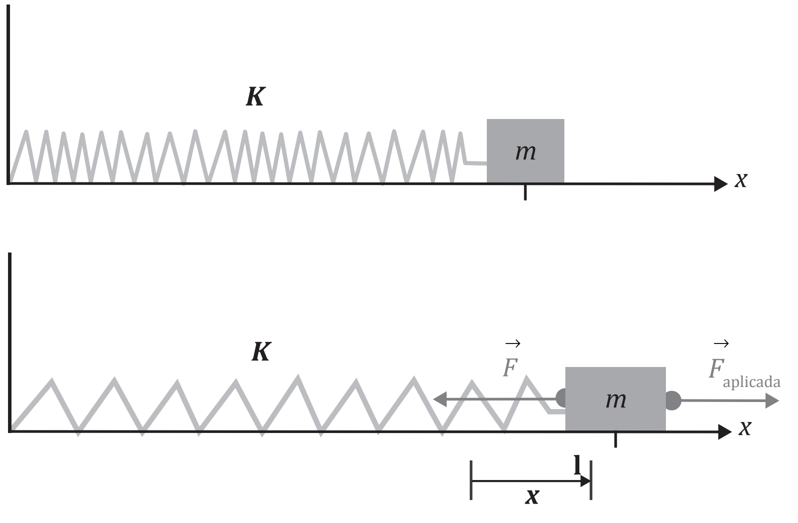


9.2.5. Fuerza elástica

La **fuerza elástica** es la fuerza variable que aparece en los resortes como resultado del estiramiento o compresión de los mismos. La fuerza elástica siempre es paralela y en dirección opuesta a la elongación (estiramiento o compresión del resorte), la cual se determina mediante la siguiente expresión: $\vec{F} = -k\,\vec{x}$, donde k es la constante elástica; x es la elongación (estiramiento o compresión del resorte). La expresión anterior solo es válida para resortes ideales, es decir cuando no sufren deformación permanente o ruptura.

En la figura 9.7 se observa la fuerza elástica que se opone al estiramiento del resorte por acción de una fuerza aplicada, $\vec{F}_{\text{aplicada}}$.

Figura 9.7. Resorte estirado por acción del bloque en movimiento



9.3. Tercera ley de Newton

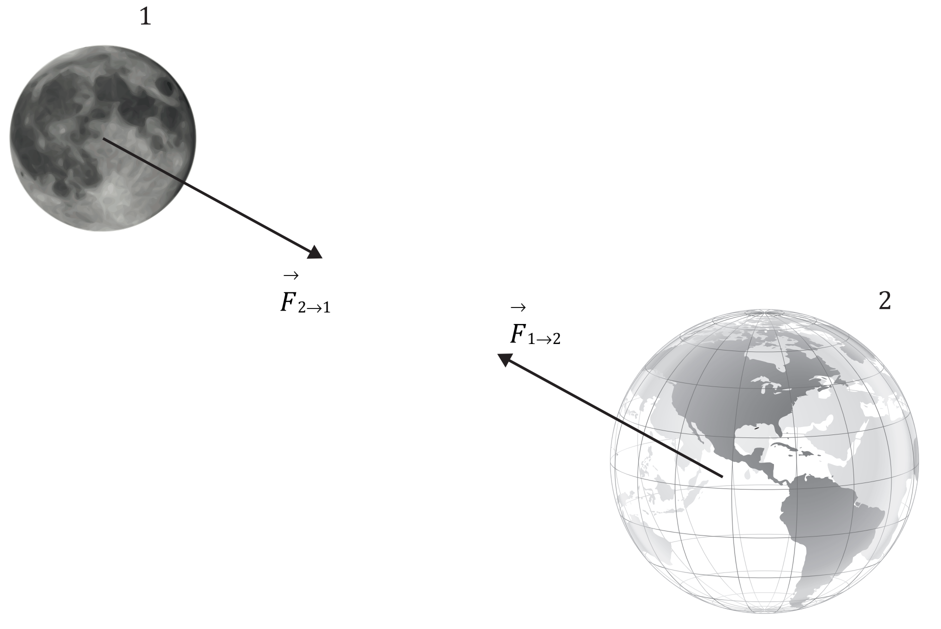
Para que surja una fuerza necesariamente deben interactuar dos cuerpos. Por ejemplo, como se observa en la figura 9.8, el planeta Tierra ejerce una fuerza sobre su satélite, la Luna, es decir ejerce una fuerza llamada de «**acción**», pero a la vez el satélite también ejerce una fuerza sobre la Tierra, es decir ejerce una fuerza llamada «**reacción**». Este principio es enunciado a través de la tercera ley de Newton:

«Si un cuerpo actúa sobre otro, el segundo actúa sobre el primero con una fuerza igual en módulo, pero en dirección opuesta».

Estas fuerzas son denominadas *acción* y *reacción*. De esta forma, la tercera ley de Newton afirma que para toda fuerza de acción existe otra igual y opuesta llamada «reacción».

$$\vec{F}_{1\to 2} = -\vec{F}_{2\to 1}$$

Figura 9.8. La fuerza de la Tierra sobre la Luna ($\vec{F}_{2\to1}$) y la de la Luna sobre la Tierra ($\vec{F}_{1\to2}$) son pares de acción y reacción



Características de las fuerzas de acción y reacción

- Las fuerzas siempre se presentan por pares.
- A cualquiera de las dos fuerzas se le puede llamar acción o reacción.
- El par acción-reacción aparece y desaparece simultáneamente.
- El par acción-reacción no actúa en el mismo cuerpo, sino en cuerpos distintos.
- El par acción-reacción no pueden equilibrarse entre sí.
- El par acción-reacción puede ser de contacto o a distancia.

9.4. Diagrama de cuerpo libre

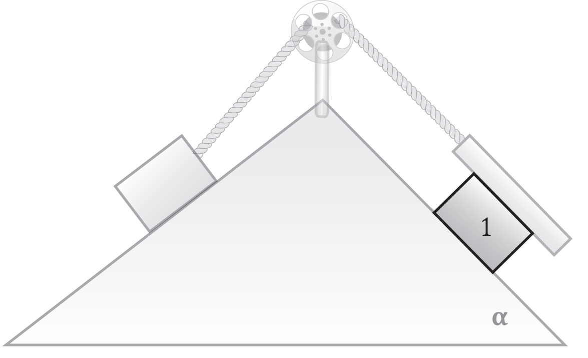
Cuando se quiere representar las fuerzas que se ejercen sobre un cuerpo de un sistema físico por parte de su entorno y de otros cuerpos que componen dicho sistema, es necesario identificar las fuerzas de acción que actúan sobre el cuerpo; es decir construir el diagrama de cuerpo libre de dicho cuerpo (DCL).

Si consideramos que, de acuerdo con la tercera ley de Newton, las fuerzas aparecen en pares y actúan sobre cada uno de los cuerpos que interaccionan, en el DCL de un cuerpo se graficarán solo las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en estudio; es decir las fuerzas de acción. Por tal motivo, la manera práctica de saber el número de fuerzas presentes en un DCL es preguntándose por el número de interacciones que existe entre el cuerpo en estudio y su entorno.

Ejemplo 9.2

¿Cuál es el DCL del bloque 1 mostrado en la figura 9.9?

Figura 9.9. Gráfico del ejemplo 9.2

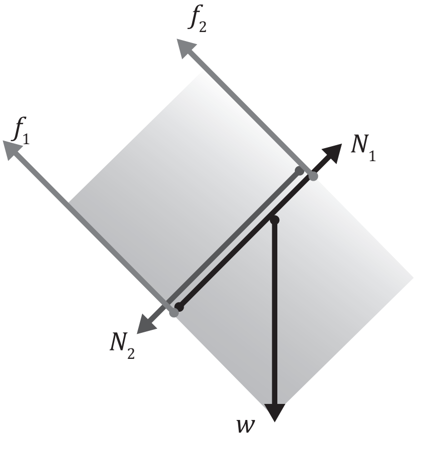


Solución

Para construir el DCL del bloque 1 se debe responder a la siguiente pregunta:
¿Con qué cuerpos interactúa el bloque 1?

a. Con la Tierra (peso) (w).
b. Con la superficie del plano inclinado (normal) (N_1).
c. Con la superficie del bloque que se encuentra sobre él (normal) (N_2).
d. Con la superficie cuando tiende a resbalar (fricción). f_1; f_2
Por tanto, el DCL tiene cinco fuerzas: peso, dos normales, dos fricciones.

Figura 9.10. Diagrama de cuerpo libre del bloque 1



La respuesta a la pregunta anterior se puede resumir en la tabla 9.1 que se muestra a continuación:

Tabla 9.1. Fuerzas y cuerpos que interactúan para que surja cada una de ellas

Fuerza	Cuerpos que interactúan para que surja cada fuerza
Peso	Bloque 1-Tierra
Normal 1	Bloque 1-superficie del plano inclinado
Normal 2	Bloque 1–Bloque 2
Fricción 1	Bloque 1-superficie del plano inclinado
Fricción 2	Bloque 1–Bloque 2

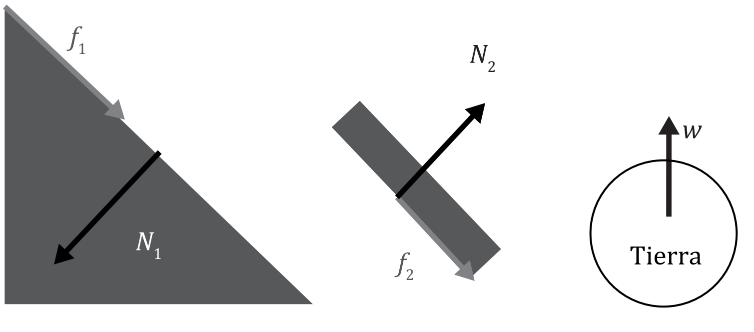
Ejemplo 9.3

Dibuje e indique cuatro pares de fuerzas de acción-reacción para el cuerpo 1 mostrado en la figura 9.9.

Solución

Al revisar la tabla 9.1, puede conocerse los cuerpos con los que interactúa el bloque 1 (Tierra, bloque 2, plano inclinado). Además, tomando en cuenta que las fuerzas de acción están graficadas en el DCL del bloque 1, a continuación, en la figura 9.10a se presentan las fuerzas de reacción de cada una de las fuerzas de acción del bloque 1 del ejemplo 9.2.

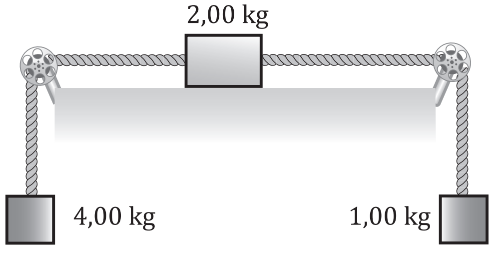
Figura 9.10a. Fuerzas de reacción de cada una de las fuerzas de acción del bloque 1 del ejemplo 9.2



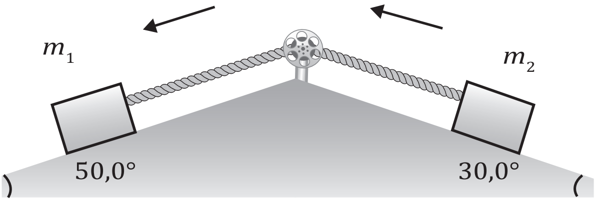
Preguntas y problemas

1. Dibuje el DCL de los cuerpos mostrados en la figura. Los DCL deben ser dibujados para cada cuerpo por separado.

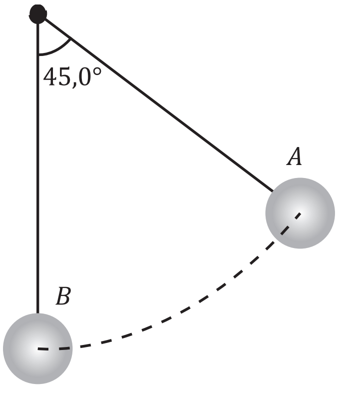
   1.1. Sistema 1. El sistema está en equilibrio y hay fricción entre las superficies en contacto.



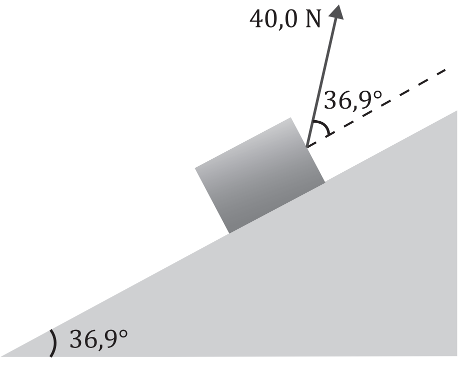
   1.2. Sistema 2. El sistema se desliza hacia la izquierda.



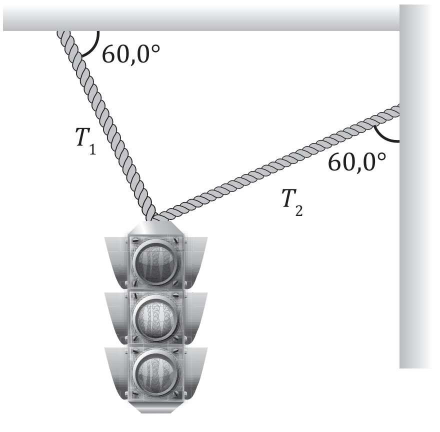
   1.3. Sistema 3. Realice el DCL de la esfera en las dos posiciones mostradas en la siguiente figura.



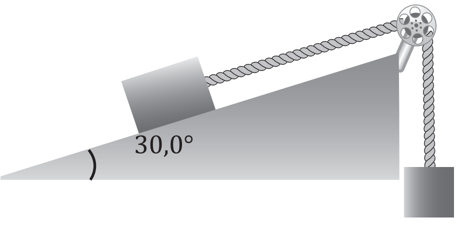
1.4. Sistema 4. El bloque se desliza cuesta arriba y hay fricción.



1.5. Sistema 5. Semáforo colgado de dos cables.

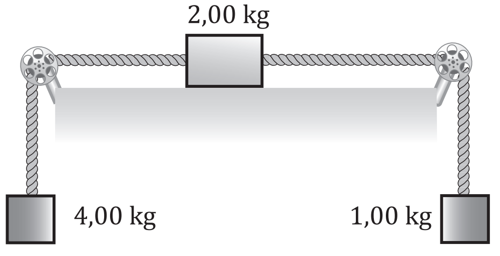


1.6. Sistema 6. Dos bloques que se mueven por un plano inclinado de superficie rugosa. El bloque sobre el plano inclinado se desliza cuesta arriba.



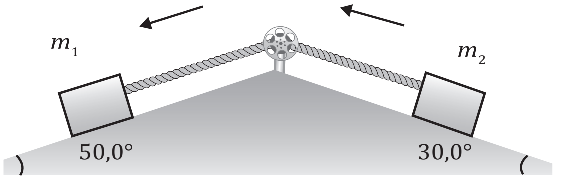
2. Responda con qué cuerpos interactúa el cuerpo indicado de cada sistema, para que surja cada una de las fuerzas de su DCL. Dé su respuesta completando la siguiente tabla:

2.1. Sistema 1. Bloque de 2,00 kg



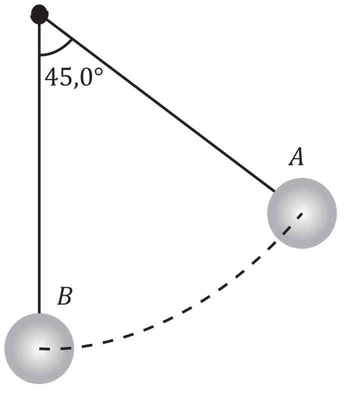
Fuerza	Cuerpos que interactúan para que surja cada fuerza

2.2. Sistema 2. Bloque m_1



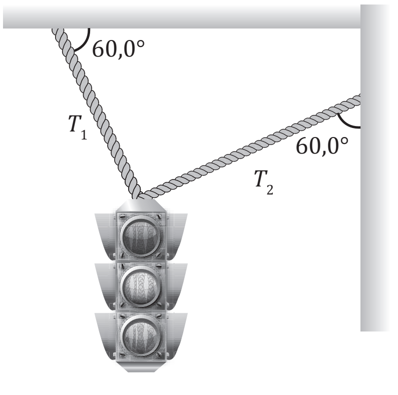
Fuerza	Cuerpos que interactúan para que surja cada fuerza

2.3. Sistema 3. Esfera colgando



Fuerza	Cuerpos que interactúan para que surja cada fuerza

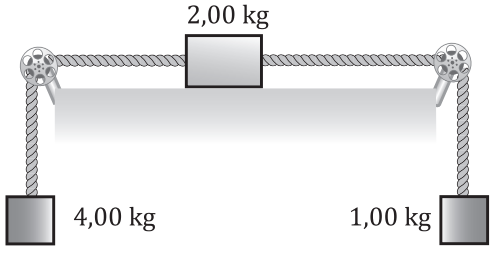
2.4. Sistema 4. Semáforo colgado



Fuerza	Cuerpos que interactúan para que surja cada fuerza

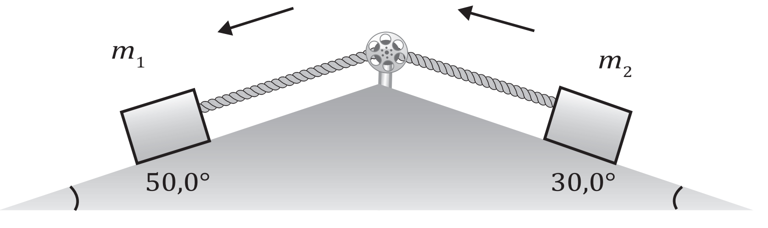
3. Grafique el par de fuerzas de acción y reacción para cada cuerpo señalado en cada sistema:

3.1. Sistema 1. Bloque de 2,00 kg



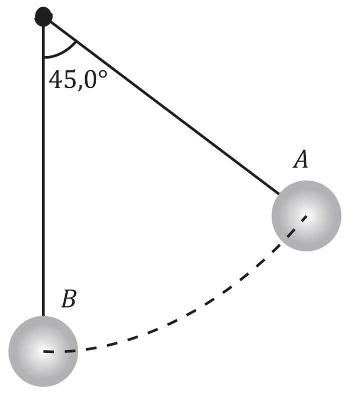
Fuerza	Gráfica de la fuerza de acción	Gráfica de la fuerza de reacción

3.2. Sistema 2. Bloque m_1



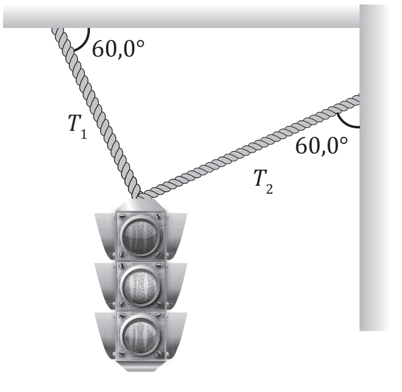
Fuerza	Gráfica de la fuerza de acción	Gráfica de la fuerza de reacción

3.3. Sistema 3. Esfera colgando



Fuerza	Gráfica de la fuerza de acción	Gráfica de la fuerza de reacción

3.4. Sistema 4. Semáforo colgado



Fuerza	Gráfica de la fuerza de acción	Gráfica de la fuerza de reacción

4. Establezca la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones. Justifique sus respuestas.

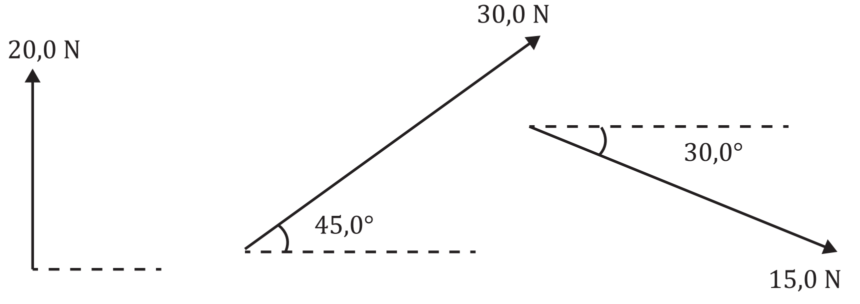
a. ( ) La normal es una fuerza a distancia.
b. ( ) El peso y la normal son fuerzas de acción y reacción.
c. ( ) La tercera ley de Newton es válida solo para fuerzas de contacto.
d. ( ) Una fuerza surge solo cuando dos cuerpos interactúan.
e. ( ) La tensión es una fuerza que aparece en el interior de una cuerda y es una fuerza de contacto.

5. Halle la fuerza resultante del siguiente conjunto de vectores y determine su módulo y dirección:

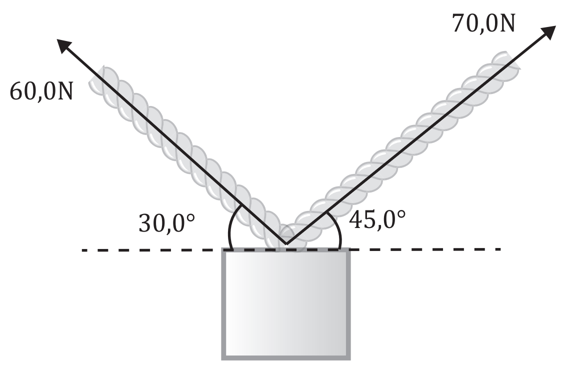
$\vec{F}_1 = 3{,}00\,\text{N}\,\hat{i} + 2{,}00\,\text{N}\,\hat{j}$

$\vec{F}_2 = -2{,}00\,\text{N}\,\hat{i} - 4{,}00\,\text{N}\,\hat{j}$

6. Calcule la fuerza resultante del conjunto de vectores mostrados a continuación.



7. Halle la fuerza resultante del conjunto de vectores mostrados.



8. Calcule las componentes de una tercera fuerza que haga que la fuerza resultante sea nula en el siguiente conjunto de vectores.

$\vec{F}_1 = -2{,}00\,\text{N}\,\hat{i} + 5{,}00\,\text{N}\,\hat{j}$

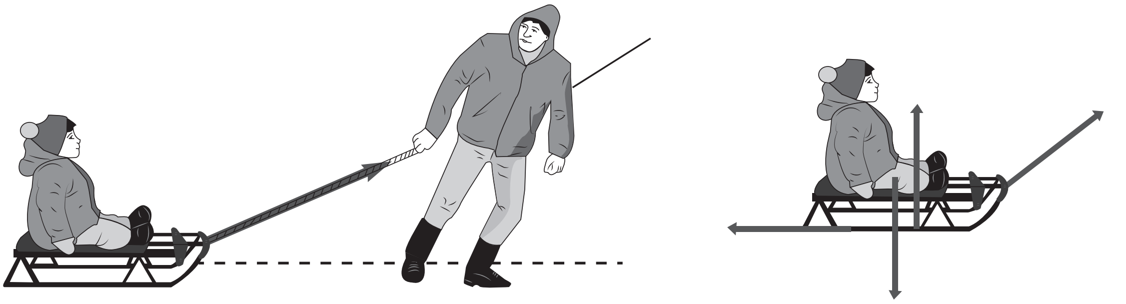
$\vec{F}_2 = -6{,}00\,\text{N}\,\hat{i} + 3{,}00\,\text{N}\,\hat{j}$

9. Calcule el módulo y la dirección de la fuerza resultante del siguiente conjunto de vectores.

$\vec{F}_1 = -10{,}00\,\mathrm{N}\,\hat{\imath} + 4{,}00\,\mathrm{N}\,\hat{\jmath}$

$\vec{F}_2 = +6{,}00\,\mathrm{N}\,\hat{\imath} + 3{,}00\,\mathrm{N}\,\hat{\jmath}$

10. A continuación, se muestra a un hombre jalando un trineo, en el cual está colocado un pequeño niño, sobre una superficie rugosa, y también el DCL de las fuerzas que intervienen en el sistema formado trineo-niño. Responda las siguientes preguntas:



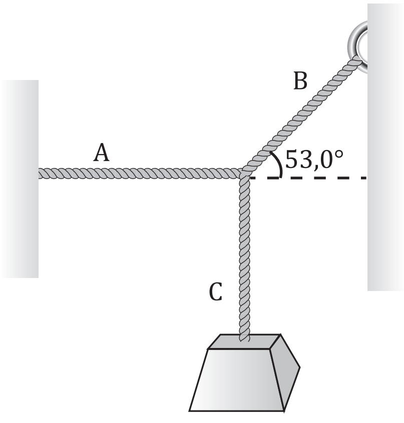
a. Escriba los nombres de las fuerzas en el DCL del sistema trineo-niño.
b. ¿El peso del sistema y la normal son fuerzas de acción y reacción? Justifique su respuesta.
c. Si el sistema formado trineo-niño se desplaza con velocidad constante, ¿se puede afirmar que la fuerza resultante sobre el sistema es diferente de cero? Justifique su respuesta.

Ejercicios de autoevaluación

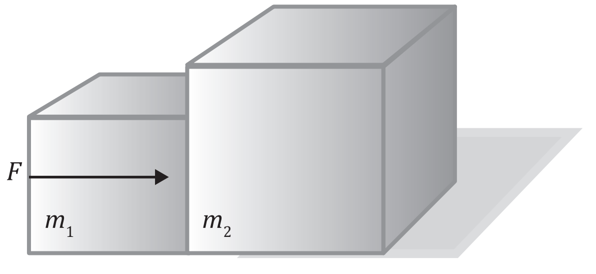
1. Dibuje el DCL de los cuerpos mostrados en la figura. Los DCL deben ser dibujados para cada cuerpo por separado.

   1.1. Sistema 1. Esquiador que se desliza cuesta abajo por una montaña. Considere la fricción.

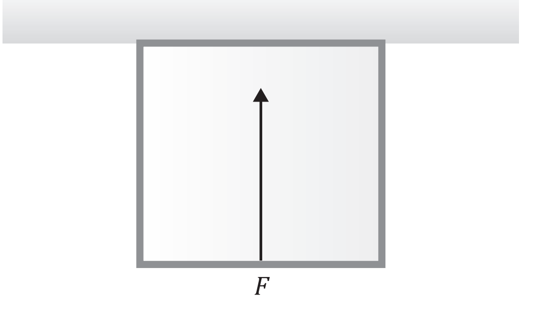
1.2. Sistema 2. Bloque suspendido por cuerdas (haga también el DCL del nudo).



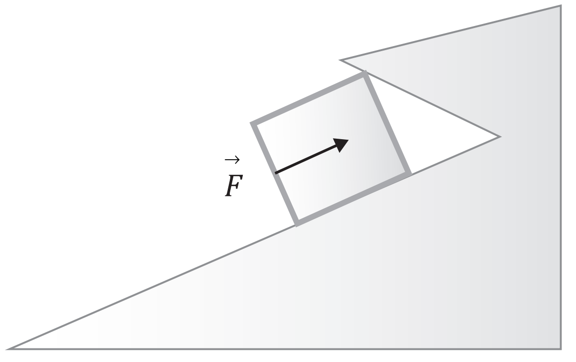
1.3. Sistema 3. Dos bloques empujados por una fuerza exterior.



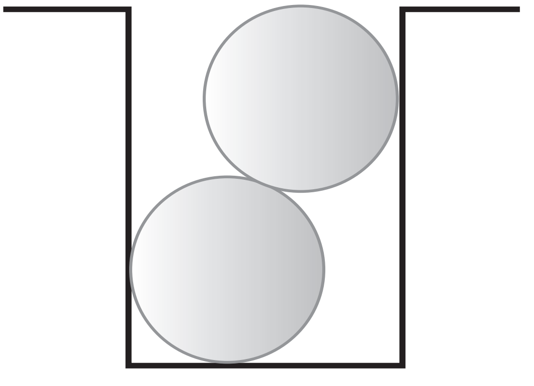
1.4. Sistema 4. Un bloque de masa *m* empujado hacia el techo por una fuerza F.



1.5. Sistema 5. Un bloque empujado contra la barrera, en un plano inclinado de superficie rugosa.



1.6. Sistema 6. Dos esferas de masa *m* idénticas, apiladas dentro de un recipiente cilíndrico.

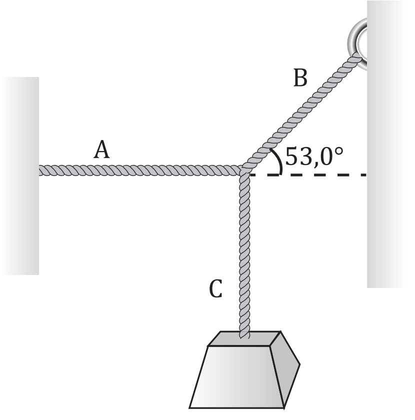


2. Responda con qué cuerpos interactúa el cuerpo indicado de cada sistema, para que surja cada una de las fuerzas de su DCL. Dé su respuesta completando la siguiente tabla:

2.1. Sistema 1. Esquiador que se desliza cuesta abajo por una montaña. Considere la fricción.

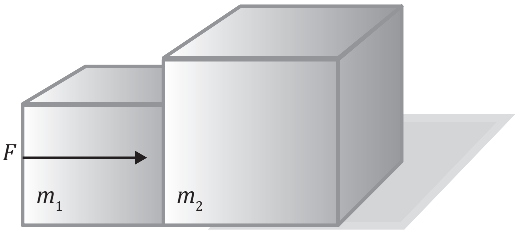
Fuerza	Cuerpos que interactúan para que surja cada fuerza

2.2. Sistema 2. Bloque suspendido por cuerdas



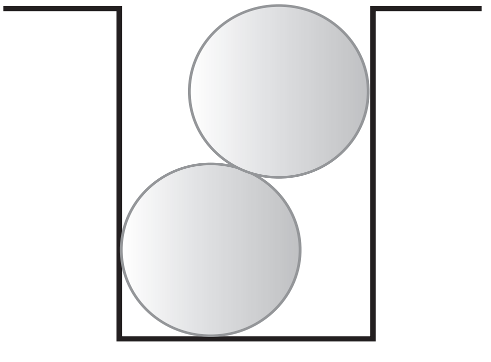
Fuerza	Cuerpos que interactúan para que surja cada fuerza

2.3. Sistema 3. Bloque m_1 en superficie rugosa



Fuerza	Cuerpos que interactúan para que surja cada fuerza

2.4. Sistema 4. Esfera inferior



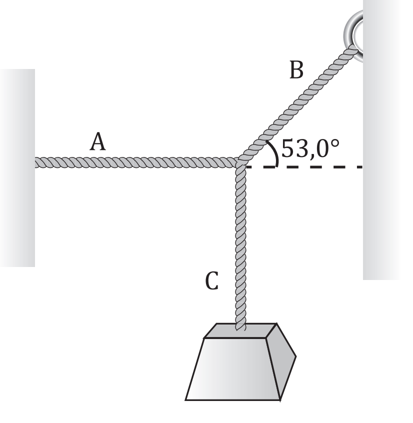
Fuerza	Cuerpos que interactúan para que surja cada fuerza

3. Grafique el par de fuerzas de acción y reacción para cada cuerpo señalado en cada sistema:

3.1. Sistema 1. Esquiador que se desliza por una montaña rugosa.

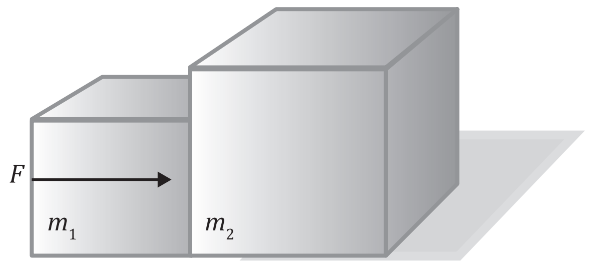
Fuerza	Gráfica de la fuerza de acción	Gráfica de la fuerza de reacción

3.2. Sistema 2. Bloque suspendido por cuerdas



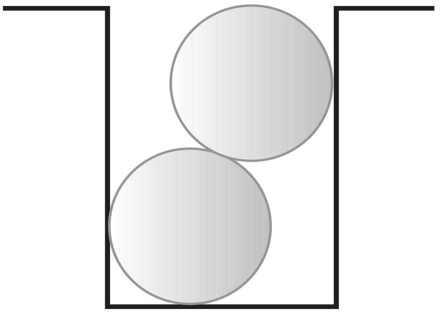
Fuerza	Gráfica de la fuerza de acción	Gráfica de la fuerza de reacción

3.3. Sistema 3. Bloque m_1 en superficie rugosa



Fuerza	Gráfica de la fuerza de acción	Gráfica de la fuerza de reacción

3.4. Sistema 4. Esfera inferior



Fuerza	Gráfica de la fuerza de acción	Gráfica de la fuerza de reacción

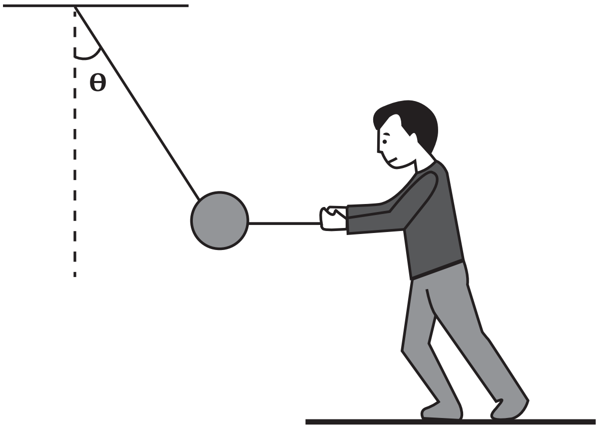
4. Establezca la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

a. ( ) El módulo de la normal siempre es igual al módulo del peso.
b. ( ) La fuerza de rozamiento siempre es paralela a las superficies de contacto.
c. ( ) La componente del peso paralela a un plano inclinado que forma un ángulo θ con la horizontal tiene módulo igual a mg senθ.
d. ( ) Las fuerzas de acción y reacción no se anulan entre sí.

5. Halle la fuerza resultante del siguiente conjunto de vectores y determine su módulo y dirección.

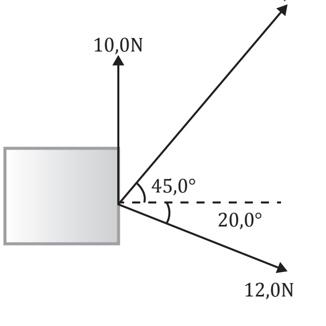
$$\vec{F}_1 = -5{,}00\,\text{N}\,\hat{\imath} + 2{,}00\,\text{N}\,\hat{\jmath}$$
$$\vec{F}_2 = -2{,}00\,\text{N}\,\hat{\imath} - 6{,}00\,\text{N}\,\hat{\jmath}$$

6. Realice el DCL de la esfera. Además, identifique qué tipos de fuerza actúan en la esfera.



Fuerza	**Tipo de fuerza**

7. Calcule la fuerza resultante del conjunto de vectores mostrados en la siguiente figura.



8. Calcule las componentes de una tercera fuerza que haga que la fuerza resultante sea nula en el siguiente conjunto de vectores.

$$\vec{F}_1 = +4{,}00\,\text{N}\,\hat{\imath} - 9{,}00\,\text{N}\,\hat{\jmath}$$
$$\vec{F}_2 = -3{,}00\,\text{N}\,\hat{\imath} + 7{,}00\,\text{N}\,\hat{\jmath}$$

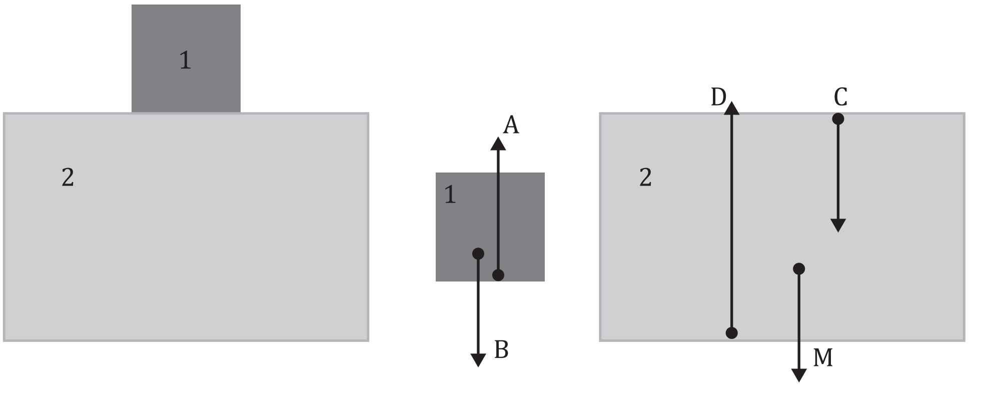
9. Calcule el módulo y la dirección de la fuerza resultante del siguiente conjunto de vectores. Construya la gráfica de la fuerza resultante.

$$\vec{F}_1 : 120{,}0\,\text{N}; 30{,}0°$$
$$\vec{F}_2 : 160{,}0\,\text{N}; 150{,}0°$$

10. Calcule el módulo y la dirección de la fuerza resultante del siguiente conjunto de vectores. Construya la gráfica de la fuerza resultante.

$$\vec{F}_1 : 50{,}0\,\text{N}; -45{,}0°$$
$$\vec{F}_2 : 80{,}0\,\text{N}; 220{,}0°$$

11. Un alumno estudia el sistema compuesto por dos bloques 1 y 2. Para determinar las fuerzas que actúan sobre cada bloque el alumno construye el DCL de cada uno de ellos. Sobre la base de los DCL que se muestran, verifique la veracidad (V) o falsedad (F) de las proposiciones mostradas. Justifique su respuesta.



a. La fuerza A es la reacción de la fuerza B.
b. La fuerza C es la reacción de la fuerza A.
c. La fuerza D es la fuerza del piso sobre el bloque 2.
d. La fuerza A es la fuerza del bloque 2 sobre el bloque 1.
e. El módulo de la fuerza A es igual al módulo de la fuerza C.

Capítulo 10. Equilibrio de partículas

Aplica la primera ley de Newton en sistemas en equilibrio para el cálculo de fuerzas

10.1. Primera ley de Newton

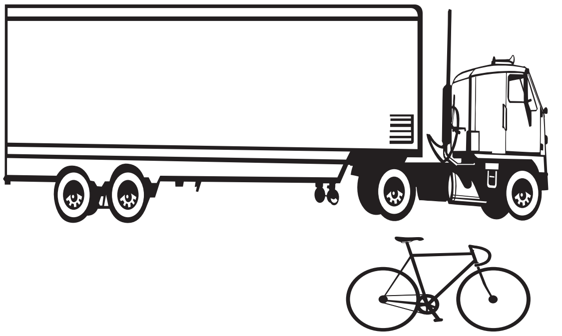
La primera ley de Newton estudia las condiciones para que un cuerpo se encuentre en estado de equilibrio. Señala que «todo cuerpo en reposo permanece en reposo y todo cuerpo en movimiento continúa moviéndose con velocidad constante, a menos que sobre él actúe una fuerza externa neta diferente de cero».

10.1.1. Inercia

Es la propiedad de los cuerpos que consiste en la tendencia que estos presentan de mantener su estado, de movimiento rectilíneo uniforme o de reposo, mientras no exista una fuerza neta diferente de cero que lo saque de dicho estado. O dicho de otra forma, es la resistencia que presentan al cambio de su estado de movimiento.

La medida de la inercia es la masa. Mientras mayor sea la masa, mayor será la oposición al cambio en el estado de movimiento. Por ejemplo, como se observa en la figura 10.1 por tener menor inercia, es más fácil comenzar a mover una bicicleta que un camión aplicando la misma fuerza.

Figura 10.1. Inercia de los cuerpos: a mayor masa, mayor inercia



Algunos ejemplos de inercia:

a. Un objeto en reposo continúa en reposo a menos que sobre él actúe una fuerza que lo haga salir de ese estado. Por ejemplo, si el mantel se retira bruscamente la jarra colocada sobre la mesa permanecerá en su estado inicial de reposo (ver figura 10.1a).

Figura 10.1a. Se retira bruscamente el mantel y la jarra permanece en su estado inicial de reposo

b. Cuando vamos en el ómnibus y este frena bruscamente, entonces nuestro cuerpo tiende a irse hacia adelante porque quiere conservar el estado de movimiento en el que se encontraba.

Masa y peso

La masa (m) de un cuerpo refleja sus propiedades inerciales y no cambia sea cual sea el lugar en que se encuentre. Su unidad de medida es el kilogramo. Mientras más grande sea la masa de un cuerpo, más se resistirá a cambiar de estado de movimiento, por ello se dice que la masa es la «medida de la inercia de un cuerpo».

Por otro lado, el peso ($\vec{w}$) es la fuerza con que un cuerpo es atraído por la fuerza de la gravedad terrestre, por lo que es una magnitud que depende de la masa, pero también del valor de la aceleración de la gravedad ($\vec{g}$). La relación existente entre ambas magnitudes es la siguiente:

$$\vec{w} = m\vec{g}$$

10.2. Equilibrio

Si sobre un cuerpo no actúan fuerzas, o actúan varias fuerzas cuya resultante es cero, se dice que el cuerpo está en equilibrio. El estado de equilibrio se manifiesta cuando el cuerpo se encuentra en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme.

Matemáticamente, para un cuerpo que está en equilibrio se cumple la primera condición de equilibrio:

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

Para fuerzas en el plano, donde estas tienen dos componentes, la primera condición de equilibrio, por ser una ecuación vectorial, se transforma en dos ecuaciones vectoriales para las componentes de cada uno de los ejes.

$$\sum \vec{F}_x = \vec{0}\ ;\ \sum \vec{F}_y = \vec{0}$$

Estas ecuaciones son la consecuencia directa de la primera ley de Newton, debido a que en la misma se establece que si no hay fuerzas o si estas se anulan el cuerpo está en reposo o se mueve con velocidad constante; esto es, sin aceleración.

En la figura 10.2 se muestra un aerodeslizador. Este vehículo cancela el peso del vehículo por la acción de una fuerza producida por un colchón de aire que produce la misma nave; así el vehículo, que se encuentra en equilibrio, se mueve sobre el agua con mayor facilidad.

Figura 10.2. Si el aerodeslizador se mueve con velocidad constante está en equilibrio

Para poder aplicar la primera condición de equilibrio en la resolución de problemas físicos es indispensable graficar todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en estudio, es decir es necesario construir un diagrama de cuerpo libre (DCL).

Sugerencias para resolver problemas de primera ley de Newton

Para que el estudiante comience a resolver ejercicios y problemas que corresponden a la primera ley de Newton lo primero que debe buscar es una palabra clave que identifique esta ley.

Las palabras claves que refieren la primera ley de Newton son, por ejemplo, las que se muestran en la tabla 10.1.

Tabla 10.1. Algunas palabras claves para el uso de la primera ley de Newton

Palabras claves
Equilibrio
Reposo
MRU
Velocidad constante
Rapidez constante
Cuerpo suspendido
Objeto colgando

Luego de ello se debe seguir los siguientes pasos:

1. Construir el DCL del cuerpo en estudio. Si un sistema está formado por varios cuerpos, se debe realizar el DCL de cada uno de ellos por separado.
2. Si se tiene fuerzas inclinadas, es necesario descomponer cada fuerza y recordar qué función trigonométrica (seno o coseno) se debe tener en cuenta para expresar cada componente de cada fuerza inclinada.
3. Escribir la primera condición de equilibrio para las componentes de las fuerzas en cada eje de coordenadas.
4. Resolver el sistema de ecuaciones en términos de las fuerzas que se desean conocer.
5. Es recomendable hacer la sustitución de valores numéricos solo después de haber resuelto las ecuaciones de manera algebraica.
6. Después de haber terminado los cálculos, verificar si la respuesta es coherente y lógica.
7. Redondear la respuesta final con el número de cifras significativas adecuado para los datos del problema.

Ejemplo 10.1

Si las fuerzas que actúan sobre un cuerpo son $\vec{F}_1 = 2{,}00\,\mathrm{N}\,\hat{\imath} + 3{,}00\,\mathrm{N}\,\hat{\jmath}$, $\vec{F}_2 = -2{,}00\,\mathrm{N}\,\hat{\imath} + 2{,}00\,\mathrm{N}\,\hat{\jmath}$ y $\vec{F}_3 = 5{,}00\,\mathrm{N}\,\hat{\imath} - 6{,}00\,\mathrm{N}\,\hat{\jmath}$, calcule la fuerza $\vec{F}_4$ que es necesario aplicar a dicho cuerpo para que se encuentre en equilibrio.

Solución

La palabra clave es equilibrio, por tanto se cumple la primera condición de equilibrio y por ende la primera ley de Newton. Para calcular la fuerza $\vec{F}_4$ debe sumarse las componentes horizontales de las fuerzas $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ y esta suma debe ser igual a cero, es decir $\sum \vec{F}_x = \vec{0}$ y sumar las componentes verticales de dichas fuerzas e igualarla a cero, es decir $\sum \vec{F}_y = \vec{0}$

$\vec{F}_1 = 2{,}00\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{i}} + 3{,}00\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{j}}$

$\vec{F}_2 = -2{,}00\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{i}} + 2{,}00\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{j}}$

$\vec{F}_3 = 5{,}00\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{i}} - 6{,}00\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{j}}$

$\underline{\vec{F}_4 = F_{4x}\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{i}} + F_{4y}\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{j}}}$

$\vec{F}_R = 0{,}00\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{i}} + 0{,}00\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{j}}$

Como se señala, la suma de las componentes horizontales debe ser igual a cero:

$\vec{F}_{R_x} = 2{,}00\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{i}} - 2{,}00\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{i}} + 5{,}00\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{i}} + F_{4x}\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{i}} = 0\,\hat{\mathrm{i}}$

$F_{4x} = -5{,}00\,\mathrm{N}$

Igualmente, la suma de las componentes verticales debe ser igual a cero,

$\vec{F}_{R_y} = 3{,}00\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{j}} + 2{,}00\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{j}} - 6{,}00\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{j}} + F_{4y}\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{j}} = 0\,\hat{\mathrm{j}}$

$F_{4y} = 1{,}00\,\mathrm{N}$

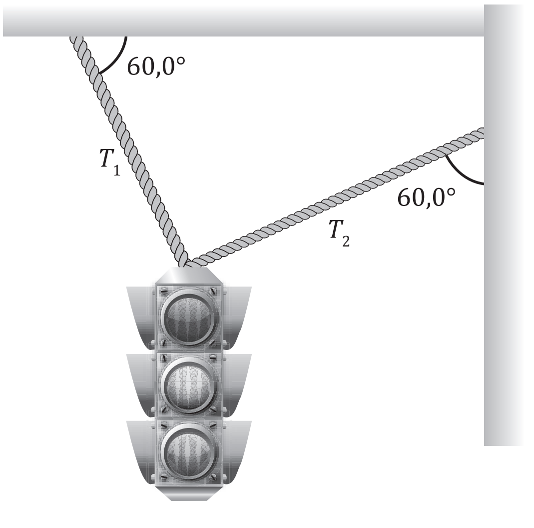
Por lo tanto, la fuerza pedida es la siguiente:

$\vec{F}_4 = -5{,}00\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{i}} + 1{,}00\,\mathrm{N}\,\hat{\mathrm{j}}$

Ejemplo 10.2

Un semáforo está colgado de un soporte, tal como se muestra en la figura 10.3. ¿La tensión del cable más vertical es mayor o menor que la del otro cable?

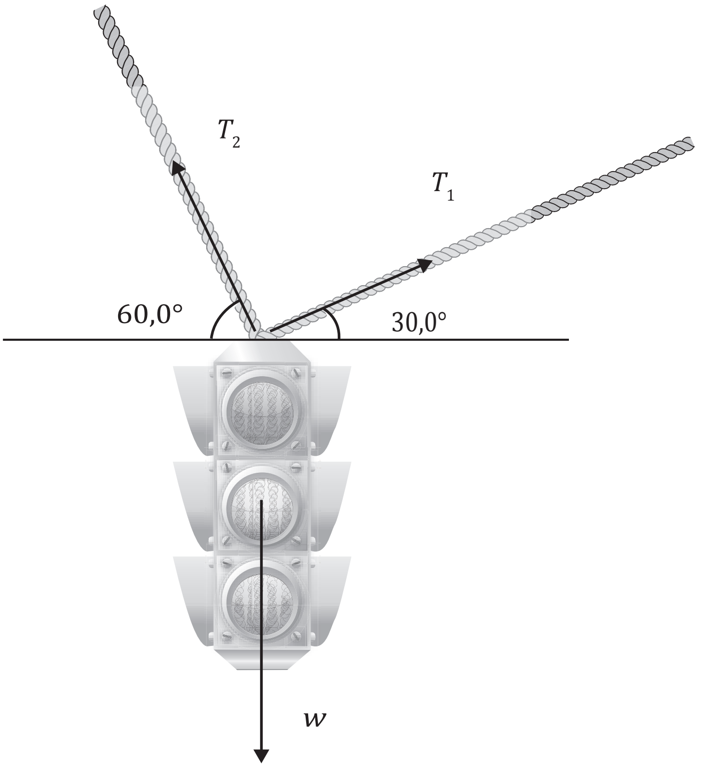
Figura 10.3. Semáforo suspendido



Solución

Después de reconocer la palabra clave que permite usar la primera ley de Newton, «colgado», se aísla el semáforo y se construye el DCL correspondiente, tal como se muestra en la figura 10.4.

Figura 10.4. DCL del semáforo del ejemplo 10.2



Se descomponen las fuerzas de tensión inclinadas y se escribe la primera condición de equilibrio en el eje *x*:

$$\sum \vec{F}_x = \vec{0}$$

$$T_1 \cos 30{,}0° \hat{\imath} + T_2 \cos 60{,}0° \left(-\hat{\imath}\right) = 0\,\hat{\imath}$$

$$T_1 \cos 30{,}0° - T_2 \cos 60{,}0° = 0$$

$$T_2 = T_1 \frac{\cos 30{,}0°}{\cos 60{,}0°}$$

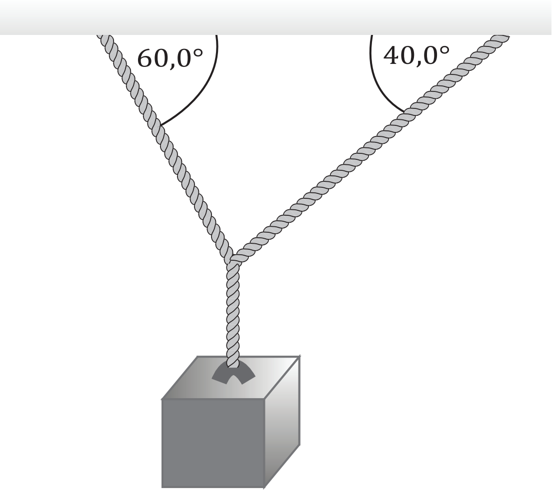
$$T_2 = 1{,}73\, T_1$$

Analizando el resultado, se concluye que la tensión T_2 es mayor que la tensión T_1.

Ejemplo 10.3

El bloque de 10,0 kg de masa está suspendido, como se muestra en la figura 10.5. Calcule la tensión en cada una de las cuerdas.

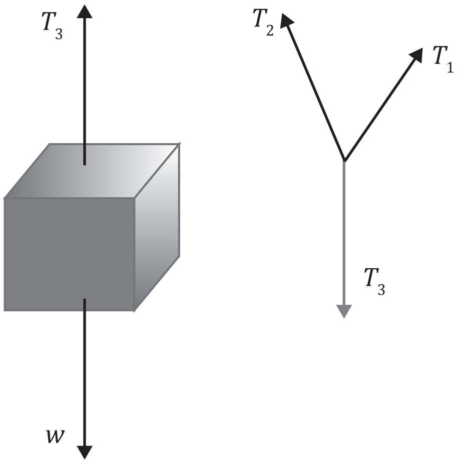
Figura 10.5. Bloque suspendido por cuerdas



Solución

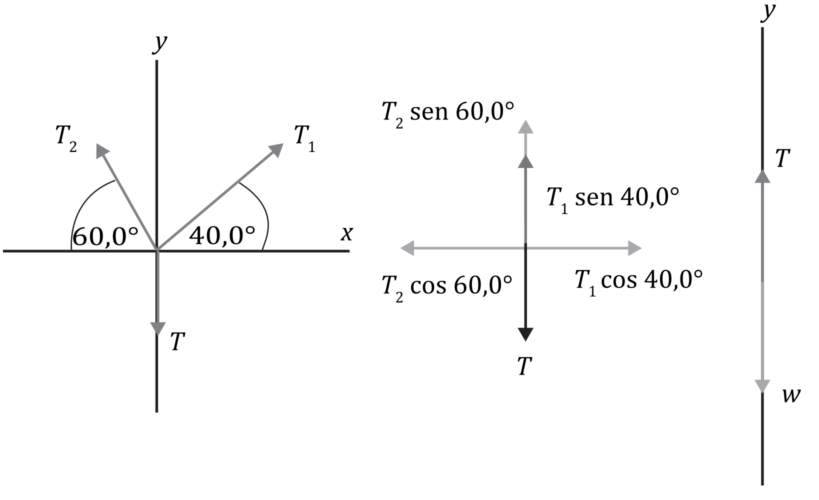
Después de reconocer la palabra clave «bloque suspendido», se aísla el bloque y se construye el DCL del bloque y el DCL del nudo, como se muestra en la figura 10.6.

Figura 10.6. DCL del bloque y el nudo



En este ejemplo es fundamental reconocer la importancia del cuerpo llamado «nudo». Se descomponen las fuerzas de tensión inclinadas T_1 y T_2, mostradas en la figura 10.6a.

Figura 10.6a. Componentes de las fuerzas en el nudo y en el bloque del ejemplo 10.3



Se aplica la primera condición de equilibrio para las componentes *x* e *y*.
Para el eje *x*:

$$\sum \vec{F}_x = \vec{0}$$

$$T_1 \cos 40{,}0^\circ \hat{\imath} = T_2 \cos 60{,}0^\circ \hat{\imath}$$

$$T_1 \cos 40{,}0^\circ = T_2 \cos 60{,}0^\circ \quad (1)$$

Para el eje *y*:

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0}$$

$$T_1 \operatorname{sen} 40{,}0^\circ \hat{\jmath} + T_2 \operatorname{sen} 60{,}0^\circ \hat{\jmath} = T\, \hat{\jmath}$$

$$T_1 \operatorname{sen} 40{,}0^\circ + T_2 \operatorname{sen} 60{,}0^\circ = T \quad (2)$$

En el caso del bloque, las fuerzas están dirigidas a lo largo del eje *y*, por lo que la ecuación de equilibrio correspondiente es:

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0}$$

$$T\, \hat{\jmath} = w\, \hat{\jmath}$$

$T = w$ (3)

Como $w = mg$, se tiene $w = 10{,}0 \times 9{,}81 = 98{,}1$ N, y reemplazando en la expresión (3) se obtiene $T = 98{,}1$ N.

Despejando T_2 en la ecuación (1), se tiene $T_2 = T_1 \dfrac{\cos 40{,}0°}{\cos 60{,}0°}$

Reemplazando este resultado en la ecuación (2), se tiene:

$$T_1 \operatorname{sen} 40{,}0° + T_1 \frac{\cos 40{,}0°}{\cos 60{,}0°} \operatorname{sen} 60{,}0° = 98{,}1\ \mathrm{N}$$

$$T_1 = \frac{98{,}1}{\left(\operatorname{sen} 40{,}0° + \cos 40{,}0° \dfrac{\operatorname{sen} 60{,}0°}{\cos 60{,}0°}\right)} \mathrm{N}$$

Los valores de las tensiones pedidas son los siguientes:

T_1 = 49,8 N

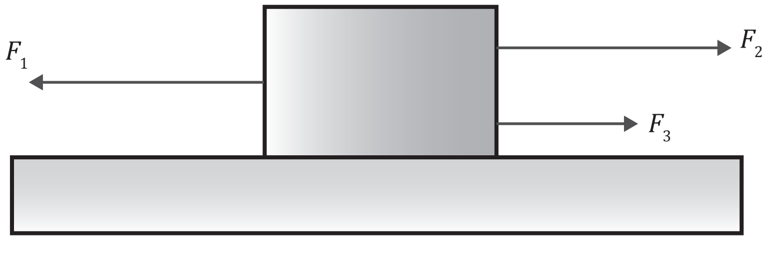
T_2 = 76,3 N

Ejemplo 10.4

Se tiene una caja de 35,0 kg de masa sobre la cual actúan tres fuerzas, como se muestra en la figura 10.7. La mesa es lisa y la caja está en equilibrio. Los módulos de las fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ son 82,0 N y 64,0 N, respectivamente. Determine lo siguiente:

a. El módulo de la fuerza $\vec{F}_3$.
b. El módulo de la fuerza normal que la mesa ejerce sobre el bloque.

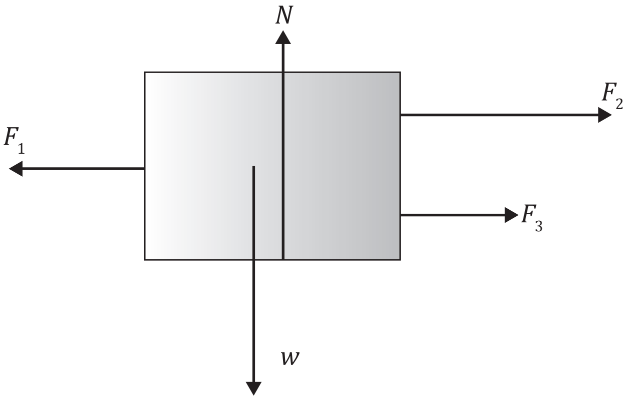
Figura 10.7. Fuerzas actuando sobre una caja del ejemplo 10.4



Solución

Después de reconocer la palabra clave «equilibrio», se aísla el bloque y se construye el DCL correspondiente, como se muestra en la figura 10.7a.

Figura 10.7a. DCL del bloque del ejemplo 10.4



Para calcular el módulo de la fuerza $\vec{F}_3$ se utiliza la primera ley de Newton, ya que esta se cumple cada vez que un objeto está en equilibrio.

Por lo tanto, para el eje *x* se tiene:

$\sum \vec{F}_x = \vec{0}$, lo que significa que $F_2\,\hat{\mathrm{i}} + F_3\,\hat{\mathrm{i}} - F_1\,\hat{\mathrm{i}} = 0\,\hat{i}$

Reemplazando los datos, se tiene:

$$64{,}0\,\hat{\mathrm{i}} + F_3\,\hat{\mathrm{i}} - 82{,}0\,\hat{\mathrm{i}} = 0\,\hat{\mathrm{i}}$$

$$F_3\,\hat{\mathrm{i}} = +18{,}0\,\hat{\mathrm{i}}$$

El módulo de la fuerza $\vec{F}_3$ será igual a F_3=18,0 N

Por lo tanto, para el eje *y* se tiene:

$\sum \vec{F}_y = \vec{0}$, lo que significa que $N\,\hat{\mathrm{j}} - w\,\hat{\mathrm{j}} = 0\,\hat{\mathrm{j}}$

Reemplazando los datos, se tiene:

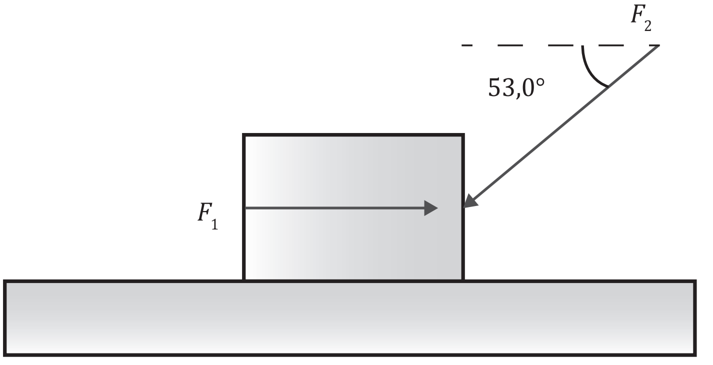
$$N\,\hat{\mathrm{j}} = (35{,}0 \times 9{,}81)\,\hat{\mathrm{j}}$$

El módulo de la fuerza normal que la mesa ejerce sobre la caja es *N* = 343 N.

Ejemplo 10.5

En la figura 10.8 se muestra un bloque de 25,0 kg de masa sobre el cual actúan dos fuerzas, $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$, de módulos iguales a 35,0 N y 45,0 N, respectivamente. Si el bloque se mueve a velocidad constante sobre una superficie rugosa, determine el módulo de la fuerza de fricción y el módulo de la fuerza normal que la mesa ejerce sobre el bloque.

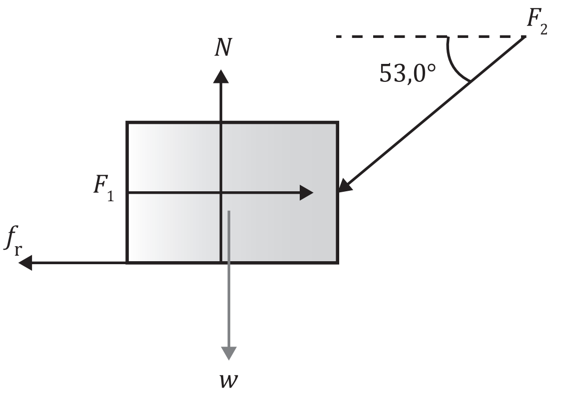
Figura 10.8. Fuerzas actuando sobre objeto del ejemplo 10.5



Solución

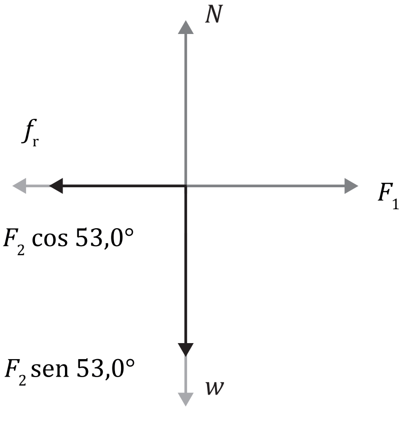
Después de reconocer la palabra clave «velocidad constante», se aísla el objeto y se construye el DCL correspondiente, como se muestra en la figura 10.9.

Figura 10.9. DCL del objeto del ejemplo 10.5



Para calcular el módulo de la fuerza de rozamiento se descompone la fuerza inclinada, como se observa en la figura 10.9a, y se escribe la primera condición de equilibrio para las componentes *x* e *y*, es decir:

Figura 10.9a. Componentes de las fuerzas en el objeto del ejemplo 10.5



$\sum \vec{F}_x = \vec{0}$, lo que significa que $F_1\,\hat{i} - f_r\,\hat{i} - F_2\,cos 53{,}0°\,\hat{i} = 0\,\hat{i}$

Reemplazando los datos, se tiene:

$$35{,}0\,\hat{i} - 27{,}08\,\hat{i} - f_r\,\hat{i} = 0\,\hat{i}$$

$$f_r\,\hat{i} = 7{,}92\,\text{N}\,\hat{i}$$

El módulo será $f_r = 7{,}92\,\text{N}$

Por lo tanto, para el eje y se tiene:

$\sum \vec{F}_y = \vec{0}$, lo que significa que $\text{N}\,\hat{j} - w\,\hat{j} - F_2\,\text{sen} 53{,}0°\,\hat{j} = 0\,\hat{j}$

Reemplazando los datos, se tiene:

$$N\,\hat{j} - (25{,}0 \times 9{,}81)\,\hat{j} - 45{,}0\,\text{sen}\,53{,}0°\,\hat{j} = 0\,\hat{j}$$

$$N\,\hat{j} = 45{,}0\,\text{sen}\,53{,}0°\,\hat{j} + (25{,}0 \times 9{,}81)\,\hat{j}$$

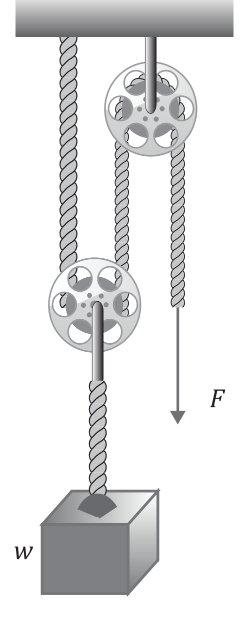
$$N\,\hat{j} = 281\,\text{N}\,\hat{j}$$

El módulo de la fuerza normal que la mesa ejerce sobre el bloque es N = 281 N

Ejemplo 10.6

Si el bloque del sistema mostrado en la figura 10.10 tiene una masa de 12,0 kg, ¿cuál es el valor de la fuerza $\vec{F}$ que debe aplicarse al extremo de la cuerda para que el sistema se encuentre en reposo?

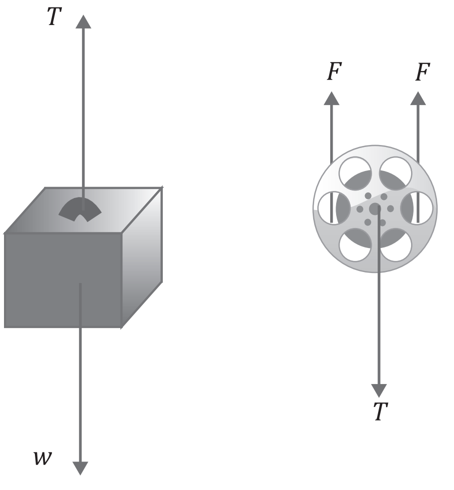
Figura 10.10. Ejemplo 10.6



Solución

Después de reconocer la palabra clave «reposo», se aísla el objeto y la polea inferior y se construyen dos DCL: uno para el bloque unido a la cuerda y otro para la polea, considerando que esta es ingrávida, como se muestra en la figura 10.10a.

Figura 10.10a. DCL del bloque y la polea inferior del ejemplo 10.6



En el caso del bloque, en el eje y se tiene:

$\sum \vec{F}_y = \vec{0}$, lo que significa que $T\,\hat{j} - w\,\hat{j} = 0\,\hat{j}$

Reemplazando los datos, se tiene:

$$T\,\hat{j} = (12{,}0 \times 9{,}81)\,\hat{j}$$

$$T\,\hat{j} = 118\ \mathrm{N}\,\hat{j}$$

El módulo de la tensión de la cuerda que sostiene al bloque es T = 118 N. Este dato servirá para aplicar la primera ley de Newton en la polea que sostiene al bloque. Sin embargo, se debe tomar en cuenta que sobre la polea actúan tres fuerzas: dos de valor F hacia arriba y una de valor T hacia abajo.

En el eje y se tiene:

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0}\text{, lo que significa que } F\,\hat{j} + F\,\hat{j} - T\,\hat{j} = 0\,\hat{j}$$

Reemplazando los datos, se tiene:

$$F\,\hat{j} = \frac{(12{,}0 \times 9{,}81)}{2}\,\hat{j}$$

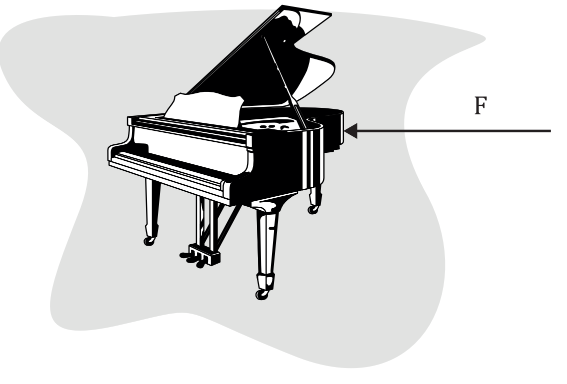
De lo cual se concluye que el valor de la fuerza $\vec{F}$ es F = 58,9 N.

Preguntas y problemas

1. Establezca la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

a. ( ) Si sobre un cuerpo la fuerza resultante es cero, este permanece en reposo o en un movimiento rectilíneo uniforme.
b. ( ) Un objeto se encuentra en equilibrio si está en reposo o en MRU.
c. ( ) Un objeto sobre el que actúa una fuerza puede estar en equilibrio.
d. ( ) La fricción tiene la misma dirección que la velocidad del móvil.

2. Para el sistema que se muestra en la figura 10.11 señale qué fuerzas están actuando sobre el piano si la fuerza aplicada, $\vec{F}$, sobre el piano, consigue moverlo con rapidez constante.



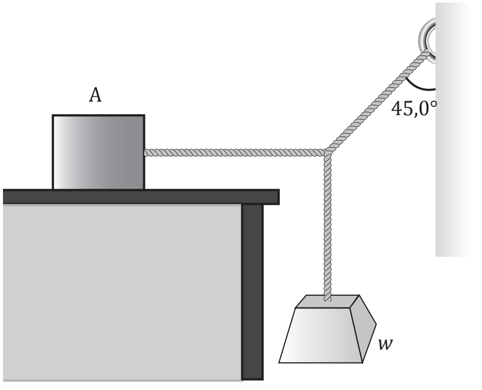
a. Peso, masa, fuerza aplicada por la persona, normal
b. Peso, fricción, fuerza aplicada por la persona, tensión
c. Peso, fricción, normal, tensión
d. Masa, fricción, normal, tensión
e. Peso, fricción, fuerza aplicada, normal

3. Un objeto sobre el que actúan tres fuerzas, se encuentra en equilibrio. Si se conocen dos de las fuerzas, halle la tercera fuerza (en componentes) y grafique las fuerzas en los ejes de coordenadas *x* e *y*.

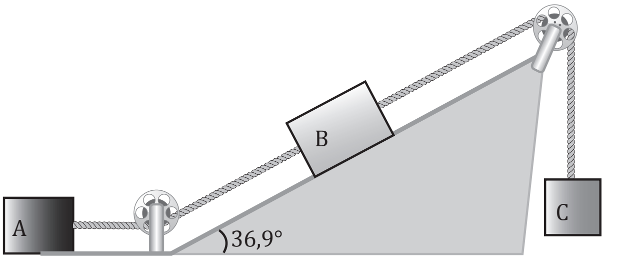
$$\vec{F}_1 = 12{,}0\ \text{N}\ \hat{\text{i}}$$

$$\vec{F}_2 = -30{,}0\text{N}\ \hat{\text{i}} + 50{,}0\ \text{N}\ \hat{\text{j}}$$

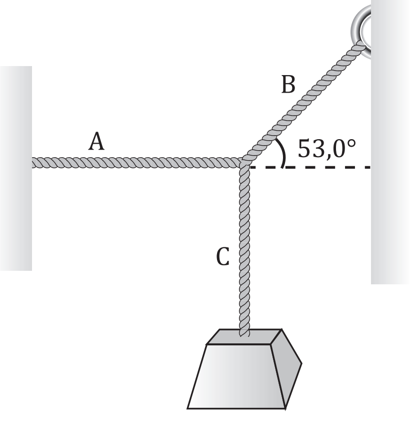
4. Si el sistema que se muestra está en equilibrio, determine el valor de la fuerza de fricción que actúa sobre el bloque A. Se sabe que el bloque *w* tiene 22,0 kg de masa.



5. En el sistema se muestran bloques de masas m_B = 23,0 kg y m_C = 45,0 kg. Además, se sabe que la superficie inclinada es totalmente lisa. ¿Cuál es el módulo de la mínima fuerza de fricción posible que debe actuar sobre el bloque A para que el sistema se encuentre en reposo?



6. En la siguiente figura se muestra un bloque de 5,00 kg de masa que se encuentra en equilibrio y suspendido de las cuerdas A y B. Determine el módulo de la tensión en las cuerdas A, B y C.



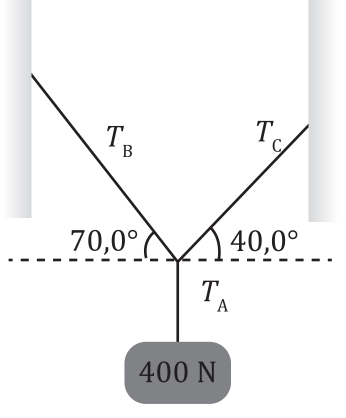
7. Analí empuja un deslizador de 22,0 kg de masa sobre una superficie horizontal con rapidez constante, aplicando una fuerza de módulo igual a 70,0 N cuya dirección forma un ángulo de 30,0° por debajo de la horizontal. Determine la fuerza de fricción.

8. Un baúl de 80,0 N es arrastrado horizontalmente a rapidez constante con ayuda de una cuerda, que forma un ángulo de 30,0° con el piso rugoso. El módulo de la tensión registrada es 50,0 N. Determine el módulo de la fuerza de fricción.

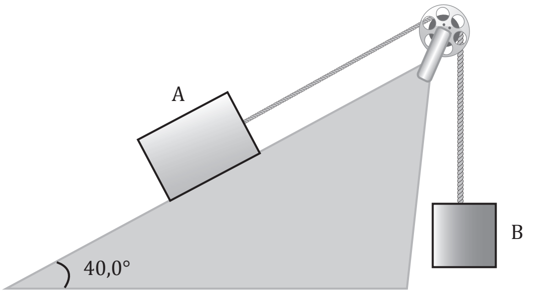
9. Un baúl de 80,0 N es arrastrado horizontalmente a rapidez constante con ayuda de una cuerda, que forma un ángulo de 30,0° con el piso rugoso. El módulo de la tensión registrada es 50,0 N. Determine el módulo de la fuerza de fricción cinética.

10. Un bloque de masa de 6,00 kg se desliza con rapidez constante por una superficie rugosa inclinada 30,0° respecto de la horizontal. Calcule el módulo de la fuerza de fricción cinética.

11. Un bloque de 400 N es sostenido por tres cuerdas, tal como se muestra. Si el sistema se encuentra en equilibrio, determine los módulos de las tensiones T_A, T_B, T_C.



12. A continuación se muestran dos bloques unidos por una cuerda. Las masas de los bloques A y B son 600 kg y 400 kg, respectivamente. Considere la superficie inclinada rugosa y que el sistema se encuentra en equilibrio. Determine el módulo de la tensión de la cuerda y el módulo de la fuerza de fricción.



Actividad

Relación de fuerzas en un sistema en equilibrio

Usando un trozo de madera de pino, por su suavidad, haga una perforación por la que entre el pico de una botella y en un extremo del trozo haga un corte transversal de 45,0°; aproximadamente.

Una vez acabada la pieza, coloque la botella como se muestra. Considerando que la botella y el bloque de madera conforman un solo cuerpo, ¿cuáles son las fuerzas que actúan sobre el sistema bloque de madera-botella? ¿Por qué se dice que el sistema bloque-madera está en equilibrio?

Ejercicios de autoevaluación

1. Un objeto sobre el que actúan cuatro fuerzas se encuentra en equilibrio. Si se conocen tres de las fuerzas, halle la cuarta fuerza (en componentes) y grafique las fuerzas en los ejes de coordenadas *x* e *y*. Además, calcule el módulo y la dirección de dicha fuerza.

   $\vec{F}_1 = 8{,}0\ \text{N}\ \hat{\mathrm{j}}$

   $\vec{F}_2 = -5{,}0\ \text{N}\ \hat{\mathrm{i}} + 5{,}0\ \text{N}\ \hat{\mathrm{j}}$

   $\vec{F}_3 = -5{,}5\ \text{N}\ \hat{\mathrm{i}} - 6{,}9\ \text{N}\ \hat{\mathrm{j}}$

2. Un cuadro de 25,0 N se cuelga de un clavo, de manera que las cuerdas que lo sostienen forman un ángulo de 60,0°. Calcule la tensión en cada cuerda.

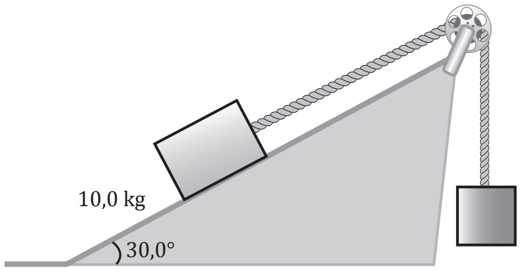
3. Un baúl de 80,0 N es arrastrado horizontalmente a rapidez constante, con ayuda de una cuerda que forma un ángulo de 30,0° con el piso rugoso. El módulo de la tensión registrada es 50,0 N. Deter-

mine el módulo de la fuerza normal.

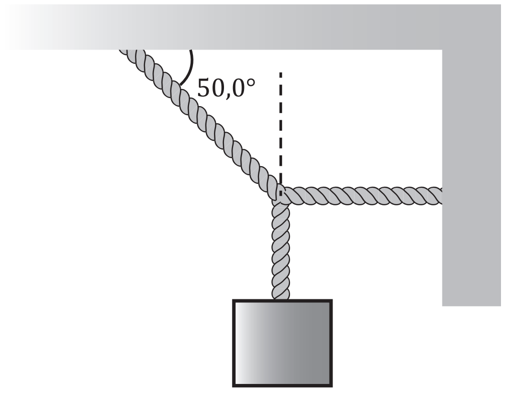
4. Determine la fuerza horizontal que se requiere para que un bloque de 70,0 N empiece a deslizarse sobre una superficie rugosa. Los coeficientes de rozamiento de fricción estático y cinético son iguales a 0,700 y 0,400; respectivamente.

5. Un bloque de 15,0 kg de masa, se desplaza con rapidez constante sobre una superficie rugosa. Si el valor de la fuerza horizontal aplicada que provoca el movimiento es 25,0 N, determine el módulo de la fuerza de rozamiento.

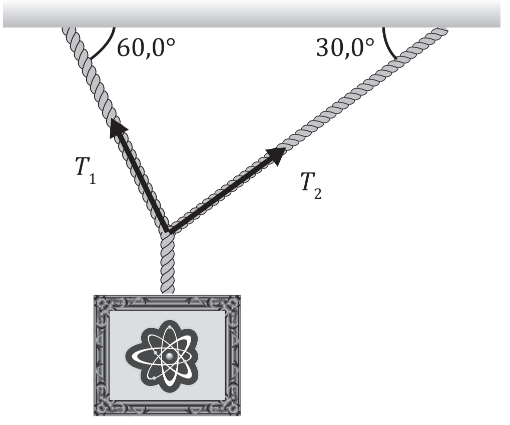
6. Si no existe fricción entre el bloque y el plano inclinado, ¿cuál es el módulo del peso del bloque suspendido que se muestra en la figura?



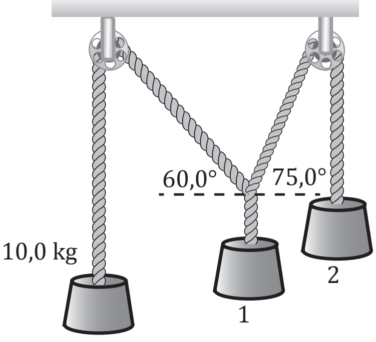
7. Determine el peso del bloque que cuelga en el sistema mostrado, si se sabe que el módulo de la tensión de la cuerda horizontal es de 30,0 N.



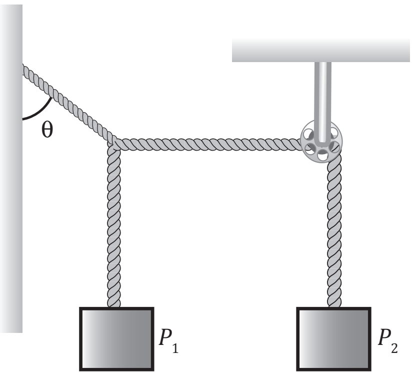
8. Un cuadro de 2,00 kg de masa cuelga de dos cables que forman los ángulos que se muestran a continuación. Calcule los módulos de las tensiones T_1 y T_2.



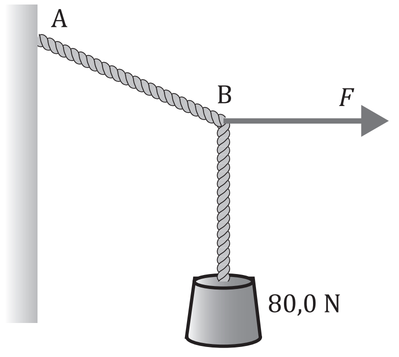
9. El sistema de pesas mostrado se encuentra en equilibrio. ¿Cuál es el módulo de los pesos de los bloques 1 y 2?



10. El sistema que se muestra en la figura se encuentra en equilibrio. Calcule el ángulo θ y la tensión en la cuerda inclinada si los pesos, P_1 y P_2, de los bloques son de módulos iguales a 300,0 N y 400,0 N; respectivamente.

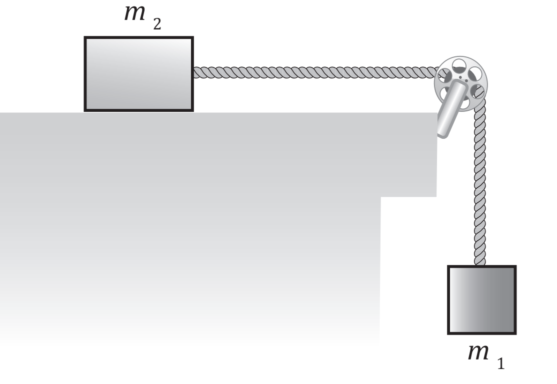


11. El cuerpo mostrado en el dibujo pesa 80,0 N y está en equilibrio mediante la cuerda AB y la acción de la fuerza horizontal $\vec{F}$. Si la longitud de la cuerda AB es 150,0 cm y la distancia del punto B a la pared es 90,0 cm; encuentre el módulo de la fuerza $\vec{F}$ y el módulo de las tensiones en las cuerdas.

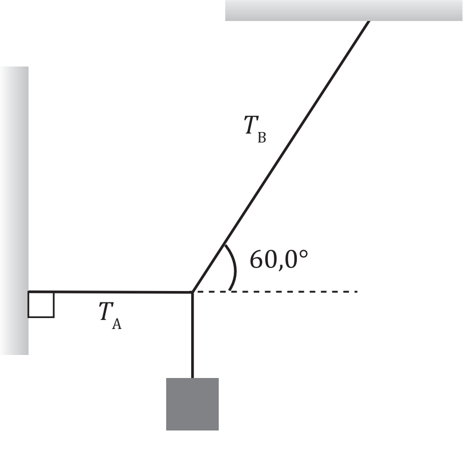


12. El bloque de masa m_1 = 3,00 kg desciende con rapidez constante, mientras que m_2 se desplaza sobre la superficie horizontal rugosa (μ_k = 0,750), tal como se muestra en la figura. Considere que la polea es sin fricción y masa despreciable. Halle lo siguiente:

a. El valor de la masa m_2
b. El módulo de la tensión en la cuerda



13. El sistema que se muestra está en equilibrio. El bloque de 80,0 N es sostenido por tres cuerdas, halle el módulo de las tensiones T_A y T_B.



Capítulo 11. Segunda ley de Newton

Aplica las leyes de Newton para explicar el estado de movimiento de sistemas mecánicos

En el capítulo anterior, en el estudio del equilibrio se concluyó que si las fuerzas que actuaban sobre el cuerpo se cancelaban entre sí, entonces dicho cuerpo debía encontrarse en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme.

Por ello, es lógico preguntarse ¿cuál será el estado de movimiento de un cuerpo si las fuerzas que actúan sobre él no se cancelan entre sí?

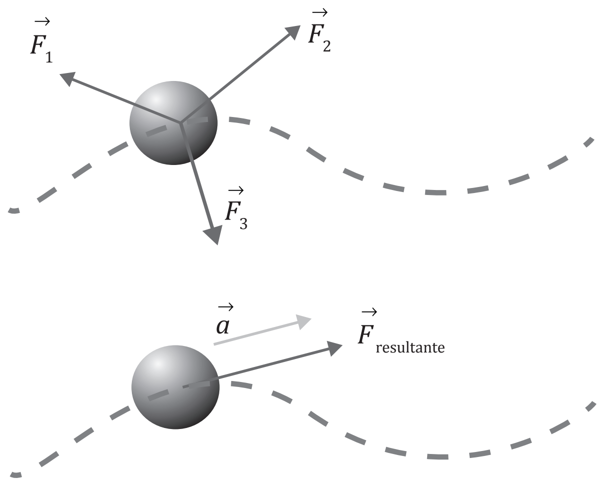
Si no se cancelan, entonces el cuerpo debe acelerar. Dicha aceleración debe ser proporcional a la fuerza neta que actúa sobre el cuerpo e inversamente proporcional a la masa de dicho cuerpo. A esta proposición se le denomina segunda ley de Newton y es el contenido del presente capítulo.

11.1. Segunda ley de Newton

«La aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él e inversamente proporcional a su masa».

Si $\vec{F}_{\text{neta}}$ es la fuerza neta, $\vec{F}_{\text{neta}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \sum \vec{F}_i$, la segunda ley de Newton establece que $\vec{a} = \dfrac{\sum \vec{F}_i}{m}$. Esto significa que la aceleración que sufre el cuerpo tiene la misma dirección que la fuerza neta, como se muestra en la figura 11.1.

Figura 11.1. Fuerza neta o fuerza resultante



Si se analiza la expresión que corresponde a la segunda ley de Newton, se puede concluir lo siguiente:

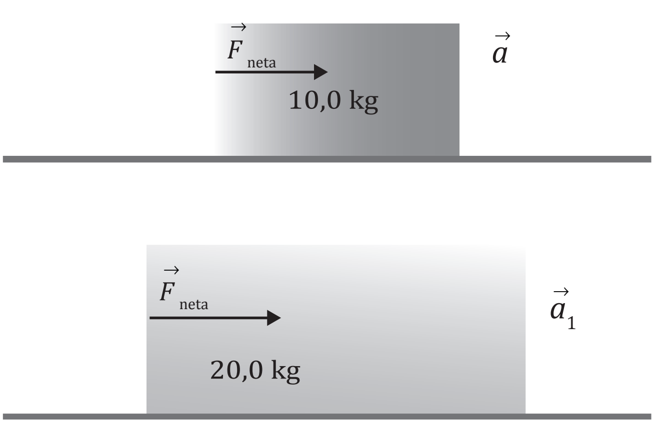
a. Si se mantiene constante la fuerza neta que actúa sobre un cuerpo, la aceleración producida es inversamente proporcional a la masa de dicho cuerpo. En la figura 11.1a. se observa un cuerpo de masa 10,0 kg y por acción de una fuerza neta $\vec{F}_{neta}$ le produce una aceleración $\vec{a}$. Si la masa se duplica, 20,0 kg, al aplicar la misma fuerza neta, $\vec{F}_{neta}$, le produce una nueva aceleración $\vec{a}_1$, cuyo módulo es igual a la mitad de la aceleración $\vec{a}$.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{neta}}{m}$$

$$\vec{a}_1 = \frac{\vec{F}_{neta}}{2m}$$

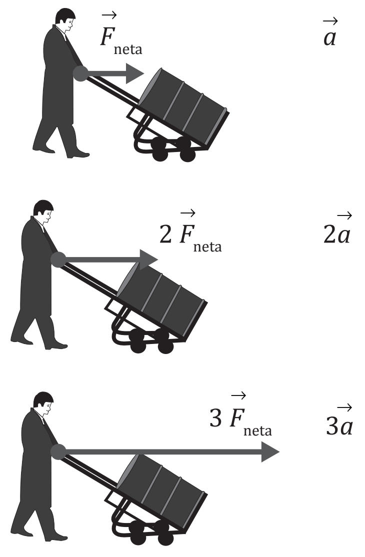
$$\vec{a}_1 = \frac{1}{2}\vec{a}$$

Figura 11.1a. Relación entre masa y aceleración si la fuerza neta es constante



b. Si se mantiene constante la masa de un cuerpo, la fuerza neta es directamente proporcional a la aceleración producida en él, como se muestra en la figura 11.1b.

Figura 11.1b. Relación entre fuerza neta y aceleración si la masa es constante



Si la fuerza neta se duplica, entonces la aceleración se duplica, y si la fuerza neta se triplica, la aceleración se triplica.

$$\vec{F}_{\text{neta}} = m\vec{a} \rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}_{\text{neta}}}{m}$$

$$2\vec{F}_{\text{neta}} = m\vec{a}_1 \rightarrow \vec{a}_1 = 2\frac{\vec{F}_{\text{neta}}}{m}$$

$$\vec{a}_1 = 2\,\vec{a}$$

$$3\vec{F}_{\text{neta}} = m\vec{a}_2 \rightarrow \vec{a}_2 = 3\frac{\vec{F}_{\text{neta}}}{m}$$

$$\vec{a}_2 = 3\,\vec{a}$$

La segunda ley de Newton puede expresarse en sus componentes rectangulares de la siguiente manera:

$$\sum \vec{F}_x = m\vec{a}_x\ ;\ \sum \vec{F}_y = m\vec{a}_y$$

11.1.1. Sugerencias para resolver problemas de segunda ley de Newton

Para que el estudiante comience a resolver ejercicios y problemas que corresponden a la segunda ley de Newton lo primero que debe encontrar es una palabra clave que identifique esta ley.

Las palabras claves que refieren la segunda ley de Newton son, por ejemplo, las que se muestran en la tabla 11.1.

Tabla 11.1. Algunas palabras claves para el uso de la segunda ley de Newton

Palabras claves
Aceleración
Parte del reposo
Frena y se detiene
MRUV

Podemos reconocer que hay tres niveles de problemas que corresponden a la segunda ley de Newton:

I. Aquellos que para su solución solo necesitan de la aplicación directa de la ecuación de la segunda ley de Newton, es decir:

$$\vec{F}_{\text{neta}} = m\vec{a}$$

II. Aquellos que para su solución deben seguir los siguientes pasos:

1. Construir un diagrama de cuerpo libre para cada objeto que sufre una aceleración y descomponer las fuerzas inclinadas.
2. Elegir el eje de movimiento (eje x o y).
3. Indicar la dirección de la aceleración a lo largo del eje de movimiento.
4. A partir del diagrama de cuerpo libre, determinar la fuerza neta (resultante) a lo largo del eje de movimiento.
5. Aplicar la segunda ley de Newton para las fuerzas que se encuentran en esa dirección.
6. Aplicar la primera ley de Newton para las fuerzas que se encuentren en el eje perpendicular al eje de movimiento.
7. Es muy útil diferenciar entre masa y peso de cada objeto.
8. Es recomendable hacer la sustitución de valores numéricos solo después de haber resuelto las ecuaciones de manera algebraica.
9. Después de haber terminado los cálculos, verificar si la respuesta es coherente y lógica.
10. Redondear la respuesta final con el número de cifras significativas adecuado para los datos del problema.

III. Aquellos en los cuales se solicita determinar magnitudes cinemáticas, como desplazamiento, velocidad, tiempo; es necesario tener presente las ecuaciones de MRUV, es decir:

Ecuaciones del MRUV
$\vec{v}_f = \vec{v}_i + \vec{a}t$
$\vec{x} = \vec{x}_i + \vec{v}_i t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$
$v^2 = v_i^2 + 2a(x - x_i)$

Ejemplo 11.1

Ángela empuja el coche del supermercado de 14,0 kg de masa, con una fuerza de módulo igual a 120 N, a lo largo de una superficie lisa. Calcule la fuerza neta aplicada en el coche y el módulo de la aceleración.

Solución

Se reconoce que la única fuerza aplicada en el eje de movimiento tiene módulo de 120 N y corresponde a la fuerza neta solicitada.

Además, esta fuerza neta actúa sobre el coche de 14,0 kg de masa, por lo tanto para calcular la aceleración del coche se aplica directamente la ecuación correspondiente a la segunda ley de Newton, es decir $\sum \vec{F}_x = m\vec{a}$

Se despeja la aceleración:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{\text{neta}}}{m}$$

$$a\,\hat{i} = \frac{1}{m}F_{\text{neta}}\,\hat{i}$$

$$a = \frac{1}{m}F_{\text{neta}}$$

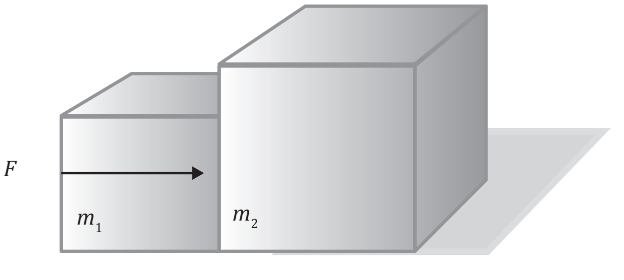
Reemplazando los datos de fuerza neta y masa, se obtiene el módulo de la aceleración del coche de supermercado.

$$a = \frac{120\ \text{N}}{14{,}0\ \text{kg}} = 8{,}57\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Ejemplo 11.2

Dos bloques están en contacto sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Una fuerza $\vec{F}$ horizontal, de módulo igual a 3,20 N, se aplica a uno de ellos, como se muestra en la figura 11.2, y ambos son acelerados. Determine la aceleración del sistema y la fuerza de contacto entre las masas m_1 = 2,00 kg y m_2 = 6,00 kg.

Figura 11.2. Bloques acelerados por la fuerza $\vec{F}$



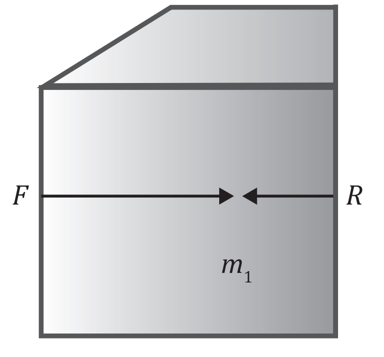
Solución

La aceleración se puede calcular considerando que las masas m_1 y m_2 de los dos bloques forman un solo bloque, es decir:

$$\vec{a} = \frac{3{,}20\ \text{N}}{8{,}00\ \text{kg}}\hat{\text{i}} = 0{,}400\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\hat{\text{i}}$$

Para calcular la fuerza de contacto es preciso hacer el DCL de cualquiera de los bloques. Por ejemplo, del bloque 1.

Figura 11.3. Diagrama de fuerzas sobre m_1 en el eje x



Por lo que la segunda ley de Newton para el bloque 1 será:

$$\sum \vec{F}_x = m\vec{a}$$

$$F\,\hat{\text{i}} + \text{R}\left(-\hat{\text{i}}\right) = m_1\,a\,\hat{\text{i}}$$

$$F - R = m_1\,a$$

$$R = F - m_1\,a$$

$$R = 3{,}20\ \text{N} - \left(2{,}00\ \text{kg} \times 0{,}400\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$$

$$R = 2{,}40\ \text{N}$$

Ejemplo 11.3

Una partícula de masa m se mueve con una velocidad inicial $\vec{v}_{\text{i}} = +25{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}}$. Cuando una fuerza neta de módulo igual a 15,0 N actúa sobre ella, alcanza el reposo después de recorrer 62,5 m. ¿Cuál es la masa de la partícula?

Solución

La fuerza produce una aceleración de frenado, por lo que será negativa y se calculará con ayuda de las ecuaciones cinemáticas.

$$v^2 = v_i^2 + 2\,a\,\Delta x$$

$$0 = 25{,}0^2 + 2a \times 62{,}5$$

$$\vec{a} = -5{,}00\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,\hat{\text{i}}$$

La masa de la partícula se obtiene aplicando la segunda ley de Newton:

$$m = \left|\frac{\vec{F}}{\vec{a}}\right| = \frac{15{,}0}{5{,}00}\,\text{kg} = 3{,}00\,\text{kg}$$

Ejemplo 11.4

Un objeto de 4,00 kg de masa está sometido a la acción de dos fuerzas $\vec{F}_1 = 2{,}00\text{N}\,\hat{\text{i}} - 3{,}00\text{N}\,\hat{\text{j}}$ y $\vec{F}_2 = 4{,}00\text{N}\,\hat{\text{i}} - 11{,}00\text{N}\,\hat{\text{j}}$. El objeto está en reposo en el instante t = 0 s. Determine lo siguiente:

a. El módulo de la aceleración del objeto.
b. La velocidad que alcanza en el instante de 3,00 s.

Solución

a. Después de reconocer la palabra clave «aceleración», se debe determinar la fuerza neta que actúa sobre el objeto y luego aplicar la segunda ley de Newton:

$$\vec{F}_{\text{neta}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\vec{F}_1 = 2{,}00\text{N}\,\hat{\text{i}} - 3{,}00\text{N}\,\hat{\text{j}}$$

$$\vec{F}_2 = 4{,}00\text{N}\,\hat{\text{i}} - 11{,}00\text{N}\,\hat{\text{j}}$$

$$\vec{F}_{\text{neta}} = 6{,}00\text{N}\,\hat{\text{i}} - 14{,}00\text{N}\,\hat{\text{j}}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{\text{neta}}}{m} = \frac{\left(6{,}00\,\hat{\text{i}} - 14{,}00\hat{\text{j}}\right)}{4{,}00}\frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$\vec{a} = \left(1{,}50\;\hat{\text{i}} - 3{,}50\hat{\text{j}}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Tomando en cuenta el teorema de Pitágoras se calcula el módulo de la aceleración,

$$a = \sqrt{\left(a_x^{\,2} + a_y^{\,2}\right)}$$

$$a = \sqrt{(1{,}50)^2 + (-3{,}50)^2}$$

$$a = 3{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b. La velocidad que alcanza el objeto a los 3,00 s de movimiento se calcula a partir de las ecuaciones de movimiento para los ejes x e y. Se observa que en cada uno de los ejes la aceleración es constante e igual a $\vec{a}_x = \left(1{,}50\ \hat{\text{i}}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ y $\vec{a}_y = \left(-3{,}50\ \hat{\text{j}}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Eje x:

$$\vec{v}_x = \left(v_{ix} + a_x\ t\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}}\ ;$$

$$\vec{v}_x = \left(0 + 1{,}50 \times 3{,}00\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}} = 4{,}50\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}}$$

Eje y:

$$\vec{v}_y = \left(v_{iy} + a_y\ t\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{j}}\ ;$$

$$\vec{v}_y = \left(0 + 3{,}50 \times 3{,}00\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{j}} = 10{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{j}}$$

Por lo tanto, la velocidad del objeto es $\vec{v} = \left(4{,}50\,\hat{\text{i}} + 10{,}5\,\hat{\text{j}}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}$

11.1.2. Fuerzas de fricción o rozamiento

Las fuerzas de fricción son aquellas fuerzas que surgen en el contacto de los cuerpos, cuando las superficies se deslizan o intentan hacerlo entre sí. Se conocen tres tipos de rozamiento: estático, cinético y por rodadura. En el presente texto, solo se estudiará las dos primeras.

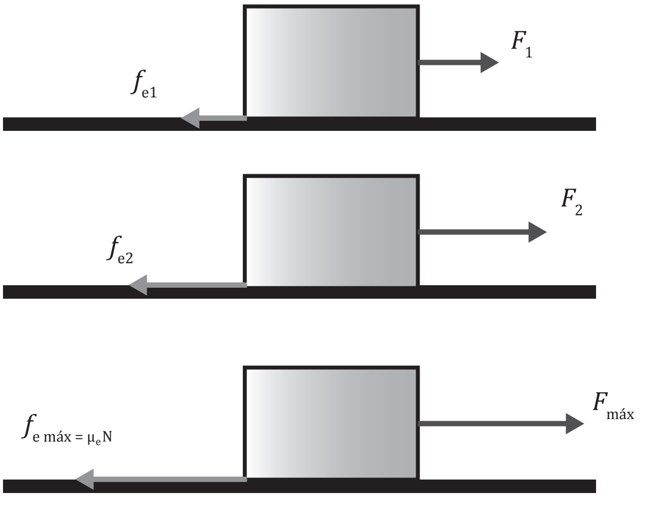
Fricción estática

La fuerza de fricción estática (f_e) es la que se presenta entre las superficies en contacto cuando entre estas no hay un deslizamiento relativo entre sí.

Supongamos que un bloque de masa m descansa sobre una superficie rugosa. Si se le aplica una fuerza externa $\vec{F}$ y esta no logra moverlo, es porque una fuerza de fricción estática está equilibrando a la fuerza $\vec{F}$; es decir tiene el mismo módulo o valor. Si la fuerza $\vec{F}$ fuera variable, el proceso de equilibrio entre la fuerza $\vec{F}$ y la de fricción estática se mantendría permanentemente hasta alcanzar un valor límite. El valor referido corresponde a la fricción estática máxima igual a

$f_{emáx} = \mu_e N$, donde N es la fuerza normal y la constante de proporcionalidad μ_e depende de las superficies en contacto. Para valores de F mayores que $f_{emáx}$, el bloque comenzará a moverse.

Figura 11.4. Fuerza de fricción estática



Fricción cinética

Para valores de F mayores que $f_{emáx}$, el bloque se pondrá en movimiento, por lo que la fuerza de fricción seguirá actuando sobre el bloque, oponiéndose al deslizamiento de este y se llamará fuerza de fricción cinética (f_k). Se ha demostrado experimentalmente que el valor de esta fuerza es constante y menor que el valor de la fuerza de rozamiento estático máximo. Se expresa de la siguiente manera:

$$f_k = \mu_k N$$

Donde μ_k es el coeficiente de fricción cinética y depende de las superficies en deslizamiento relativo.

Conclusiones

1. La fuerza de rozamiento estático entre dos superficies cualesquiera en contacto es opuesta a la fuerza aplicada y puede tomar valores dados por:

$$0 \leq f_e \leq f_{emáx} = \mu_e N$$

μ_e : es el coeficiente de rozamiento estático.
N: es la fuerza normal de la superficie que soporta al cuerpo.

2. La fuerza de rozamiento cinético es opuesta a la dirección del movimiento y está dada por:

$$f_k = \mu_k N$$

μ_k : es el coeficiente de rozamiento cinético.

3. La fuerza de rozamiento cinético siempre es menor a la fuerza de rozamiento estático máximo.

4. Los coeficientes μ_e y μ_k dependen de la naturaleza de las superficies.

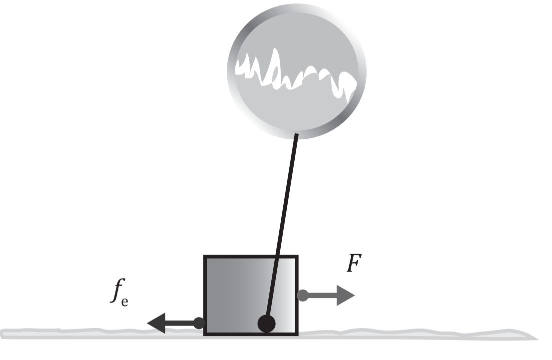
Superficies en contacto	μ_e	μ_k
Cobre sobre acero	0,53	0,36
Acero sobre acero	0,74	0,57
Aluminio sobre acero	0,61	0,47
Caucho sobre cemento (concreto)	1,00	0,80
Madera sobre madera	0,25 – 0,50	0,20
Madera encerada sobre nieve húmeda	0,14	0,10
Teflón sobre teflón	0,040	0,040
Articulaciones sinoviales en el cuerpo humano	0,010	0,0030

5. Las fuerzas de fricción son independientes de las áreas de contacto entre las superficies.

6. Los coeficientes de fricción μ_k y μ_e no tienen dimensiones.

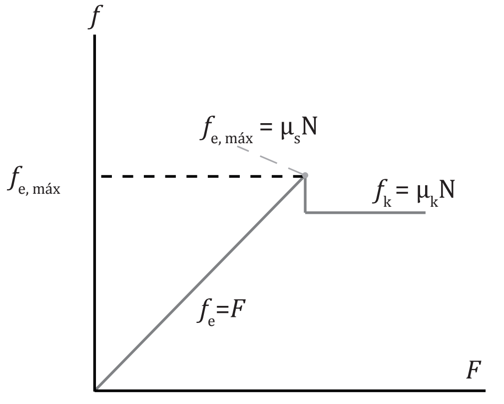
7. Se cumple que el coeficiente de fricción cinético es menor que el estático $\mu_k < \mu_e$.

Figura 11.5. Las fuerzas de fricción surgen por las deformaciones de las superficies en contacto



En la figura 11.6 se muestra la variación de la fuerza de fricción con respecto a la fuerza aplicada sobre el bloque.

Figura 11.6. Variación de la fuerza de fricción y fuerza aplicada



Está gráfica muestra que la fuerza de rozamiento estática varía desde cero (origen de coordenadas) cuando no hay fuerza aplicada, hasta un valor máximo que corresponde a lo que se denomina «inminente movimiento» para un valor máximo de fuerza aplicada (región estática). Luego, se produce una disminución del valor de la fuerza de rozamiento que corresponde a la región cinética, con un valor constante de fuerza de rozamiento siempre menor a la fuerza de rozamiento estático máximo.

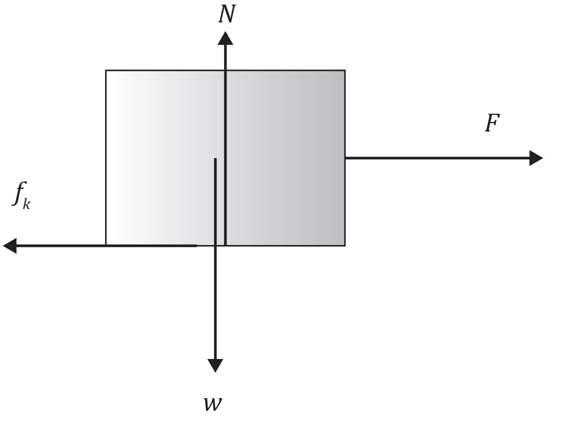
Ejemplo 11.5

Una fuerza horizontal de 80,0 N arrastra un bloque de 12,0 kg a través de un piso rugoso, a velocidad constante. Determine el coeficiente de fricción cinético.

Solución

Haciendo el DCL del bloque:

Figura 11.7. DCL del bloque del ejemplo 11.5



Como el bloque se mueve con velocidad constante, significa que está en equilibrio. Por lo tanto, debe escribirse la expresión que corresponde a la primera ley de Newton en los ejes *x* e *y*:

$$\sum \vec{F}_x = \vec{0}$$

$$F\,\hat{\mathrm{i}} + f_k\left(-\hat{\mathrm{i}}\right) = 0\,\hat{\mathrm{i}}$$

$$F - \mathrm{f}_k = 0$$

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0}$$

$$N\,\hat{\mathrm{j}} + w\left(-\hat{\mathrm{j}}\right) = 0\,\hat{\mathrm{j}}$$

$$N - w = 0$$

$$N = mg$$

Como el bloque se mueve, es necesario tomar en cuenta la expresión de la fuerza de rozamiento cinético, es decir:

$$f_k = \mu_k\, N$$

Reemplazando las expresiones, se tiene que:

$$\mu_k = \frac{F}{m\,g}$$

Sustituyendo los valores correspondientes, se determina el coeficiente de fricción cinético pedido.

$$\mu_k = \frac{80{,}0}{12{,}0 \times 9{,}81} = 0{,}680$$

Ejemplo 11.6

Una fuerza horizontal de módulo igual a 80,0 N arrastra un bloque de 12,0 kg a través de un piso rugoso, donde $\mu_k = 0{,}400$. Determine el módulo de la aceleración neta.

Solución

Aplicando la segunda ley de Newton para el eje *x*, se tiene la siguiente expresión:

$$\sum \vec{F}_x = m\vec{a}$$

$$80{,}0\,\hat{i} + f_k\left(-\hat{i}\right) = m\,a\,\hat{i}$$

$$80{,}0 - f_k = m\,a \qquad (1)$$

El bloque se encuentra en reposo en el eje vertical, por lo que se cumple:

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0}$$

$$N\,\hat{j} + m\,g\left(-\hat{j}\right) = 0\,\hat{j}$$

$$N = m\,g$$

Además, se sabe que $f_k = \mu_k\, N$

$$f_k = \mu_k\, m\, g$$

Reemplazando los datos en la expresión (1) y despejando la aceleración se tiene lo siguiente:

$$80{,}0 - 0{,}400 \times 12{,}0 \times 9{,}81 = \mathrm{a} \times 12{,}0$$

$$a = \frac{80{,}0 - 47{,}0}{12{,}0}$$

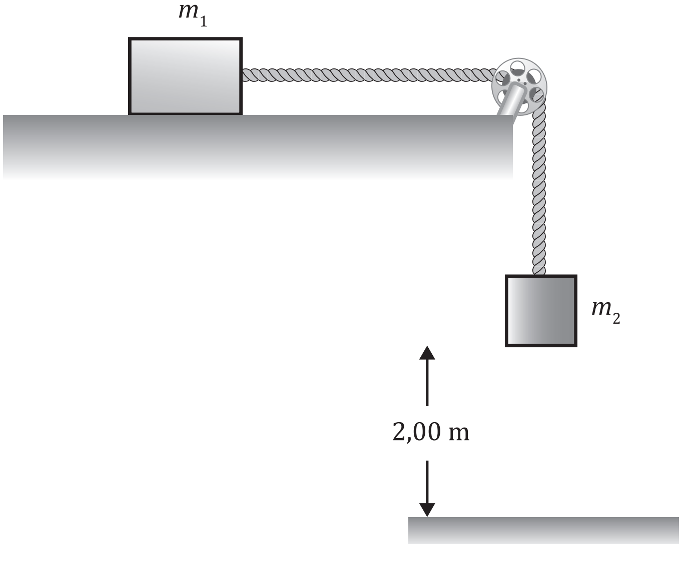
Por lo tanto, el módulo de la aceleración es $a = 2{,}74\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Ejemplo 11.7

Una caja de 3,00 kg descansa sobre una plataforma horizontal y está conectada a otra caja de 2,00 kg por una cuerda ligera, como se muestra en la figura 11.8.

a. ¿Cuál es el coeficiente mínimo de rozamiento estático que permite que las dos cajas permanezcan en reposo?
b. Si el coeficiente de rozamiento estático es menor que el determinado en la parte a) y el coeficiente de rozamiento cinético entre la caja y la plataforma es 0,300, determine el tiempo que tardará la masa de 2,00 kg en recorrer los 2,00 m que lo separan del suelo, suponiendo que el sistema parte del reposo.

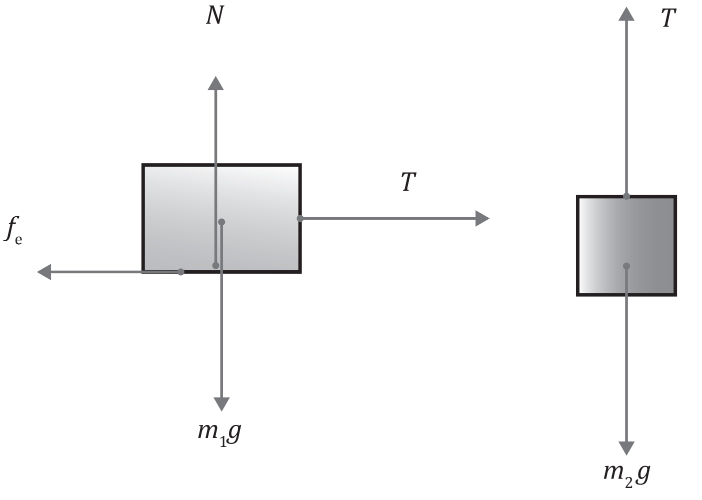
Figura 11.8. Ejemplo 11.7



Solución

a. En este caso, el sistema está en reposo. El coeficiente de fricción mínimo corresponde a la menor fuerza de fricción que hace posible que el sistema se encuentre en reposo. Para determinarlo, es preciso hacer un DCL de los bloques del sistema.

Figura 11.9. DCL de los bloques del ejemplo 11.7



Para el bloque 1:
Se escribe la primera condición de equilibrio para los ejes *x* e *y*:

$$\sum \vec{F}_x = \vec{0}$$

$$T\,\hat{\text{i}} + f_e\left(-\hat{\text{i}}\right) = 0\,\hat{\text{i}}$$

$$T = f_e$$

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0}$$

$$N\,\hat{\text{j}} + m_1\,g\left(-\hat{\text{j}}\right) = 0\,\hat{\text{j}}$$

$$N = m_1\,g$$

Para el bloque 2:

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0}$$

$$T\,\hat{\text{j}} + m_2\,g\left(-\hat{\text{j}}\right) = 0\,\hat{\text{j}}$$

$$T = m_2\,g$$

Por otro lado, como la fuerza de fricción estática es máxima, se tiene lo siguiente:

$$f_e = \mu_e\,N$$

$$f_e = \mu_e\,m_1\,g$$

Reemplazando la última expresión en la condición de equilibrio:

$$f_e = m_2 g$$
$$\mu_e \, m_1 \, g = m_2 \, g$$

$$\mu_e = \frac{m_2}{m_1} = \frac{2{,}00}{3{,}00} = 0{,}667$$

El coeficiente de rozamiento estático es 0,667.

b. En este caso, el sistema está acelerando. En consecuencia, se debe aplicar la segunda ley de Newton a los dos bloques, calcular la aceleración y, con ayuda de las ecuaciones del MRUV, hallar el valor solicitado.
Para el bloque 1:

$$\sum \vec{F}_x = m_1 \vec{a}$$

$$T\hat{\mathrm{i}} + \mu_k m_1 g\left(-\hat{\mathrm{i}}\right) = m_1 a\,\hat{\mathrm{i}}$$

$$T - \mu_k m_1 g = m_1 a$$

Para el bloque 2:

$$\sum \vec{F}_y = m_2 \vec{a}$$

$$T\hat{\mathrm{j}} + m_2 g\left(-\hat{\mathrm{j}}\right) = m_1 a\left(-\hat{\mathrm{j}}\right)$$

$$T - m_2 g = m_2\left(-a\right)$$

Sumando miembro a miembro ambas ecuaciones se obtiene la expresión para la aceleración del sistema:

$$a = \frac{m_2 g - \mu_k m_1 g}{\left(m_1 + m_2\right)}$$

Reemplazando los datos del problema se obtiene el módulo de la aceleración:

$$a = \frac{\left(2{,}00 - 0{,}300 \times 3{,}00\right) \times 9{,}81}{\left(2{,}00 + 3{,}00\right)} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

$$a = 2{,}16 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

A continuación, se usa la ecuación del MRUV $y = y_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2$ para calcular el tiempo que tarda la caja de 2,00 kg en recorrer 2,00 m en el eje *y*.
Reemplazando los datos y despejando *t* se obtiene lo solicitado,

$$2{,}00 = \frac{1}{2}2{,}16 \times t^2$$

$$t = 1{,}36\ \mathrm{s}$$

El tiempo que tardará la masa de 2,00 kg en recorrer los 2,00 m que la separan del suelo es 1,36 s.

Preguntas y problemas

1. Establezca la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

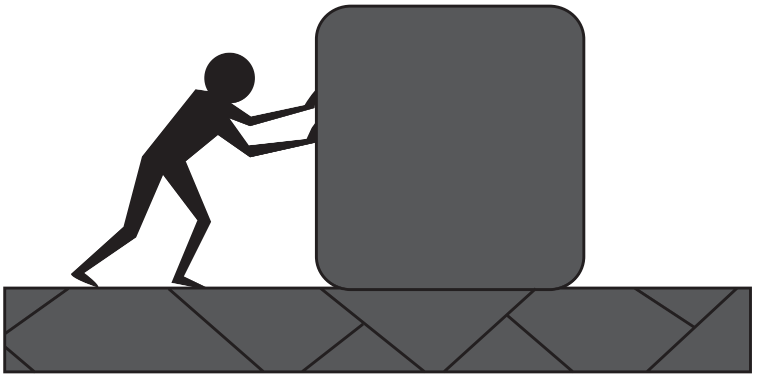
a. ( ) Si la masa de un cuerpo se mantiene constante, entonces la fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo es proporcional a la aceleración de dicho cuerpo.
b. ( ) La aceleración del cuerpo tiene la misma dirección que la fuerza resultante.
c. ( ) Si el cuerpo se desplaza en el eje horizontal, entonces el bloque está en reposo en el eje vertical.

2. Una masa de 4,0 kg está bajo la acción de una fuerza neta de (a) 4,0 N, (b) 8,0 N y (c) 12,0 N. ¿Cuáles son los módulos de las aceleraciones resultantes?

3. Se ha calculado que una fuerza neta de 60,0 N producirá una aceleración de $10{,}00\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ en una carreta. ¿Cuál es el módulo de la fuerza que se requiere para producir en ella una aceleración de solo $2{,}00\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$?

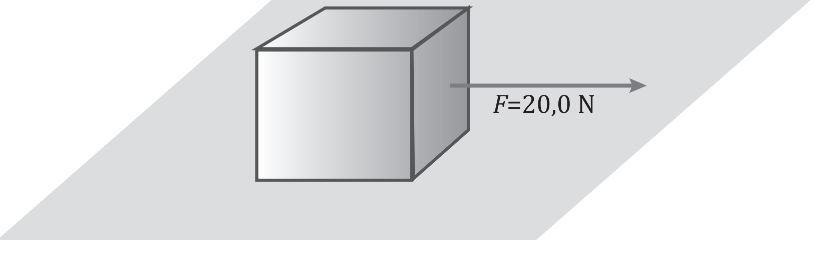
4. Una masa de 20,0 kg cuelga en el extremo de una cuerda. Halle el módulo de la aceleración de la masa si la tensión en el cable es a) 196,0 N, b) 120,0 N, c) 260,0 N.

5. Si sobre el bloque de masa *m*, que se encuentra sobre una superficie horizontal, un joven aplica una fuerza neta de módulo *F* y paralela a la superficie, responda las siguientes preguntas:

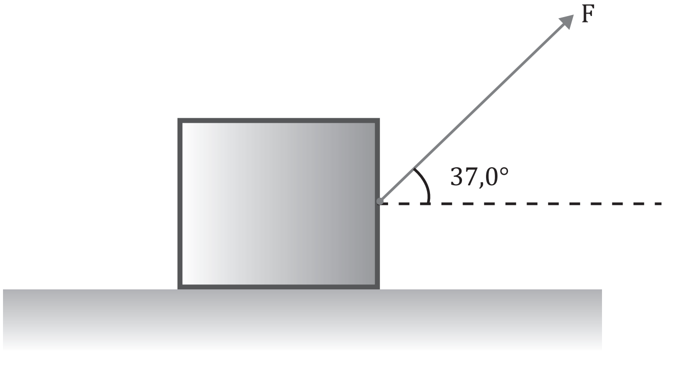


a. Si se disminuye la fuerza neta a la cuarta parte, qué sucede con la aceleración: aumenta, disminuye, ¿en cuánto?
b. Si se triplica la fuerza neta, la aceleración ¿cambia?, ¿aumenta o disminuye?, ¿en cuánto?

6. Un bloque de 3,00 kg de masa, acelera a razón de $1{,}50\,\frac{m}{s^2}$ sobre una superficie horizontal por acción de una fuerza horizontal de módulo 20,0 N, tal como se muestra. Determine el coeficiente de rozamiento cinético.



7. Calcule el módulo de la aceleración del bloque de 4,00 kg de masa que se observa en la figura, cuando sobre él actúa una fuerza de módulo igual a 50,0 N e inclinada 37,0° sobre la horizontal (considere que la superficie es lisa).



8. Sobre un bloque de 5,00 kg de masa actúan las siguientes fuerzas: $\vec{F}_1 = (3{,}50\,\hat{i} + 4{,}50\,\hat{j})N$, $\vec{F}_2 = (-2{,}50\,\hat{i} - 5{,}50\,\hat{j})N$. Determine el módulo y la dirección de la aceleración.

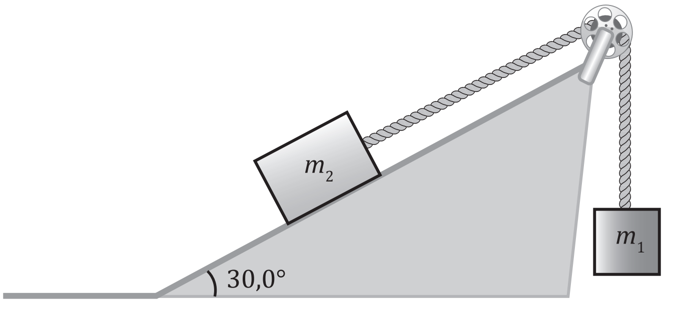
9. Un vagón de dos toneladas de masa se halla fuera de control, viajando con una rapidez de $54{,}0\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Calcule el módulo de la fuerza neta que aplicaría para que se detenga a los 100 m.

10. Se aplica una fuerza horizontal de 100 N para arrastrar un objeto de 8,00 kg sobre una superficie horizontal. Encuentre el módulo de la aceleración del objeto, si el coeficiente de rozamiento cinético es 0,200.

11. Para tirar de una podadora de césped, que pesa 550,0 N, sobre un camino horizontal, un hombre efectúa una fuerza de 400,0 N con un ángulo de 30,0° por debajo de la superficie horizontal. Determine, suponiendo que parte del reposo:

a. Las componentes horizontal y vertical de la fuerza
b. La fuerza normal
c. El módulo de la aceleración que desarrolla
d. La distancia que recorre en 10,0 s
e. La rapidez que alcanza en ese punto. Desprecie la fricción

12. Determine la aceleración del sistema mostrado en la figura. Considere que la superficie es lisa y que las masas m_1 y m_2 son iguales a 5,0 kg y 4,0 kg, respectivamente.



13. Un bloque de 12,0 kg de masa reposa sobre una mesa horizontal. En cierto instante se le aplica una fuerza horizontal constante, debido a la cual adquiere una rapidez de $6{,}50\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ en 2,80 s. Suponiendo que la fuerza de fricción entre el bloque en movimiento y la mesa es constante y de módulo igual a 8,30 N, ¿cuál es el módulo de la fuerza que actúa sobre el bloque?

14. Un objeto, cuya masa es 100 g, está inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal muy lisa. Se le aplica una fuerza horizontal constante y se mide que el objeto tiene una rapidez de $30{,}0\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ cuando se encuentra a 15,0 cm de su posición en reposo. Determine el módulo de dicha fuerza.

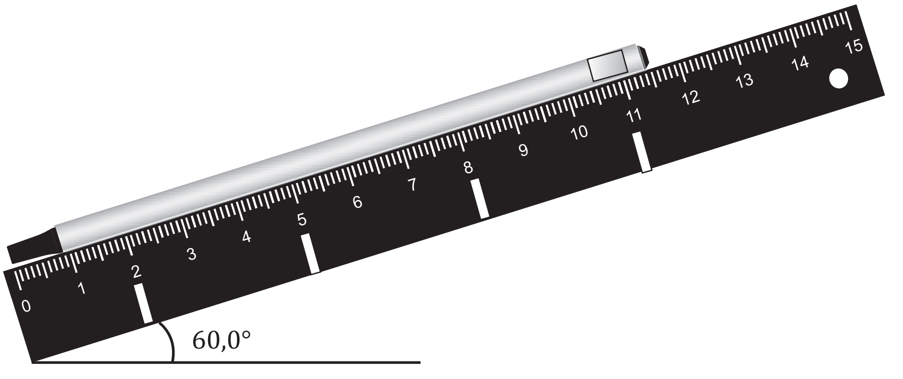
15. Un bloque es empujado hacia la derecha, acelerando a razón de $3{,}00\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Si el bloque es de 4,00 kg de masa y el coeficiente de fricción es 0,600, ¿cuál es el módulo de la fuerza horizontal que hace posible tal aceleración?

Actividad

Cálculo de la fuerza neta

Arme el equipo, como se muestra en la imagen. Remueva la carga del lapicero y llene la caña del lapicero con aceite y coloque en el interior un pequeño cubo de metal, para finalmente sellarla en el extremo de la punta. Pegue con cinta adhesiva transparente la caña del lapicero sobre la regla, como se muestra en la figura.

A continuación apoye sobre algo elevado uno de los extremos del equipo que ha construido, de modo que el cero se encuentre en la parte inferior. Debe observar que el cubo introducido descenderá aceleradamente.



Procedimiento

1. Mida la masa del cubo de metal.
2. Marque dos (posiciones en la regla): posición inicial y posición final.
3. Mida el tiempo que demora el cubo en pasar por las dos posiciones.
4. Con ayuda de la primera ecuación del MRUV, halle la aceleración.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2$$

5. Calcule la fuerza neta que actúa sobre el bloque, aplicando la segunda ley de Newton.

$$F_{\text{neta}} = m\,a$$

Ejercicios de autoevaluación

1. Una mujer pesa 800,0 N en la Tierra. Cuando camina en la Luna, su peso es de solo 133,0 N. ¿Cuál es la aceleración debido a la gravedad en la Luna y cuál es la masa de la mujer en el satélite? ¿Y en la Tierra?

2. Una esfera de 80,0 kg de masa, que cuelga de una cuerda ideal, desciende verticalmente con una aceleración igual a $5{,}00\,\frac{m}{s^2}$. Determine el módulo de la tensión del cable.

3. Un automóvil de $1{,}20 \times 10^3$ kg tiene una rapidez de $25{,}0\,\frac{m}{s}$. ¿Qué fuerza neta se requiere para detenerlo a 70,0 m, en un terreno nivelado? ¿Cuál debe ser el coeficiente de fricción cinética?

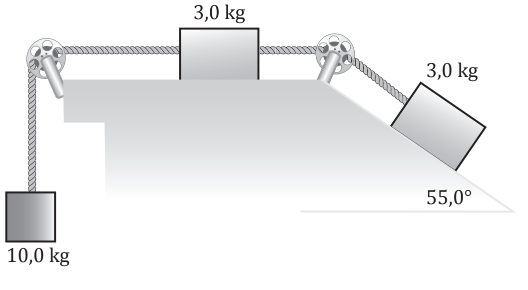
4. Un bloque es lanzado horizontalmente sobre una superficie y se observa que disminuye uniformemente su velocidad, a razón de $1{,}00\,\frac{m}{s^2}$. Determine el coeficiente de fricción de las superficies en contacto.

5. Un bloque desciende por un plano inclinado $30{,}0°$ respecto a la horizontal. La superficie del plano inclinado es rugosa. Si se considera que $\mu_k = 0{,}200$. ¿Cuál es el módulo de la aceleración del bloque? ¿Por qué no es necesario conocer la masa del bloque?

6. Un bloque, de masa desconocida, recibe un impulso hacia arriba en un plano inclinado a $40{,}0°$ y después queda libre. Continúa ascendiendo por el plano con una aceleración de $-9{,}00\,\frac{m}{s^2}$. ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinética?

7. Calcule la masa y el peso de un cuerpo, considerando que con una fuerza neta de 400,0 N provoca una disminución de $4{,}00\,\frac{m}{s}$ en su velocidad en 3,00 s.

8. Los tres bloques de la figura están conectados por medio de cuerdas sin masa, que pasan por poleas sin fricción. La aceleración del sistema es de módulo igual a $2{,}35\,\frac{m}{s^2}$ a la izquierda y las superficies son rugosas. Determine lo siguiente: a) los módulos de las tensiones en las cuerdas y b) el coeficiente de fricción cinético entre los bloques y la superficie.



9. Tres fuerzas, dadas por $\vec{F}_1 = \left(-2{,}00\ \hat{i}\ -\ 2{,}00\ \hat{j}\right)$ N , $\vec{F}_2 = \left(5{,}00\ \hat{i}\ -\ 2{,}00\ \hat{j}\right)$ N y $\vec{F}_3 = \left(-5{,}00\ \hat{i}\right)$ N, actúan sobre un objeto para producir una aceleración de módulo de $3{,}75\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Determine lo siguiente:

a. ¿Cuál es la dirección de la aceleración?
b. ¿Cuál es la masa del objeto?
c. ¿Cuáles son las componentes de la velocidad después de 10,0 s, si se sabe que el objeto parte del reposo?

10. Un bloque, inicialmente en reposo, se desliza a lo largo de un plano inclinado rugoso de longitud 10,0 m (α = 37,0°). Si este llega al pie del plano en 4,00 s:

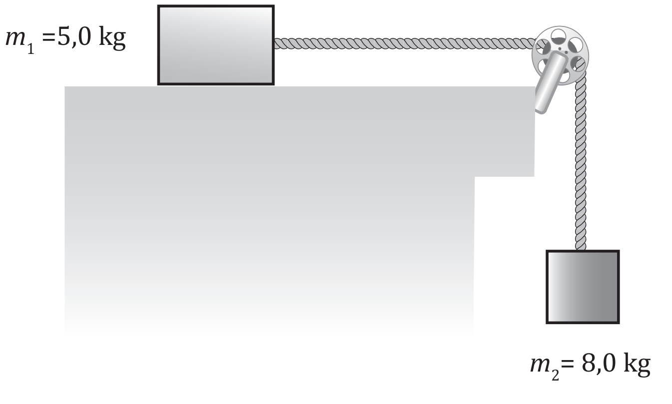
a. Grafique el DCL del bloque.
b. Usando ecuaciones cinemáticas, calcule el módulo de la aceleración del bloque.
c. Calcule el coeficiente de rozamiento cinético entre las superficies en contacto.

11. Un bloque es arrastrado hacia la derecha, a rapidez constante, por una fuerza de módulo igual a 10,0 N, que actúa formando un ángulo de 30,0° sobre la horizontal. El coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y la superficie es de 0,500. Determine lo siguiente:

a. El peso del bloque
b. ¿Se debe aplicar la primera o la segunda ley de Newton para resolver el ejercicio?

12. En el sistema mostrado en la figura, los bloques 1 y 2, cuyas masas son 5,0 kg y 8,0 kg, respectivamente, están conectados por una cuerda ideal que pasa por una polea. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque 1 y la mesa es de 0,20. Determine lo siguiente:

a. El valor de la aceleración del sistema
b. El valor de la tensión de la cuerda

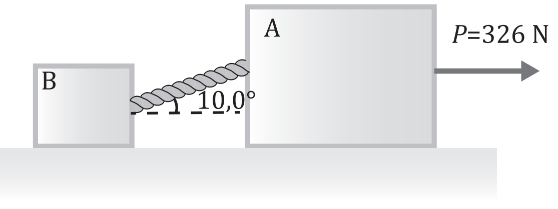


13. Un cuerpo, de 500,0 N de peso, recorre 150,0 m en 15,0 s, partiendo del reposo, por acción de una fuerza horizontal constante; siendo la fuerza de rozamiento de 50,0 N. Determine el coeficiente de

rozamiento y el módulo de la fuerza aplicada.

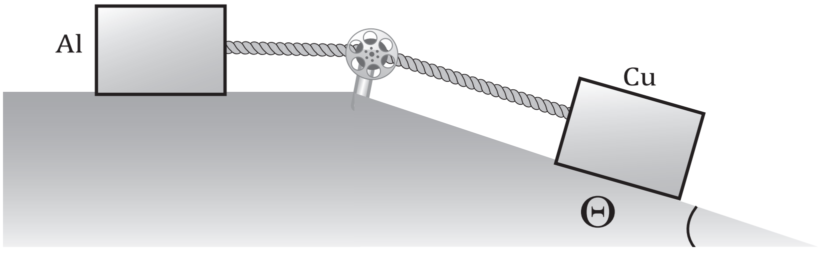
14. Una fuerza horizontal (P) de 326 N arrastra un bloque A, que pesa 163 N, y este arrastra un bloque B de 3,68 kg. La cuerda que une a los bloques A y B forma un ángulo de 10,0°, como muestra el dibujo. El coeficiente de fricción entre el bloque A y el plano es 0,250; el coeficiente de fricción entre el bloque B y el plano es 0,500. Calcule lo siguiente:

a. El módulo de la aceleración de los bloques
b. El módulo de la tensión en la cuerda que une los bloques A y B



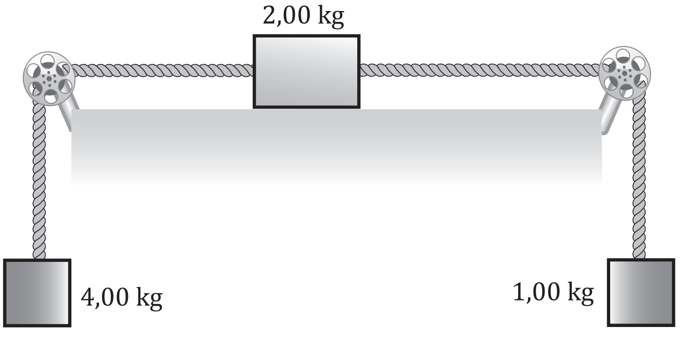
15. Un bloque de aluminio de 2,00 kg (μ_k = 0,470) y un bloque de cobre de 6,00 kg (μ_k = 0,360) se conectan, mediante una cuerda ligera, sobre una polea sin fricción. Se deja que se muevan sobre un bloque-cuña fijo de acero, de ángulo igual a 30,0°, como se muestra en el dibujo. Determine lo siguiente:

a. El módulo de la aceleración de los dos bloques
b. El módulo de la tensión en la cuerda

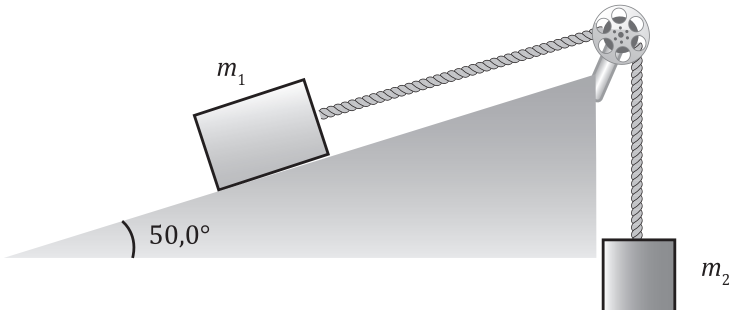


16. A continuación, se muestran tres masas conectadas sobre una mesa. La mesa tiene un coeficiente de fricción cinética de 0,350. Las tres masas son de 4,00 kg; 1,00 kg; y 2,00 kg, respectivamente, y las poleas son sin fricción. Determine lo siguiente:

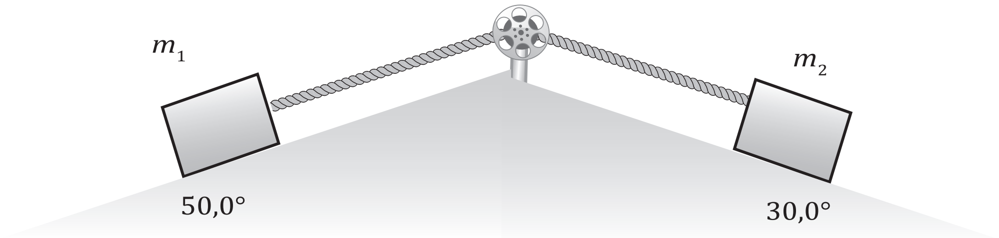
a. La aceleración de cada bloque y sus direcciones
b. Los módulos de las tensiones en las dos cuerdas



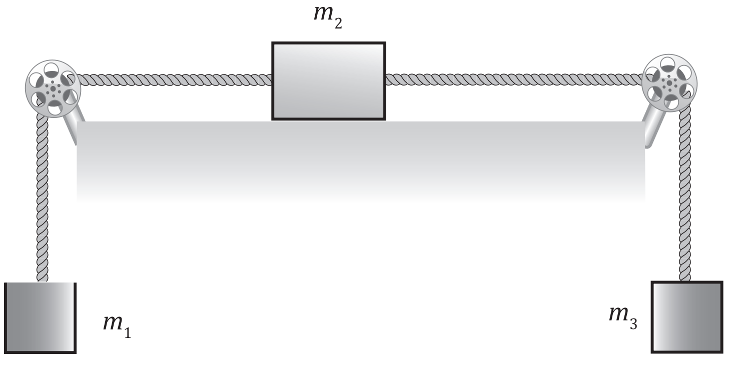
17. Para los cuerpos que se muestran en la siguiente figura, determine el módulo de la aceleración con que se mueven los cuerpos y el módulo de la tensión en el cable de unión, si m_1 = 20,0 kg; m_2 = 18,0 kg y μ_K = 0,100.



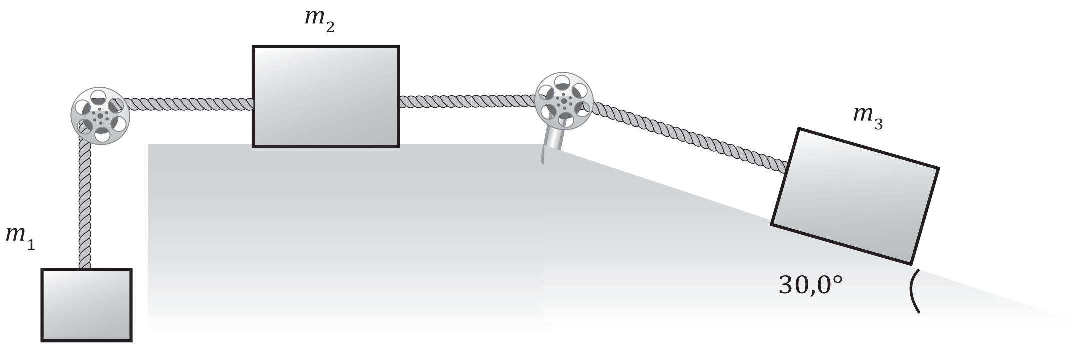
18. Para los cuerpos que se muestran en la figura, determine el módulo de la aceleración con que se mueven los cuerpos y el módulo de la tensión en el cable de unión, si se considera que el bloque m_1 desciende a lo largo del plano inclinado. Considere m_1 = 200,0 kg; m_2 = 180,0 kg; μ_K = 0,100.



19. Calcule el módulo de la aceleración con la que se moverán los bloques mostrados en la figura y el módulo de la tensión en las cuerdas, si m_1 = 0,500 kg; m_2 = 0,800 kg; m_3 = 0,600 kg; μ_k = 0,120.

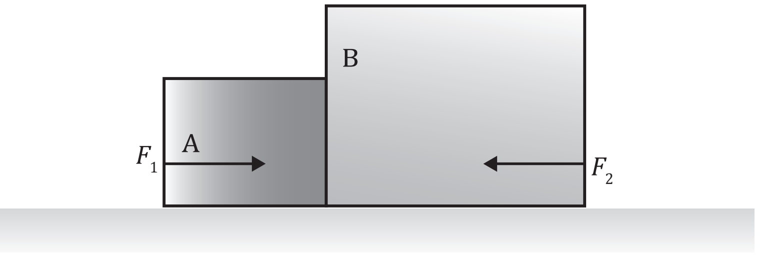


20. Calcule el módulo de la aceleración con la que se moverán los bloques mostrados en el dibujo y determine el módulo de la tensión en las cuerdas. Se sabe que m_1 = 0,500 kg; m_2 = 0,800 kg; m_3 = 0,600 kg y μ_k = 0,120.

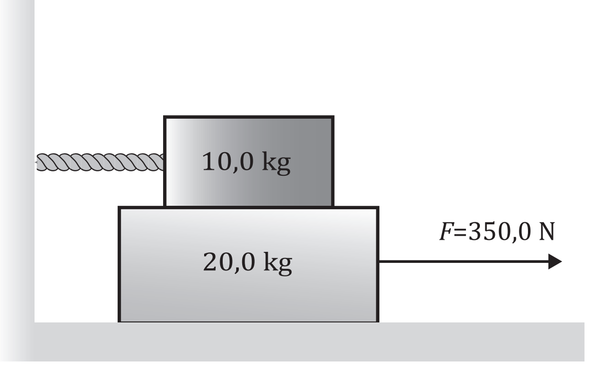


21. A continuación se muestran los bloques A y B de masas m_A = 1,00 kg, m_B = 2,00 kg, que descansan sobre un piso horizontal rugoso. Si sobre los bloques actúan las fuerzas F_1 = 30,0 N y F_2 = 5,0 N y el coeficiente de fricción entre la superficie y los bloques es 0,450, determine lo siguiente:

a. El módulo de la fuerza de contacto entre los bloques A y B
b. El módulo de la aceleración de los bloques



22. Para el sistema que se muestra, calcule el módulo de la aceleración del bloque de masa de 20,0 kg. El coeficiente de rozamiento cinético en todas las superficies es 0,500.



Unidad 4

Trabajo, energía mecánica y su conservación

Capítulo 12. Trabajo y potencia

Define, comprende los conceptos de trabajo, energía, aplicándolos a sistemas físicos reales

En la vida cotidiana como en la física, el trabajo y la energía están íntimamente relacionados, de tal modo que para realizar trabajo se debe gastar cierta cantidad de energía. En este capítulo estudiaremos el trabajo mecánico, los tipos de trabajo mecánico y la rapidez con la que se realiza dicho trabajo, es decir, la potencia mecánica.

12.1. Trabajo de una fuerza constante

El trabajo realizado por una fuerza constante se define como el producto del módulo de la componente de la fuerza $\vec{F}$, en la dirección del desplazamiento $\left(F_{//}\right)$, y el módulo del desplazamiento $\left(\Delta x\right)$.

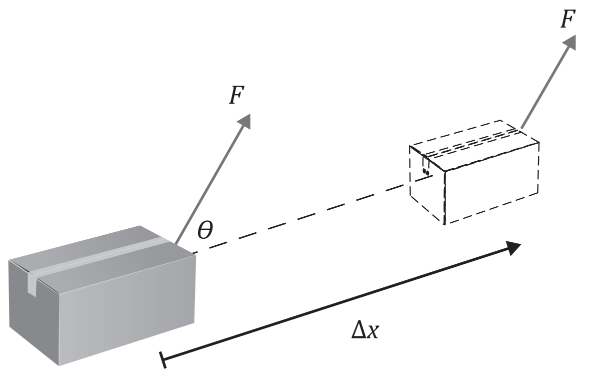
$$W = F_{//}\,\Delta x$$

Donde $F_{//}$ representa la fuerza o componente de la fuerza paralela al desplazamiento.

De la definición de trabajo se aprecia que el trabajo de una fuerza constante, cuya dirección no sea paralela a la del desplazamiento, dependerá del ángulo que forma la dirección de la fuerza con la dirección del desplazamiento, por lo que la expresión del trabajo será la siguiente:

$$W = F\,cos\,\theta\,\Delta x$$

Figura 12.1. Definición de trabajo de una fuerza *F*



La unidad de trabajo en el Sistema Internacional es el joule:

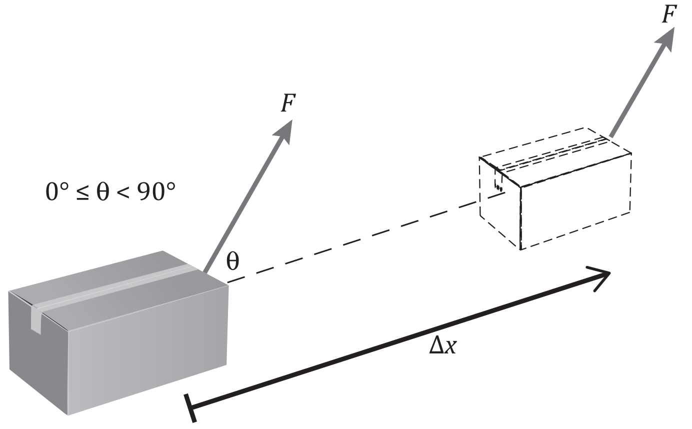
1 joule (J) = newton . metro (N.m)

Como F y Δx son los módulos de la fuerza y del desplazamiento, el tipo de trabajo dependerá solo del signo de la función $\cos\theta$.

Trabajo positivo o motor

Si la fuerza tiene una componente en la misma dirección del desplazamiento; o sea, si el ángulo formado entre la dirección de la fuerza y la dirección del desplazamiento es agudo, el trabajo realizado por $\vec{F}$ es positivo o también denominado motor.

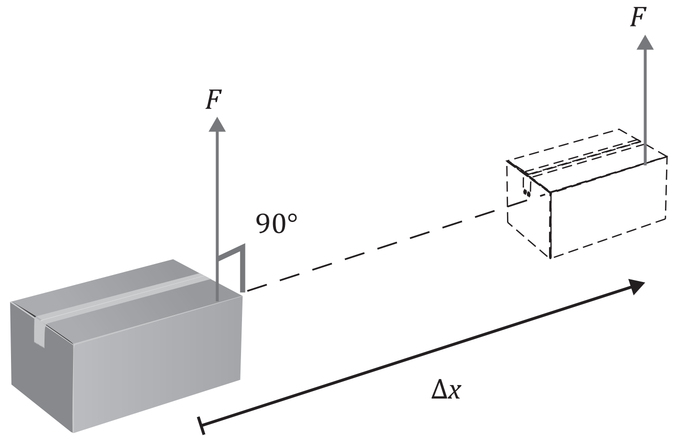
Figura 12.2. Trabajo positivo o motor



Trabajo nulo o cero

Si la dirección de la fuerza es perpendicular a la dirección del desplazamiento; o sea si el ángulo formado entre la dirección de la fuerza y la dirección del desplazamiento es recto, el trabajo realizado por $\vec{F}$ es nulo o cero.

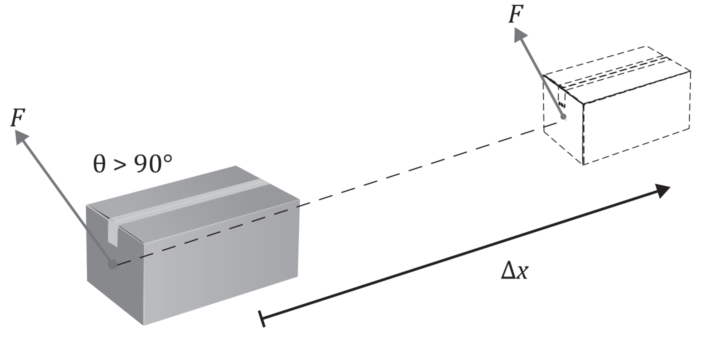
Figura 12.3. Trabajo nulo



Trabajo negativo o resistente

Si la fuerza tiene una componente en dirección opuesta al desplazamiento; o sea si el ángulo formado entre la dirección de la fuerza y la dirección del desplazamiento es obtuso, el trabajo realizado por $\vec{F}$ es negativo o también llamado resistente.

Figura 12.4. Trabajo negativo o resistente



En la tabla 12.1, que se muestra a continuación, se aprecia cómo se relaciona el tipo de trabajo con el ángulo comprendido entre la dirección de la fuerza y la dirección del desplazamiento.

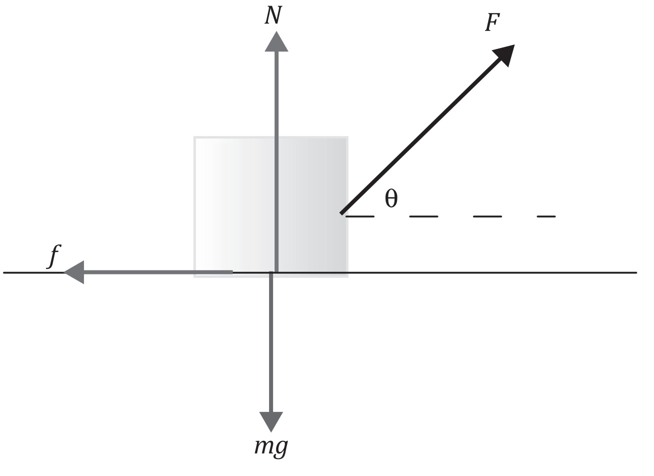
Tabla 12.1. Relación entre ángulo y tipo de trabajo

Ángulo	Tipo de trabajo
Agudo: $0° \leq \theta < 90°$	Positivo o motor
Recto: $\theta = 90°$	Nulo
Obtuso: $90° < \theta \leq 180°$	Negativo o resistente

12.2. Trabajo neto o trabajo total

Se considera un cuerpo de masa *m* desplazándose sobre una superficie horizontal rugosa, a lo largo del eje *x*. El DCL del cuerpo es el que se muestra en la figura 12.5.

Figura 12.5. DCL del cuerpo de masa m



El DCL muestra que sobre el cuerpo actúan varias fuerzas: peso *mg*, la fuerza *F*, la normal de la superficie sobre el cuerpo *N* y la fuerza de rozamiento *f*.

El trabajo neto realizado por las fuerzas sobre el cuerpo es la suma de los trabajos realizados por todas las fuerzas halladas en el DCL; es decir:

$$W_{\text{neto}} = W_{\text{mg}} + W_F + W_N + W_f$$

También se puede hallar el trabajo neto multiplicando la fuerza neta que actúa sobre el cuerpo por el desplazamiento (Δx).

$$W_{\text{neto}} = F_{\text{neta}}\, \Delta x$$

Por ejemplo, para el caso del cuerpo representado en la figura 12.5, el trabajo realizado por la reacción normal N es 0 J, por ser perpendicular al desplazamiento. Lo mismo ocurre con el trabajo del peso. El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento f es negativo, por cuanto f tiene dirección opuesta al desplazamiento; es decir $W_f = -f\, \Delta x$, mientras que el trabajo de la fuerza *F* es igual a $W_F = F\, \Delta x \cos\theta$.

Conocido el trabajo realizado por cada una de las fuerzas cuando el cuerpo se ha desplazado Δx , el trabajo neto realizado sobre el cuerpo es la suma de los trabajos realizados por todas las fuerzas:

$$W_{\text{neto}} = W_{\text{mg}} + W_F + W_N + W_f$$

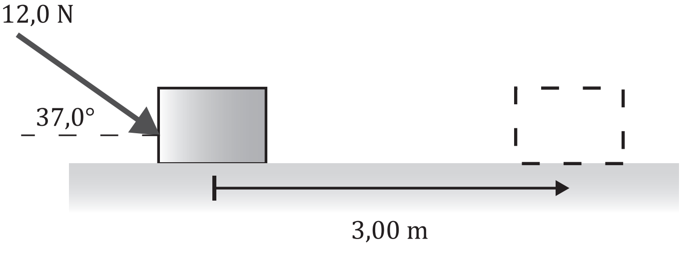
$$W_{\text{neto}} = 0 + F\, \Delta x \cos\theta + 0 + (-f\, \Delta x)$$

$$W_{\text{neto}} = F\, \Delta x \cos\theta - f\, \Delta x$$

Ejemplo 12.1

Halle el trabajo neto que se realiza sobre un bloque de 4,00 kg de masa que es empujado sobre una superficie rugosa, desplazándose 3,00 m por una fuerza constante de 12,0 N y que forma un ángulo de 37,0° con la horizontal. El coeficiente cinético de rozamiento entre el cuerpo y la superficie es 0,160.

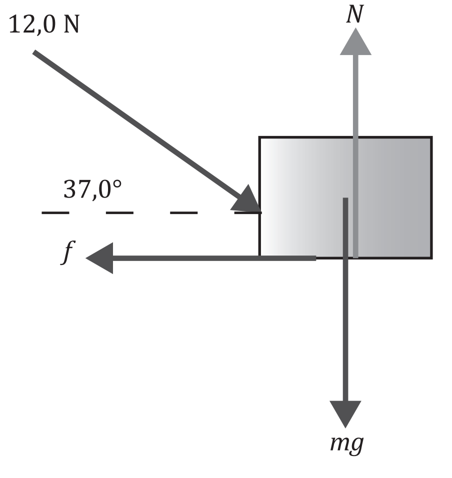
Figura 12.6. Bloque que se desplaza hacia la derecha



Solución

En la figura 12.7 está representado el DCL que muestra todas las fuerzas que actúan sobre el bloque.

Figura 12.7. DCL para el bloque del ejemplo 12.1



Primera forma

Para hallar el trabajo neto, se debe encontrar el trabajo realizado por cada una de las fuerzas independientemente.

El trabajo realizado por la fuerza de 12,0 N para recorrer la distancia de 3,00 m es:

$$W_F = 12{,}0 cos 37{,}0^{o} \times 3{,}00 = 28{,}75 \text{ J} = 28{,}8 \text{ J}$$

Para calcular el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento al desplazarse el cuerpo 3,00 m, es necesario primero determinar cuál es el valor de la fuerza normal. Para ello se debe recordar la primera ley de Newton para el eje vertical; es decir:

$$\sum F_y = 0$$

$$N - mg - 12{,}0\,\text{sen}37{,}0° = 0$$

$$N = 4{,}00 \times 9{,}81 + 12{,}0\,\text{sen}37{,}0°$$

$$N = 46{,}46\ \text{N} = 46{,}5\ \text{N}$$

Tomando en cuenta la expresión de la fuerza de rozamiento, $f = \mu_k N$

Se calcula la fuerza de rozamiento, $f = 0{,}160 \times 46{,}46 = 7{,}43\ \text{N}$

Como el cuerpo se ha desplazado 3,00 m, entonces el trabajo realizado por la fuerza de fricción es, $W_f = -7{,}43 \times 3{,}00 = -22{,}29\ \text{J} = -22{,}3\ \text{J}$

El trabajo es negativo porque la fuerza está en sentido contrario al desplazamiento.

El trabajo realizado por la normal y por el peso es nulo, porque ambas fuerzas son perpendiculares al desplazamiento:

$$W_N = 0\ \text{J}$$

$$W_{mg} = 0\ \text{J}$$

Para obtener el trabajo neto realizado sobre el cuerpo para desplazarlo 3,00 m se suman los trabajos realizados por todas las fuerzas, es decir:

$$W_{neto} = W_{mg} + W_F + W_N + W_f$$

$$W_{neto} = 28{,}75\ \text{J} - 22{,}29\ \text{J}$$

$$W_{neto} = 6{,}46\ \text{J}$$

Segunda forma

Para hallar el trabajo neto, W_{neto}, se debe encontrar primero la fuerza neta, F_{neta}, y luego multiplicarla por el desplazamiento Δx realizado.

$$W_{neto} = F_{neta}\,\Delta x$$

$$F_{neta} = F_x - f$$

$$F_{neta} = 12\cos 37{,}0° - 0{,}160 \times (4{,}00 \times 9{,}81 + 12{,}0\,\text{sen}\,37{,}0°)$$

$F_{neta} = 2,15$ N

$$W_{neto} = (2,15 \times 3,00)\text{ J}$$

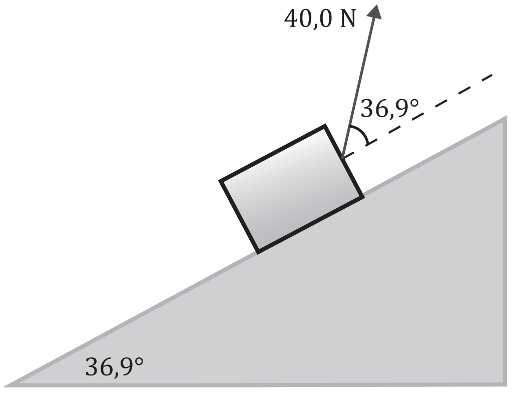
$$W_{neto} = 6,45\text{ J}$$

Si se analizan los resultados obtenidos por la primera forma W_{neto} = 6,46 J y segunda forma W_{neto} = 6,45 J se puede observar que los resultados solo difieren en la cifra estimada.

Ejemplo 12.2

La figura 12.8 muestra un bloque de 4,00 kg jalado sobre la superficie de un plano inclinado por una fuerza de 40,0 N, a una distancia de 2,00 m. La superficie es rugosa y el coeficiente de rozamiento cinético es de 0,200. Halle el trabajo neto realizado sobre el bloque por todas las fuerzas aplicadas.

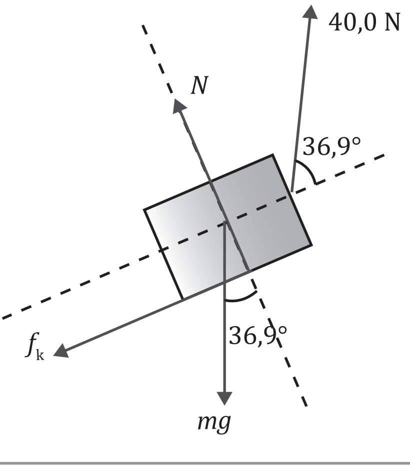
Figura 12.8. Ejemplo 12.2



Solución

En la figura 12.9 se representa el DCL que muestra todas las fuerzas que actúan sobre el bloque.

Figura 12.9. DCL del bloque del ejemplo 12.2



Para hallar el trabajo neto se debe encontrar el trabajo realizado por cada una de las fuerzas que actúan sobre el bloque, al desplazarse 2,00 m:

$$W_{\mathrm{F}} = F \times \Delta x \times \cos 36{,}9° \longrightarrow W_{\mathrm{F}} = 40{,}0 \times 2{,}00 \times \cos 36{,}9° = 64{,}0\ \mathrm{J}$$

$$W_{\mathrm{N}} = N \times \Delta x \times \cos 90{,}0° \longrightarrow W_{\mathrm{N}} = 0\ \mathrm{J}$$

$$W_{\mathrm{mg}} = mg \times \Delta x \times \cos 126{,}9° \longrightarrow W_{\mathrm{mg}} = 4{,}00 \times 9{,}81 \times 2{,}00 \times cos 126{,}9° = -47{,}1\ \mathrm{J}$$

$$W_{\mathrm{f}} = f \times \Delta x \times \cos 180° \longrightarrow W_{\mathrm{f}} = 1{,}45 \times 2{,}00 \times cos 180° = -2{,}90\ \mathrm{J}$$

Por lo tanto, el trabajo neto realizado sobre el bloque es:

$$W_{\mathrm{neto}} = W_{\mathrm{F}} + W_{\mathrm{mg}} + \cancel{W_{\mathrm{N}}} + W_{\mathrm{f}}$$

$$W_{neto} = 64{,}0\ \mathrm{J} - 47{,}1\ \mathrm{J} - 2{,}90\ \mathrm{J}$$

$$W_{\mathrm{neto}} = 14{,}0\ \mathrm{J}$$

Ejemplo 12.3

a) ¿Qué trabajo realiza un hombre que jala una caja por un camino de 10,0 m de longitud si la fuerza que aplica tiene un módulo igual a 480 N y forma un ángulo de 38,0° con la horizontal? Considerar que la fuerza de fricción tiene un módulo igual a 125 N, b) ¿qué trabajo hace la fuerza de rozamiento?, c) ¿cuál es el trabajo neto realizado sobre la caja?

Solución

a. El hombre ejerce una fuerza de 480 N para jalar la caja. El movimiento es horizontal, por consiguiente el trabajo realizado por la componente de la fuerza en esa dirección para jalar la caja es:

$$W_{\mathrm{F}} = F \times \Delta x \times \cos 38{,}0° \rightarrow 480 \times 10{,}0 \times \cos 38{,}0°$$

$$W_F = 3{,}78 \times 10^3\ \mathrm{J}$$

b. La fuerza de rozamiento es de 125 N y el trabajo debido a la fuerza de rozamiento es $W_{\mathrm{f}} = f \times \Delta x \times \cos 180° \rightarrow 125 \times 10{,}0 \times \left(-1{,}00\right)$

$$W_{\mathrm{f}} = -1{,}25 \times 10^3\ \mathrm{J}$$

c. El trabajo neto realizado sobre la caja es igual a:

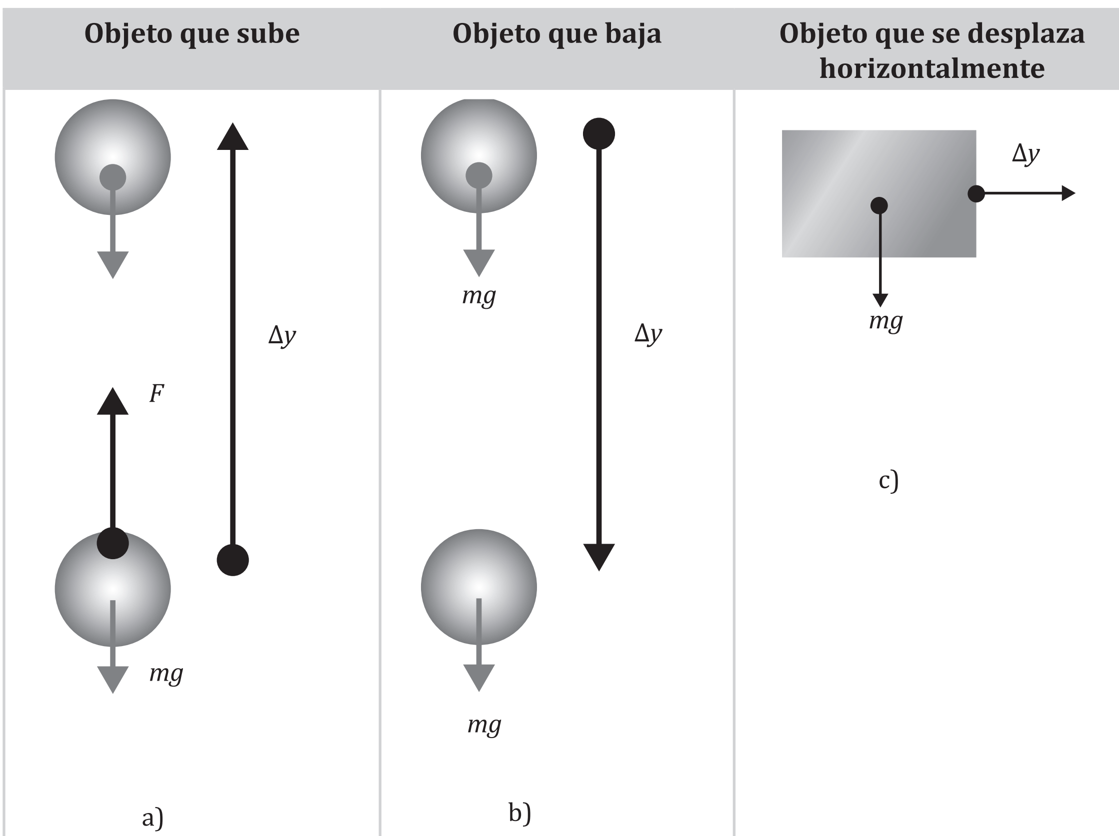
$$W_{\text{neto}} = \cancel{W_{\text{mg}}} + W_{\text{F}} + \cancel{W_{\text{N}}} + W_{\text{f}}$$

$$W_{\text{neto}} = 3{,}78 \times 10^{3}\ \text{J} - 1{,}25 \times 10^{3}\ \text{J}$$

$$W_{\text{neto}} = 2{,}53 \times 10^{3}\ \text{J}$$

Ejemplo 12.4

Analicemos el trabajo realizado por la fuerza peso en tres situaciones:



En el caso a) se observa que el trabajo realizado por la fuerza peso cuando el objeto sube es negativo, el ángulo formado entre el desplazamiento vertical y la propia fuerza es 180°.

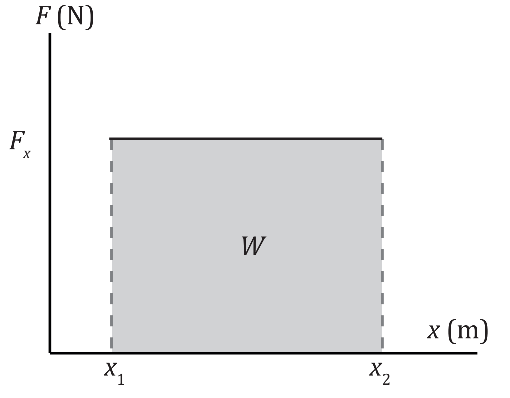
En el caso b) se observa que el trabajo realizado por la fuerza peso cuando el objeto baja es positivo, el ángulo formado entre el desplazamiento vertical y la propia fuerza es 0,0°.

En el caso c) se observa que el trabajo realizado por la fuerza peso cuando el objeto se desplaza horizontalmente es nulo, el ángulo formado entre el desplazamiento horizontal y la propia fuerza es 90,0°.

12.3. Cálculo gráfico del trabajo de fuerzas constantes y variables

Se considera un objeto que se está desplazando a lo largo del eje *x*, desde $x = x_1$ hasta $x = x_2$, por acción de una fuerza constante. En este caso, el trabajo realizado por una fuerza constante *F* cuando se desplaza de x_1 a x_2 es igual a $W = F(x_2 - x_1)$. En el caso del gráfico fuerza-posición, el producto representa el área que se encuentra entre la gráfica y el eje de las posiciones.

Figura 12.10. El área sombreada corresponde al trabajo realizado por la fuerza $\vec{F}$

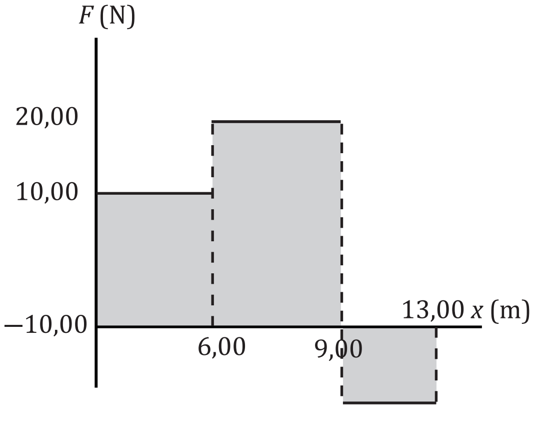


En ocasiones la fuerza aplicada cambia a medida que transcurre el tiempo y en otras, a medida que el cuerpo se desplaza. En estos casos se dice que la fuerza es variable. En el texto solo se tomará en cuenta cómo varía la fuerza con la posición.

Ejemplo 12.5

Una partícula de 3,00 kg se desplaza a lo largo del eje *x*, sometida a una única fuerza F_x que varía con la posición del modo indicado en la figura 12.11. Calcule el trabajo realizado por la fuerza cuando la partícula se desplaza desde $x = 0$ m hasta $x = 13{,}00$ m.

Figura 12.11. Gráfica *F-x*



Solución
El trabajo realizado por la fuerza en los primeros 13,00 m será igual a la suma de las áreas parciales:

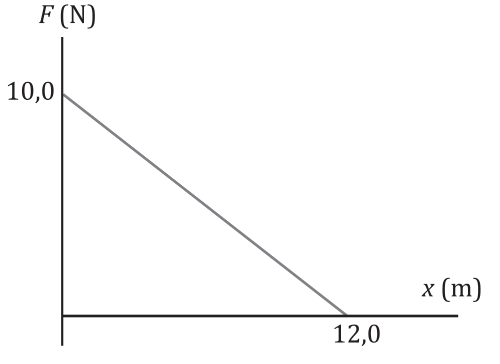
$$W = (10{,}0 \times 6{,}00 + 20{,}0 \times 3{,}00 - 10{,}0 \times 4{,}00)\,\mathrm{J}$$

$$W = 80{,}0\ \mathrm{J}$$

Ejemplo 12.6

Una fuerza aplicada a un cuerpo lo desplaza en la dirección *x*, de manera que su valor varía con la posición, de acuerdo con la gráfica *F*-*x* mostrada en la figura 12.12. Calcule el trabajo realizado por la fuerza si desplaza al cuerpo desde x = 0 m hasta *x* = 12,0 m.

Figura 12.12. Gráfica *F-x* de una fuerza variable



Solución
El trabajo realizado por la fuerza, en los primeros 12,0 m, será igual al área bajo la curva:

$$W = \frac{10{,}0 \times 12{,}0}{2}\,\mathrm{J}$$

$$W = 60{,}0\ \mathrm{J}$$

12.4. Potencia

Cuando se quiere determinar qué máquina es más eficiente, no es suficiente comparar el trabajo que puede realizar; además debe establecerse en cuánto tiempo realiza dicho trabajo. Por supuesto, será más eficiente aquella máquina que realice el mismo trabajo en menor tiempo. En este caso se dice que la máquina tiene una «mayor potencia». Por tal motivo se define la «potencia» como una magnitud escalar que mide la rapidez con la cual se efectúa el trabajo. Se define la potencia media como:

$$P_{\text{media}} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{\text{trabajo realizado por una fuerza}}{\text{tiempo gastado en el trabajo}}$$

Y la potencia neta como:

$$P_{neta} = \frac{W_{\text{neto}}}{\Delta \text{t}}$$

Si la rapidez de un cuerpo es constante, la potencia media se puede expresar también como el producto del módulo de la fuerza por la rapidez.

$$P_{\text{media}} = \frac{F\ \Delta x}{\Delta t} = F\ v$$

Unidad de potencia

La unidad de potencia en el Sistema Internacional es el watt (W).

$$1\ \text{watt} = 1\frac{\text{J}}{\text{s}}$$

Es común emplear una unidad de potencia que no pertenece al Sistema Internacional, es el caballo de fuerza, hp.

$$1\ \text{hp} = 746\ \text{W}$$

Ejemplo 12.7

La fuerza A realiza un trabajo de 5,00 J en 10,0 s. La fuerza *B* realiza un trabajo de 3,00 J en 5,00 s. ¿Cuál de las dos fuerzas suministra mayor potencia?

Solución

La potencia del primero es $P_{\text{A}} = \frac{5{,}00\ \text{J}}{10{,}0\ \text{s}} = 0{,}500\ \text{W}$

Mientras que la potencia del segundo es $P_{\text{B}} = \frac{3{,}00\ \text{J}}{5{,}00\ \text{s}} = 0{,}600\ \text{W}$

Por lo tanto, la potencia de *B* es mayor que la de A.

Ejemplo 12.8

Calcule la potencia media que desarrolla un motor para que levante un bloque de 25,0 N de peso a rapidez constante, en un tiempo de 2,50 s, y una altura de 5,00 m.

Solución

Para calcular la potencia media debe tenerse en cuenta que la expresión rapidez constante significa que la fuerza neta en el eje del movimiento debe ser igual a cero, de acuerdo a la primera ley de Newton. Por lo tanto, la fuerza que desarrolla el motor es igual al valor del peso del bloque; 25,0 N. Por otro lado, la rapidez del movimiento es igual a $v = \frac{\Delta x}{t}$.

La potencia media solicitada será igual a:

$$P_{\text{media}} = \frac{F\ \Delta x}{\Delta t}$$

$$P_{\text{media}} = 25{,}0\,\text{N}\,\frac{5{,}00}{2{,}50}\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$P_{\text{media}} = 50{,}0\,\text{W}$$

Ejemplo 12.9

Un ascensor de $1{,}20 \times 10^3$ kg transporta como máximo 12 personas de 70,0 kg cada una. Una fuerza de rozamiento de $4{,}50 \times 10^3$ N retarda el movimiento del ascensor. Calcule la potencia media que desarrolla el motor para subir a las 12 personas a una rapidez constante igual a $3{,}50\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Solución

Para calcular la potencia media debe tenerse en cuenta que la expresión rapidez constante significa que la fuerza neta en el eje del movimiento debe ser igual a cero, de acuerdo a la primera ley de Newton. Por lo tanto, para calcular la fuerza que desarrolla el motor se escribe así:

$$T - f - m\,g = 0$$

$$T = f + m\,g$$

$$T = 2{,}45 \times 10^4\ \text{N}$$

Por otro lado, la rapidez del movimiento es $3{,}50\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Entonces, la potencia media solicitada será igual a:

$$P_{\text{media}} = F\,v$$

$$P_{\text{media}} = 2{,}45 \times 10^4\ \text{N} \times 3{,}50\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$P_{\text{media}} = 8{,}58 \times 10^4\ \text{W}$$

Preguntas y problemas

1. Un bloque es jalado cuesta arriba por un plano inclinado liso, por la acción de una fuerza de módulo T, paralela a dicho plano. Señale cuál(es) de las afirmaciones es verdadera (V) o falsa (F):

a. El trabajo realizado por la fuerza normal es nulo.
b. El trabajo realizado por la fuerza peso es positivo.
c. El ángulo que forma la fuerza de tensión con el desplazamiento del objeto es igual al ángulo del plano inclinado.

2. Una caja es arrastrada hacia la derecha sobre una superficie rugosa, por la acción de una fuerza $\vec{F}$ que forma un ángulo θ con la horizontal.

a. Haga el DCL de la caja.
b. Determine el tipo de trabajo que realiza cada una de las fuerzas presentes en el DCL.
c. Muestre sus respuestas en la tabla que se adjunta.

Fuerza	Tipo de trabajo

3. Una caja es arrastrada cuesta arriba, sobre una superficie rugosa, por la acción de una fuerza $\vec{F}$, paralela a dicho plano.

a. Haga el DCL de la caja.
b. Determine el tipo de trabajo que realiza cada una de las fuerzas presentes en el DCL.
c. Muestre sus respuestas en la tabla que se adjunta.

Fuerza	Tipo de trabajo

4. ¿Cuál es el trabajo realizado por el peso de un piano de 250,0 kg que es empujado horizontalmente a lo largo de 10,0 m de distancia por la fuerza $\vec{F}$ con rapidez constante?

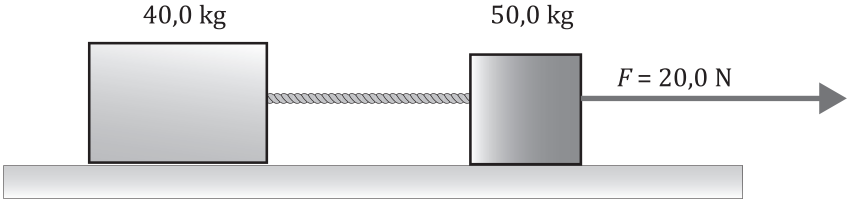
5. ¿Cuál es el trabajo realizado por una fuerza de 20,0 N que actúa a lo largo de una distancia paralela de 8,00 m? ¿Cuál es el módulo de la fuerza que realizará el mismo trabajo en una distancia de 4,00 m?

6. Un remolcador ejerce una fuerza horizontal constante de $4{,}00 \times 10^3$ N sobre un barco, desplazándolo una distancia de 15,0 m. ¿Cuál es el trabajo realizado?

7. Una fuerza de módulo igual a 120 N se aplica a lo largo del asa de una cortadora de césped. Esa fuerza produce un desplazamiento horizontal de 14,0 m. Si el asa forma un ángulo de 30,0° con el suelo, ¿qué trabajo fue realizado por dicha fuerza?

8. Una fuerza horizontal empuja un trineo de 10,0 kg, hasta una distancia de 40,0 m, en un sendero. Si el coeficiente de fricción de deslizamiento es 0,200, ¿qué trabajo ha realizado la fuerza de fricción?

9. La figura muestra dos cajas de 40,0 kg y 50,0 kg unidas mediante una cuerda sobre una superficie lisa. Sobre la caja de 50,0 kg se aplica una fuerza horizontal de módulo igual a 20,0 N que jala a las cajas la distancia de 10,0 m, ¿qué trabajo total se realiza para jalar ambas cajas?



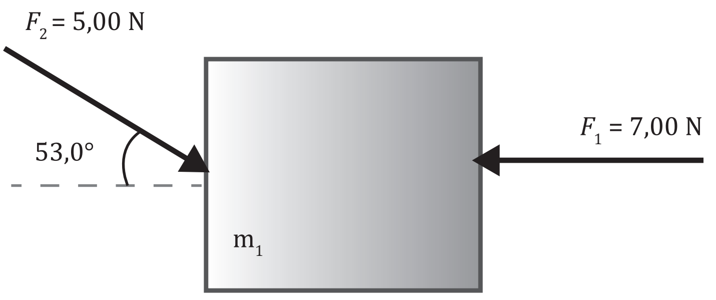
10. Un bloque de 10,0 kg es arrastrado 20,0 m por una fuerza paralela de módulo igual a 26,0 N, a lo largo de una superficie horizontal. Si el coeficiente de rozamiento cinético es 0,200, ¿cuál es el trabajo neto y cuál es el módulo de la aceleración producida?

11. Un bloque de 2,00 kg de masa se desplaza horizontalmente con rapidez constante, por acción de una fuerza $\vec{F}$. Determine el trabajo neto realizado sobre el bloque, si se sabe que la fuerza $\vec{F}$ realiza un trabajo de 100,0 J.

12. Un bote es impulsado con una fuerza constante de $1{,}00 \times 10^3$ N y se mueve con una rapidez de $2{,}00 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. ¿Cuál es la potencia desarrollada por la fuerza?

13. Un automóvil de $1{,}00 \times 10^3$ kg se mueve por una autopista con rapidez constante de $20{,}0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Si pisa los frenos y se detiene, calcule el trabajo efectuado sobre el automóvil.

14. Un bloque de 0,600 kg de masa se desplaza 5,00 m sobre una superficie horizontal rugosa, a rapidez constante, por acción de dos fuerzas, tal como se muestra en el dibujo. Determine el trabajo realizado por la fuerza $\vec{F}_2$ y el trabajo neto realizado sobre el bloque. El coeficiente de fricción cinético es 0,400.



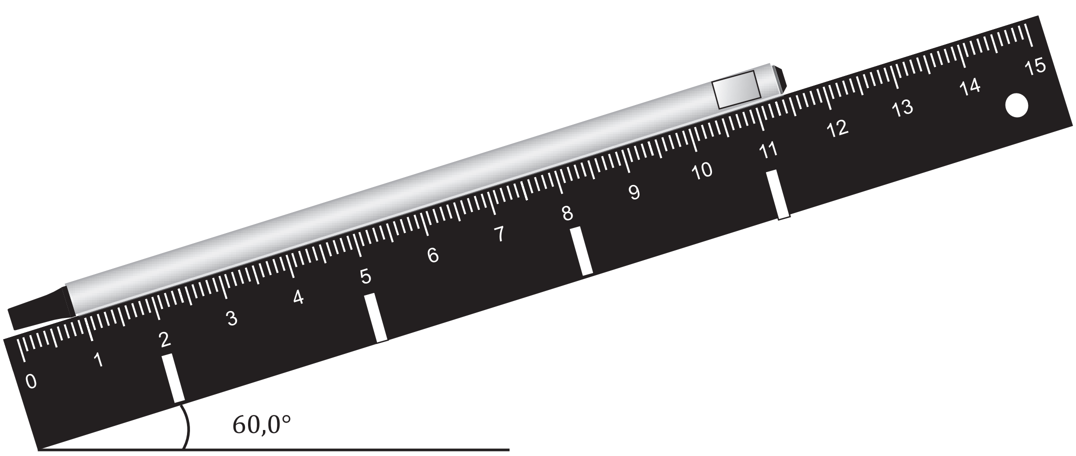
15. La potencia media desarrollada por una fuerza, $\vec{F}$, que actúa sobre un bloque, es 300 W. Si el bloque se desplaza con rapidez constante $12{,}0\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$, determine el módulo de la fuerza $\vec{F}$.

Actividad

Estudio del trabajo mecánico

Arme el equipo, como se muestra en la figura, con un cubo de acero. Remueva la carga del lapicero y coloque en el interior un pequeño cubo de metal, para finalmente sellarla en el extremo de la punta. Pegue con cinta adhesiva transparente la caña del lapicero sobre la regla, tal como se muestra.

A continuación apoye sobre algo elevado uno de los extremos del equipo que ha construido, de modo que el cero se encuentre en la parte inferior. Debe observar que el cubo introducido descenderá aceleradamente.



Procedimiento

1. Mida la masa del cubo de metal.
2. Marque cuatro posiciones en la regla.
3. Mida el tiempo que demora el cubo en pasar por cada uno de los tramos formado.
4. Con ayuda de la primera ecuación del MRUV, halle la aceleración para cada tramos.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2$$

5. Calcule el valor promedio de la aceleración.

$$a = \frac{\sum_{i=4} a_i}{4}$$

6. Con ayuda de la segunda ley de Newton, calcule la fuerza neta que actúa sobre el bloque.

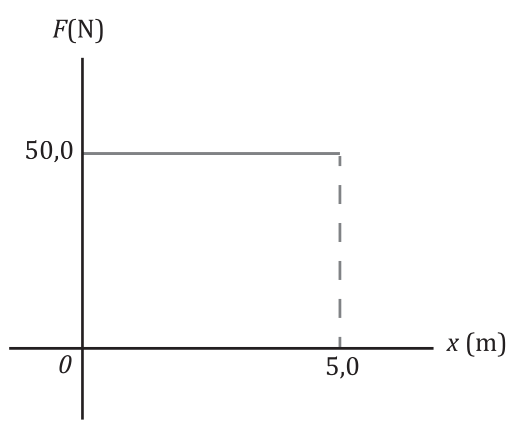
$$F_{\text{neta}} = m\,a$$

7. Conociendo el desplazamiento del cubo, calcule el trabajo realizado por el peso y el trabajo realizado por la normal.
8. Conociendo el desplazamiento del cubo metálico, calcule el trabajo neto realizado por las fuerzas que actúan sobre el bloque a partir de la fuerza neta $F_{\text{neta.}}$
9. Calcule el trabajo realizado por la fuerza de fricción, restando los trabajos del peso y normal al trabajo neto calculado.

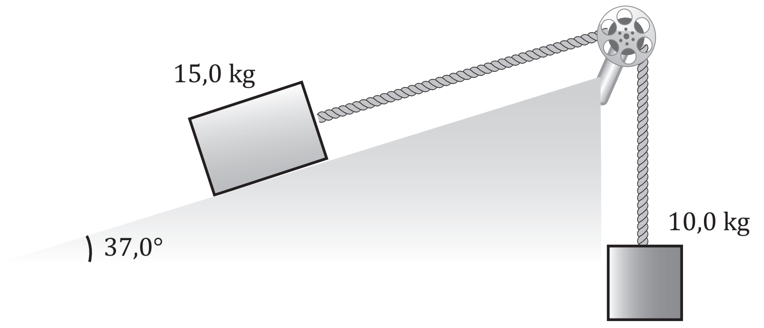
Ejercicios de autoevaluación

1. Una fuerza horizontal empuja un trineo de 10,0 kg hasta una distancia de 20,0 m en un sendero. Si el coeficiente de fricción de deslizamiento es 0,200, ¿qué trabajo ha realizado la fuerza de fricción?

2. Aquí se presenta la gráfica fuerza–posición de una fuerza constante que actúa sobre un bloque. Determine el trabajo realizado por dicha fuerza.

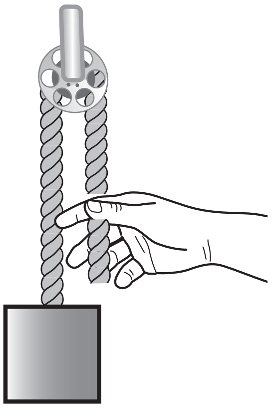


3. A continuación se muestra dos bloques, uno de 10,0 kg y el otro de 15,0 kg sobre una superficie inclinada lisa. ¿Qué trabajo se realiza sobre los bloques cuando se trasladan 2,00 m?



4. Un ascensor de 500,0 kg de masa asciende por la acción de la tensión del cable. Si el módulo de la tensión en el cable es de 300 N y el ascensor sube 4,00 m en 30,0 s, determine la potencia media realizada por la tensión del cable.

5. La figura presenta un bloque de 100 kg unido a una cuerda que pasa por una polea sin rozamiento. La mano de una persona sujeta la cuerda y ejerce una fuerza.



a. ¿Cuál es el módulo de la fuerza, que ejerce la mano de la persona, para mantener el bloque en equilibrio?
b. Si la mano jala la cuerda hacia abajo a rapidez constante 85,0 cm, ¿qué trabajo realizó la fuerza que ejerce la mano de la persona?
c. Si con la mano se jala la cuerda con una aceleración de $0{,}250\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, ¿qué trabajo realizó la fuerza que ejerce la mano de la persona al recorrer 85,0 cm?

6. Un cuerpo recibe un trabajo de 600 J durante 20,0 s. ¿Qué potencia media se desarrolló?

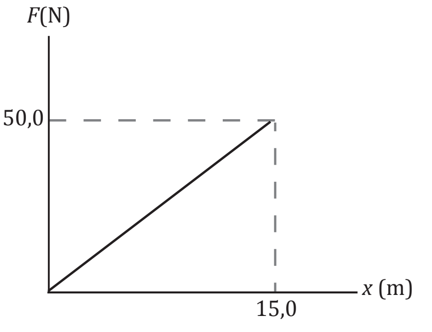
7. Halle la potencia media de una fuerza $\vec{F}$, que actúa sobre un bloque de 2,00 kg de masa que asciende verticalmente con rapidez constante de $10{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

8. Un motor que trabaja a razón de 100 W efectúa un trabajo en 10,0 s. ¿En cuánto tiempo realizará el mismo trabajo un motor cuya potencia media es de 200 W?

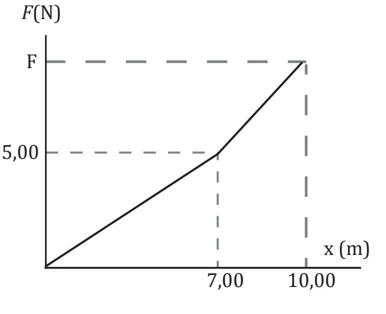
9. Un caballo jala un vagón con una fuerza de módulo 180 N, que forma un ángulo de 30,0° con la horizontal, con una rapidez constante de $2{,}50\frac{\text{m}}{\text{s}}$. El caballo jala al vagón durante un tiempo de 60,0 s.

¿Cuál es la potencia media desarrollada por el caballo?

10. La gráfica muestra cómo varía la fuerza F con la posición x de un objeto. ¿Qué trabajo realiza la fuerza F cuando el objeto se desplaza desde la posición x = 0 m hasta la posición x = 15,0 m?



11. En la siguiente gráfica se observa cómo varía la fuerza F con la posición x de un objeto. El trabajo realizado por la fuerza F es de 60,0 J, cuando el objeto se desplaza desde la posición x = 0 m hasta la posición x = 10,00 m. Determine el módulo de la fuerza F cuando el objeto se desplaza desde la posición x = 7,00 m hasta la posición x = 10,00 m.



12. Un bloque de 3,00 kg de masa inicia su movimiento sobre una superficie horizontal lisa por acción de una fuerza horizontal constante que actúa sobre el mismo por 10,0 s. El bloque adquiere una rapidez de $5{,}00\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Determine el trabajo realizado por dicha fuerza.

13. Un objeto de 10,0 kg de masa inicia su movimiento por acción de una fuerza horizontal y lo acelera a razón de $2{,}50\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ durante 10,0 s. Determine el trabajo neto realizado sobre el objeto.

14. Un objeto de 12,0 kg de masa se desliza desde lo alto de un plano inclinado rugoso a rapidez constante. Calcule el trabajo neto realizado sobre el objeto cuando este se desliza 10,0 m.

15. Ángela, de 50,0 kg de masa, demora en subir del primer piso al tercer piso 15,0 s. Si sube las escaleras a rapidez constante, determine la potencia que desarrolló Ángela. Considere que cada piso tiene una altura de 2,50 m.

Capítulo 13. Energía mecánica. Ley de conservación de la energía mecánica

Aplica la ley de conservación de la energía mecánica

La energía está presente en todo el universo en diferentes formas, una de ellas es la energía mecánica, la cual es la suma de la energía cinética y energía potencial, motivo de estudio en el presente capítulo.

En este capítulo se analizará la íntima relación entre la energía mecánica, el trabajo mecánico y la ley de conservación de la energía mecánica, que permite dar solución a problemas físicos de la vida cotidiana desde un nuevo enfoque sin emplear las leyes de Newton.

13.1. Energía potencial

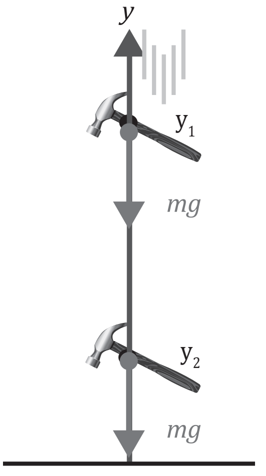
La «energía potencial» es la capacidad que tiene un cuerpo para realizar un trabajo en virtud de su posición relativa. En la figura 13.1, la represa transforma la energía potencial del agua (energía por la altura a la que se encuentra) en energía cinética cuando se precipita, la cual se transformará posteriormente en energía eléctrica.

Figura 13.1. La energía potencial del agua se transforma en energía eléctrica

Foto: FF MM, Wikimedia Commons

La expresión de la energía potencial de un cuerpo se obtiene del cálculo del trabajo realizado por el peso al caer el cuerpo. Suponga, por ejemplo, que cae un martillo de masa *m* desde una posición vertical y_1 hasta una posición final y_2, como se muestra en la figura 13.2.

Figura 13.2. La energía potencial del martillo disminuye mientras cae



La expresión del trabajo del peso es igual a:

$$W_{\text{peso}} = -m\,g\,\left(y_2 - y_1\right)$$

De la fórmula anterior se aprecia que el trabajo realizado por el peso es igual a la diferencia del producto del peso por la posición vertical en las posiciones 1 y 2:

$$W_{\text{peso}} = m\,g\,y_1 - m\,g\,y_2$$

Es decir el producto « *mgy* » se denomina energía potencial gravitatoria (U). La unidad de medida de la energía potencial en el Sistema Internacional es el joule (J). Puede escribirse la siguiente expresión:

$$W_{\text{peso}} = U_1 - U_2$$

Un aspecto que se debe tomar en cuenta es que para calcular el valor de la energía potencial de un cuerpo de masa *m*, es preciso elegir un sistema de referencia.

En el caso de la grúa de la figura 13.3, si el bloque que se está levantando tiene una masa de 100,0 kg, el valor de su energía potencial dependerá de la posición relativa respecto al nivel de referencia considerado.

Por ejemplo, si se considera el **nivel de referencia 1**, el valor de la energía potencial es:

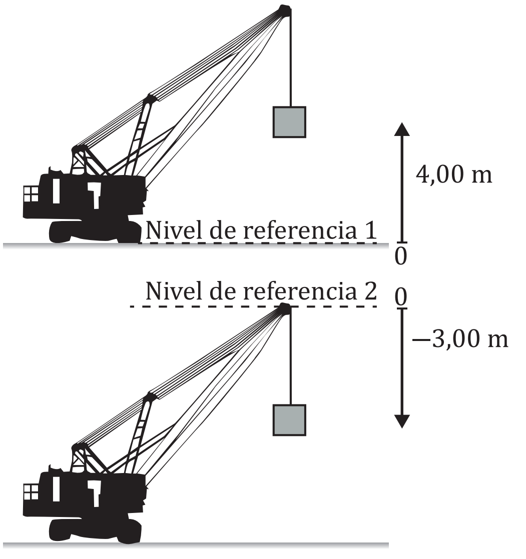
$$U = 100{,}0\ \text{kg} \times 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 4{,}00\ \text{m} = +3{,}92 \times 10^3\ \text{joules}$$

Pero si se toma el **nivel de referencia 2**, la energía potencial del bloque será:

$$U = 100{,}0\ \text{kg} \times 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \left(-3{,}00\ \text{m}\right) = -2{,}94 \times 10^3\ \text{joules}$$

Es decir la energía potencial puede ser positiva o negativa dependiendo del nivel de referencia elegido; e inclusive cero, si el bloque se encuentra en el nivel de referencia.

Figura 13.3. Energía potencial de un bloque elevado por una grúa



13.2. Teorema del trabajo y la energía. Energía cinética

La energía cinética se interpreta como la capacidad que tiene un cuerpo para realizar trabajo en virtud del movimiento que posee.

Para obtener la expresión de la energía cinética se hallará el trabajo realizado por las fuerzas externas sobre un cuerpo de masa *m*, a partir de la segunda ley de Newton.

Se considera un auto de masa *m* que se mueve en una carretera horizontal lisa con una rapidez v_i, y que por acción de una fuerza neta constante y paralela al desplazamiento, *F*, se desplaza una cierta distancia Δx (figura 13.4).

De acuerdo con la segunda ley de Newton, se sabe que la fuerza neta es igual a:

$$F_{\text{neta}} = m\,a$$

Además, la aceleración se puede deducir de la ecuación del MRUV:

$$v^2 = v_i^2 + 2\,a\,\Delta x$$

De esta forma, el trabajo neto realizado por la fuerza neta se obtiene reemplazando en la expresión del trabajo neto, la fuerza neta y la aceleración:

$$W_{\text{neto}} = F_{\text{neta}}\Delta x = m\,a\,\Delta x = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_i^2}{2}$$

Es decir el producto «$\frac{1}{2}m\,v^2$» se denomina energía cinética (*E*c) y su unidad de medida en el Sistema Internacional es el joule (J).

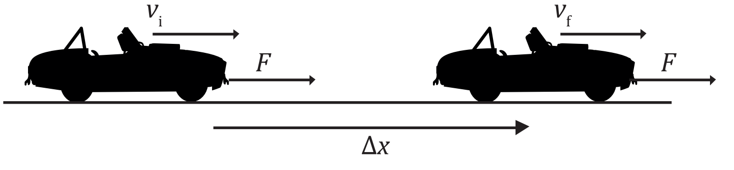
Puede escribirse la siguiente expresión:

$$W_{\text{neto}} = E_{\text{cf}} - E_{\text{ci}}$$

El teorema del trabajo y la energía cinética establece que «el trabajo realizado por la fuerza neta sobre un cuerpo es igual al cambio de la energía cinética del cuerpo».

$$W_{\text{neto}} = \Delta E_{\text{c}}$$

Figura 13.4. El trabajo realizado por la fuerza neta constante sobre una superficie produce un cambio en la rapidez del auto, en consecuencia en su energía cinética



El teorema del trabajo y la energía cinética puede interpretarse de la siguiente manera: cuando se realiza trabajo neto diferente de cero sobre un cuerpo, el efecto es que la energía cinética del cuerpo cambia; pudiendo dicho cambio ser positivo o negativo.

Consideraciones

- Si el trabajo neto es positivo, la energía cinética final es mayor que la energía cinética inicial, es decir la rapidez del objeto aumenta.
- Si el trabajo neto es cero, la energía cinética permanece constante, es decir la rapidez del objeto es constante.
- Si el trabajo neto es negativo, la energía cinética final es menor que la energía cinética inicial, es decir la rapidez del objeto disminuye.

Ejemplo 13.1

Determine la energía cinética en joules de una pelota de béisbol de 0,145 kg que lleva una rapidez de $45{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Solución

Tomando en cuenta la expresión de la energía cinética puede escribirse:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

Y reemplazando los datos correspondientes a la masa y rapidez de la pelota se obtiene la energía cinética solicitada:

$$E_{\text{c}} = \left(\frac{1}{2}0{,}145\text{ kg} \times \left(45{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2\right) = 1{,}47 \times 10^2\text{ J}$$

Ejemplo 13.2

Una fuerza neta de módulo igual a 80,0 N actúa sobre una caja de masa 5,00 kg, que se está moviendo en la dirección de la fuerza aplicada con una rapidez de $22{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Tres segundos después, la caja se mueve con una rapidez de $65{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Determine el trabajo neto realizado sobre la caja.

Solución

Para calcular el trabajo neto realizado sobre la caja se debe considerar el cambio de energía cinética que ha sufrido la caja.

$$W_{\text{neto}} = E_{\text{cf}} - E_{\text{ci}} = \frac{m}{2}\left(v_f^2 - v_i^2\right)$$

Tomando en cuenta los valores de la masa y la rapidez inicial y final de la caja y reemplazando en la expresión anterior, se obtiene el trabajo neto:

$$W_{\text{neto}} = \frac{1}{2} 5{,}00\,\text{kg}\left(65{,}0^2 - 22{,}0^2\right)\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 9{,}35 \times 10^3\ \text{J}$$

El trabajo neto es positivo, eso significa que la caja realiza un MRUV con aceleración positiva.

Ejemplo 13.3

Una fuerza neta constante, de módulo igual a 75,0 N, actúa sobre un cuerpo de 0,500 kg de masa en reposo y lo desplaza 0,600 m. ¿Qué energía cinética final tiene el cuerpo? ¿Qué rapidez alcanza?

Solución

Tomando en cuenta la expresión del trabajo neto $W_{\text{neto}} = F_{\text{neta}}\Delta x$ y el teorema del trabajo neto y la energía cinética $W_{\text{neto}} = E_{\text{cf}} - E_{\text{ci}}$, puede calcularse la energía cinética final del cuerpo:

$$W_{\text{neto}} = 75{,}0 \times 0{,}600 = E_{\text{cf}} - 0$$

$$E_{\text{cf}} = 75{,}0 \times 0{,}600 = 45{,}0\ \text{J}$$

Además, usando la expresión para la energía cinética al desplazarse 0,600 m, es decir:

$$E_{cf} = \frac{1}{2}mv^2$$

Y reemplazando los datos de $E_{cf} = \frac{1}{2}m\,v^2 = 45{,}0\ \text{J}$

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 45{,}0}{0{,}500}} = 13{,}4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

13.3. Formas de calcular el trabajo neto

Tomando en cuenta lo estudiado en el capítulo anterior y en el presente, puede escribirse diferentes formas de calcular el trabajo neto:

- $W_{\text{neto}} = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3} + W_{F_4} + W_{F_5} + ...$
- $W_{\text{neto}} = F_{\text{neta}}\,\Delta x$
- $W_{\text{neto}} =$ área bajo la curva
- $W_{\text{neto}} = \Delta E_{c} = E_{cf} - E_{ci}$

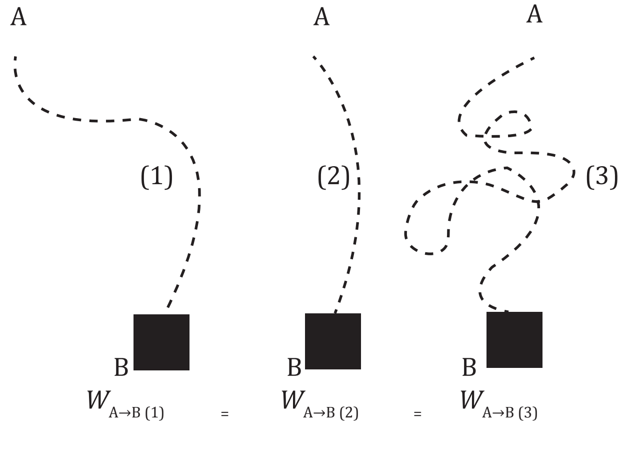
13.4. Fuerzas conservativas y no conservativas

Todas las fuerzas pueden clasificarse en conservativas y no conservativas. Las fuerzas conservativas no agregan ni quitan energía mecánica al sistema, es decir son conservativas porque la energía cinética y potencial del sistema se conserva. Cualquier otra fuerza que no pertenezca a este grupo será fuerza no conservativa.

Las fuerzas, como el peso, para las que el trabajo realizado no depende de la trayectoria que se siga sino solo de la posición inicial y final, se llaman fuerzas conservativas.

En cambio, el trabajo de la fuerza de fricción depende de la trayectoria, por tanto no es una fuerza conservativa.

Figura 13.5. Una fuerza es conservativa si el trabajo que realiza es independiente de la trayectoria que tome al pasar de una posición A hacia otra B.



13.5. Energía mecánica y su conservación sin fricción

Si en cualquier transformación de energía de un cuerpo, que se mueve por acción de su peso, se miden las cantidades de energía que intervienen en el proceso, se comprueba que siempre que desaparece cierta cantidad de energía cinética aparece una cantidad equivalente de energía potencial. Este resultado conduce a un enunciado muy importante: Ley de conservación de la energía mecánica.

Para llegar al enunciado matemático, si se supone que el trabajo neto realizado sobre el cuerpo es igual al trabajo realizado por el peso (solo está presente la fuerza conservativa); es decir que el trabajo de las demás fuerzas es nulo, en este caso se igualan las expresiones del teorema del trabajo-energía cinética ($W_{\text{neto}} = E_{\text{cf}} - E_{\text{ci}}$) y el trabajo del peso ($W_{\text{peso}} = U_{\text{i}} - U_{\text{f}}$).

$$U_{\text{i}} - U_{\text{f}} = E_{\text{Cf}} - E_{\text{Ci}}$$

Al reordenar los términos de la ecuación se tiene la expresión de la Ley de conservación de la energía mecánica:

$$E_{\text{ci}} + U_{\text{i}} = E_{\text{cf}} + U_{\text{f}}$$

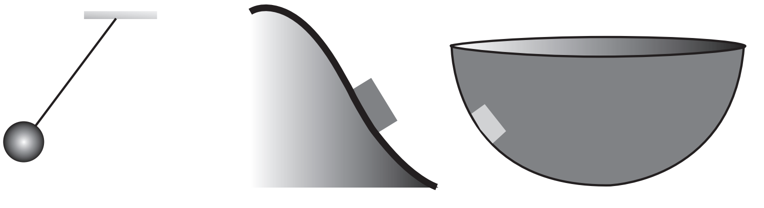
Esta expresión dice que si el trabajo neto realizado sobre un cuerpo es igual al trabajo de su peso, la cantidad total de energía mecánica (E_{M}) se conserva en cualquier punto de su trayectoria, es decir:

$$E_{\text{Mi}} = E_{\text{Mf}}$$

Pregunta

Explique por qué, en los casos mostrados a continuación, es posible aplicar la ley de conservación de la energía a pesar de que sobre el cuerpo en estudio están actuando fuerzas no conservativas como la tensión, la normal, etcétera.

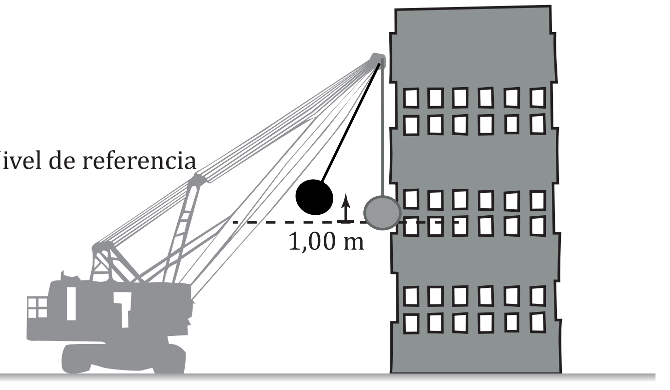
Figura 13.5a. Casos en que se cumple la ley de conservación de la energía



Ejemplo 13.4

Determine la rapidez con que una bola de acero impactará sobre el edificio mostrado en la figura 13.6, si se deja caer desde una altura de 1,00 m.

Figura 13.6. Transformación de energía potencial en energía cinética



Solución

Si el estado inicial corresponde al punto de máxima elevación de la bola, y el estado final al punto de impacto, la ley de conservación de la energía mecánica se escribirá de la siguiente manera:

$$\frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i = \frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f$$

En la posición inicial se cumple que v_i= 0 m/s; y_i = 1,00 m; y_f = 0 m

$$0 + \cancel{m}gy_i = \frac{1}{2}\cancel{m}v_f^2 + 0$$

$$9{,}81 \times 1{,}00 = \frac{1}{2}v_f^2$$

$$v_f = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 1{,}00}\ \text{m/s}$$

v_f=4,43 m/s

Ejemplo 13.5

Si una piedra se deja caer desde una altura de 1,25 m, ¿cuál será la rapidez con la que llega al suelo?

Solución

La energía potencial de la piedra se transformará íntegramente en energía cinética al caer al suelo, de modo tal que la cantidad de energía cinética será igual a la cantidad de energía potencial que poseía el cuerpo inicialmente.

$$U_{\mathrm{i}} = E_{\mathrm{Cf}}$$

$$m\,g\,y_{\mathrm{i}} = \frac{1}{2} m\,v^2$$

Reemplazando datos se tiene:

$$9{,}81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \times 1{,}25\,\mathrm{m} = \frac{1}{2} v^2$$

$$v = 4{,}95\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

13.6. Conservación de la energía mecánica en sistemas con fricción

Se considera un carrito en la cima de una colina, que tiene una energía total de 1 000 J. Como la energía es una magnitud escalar, si se pierden 400 J de energía a causa de las fuerzas de fricción (fuerza no conservativa), el carrito llegaría al fondo con una energía de 600 J, los cuales se transformarían en energía cinética. No es posible recobrar los 400 J perdidos por la fricción, así que la energía mecánica total final E_{Mf} será menor que la energía mecánica total inicial E_{Mi}. Matemáticamente, esta relación se expresará así:

$$E_{\mathrm{ci}} + U_{\mathrm{i}} = E_{\mathrm{cf}} + U_{\mathrm{f}} + W_{\mathrm{fricción}}$$

Despejando la expresión del trabajo de la fuerza de fricción, se obtiene la siguiente expresión:

$$W_{\mathrm{fricción}} = \left(E_{\mathrm{cf}} + U_{\mathrm{f}}\right) - \left(E_{\mathrm{ci}} + U_{\mathrm{i}}\right)$$

$$W_{\mathrm{fricción}} = \left(\frac{1}{2} m\,v_{\mathrm{f}}^2 + m\,g\,y_{\mathrm{f}}\right) - \left(\frac{1}{2} m\,v_{\mathrm{i}}^2 + m\,g\,y_{\mathrm{i}}\right)$$

El trabajo realizado por las fuerzas de fricción siempre es negativo. Al considerar la fricción, ahora puede escribirse un postulado más general de la conservación de la energía: La energía total de un sistema es siempre constante, aun cuando se trasforme la energía de una forma a otra dentro de un sistema.

Sugerencias para resolver ejercicios de conservación de la energía mecánica

Para resolver problemas concernientes a la conservación de energía, se recomienda seguir las siguientes sugerencias:

1. Leer el enunciado cuidadosamente.
2. Realizar un dibujo que ilustre el enunciado del problema.
3. Elegir un nivel de referencia para el cual la energía potencial sea igual a cero. Una vez elegido no se debe cambiar durante todo el problema
4. Determinar si están presentes solo fuerzas conservativas.
5. Escribir la energía mecánica total para un punto inicial, como la suma de la energía cinética y potencial: $E_{C1} + U_1$
6. Escribir la energía mecánica total para un punto final, como la suma de la energía cinética y potencial: $E_{C2} + U_2$
7. Como la energía mecánica total se conserva, igualar las dos energías mecánicas totales y despejar la incógnita que se desea conocer.
8. Hacer la conversión de unidades correspondiente. Se aconseja trabajar con las unidades del SI.
9. Hacer la sustitución de valores numéricos solo después de haber resuelto la ecuación de manera algebraica.
10. Después de haber terminado los cálculos, verificar si la respuesta es coherente y lógica.
11. Redondear la respuesta final con el número de cifras significativas adecuado para los datos del problema.
12. En caso esté presente alguna fuerza no conservativa, como la fricción, la diferencia de las energías mecánicas totales se debe igualar al trabajo realizado por dicha fuerza no conservativa.

Preguntas y problemas

1. Un auto de masa igual a $1{,}00 \times 10^3$ kg viaja a $25{,}0\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$. Determine cuál es su energía cinética.

2. Determine cuál de los cuerpos que se mencionan a continuación presenta mayor energía cinética:

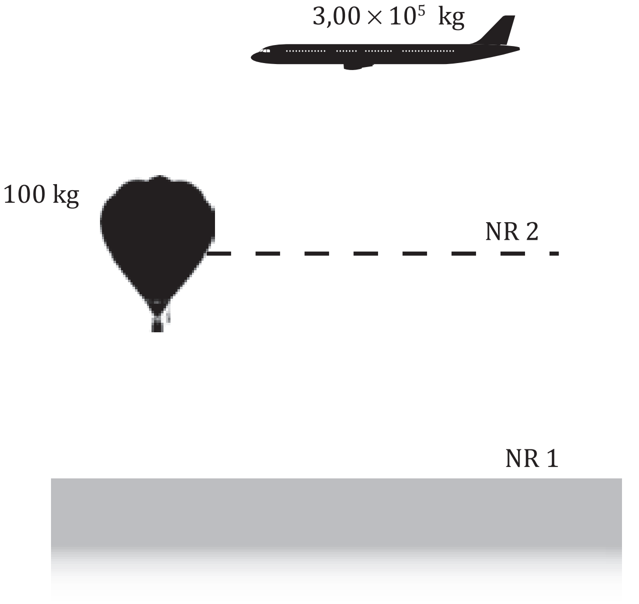
a. Un cuerpo de masa m y rapidez v
b. Un cuerpo de masa 2 m y rapidez $v/2$
c. Un cuerpo de masa $m/2$ y rapidez $2v$

3. Considere un auto de 1 200 kg que se desplaza con una rapidez de $23{,}0\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$ y determine cuál es su energía cinética. ¿A qué rapidez debe viajar un objeto de 180,0 kg de masa para tener la misma energía cinética que la del auto?

4. Considerando que desde una altura de 200,0 m por encima del nivel del suelo se deja caer una piedra de 5,00 kg, responda las siguientes preguntas:

a. ¿Cuánto valdrá su energía potencial gravitatoria en el punto más alto?
b. ¿Cuánto valdrá su energía cinética en el punto medio del recorrido?
c. ¿Cuánto valdrá su energía cinética al llegar al suelo?

5. Un globo aerostático tarda 5,00 min en elevarse 100 m. En ese instante, un avión pasa por encima del globo a 900 m del piso. Determine la energía potencial del globo respecto al NR1 y la energía potencial del avión con respecto al NR2.



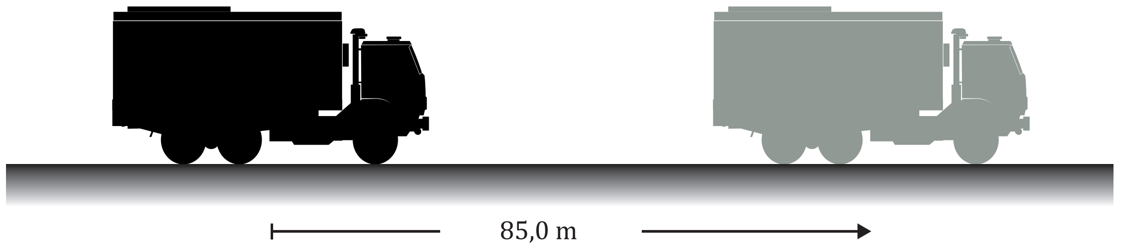
6. Un cuerpo de 0,200 kg es lanzado desde un punto que está a 20,0 m por encima de la superficie terrestre, y con una rapidez de $20{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ que forma un ángulo de 60,0° con la horizontal. ¿Cuál es su rapidez cuando el cuerpo se ubique a 25,0 m sobre la superficie terrestre?

7. Una carreta de 400 kg entra sin control en un campo de maíz a una rapidez de $12{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ y finalmente se detiene. ¿Cuál fue el trabajo realizado sobre la carreta?

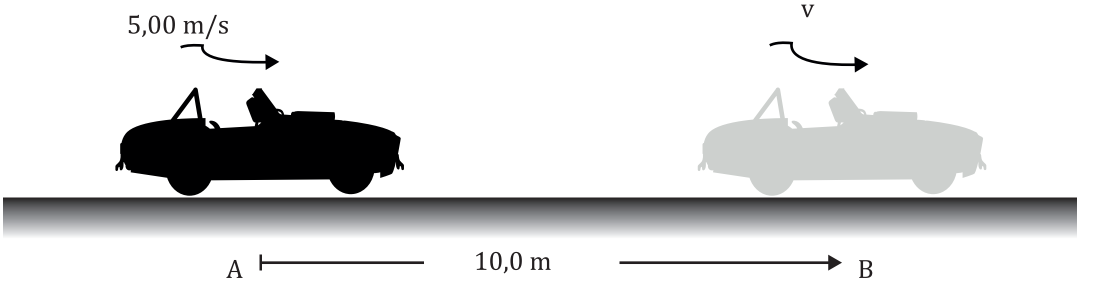
8. Un martillo de 0,600 kg se mueve a $30{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ justo antes de golpear la cabeza de un clavo de ángulo recto. Calcule la energía cinética inicial. ¿Qué trabajo realizó la cabeza del martillo?

9. ¿Qué fuerza media se necesita para incrementar la rapidez de un objeto de 2,00 kg de $5{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ a $12{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, en una distancia de 8,00 m?

10. Un camión con rapidez inicial de $20{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ frena hasta el reposo, recorriendo una distancia de 85,0 m. Usando el teorema del trabajo–energía cinética, determine el coeficiente de rozamiento cinético (μ_k).



11. El auto de juguete de 4,00 kg de masa, fue lanzado en el punto A con una rapidez de $5{,}00\,\frac{m}{s}$, y luego de recorrer 10,0 m llega al punto B. Calcule la rapidez del bloque en B si el coeficiente de rozamiento cinético del piso es $\mu_k = 0{,}0450$.



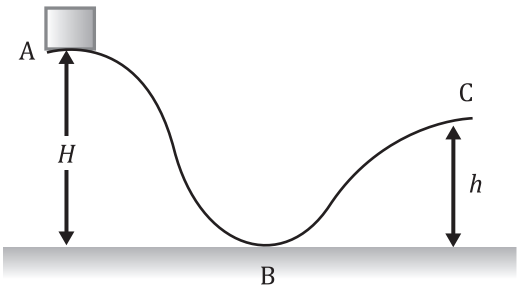
12. Un auto con rapidez inicial $20{,}0\,\frac{m}{s}$ frena hasta el reposo en un plano horizontal rugoso con $\mu_k = 0{,}500$. Usando el teorema del trabajo y la energía cinética, determine la distancia recorrida por el auto.

13. Un proyectil de 20,0 g choca contra un banco de fango horizontalmente y penetra 6,00 cm antes de detenerse. Calcule el módulo de la fuerza de detención si la rapidez de entrada es de $80{,}0\,\frac{m}{s}$

14. Desde una altura de 6,00 m, un cuerpo de 3,00 kg comienza a deslizarse por un plano inclinado. Calcule la rapidez del cuerpo cuando abandona el plano inclinado suponiendo que no hay rozamiento.

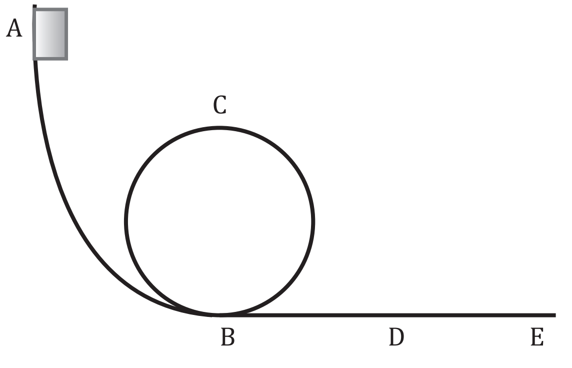
15. Un bloque de 0,600 kg resbala sobre una superficie curva a partir del reposo, desde el punto A (H = 7,00 m) hasta el punto C (h = 3,00 m). Desde A hasta B no hay fricción, pero desde B hasta C la superficie es rugosa.

a. Halle la rapidez del bloque cuando pasa por B.
b. Si el bloque llega al reposo en C, calcule el trabajo realizado por la fuerza de fricción desde B hasta C.

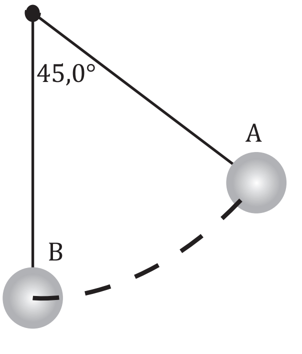


16. Se deja caer un vagón de 300,0 kg desde una altura de 25,0 m (posición A). Si el rizo tiene un diámetro de 6,00 m y se supone que no hay fricción en el tramo de A a D, indique la verdad (V) o falsedad (F) de cada una de las siguientes proposiciones. Justifique cada respuesta:

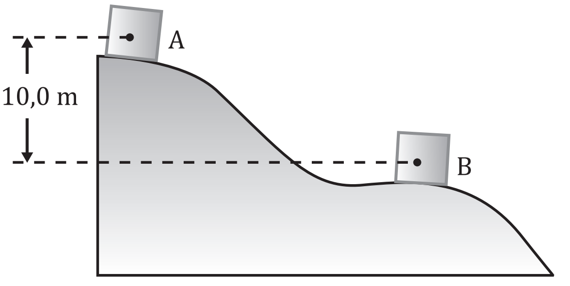
a. La energía mecánica del vagón, al pasar por la posición A, es igual a $7{,}36 \times 10^4$ J
b. La energía cinética del vagón, al pasar por la posición B, es igual a $5{,}59 \times 10^4$ J
c. La rapidez del vagón, al pasar por la posición C, es igual a $20{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$
d. La fuerza que tiene que realizar el mecanismo de frenado, si el vagón se detiene a los 8,00 m, al viajar de D a E es igual a $9{,}20 \times 10^3$ N



17. Una esfera de 6,30 kg es soltada desde la posición A. Si la longitud de la cuerda es de 5,00 m, ¿cuál es la rapidez con que pasa por el punto B?



18. Se suelta un bloque de masa 2,00 kg en el punto A. Considerando la superficie lisa: a) determine el trabajo realizado sobre el bloque por la fuerza normal al ir de A hasta B, b) calcule el trabajo realizado sobre el bloque por la fuerza de gravedad al ir desde A hasta B.



Actividad

Conservación de la energía mecánica

Materiales

- Un tablero vertical con rampa de lanzamiento
- Una billa de acero
- Una regla graduada

Procedimiento

Los datos preliminares que necesitará son:

- Masa de la billa =
- Distancia X_{BC} =

Coloque la billa en el extremo superior de la rampa (punto A) y suéltela a partir del reposo. La billa impactará en el punto C.

Anote en la Tabla I las alturas, (con respecto a la base) del punto A (h_A), punto B (h_B) y la distancia horizontal recorrida X_{BC}

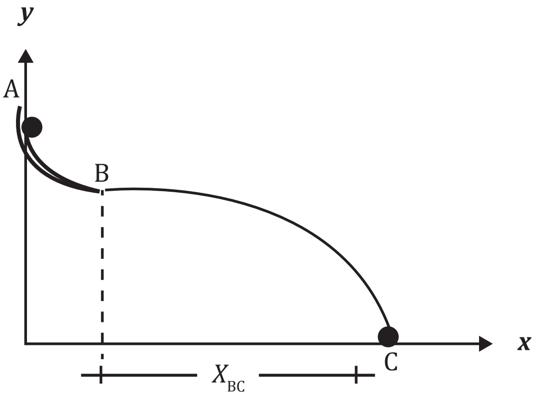


Tabla I

	h (cm)
A	
B	
C	

Con los datos de la Tabla I, calcule las rapideces y las energías: cinética, potencial y mecánica en los puntos A, B, y C. Anote sus resultados en la Tabla II.

Tabla II

	Altura(m)	$V_x\left(\frac{m}{s}\right)$	$V_y\left(\frac{m}{s}\right)$	E_C (J)	U_P (J)	E_M (J)
Punto A						
Punto B						

Usando la ley de conservación de la energía mecánica halle la rapidez en B.

Finalmente, con la rapidez en C, determine el tiempo que demoró la billa en recorrer la distancia $X_{BC.}$ Contraste ese resultado con el tiempo de caída, usando las ecuaciones de caída libre con rapidez inicial cero, y observe que son iguales.

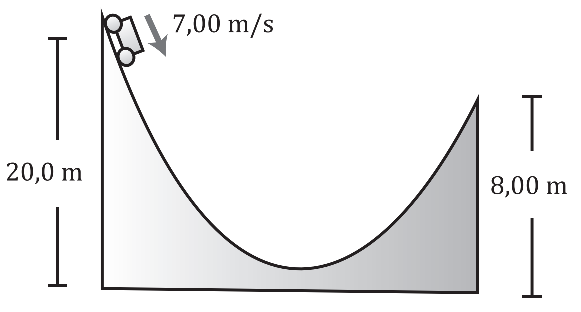
Ejercicios de autoevaluación

1. Un bloque de 2,00 kg reposa sobre una mesa, a 80,0 cm del piso. Calcule la energía potencial del bloque en relación con: a) el piso, b) el asiento de una silla que está a 40,0 cm del piso y c) el techo, a 3,00 m del piso.

2. Un ladrillo de 1,20 kg está suspendido a 2,00 m de distancia, arriba de un pozo de inspección, y luego se lo deja caer. El fondo del pozo está 3,00 m por debajo del nivel de la calle. Con respecto a la calle, ¿cuál es la energía potencial del ladrillo en cada uno de esos lugares? ¿Cuál es el cambio en términos de energía potencial?

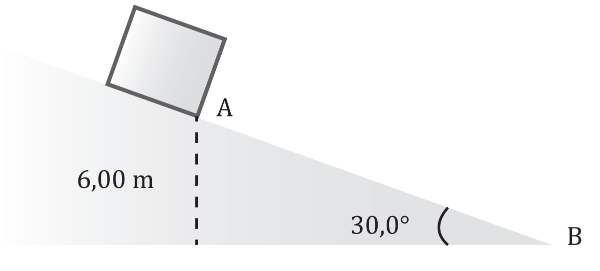
3. En cierto instante, un proyectil desarrolla una rapidez de $60{,}0\,\frac{m}{s}$. Si su energía potencial en ese punto es igual a la mitad de su energía cinética, ¿cuál es su altura sobre el nivel del suelo?

4. Un carrito de 8,00 kg de masa está viajando con una rapidez inicial de $7{,}00\,\frac{m}{s}$ en su descenso por una rampa. Desprecie la fricción y calcule la rapidez cuando el carrito llega a 8,00 m de altura.



5. Una partícula de 0,600 kg tiene una rapidez de $2{,}00\,\frac{m}{s}$ en un punto A y una energía cinética de 7,50 J en un punto B. Encuentre lo siguiente: a) la energía cinética en A, b) su rapidez en B, c) el trabajo neto realizado sobre la partícula cuando se mueve de A hacia B.

6. Se suelta desde la parte superior de un plano inclinado rugoso un bloque de 10,0 kg. Si el coeficiente de rozamiento cinético es $\mu_k = 0{,}400$, determine lo siguiente: a) el trabajo realizado por la fuerza de fricción, b) el trabajo debido al peso, c) el trabajo neto realizado sobre el bloque.



7. Una muchacha que pesa 500 N está sentada en un columpio, cuyo peso es insignificante. Si se le imparte una rapidez inicial de $5{,}50\,\frac{m}{s}$, ¿a qué altura se elevará?

8. Un cuerpo de 2,00 kg de masa inicialmente en reposo es empujado sobre una superficie lisa por una fuerza horizontal constante de 5,00 N. ¿Cuál será su rapidez luego de recorrer 4,00 m?

9. Una caja de 40,0 kg, inicialmente en reposo, se empuja 5,00 m por un piso rugoso horizontal con

una fuerza horizontal de módulo igual a 130 N. Si el coeficiente de fricción entre la caja y el piso es $\mu_k = 0{,}300$, calcule lo siguiente: a) el trabajo realizado por la fuerza aplicada, b) el trabajo realizado por la fuerza de fricción, c) el cambio en la energía cinética de la caja, d) la rapidez final de la caja.

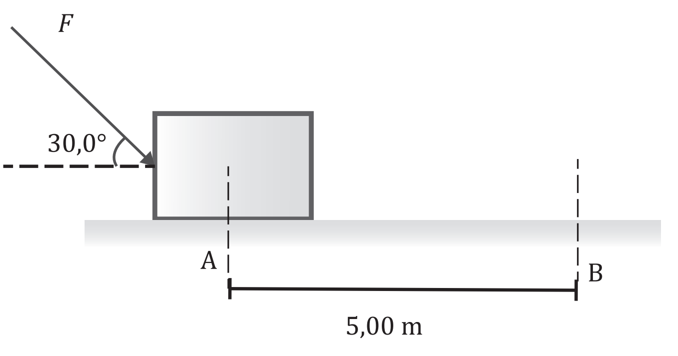
10. Un bloque de 20,0 kg se desplaza horizontalmente sobre una superficie sin rozamiento, por acción de una fuerza paralela a la superficie. Por el punto A pasa con una rapidez de $6{,}00\frac{\text{m}}{\text{s}}$ y por el punto B con una rapidez de $10{,}00\frac{\text{m}}{\text{s}}$, y la distancia entre A y B es de 300,0 m. Encuentre lo siguiente: a) la energía cinética del bloque en el punto A y en el punto B, b) el trabajo neto realizado sobre el bloque entre A y B, c) el valor de la fuerza promedio aplicada sobre el bloque, d) la aceleración del bloque, e) el tiempo que demora en recorrer la distancia entre A y B.

11. Con una fuerza horizontal de 150,0 N se empuja una caja de 40,0 kg, a una distancia de 6,00 m sobre una superficie horizontal rugosa. Si la caja se mueve a rapidez constante, encuentre lo siguiente: a) el trabajo realizado por la fuerza de 150 N, b) el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento, c) el coeficiente de fricción cinética μ_k.

12. Una carretilla cargada con ladrillos tiene una masa total de 18,0 kg y se jala con rapidez constante por medio de una cuerda. La cuerda forma un ángulo de 20,0° por encima de la horizontal y la carretilla se mueve 20,0 m sobre una superficie horizontal. El coeficiente de fricción cinético entre el suelo y la carretilla es $\mu_k = 0{,}500$. Calcule lo siguiente: a) la tensión en la cuerda, b) el trabajo que efectúa la tensión ejercida por la cuerda sobre la carretilla, c) la energía perdida debido a la fricción.

13. Una bala con una masa de 5,00 g y una rapidez de $600\frac{\text{m}}{\text{s}}$ penetra un árbol hasta una distancia de 4,00 cm. Usando consideraciones de energía: a) calcule cuál es la fuerza de fricción promedio que detiene la bala. Suponiendo que la fuerza de fricción es constante, b) determine cuál es la desaceleración de la bala, c) halle el tiempo que demora la bala en detenerse desde el momento en que ingresa al árbol.

14. Un bloque de 8,00 kg se mueve sobre una superficie rugosa ($\mu_k = 0{,}160$), por acción de una fuerza de módulo igual a 30,0 N. En su movimiento pasa por las posiciones A y B (AB = 5,00 m). Cuando pasa por el punto A su rapidez es $1{,}50\frac{\text{m}}{\text{s}}$; calcule lo siguiente: a) el trabajo neto realizado en el tramo AB, b) la rapidez del bloque cuando pasa por el punto B.



15. Un esquiador de 70,0 kg comienza su descenso por una pendiente de 30,0 m, que forma un ángulo de 28,0° con la horizontal. Suponga que $\mu_k = 0,0200$. ¿Cuál es la rapidez del esquiador cuando llega al pie de la pendiente?

16. Un trineo de 20,0 kg es empujado en una pendiente de 34,0° hasta una altura vertical de 140,0 m. Una fuerza de fricción constante de 50,0 N actúa durante toda esa distancia. ¿Qué trabajo externo se requirió? ¿Cuál fue el cambio en la energía potencial?

17. Un trineo de 60,0 kg se desliza desde el reposo hasta el fondo de una pendiente de 30,0 m de longitud y 25,0° de inclinación. Una fuerza de fricción de 100,0 N actúa en toda esa distancia. ¿Cuál es la energía mecánica total en la cumbre y al pie de la pendiente? ¿Cuál es la rapidez que alcanza el trineo en el punto más bajo?

18. Un bloque de 500,0 g se suelta desde la parte más alta de un plano inclinado a 30,0°, y se desliza 160,0 cm hasta llegar al punto más bajo. Una fuerza de fricción constante de 0,900 N actúa durante toda esa distancia. ¿Cuál es la energía mecánica total en el punto más alto? ¿Qué trabajo ha realizado la fricción? ¿Cuál es la rapidez en el punto más bajo?

Videos

Energía mecánica: Cómo encontrar la rapidez de un objeto usando la conservación de la energía mecánica. http://bit.ly/1iYxfuo	

Respuestas

Capítulo 1

Preguntas y problemas

1. Presión, altura, temperatura, rapidez, volumen, área

2. Onza, grado celsius, pulgada, libra, hectárea, metro cúbico, yarda

3. cm, $\frac{kg}{m^3}$, pascales, watts, K, joules

4. a) Magnitudes fundamentales: longitud (altura), masa, tiempo; Magnitudes derivadas: rapidez, b) 6,70 m – 7,00 m; 3,00 m – 3,35 m; 5,4 t a 6,0 t, $\frac{km}{h}$, 40 años a 50 años

5. Velocidad de la luz en el agua, área de un campo de fútbol, cantidad de sustancia, distancia de su casa a la universidad, frecuencia de un microprocesador

6. Área, trabajo

7.

Magnitud física	Símbolo de la unidad
longitud	m
tiempo	s
temperatura	K
Cantidad de sustancia	mol
Intensidad de corriente	A

8. Magnitud fundamental: periodo, longitud
   Magnitud derivada: aceleración

9. Magnitud fundamental: altura, tiempo
   Magnitud derivada: peso, rapidez

10.

Unidades	Símbolos
ampere	m
candela	J
ohm	N
joule	Pa
watt	W
newton	Ω
pascal	A
metro	cd

11. a) Pa, b) newtons, c) milivolts, mV, d) kg, e) s, f) ohms, g) watts, h) kilojoules

12. 100 metros y 200 metros; 9,58 s, 100 m; 19,19 s, 200 m

13.

	Cantidad con prefijo
$5{,}00 \times 10^{9}$ m	5,00 Gm
$6{,}50 \times 10^{-6}$ J	6,50 μJ
$1{,}40 \times 10^{-3}$ Pa	1,40 mPa
$2{,}88 \times 10^{3}$ s	2,88 ks

14.

	Prefijo	**Unidad de medida**	**Magnitud física**
kilomol	kilo	mol	cantidad de sustancia
miliampere	mili	ampere	intensidad de corriente
microsegundo	micro	segundo	tiempo
gigawatt	giga	watt	potencia
nanopascal	nano	pascal	presión
milijoule	mili	joule	trabajo / energía
kilonewton	kilo	newton	fuerza

15.

Magnitud física	**Incorrecto**	**Correcto**
Longitud	$1{,}464 \times 10^{2}$ M	$1{,}464 \times 10^{2}$ m
Masa	12.6 Kg.	12,6 kg
Presión	8.6789 pa	8,678 9 Pa
Fuerza	9.56 Ns	9,56 N
Energía	78,6 J.	78,6 J
Área	23,2 mt^{2}	23,2 m^{2}

Magnitud física	Incorrecto	Correcto
Peso	3,2 Newton	3,2 newtons
Trabajo	26.2 Joule	26,2 joules
Rapidez	$40\ \dfrac{\text{metro}}{\text{seg.}}$	$40\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$
Masa	2,3 TON.	2,3 t
Longitud	149,4 Mt	149,4 m
Potencia	17.4 w	17,4 W
Fuerza	65,3 neutonios	65,3 newtons
Intensidad de la corriente	70,0 amperios	70,0 amperes
Rapidez	$1{,}94\ \dfrac{\text{km}}{\text{hs}}$	$1{,}94\ \dfrac{\text{km}}{\text{h}}$
Temperatura	257 °K	257 K
Presión	752 pa	752 Pa
Tiempo	64,1 hrs	64,1 h
Longitud	25,3 metro	25,3 metros
Masa	8.37 gr.	8,37 g
Volumen	6,31 mt^3	6,31 m^3
Velocidad	$2{,}840\ \dfrac{\text{metro}}{\text{s}}$	$2{,}840\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$
Longitud	63.70 ms	63,70 m
Fuerza	43 Nts.	43 N

16.

$1{,}6 \times 10^{-4}$ centímetros	1,6 μm
	1600 nm

17. Respuesta libre

18.

La masa de la Luna es de $7{,}38 \times 10^{22}$ Kg. y el radio lunar es $1{,}70 \times 10^{3}$ Kms.	kg km
La luz visible tiene longitudes de onda de 400 y 700 Nanómetros.	400 nanómetros y 700 nanómetros.
La distancia recorrida por la luz en un segundo es 299792,4580 km.	299 792,458 0 km
Una persona de 70 kg tendría aproximadamente 4.90 lts de sangre.	4,90 l
1 nuevo sol tiene un diámetro de 25.5 mm., y un grosor de 1.65 mm.	25,5 mm, y un grosor de 1,65 mm.

19. a) La estufa eléctrica tiene una resistencia eléctrica igual a 15 kΩ., b) Si un foco incandescente es de 100 W de potencia, la de bajo consumo tendrá que ser de 20 W de potencia., c) La masa de 1 nuevo sol es de 7,32 g., d) La Independencia del Perú fue el 1821-07-28., e) Tengo clases de Física a las 08:00 h.

20. 0,50 m; 5,000 $\frac{\text{l}}{\text{h}}$

Ejercicios de autoevaluación

1. Magnitudes fundamentales: longitud, masa
   Magnitudes derivadas: energía
2. Potencia, aceleración, masa, rapidez, distancia
3. a) $3{,}0\times10^{8}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, b) $5{,}98\times10^{24}$ kg, c) $6{,}378\times10^{6}$ km, d) $3{,}00\times10^{8}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, e) $28{,}98\frac{\text{g}}{\text{mol}}$
4.

Potencia	Nombre del prefijo	Símbolo del prefijo
10^{3}	kilo	k
10^{-2}	centi	c
10^{6}	mega	M
10^{-9}	nano	n
10^{-6}	micro	μ

5.

Medidas	Cantidad con prefijo
0,125 s	125 ms
3 187 N	3,187 kN
0,004 68 m	4, 68 mm
$30\,000\,000\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$30\ \frac{\text{Mm}}{\text{s}}$

6.

	Corrección
3 550 j	3 550 J
$341\ \frac{\text{km}}{\text{hr}}$	$341\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$
453 Kgrs	453 kg
50 Watts.	50 watts
70 °K	70 K
100 Neutonios	100 newtons

7.

	Verdadero (V)	Falso (F)
$5{,}00 \times 10^{6}$ pascales = 5,00 MPa = 5,00 megapascales	V	
$3{,}00 \times 10^{-3}$ watts = 3,00 kW = 3,00 kilowatts		F
$6{,}00 \times 10^{-3}$ volts = 6,00 mV = 6,00 milivolts	V	
$5{,}00 \times 10^{-9}$ newtons = 5,00 nN = 5,00 nanonewtons	V	

8. a) La rapidez máxima en una autopista es $60{,}0\frac{km}{h}$, b) La temperatura del cuerpo humano es 309,5 K, c) La densidad del agua de mar es aproximadamente $1{,}002\frac{g}{cm^3}$, d) El caudal de agua que sale por una grifería es $0{,}200\,\frac{m^3}{s}$

9.

Magnitud	Unidad	Magnitud	Unidad
tiempo	s	velocidad	$\frac{m}{s}$
área	m^2	aceleración	$\frac{m}{s^2}$
masa	kg	altura	m
densidad	$\frac{kg}{m^3}$	peso	N
temperatura	K	volumen	m^3

10.

Magnitud	Medida
longitud	133 km
tiempo	70,0 s
volumen	4,50 m^3
masa	12,0 kg
densidad	$13{,}6\frac{kg}{m^3}$
área	15 m^2

11. 50,0 centímetros; m^3; $\frac{g}{cm^3}$

Capítulo 2

Preguntas y problemas

1. 2, 3, 4, 3, 4, 4, 2, 4, 5, 5, 5, 4, 2, 7, 3, 6, 5

2. 3, 3, 4, 2, 4

3. $6{,}4 \times 10^3$ mm

4. $4{,}6\times10^2$ m , $8{,}7\times10^2$ s , $6{,}0\times10^3\ \dfrac{m}{s}$, $3{,}8\times10^3$ kg , $6{,}9\times10^{-3}\ m^2$

5. $2{,}354\times10^6$ km , $3{,}4\times10^2$ N , $1{,}20\times10^5$ A , $9{,}45\times10^{-6}$ kg , $4{,}203\times10^9$ dm , $8{,}740\times10^8$ cm

6. $57{,}0\ cm^3$; $23{,}86\ m^2$; $1{,}85\dfrac{m}{s}$; $92{,}2\ m^2$; $31{,}6$ N ; $1{,}09\times10^3$ m ; $9{,}7\times10^3\ cm^3$; $2{,}64\times10^4\ cm^2$; $6{,}69$ m

7. $1{,}72\times10^{-4}\ m^3$

8. 0,804 L

9. $30{,}0\dfrac{m}{s}$; $219{,}4\dfrac{km}{h}$; $1{,}73\times10^3\ \dfrac{N}{m^2}$; $13{,}41\dfrac{m}{s}$

10. 41,07 kg ; $4{,}25\times10^3\ cm^2$; $31{,}1\dfrac{m}{s}$; $4{,}2\dfrac{m}{s^2}$

Ejercicios de autoevaluación

1. 13,10 cm ; 13, 0 cm

2. 7, 5, 5, 2, 4

3. $9{,}01\times10^3$ mol , $3{,}00\times10^{-3}$ m , $1{,}03\times10^{-1}\ \Omega$, $9{,}00\times10^{-4}$ A , $5{,}12\times10^{-1}$ °C

4.

Cantidad		Cantidad	
$9{,}99 \times 10^{-9}$ kW	x	$0{,}0945 \times 10^{-2}$ kg	
$0{,}10 \times 10^{8}$ mJ		$12{,}3 \times 10^{8}$ mm	
$5{,}40 \times 10^{4}$ Pa	x	$57{,}40 \times 10^{9}$ ml	
$4{,}02 \times 10^{-4}$ A	x	$0{,}902 \times 10^{-2}$ L	

5. $4{,}7\times10^2$ cm , $3{,}9\times10^4$ m , $2{,}98\times10^4$ kg , $5{,}8\times10^4$ s , $4{,}4\times10^{-3}\ \dfrac{m}{s^2}$, $4{,}677\times10^2$ cm , $6{,}0\times10^6$ m , $8{,}67\times10^3$ s , $7{,}8\times10^{-2}\ \dfrac{m}{s}$

6. $69\,\text{m}$, $0{,}92\dfrac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

7. $1{,}71\,\text{m}$, $6{,}278\,\text{km}$, $5{,}902\times10^4\ \text{J}$, $41{,}95\,\text{kg}$, $1{,}07\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$, $507{,}5\,\dfrac{\text{km}}{\text{h}}$, $0{,}664\,2\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

8. Sí

9. $98{,}95\,\text{m}^3$

10. $4{,}70\times10^{-4}\ \text{m}^3$

11. $2{,}784\times10^4\ \dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

12. Sí

13. $7{,}51\times10^{-4}\ \dfrac{\text{m}^3}{\text{s}}$

14. $5{,}08\times10^2\ \text{m}^3$

15. $2{,}85\times10^{-2}\ \text{m}$, $4{,}265\times10^{-1}\ \text{kg}$, $4{,}585\,21\times10^{-2}\ \text{s}$

16. $22{,}65\,\text{m}^3$

17. $5{,}822\,\text{km}$, $6{,}075\,\text{km}$, $5{,}664\,\text{km}$, $6{,}768\,\text{km}$

Capítulo 3

Preguntas y Problemas

1.

Magnitud
Altura máxima **Escalar**
Masa de equipaje **Escalar**
Peso del vehículo **Vectorial**
Velocidad máxima **Vectorial**
Tiempo de cargado de baterías **Escalar**
Energía consumida a los 100 km **Escalar**

2. a) $-22{,}5\,\mathrm{m}\,\hat{i}$; $39{,}0\,\mathrm{m}\,\hat{j}$, b) $52{,}0\,\mathrm{N}\,\hat{i}$; $30{,}0\,\mathrm{N}\,\hat{j}$, c) $-28{,}9\,\mathrm{N}\,\hat{i}$; $-34{,}5\,\mathrm{N}\,\hat{j}$, d) $0{,}0\,\mathrm{N}\,\hat{i}$; $-75{,}0\,\mathrm{N}\,\hat{j}$

3. b

4. $\vec{A} = \left(30{,}0\,\hat{i} + 40{,}0\,\hat{j}\right)\mathrm{N}$

   $\vec{B} = \left(-40{,}0\,\hat{i} + 40{,}0\,\hat{j}\right)\mathrm{N}$

5. $\vec{R} = \left(-10{,}0\,\hat{i} + 80{,}0\,\hat{j}\right)\mathrm{N}$

   $R = 80{,}6\,\mathrm{N}$

   $\theta = 97{,}1^\circ$

6. $\vec{A} = \left(21{,}2\,\hat{i} - 21{,}2\,\hat{j}\right)\mathrm{m}$

   $\vec{B} = \left(-17{,}5\,\hat{i} + 30{,}3\,\hat{j}\right)\mathrm{m}$

7. $\vec{R} = \left(3{,}71\,\hat{i} + 9{,}10\,\hat{j}\right)\mathrm{m}$

   $R = 9{,}83\,\mathrm{m}$

   $\theta = 67{,}8^\circ$

8. a) $8{,}66\,\mathrm{N}\,\hat{i}$; $5{,}00\,\mathrm{N}\,\hat{j}$, b) $-0{,}87\,\mathrm{N}\,\hat{i}$; $+0{,}50\,\mathrm{N}\,\hat{j}$, c) $0{,}0\,\mathrm{N}\,\hat{i}$; $+8{,}5\,\mathrm{N}\,\hat{j}$

9. $\vec{R} = \left(7{,}79\,\hat{i} + 14{,}0\,\hat{j}\right)\mathrm{N}$

   $R = 16{,}0\,\mathrm{N}$

   $\theta = 60{,}9^\circ$

10. $R = 48,4\ N$

$\theta = 258°$

11. $\vec{A}_x = 50,0\,\hat{i}\,N$, $\vec{A}_y = -30,0\,\hat{j}\,N$

$\vec{B}_x = -20,0\,\hat{i}\,N$, $\vec{B}_y = -30,0\,\hat{j}\,N$

12. $\vec{R} = \left(30,0\,\hat{i} - 60,0\,\hat{j}\right)N$,

$R = 67,1\ N$

$\theta = 297°$

13. $\vec{A}_x = -28,3\,N\,\hat{i}$, $\vec{A}_y = -28,3\,N\,\hat{j}$

$\vec{B}_x = 25,0\,N\,\hat{i}$, $\vec{B}_y = 43,3\,N\,\hat{j}$

14. $\vec{R} = \left(-3,3\,\hat{i} + 15,0\,\hat{j}\right)N$

$R = 15,4\ N$

$\theta = 102°$

15. $\left(-220,0\hat{i} + 173,2\hat{j}\right)N$

$R = 280,0\ N$

$\theta = 142,0°$

16. $R = 18,0\,\dfrac{m}{s}$, $\theta = 33,7°$

Ejercicios de autoevaluación

1. $\vec{A} = \left(-20,0\,\hat{i} + 20,0\,\hat{j}\right)m$

$\vec{B} = \left(30,0\,\hat{i} + 40,0\,\hat{j}\right)m$

$\vec{C} = \left(30,0\,\hat{i} - 20,0\,\hat{j}\right)m$

$\vec{D} = \left(-20,0\,\hat{i} - 30,0\,\hat{j}\right)m$

$\vec{R} = \left(20,0\,\hat{i} + 10,0\,\hat{j}\right)m$

22,4 m; 26,6°

2. $8{,}94\ \text{km}$, $63{,}4°$

3. $\left(-38{,}0\,\hat{i}-66{,}0\,\hat{j}\right)\text{m}$

4. $\left(-300{,}0\,\hat{i}+400{,}0\,\hat{j}\right)\text{m}$

5. a) $\vec{A}_x = 166\ \text{km}\,\hat{i}$, $\vec{A}_y = 112\ \text{km}\,\hat{j}$; b) $\vec{B}_x = -20{,}0\ \dfrac{\text{km}}{\text{h}}\hat{i}$, $\vec{B}_y = 34{,}6\ \dfrac{\text{km}}{\text{h}}\hat{j}$; c) $\vec{C}_x = 43{,}3\ \text{N}\,\hat{i}$, $\vec{C}_y = -25{,}0\ \text{N}\,\hat{j}$

6. $53{,}9\dfrac{\text{km}}{\text{h}}$, $202°$

7. 80,0 N

8. 92,4 N

9. 183 N; 101°

10. 512 N, 321°

11. $\left(296\,\hat{i}-426\,\hat{j}\right)\text{N}$

12. $\vec{R}=\left(-173\,\hat{i}+835\,\hat{j}\right)\text{N}$

    $R = 853\ \text{N}$

    $\theta = 102°$

13. $\vec{R}=\left(318\,\hat{i}+167\,\hat{j}\right)\text{N}$

    $R = 359\ \text{N}$

    $\theta = 27{,}7°$

14. $\vec{A}_x = 319\ \text{N}\,\hat{i}$, $\vec{A}_y = 241\ \text{N}\,\hat{j}$

    $\vec{B}_x = 68{,}9\,\hat{i}\ \text{m}$, $\vec{B}_y = -57{,}9\,\hat{j}\ \text{m}$

    $\vec{C}_x = -60{,}6\,\hat{i}\dfrac{\text{km}}{\text{h}}$, $\vec{C}_y = +35{,}0\,\hat{j}\dfrac{\text{km}}{\text{h}}$

15. 585 N, 243°; 23 m/s, 130°

16. 100 N, 173 N

17. $\vec{R} = \left(166\,\hat{i} + 68{,}2\,\hat{j}\right)\,m$

    $R = 180\,m$

    $\theta = 22{,}3°$

18. $\vec{R} = \left(3{,}46\,\hat{i} + 2{,}25\,\hat{j}\right)\,m$

    $R = 4{,}13\,m$

    $\theta = 33{,}0°$

19. 96,5 N

20. 261 N

Capítulo 4

Preguntas y Problemas

1. Magnitudes escalares: altura (longitud), tiempo. Magnitudes vectoriales: velocidad, posición.

2. Hacia la derecha; +11,50 m$\hat{\imath}$; 11,50 m

3. $+6{,}4\ \frac{m}{s}\hat{\imath}$; $6{,}4\ \frac{m}{s}$

4. $+750\ m\,\hat{\imath}$; $2{,}25\times10^{3}$ m

5. 251 km

6. 1,81 h

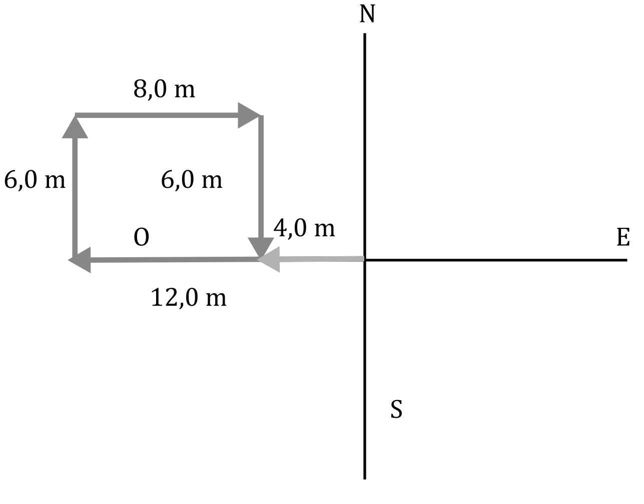
7. $9{,}49\frac{m}{s}$; $9{,}37\frac{m}{s}$

8. $63{,}5\ \frac{km}{h}$

9. $0{,}0\frac{m}{s}\hat{\imath}$; $1{,}71\frac{m}{s}$

10. $0{,}128\frac{m}{s}\hat{\imath}$; $0{,}128\frac{m}{s}$

11. $-4{,}0\ m\,\hat{\imath}$; 32,0 m; $-0{,}80\frac{m}{s}\hat{\imath}$; $6{,}4\frac{m}{s}$



12. $74{,}3\frac{km}{h}$ hacia el norte

13. $+12{,}1\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\,\hat{\text{i}}$

14. $-7{,}41\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\,\hat{\text{i}}$

15. 12,3 s

Ejercicios de autoevaluación

1. $-20{,}0\,\text{cm}\ \hat{\text{i}}\,;\ 20{,}0\,\text{cm}$

2. b

3. a) $350{,}0\,\text{m}$ al sur, b) $1{,}150\,\text{km}$

4. 15 km al norte; 15 km

5. $0{,}0\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{i}}\,;\ 8{,}00\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

6. $3{,}24\times10^3$ km

7. b

8. 8,00 h

9. F; V; F

10. $0{,}0\,\text{m}\,\hat{\text{i}}\,;\ 0{,}0\,\text{m}\,\hat{\text{i}}\,;\ 0{,}0\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{i}}\,;\ 0{,}171\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

11. $3{,}89\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

12. $2{,}3\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\,,\ 3{,}9\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

13. $+1{,}16\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{i}}\,;\ 6{,}98\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

14. $+2{,}83\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\,\hat{\text{i}}$

15. $-3{,}20\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\,\hat{\text{i}}$

16. 12 s

Capítulo 5

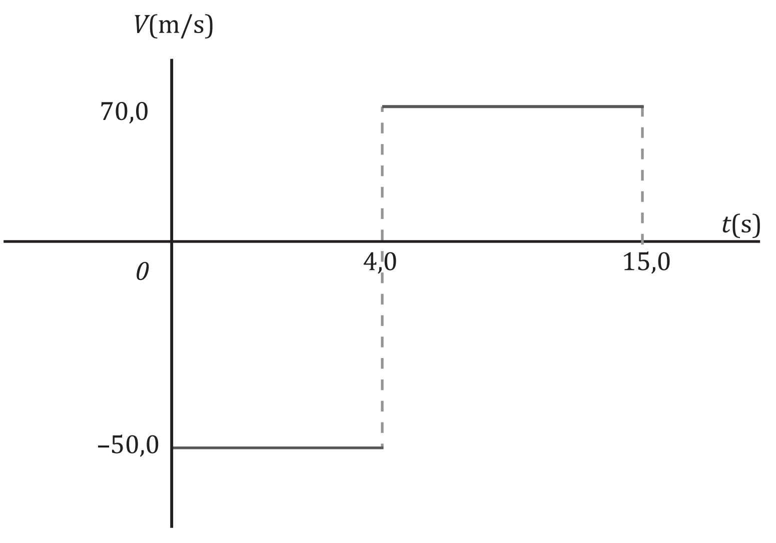
Preguntas y Problemas

1. $-2{,}00\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$; $3{,}50\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$; $+26{,}0\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$

2. II, I, IV, III

3. a) No, b) derecha, izquierda, c) sí

4. a) Figura 5.13 Gráfica *v*-*t* del ejercicio 4,



b) $+570\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$; c) 970 m

5. a) $-40{,}0\,\text{km}\,\hat{\text{i}}$; $0{,}0\,\text{km}\,\hat{\text{i}}$; $+90{,}0\,\text{km}\,\hat{\text{i}}$, b) $+16\,\dfrac{\text{km}}{\text{h}}\,\hat{\text{i}}$; $+8{,}0\,\dfrac{\text{km}}{\text{h}}\,\hat{\text{i}}$; $-10\,\dfrac{\text{km}}{\text{h}}\,\hat{\text{i}}$

6. a) Tramo 1: 0,00 s-2,00 s; tramo 2: 2,00 s-4,00 s; tramo 4: 5,0 s-7,00 s, b) Tramo 1: 00,0 s-2,00 s; tramo 4: 5,00 s-7,00 s, c) Tramo 2: 2,00 s-4,00 s, d) $-10{,}0\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$, e) $-1{,}43\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{i}}$, f) $70{,}0\,\text{m}$, g) $10{,}0\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

7. a) $-20{,}0\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$, b) $+15{,}0\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$, c) $+35{,}0\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$, d) $+0{,}292\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{i}}$, e) $85{,}0\,\text{m}$, f) $0{,}708\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

8. a) $\vec{x}(t) = (60{,}0\,\text{t})\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$; $\vec{x}(t) = (10{,}0 + 40{,}0\,\text{t})\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$, b) $+30{,}0\,\text{km}\,\hat{\text{i}}$, c) $0{,}500\,\text{h}$

9. a) 600 m, b) 20,0 s

10. 4,29 h; 343 km

11. $\vec{x}_{\text{i}} = 80{,}0\ \text{m}\,\hat{\text{i}}$; $\vec{v}_{\text{m}} = -20{,}0\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}}$

$\vec{x} = (80{,}0 - 20{,}0\,\text{t})\ \text{m}\,\hat{\text{i}}$

$\vec{v}_{\text{m}} = -20{,}0\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}}$

12. $+117\ \text{m}\,\hat{\text{i}}$

13. $5{,}83\ \text{km}$

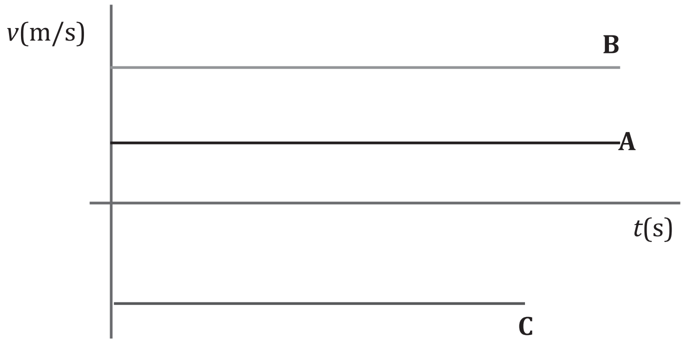
14. $2{,}00\ \text{s}$; $50{,}0\ \text{m}\,\hat{\text{i}}$

Ejercicios de autoevaluación

1. V, F, F, V, F

2. a) B, b) no, c) no

3.



4. a) Hacia la derecha, b) $0{,}0\ \text{m}\,\hat{\text{i}}$, c) $+20{,}0\ \text{m}\,\hat{\text{i}}$, d) $+4{,}00\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}}$, e) 20,0 m, f) $4{,}00\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

5. 20 min

6. Luz, 152 s

7. t = 500 s

8. $+10{,}0\ \text{m}\,\hat{\text{i}}$; $+1{,}43\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{i}}$; $58{,}0\ \text{m}$; $8{,}29\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

9. $-6{,}5\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$; $+20\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{i}}$; $+54\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$

10. 10,0 s; 300 m

11. a) $0{,}00\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$; $+48{,}00\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$, b) $+8{,}00\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{i}}$; $-8{,}00\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{i}}$, c) $\vec{x}_{\text{A}} = (8{,}00\,t)\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$; d) $\vec{x}_{\text{B}} = (48{,}00 - 8{,}00\,t)\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$, e) $3{,}00\,\text{s}$, f) $24{,}0\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$

Capítulo 6

Preguntas y Problemas

1. MRU; MRU; MRUV; MRUV

2. V, V, F

3. $-8{,}00\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,\hat{\text{i}}$

4. $0{,}0\ \text{m}\,\hat{\text{i}}$

5. 200 m

6. La gráfica *v-t* no permite determinar la posición inicial del móvil.

7. $+90\ \text{m}\,\hat{\text{i}}$; 170 m ; MRUV, MRUV, MRU, MRUV;
   $a > 0$: $0{,}0\ \text{s} \leq t \leq 5{,}0\ \text{s}$ y $5{,}0\ \text{s} \leq t \leq 7{,}0\ \text{s}$;
   $a < 0$: $9{,}0\ \text{s} \leq t \leq 10{,}0\ \text{s}$

8. $1{,}00\ \text{m}\,\hat{\text{i}}$; $-5{,}00\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{i}}$; $2{,}00\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,\hat{\text{i}}$

9. $\vec{x} = \left(-2{,}00 + 30{,}0\,t + \frac{1}{2}(-2{,}67)t^2\right)\ \text{m}\,\hat{\text{i}}$

10. $36{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{i}}$; $44{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{i}}$

11. $\vec{x}_{\text{A}} = (200 + 3{,}00\,t)\ \text{m}\,\hat{\text{i}}$; $\vec{x}_{\text{M}} = 2{,}00\,t^2\ \text{m}\,\hat{\text{i}}$

12. 10,8 s

13. $232\ \text{m}\,\hat{\text{i}}$

14. $43{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{i}}$

15. $35{,}0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{i}}$; $+438\ \text{m}\,\hat{\text{i}}$

16. $+45{,}0\ \text{m}\,\hat{\text{i}}$; $+22{,}4\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{i}}$

Ejercicios de autoevaluación

1. MRUV, MRU, MRU, MRUV

2. $+50{,}0\ \text{m}\,\hat{\text{i}}$

3. $+5{,}0\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\,\hat{\text{i}}$

4. $\vec{x} = \left(+20{,}0 - 20{,}0\,t + 2{,}50t^2\right)\ \text{m}\,\hat{\text{i}}$

5. $-37{,}5\ \text{m}\,\hat{\text{i}}$

6. [0; 2 s]: $2{,}0\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\,\hat{\text{i}}$; [8,0 s; 10,0 s]: $-4{,}0\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\,\hat{\text{i}}$

7. V, V, F

8. $+8{,}0\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\,\hat{\text{i}}$

9. $0{,}0\ \text{m}\,\hat{\text{i}}$

10. 50 m

11. $197\ \text{m}\,\hat{\text{i}}$

12. $+1{,}00\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$; $-5{,}00\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\text{i}}$; $+2{,}00\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\,\hat{\text{i}}$; $-5{,}00\,\text{m}\,\hat{\text{i}}$

13. 16,6 s

14. 0,803 s ; $29{,}0\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

15.

a. $\vec{x}_B = +37{,}3\ \text{m}\,\hat{\text{i}}$
$\vec{x}_A = -25{,}3\ \text{m}\,\hat{\text{i}}$

b. 62,6 m

Capítulo 7

Preguntas y problemas

1. $1{,}00\ \text{m}\ \hat{j}, +5{,}00\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ \hat{j}, -9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\ \hat{j}$

2. $0{,}0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ \hat{j}, -58{,}9\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ \hat{j}$

3. $-9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\ \hat{j}$

4. $\vec{v} = -9{,}81\, t\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ \hat{j}$

5. $-177\ \text{m}\hat{j}$

6. F, V, F, V, F

7. d

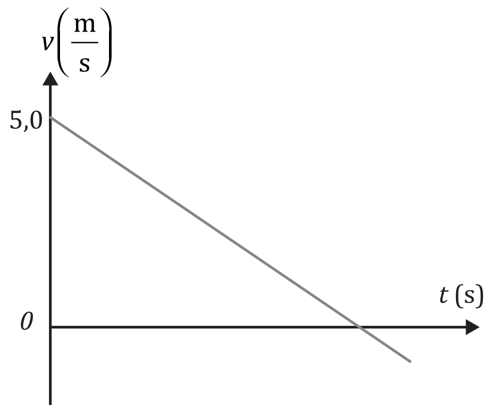
8.

Tabla del ejercicio 8

Tiempo t (s)	Posición y (m)	Velocidad v (m/s)	Aceleración $a\ (\frac{\text{m}}{\text{s}^2})$
0,00	0	40	−9,81
1,00	35,1	30,2	−9,81
2,00	60,4	20,4	−9,81
3,00	75,9	10,6	−9,81
4,00	81,5	0,760	−9,81
5,00	77,4	−9,05	−9,81
6,00	63,4	−18,9	−9,81
7,00	39,7	−28,7	−9,81
8,00	6,08	−38,5	−9,81

9.

Gráfica *v*-*t* del ejercicio 9



$7{,}27\text{ m}, -11{,}9\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{j}}$

10. $3{,}06\text{ s}; 6{,}12\text{ s}; 45{,}9\text{ m}; +41{,}5\text{ m}\ \hat{\text{j}}; -9{,}24\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{j}}$, hacia abajo

11. $2{,}22\text{ s}, 15{,}8\text{ m}\ \hat{\text{j}}$

12. $\vec{y} = \left(60{,}0 + 4{,}50\,t - \frac{9{,}81}{2}t^2\right)\text{ m}\ \hat{\text{j}}$

$\vec{v} = \left(4{,}50 - 9{,}81\,t\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{j}}$

$0{,}459\text{ s}, 0{,}917\text{ s}$

$\vec{\text{v}} = -4{,}50\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{j}}$

$\text{v} = 4{,}50\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Ejercicios de autoevaluación

1. e

2. $1{,}92\text{ s}, -18{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{j}}$

3. $-28{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{j}}$

4. $+17{,}7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{j}}$

5. $-20{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\text{j}}, 162\text{ m}$

6. $2{,}04\text{ s}$

7. $5{,}10\text{ m}$

8. $25{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{\mathrm{j}} - 25{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{\mathrm{j}}$

9. $2{,}55\,\mathrm{s}$

10. $\vec{v} = (25{,}0 - 9{,}81\,t\,)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{\mathrm{j}}$

11. $0{,}0\,\mathrm{m}\,\hat{\mathrm{j}}$

12. $4{,}00\,\mathrm{s},\,78{,}3\,\mathrm{m}$

13. a) $\vec{y} = \left(200 + 30{,}0\,t - \frac{9{,}81}{2}t^2\right)\,\mathrm{m}\,\hat{\mathrm{j}}$; b) $\vec{v} = (30{,}0 - 9{,}81\,t)\,\hat{\mathrm{j}}$; c) $10{,}1\,\mathrm{s}$; d) $-69{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{\mathrm{j}}$

14. $-29{,}4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{\mathrm{j}}$; $44{,}1\,\mathrm{m}$

Capítulo 8

Preguntas y problemas

1. $+40{,}0\,\frac{m}{s}\,\hat{i}\,,\ -29{,}4\,\frac{m}{s}\,\hat{j}$

2. $+26{,}0\,\frac{m}{s}\,\hat{i}\,,\ -14{,}4\,\frac{m}{s}\,\hat{j}$

3. $+60{,}2\,\frac{m}{s}\,\hat{i}\,,\ 79{,}9\,\frac{m}{s}\,\hat{j}\,;\ 18{,}0\,s\,;\ 1{,}08\times 10^{3}\,m$

4. $3{,}19\,s\,;\ 36{,}1\,\frac{m}{s}\,;\ 300^{\circ}$

5. $19{,}3\,s\,;\ 155\frac{m}{s}\,;\ 495\,m\ ;\ 2{,}31\times 10^{3}\,m$

6. $0{,}419\,s\,;\ 3{,}34\,\frac{m}{s}\,\hat{i}\,;\ 5{,}30\,\frac{m}{s}\,,\ 309^{o}$

7. $284\,s\,;\ 2{,}77\times 10^{5}\,m\,;\ 9{,}88\times 10^{4}\,m\,;\ 1{,}71\times 10^{3}\ \frac{m}{s}$

8. $(50{,}0\text{ m, }39{,}7\text{ m});\ 57{,}7\,m\,;\ \left(15{,}8\,\hat{i}-18{,}8\,\hat{j}\right)\frac{m}{s}$

Ejercicios de autoevaluación

1. $a)\,8{,}82\times 10^{3}\ m;\ b)\,48{,}8\,s\,;c)\,300\,\frac{m}{s};\ d)\,2{,}93\times 10^{3}\ m;\ e)\,1{,}08\times 10^{3}\ m, 1{,}26\times 10^{3}\ m$

2. $999\,m;\ \left(100\,\hat{i}-98{,}0\,\hat{j}\right)\frac{m}{s}$

3. $a)\,39{,}6\,m;\ b)\,198\,\frac{m}{s},29{,}0^{\circ};c)\,0{,}404\,s$

4. $\left(3{,}00\,\hat{i}-9{,}81\,\hat{j}\right)\frac{m}{s}\,;\ 72{,}3^{o};\ \left(1{,}56\,m;3{,}68\,m\right)$

5. $a)\,44{,}1\,m;\ b)\,120\,m;\ c)\,49{,}7\,\frac{m}{s};\ d)\,39{,}2\,m$

6. $a)\,11{,}9\,\frac{m}{s};\ b)\,3{,}19\,s;\ c)\left(11{,}9\,\hat{i}-31{,}3\,\hat{j}\right)\frac{m}{s}$

Capítulo 9

Preguntas y problemas

1. DCL

2.

2.1

Fuerza	Cuerpos que interactúan para que surja cada fuerza
Peso	Bloque –Tierra
Normal	Bloque – mesa
Tensión 1	Bloque – cuerda 1
Tensión 2	Bloque – cuerda 2
Fricción	Bloque – mesa

2.2

Fuerza	Cuerpos que interactúan para que surja cada fuerza
Peso	Bloque – Tierra
Tensión	Bloque – cuerda
Normal	Bloque – superficie del plano inclinado
Fricción	Bloque – superficie del plano inclinado

2.3

Fuerza	Cuerpos que interactúan para que surja cada fuerza
Peso	Esfera – Tierra
Tensión	Esfera – cuerda

2.4

Fuerza	Cuerpos que interactúan para que surja cada fuerza
Peso	Semáforo –Tierra
Tensión 1	Semáforo – cuerda 1
Tensión 2	Semáforo – cuerda 2

3. Gráficos de fuerzas de acción y reacción

4. F, F, F, V, V

5. $\left(1{,}00\,\hat{i} - 2{,}00\,\hat{j}\right)\text{N}$; $2{,}24\text{ N}$; $297°$

6. $\left(34{,}2\,\hat{i} + 33{,}7\,\hat{j}\right)\text{N}$

7. $\left(-2{,}46\,\hat{i} + 79{,}5\,\hat{j}\right)\text{N}$

8. $\vec{F}_3 = \left(8{,}00\,\hat{i} - 8{,}00\,\hat{j}\right)\text{N}$

9. $8{,}06\,\text{N}$, $120°$

10.
a. Peso, Normal, tensión
b. No
c. No

Ejercicios de autoevaluación

1. DCL

2.
2.1

Fuerza	**Cuerpos que interactúan para que surja cada fuerza**
Peso	Esquiador – Tierra
Normal	Esquiador – superficie inclinada
Fricción	Esquiador – superficie inclinada

2.2

Fuerza	**Cuerpos que interactúan para que surja cada fuerza**
Peso	Bloque – Tierra
Tensión	Bloque – cuerda

2.3

Fuerza	**Cuerpos que interactúan para que surja cada fuerza**
Peso	Bloque 1– Tierra
Normal	Bloque 1– superficie
Fricción	Bloque 1– superficie
Fuerza de contacto (normal)	Bloque 1– Bloque 2
Fuerza “F”	Bloque 1– cuerpo externo (puede ser una mano, otro objeto, etc.)

2.4

Fuerza	**Cuerpos que interactúan para que surja cada fuerza**
Peso	Esfera inferior – Tierra
Normal 1	Esfera inferior – superficie horizontal
Normal 2	Esfera inferior – pared
Fuerza de contacto (Normal)	Esfera inferior – Esfera superior

3. Gráficos de fuerzas de acción y reacción

4. F, V, V, V

5. $\left(-7{,}00\,\hat{i}-4{,}00\hat{j}\right)\text{N}$

   $8{,}06\ \text{N}$

   210°

6. Peso - Fuerza a distancia
   Tensión - Fuerza de contacto

7. $\left(25{,}4\,\hat{i}+20{,}0\,\hat{j}\right)\text{N}$

8. $\left(-1{,}00\,\hat{i}+2{,}00\,\hat{j}\right)\text{N}$

9. $144\ \text{N}$

   104°

10. $90{,}6\ \text{N}$

    253°

11. FVVVV

Capítulo 10

Preguntas y problemas

1. V, V, F, F
2. e
3. $18{,}0\text{ N}\,\hat{i} - 50{,}0\text{ N}\,\hat{j}$
4. 216 N
5. 306 N
6. 37,0 N; 61,4 N; 49,1 N
7. 60,6 N
8. 43,3 N
9. 43,3 N
10. 29,4 N
11. 400 N; 326 N; 146 N
12. $3{,}92 \times 10^{3}$ N; 141 N

Ejercicios de autoevaluación

1. $\vec{F}_4 = 10{,}5\text{ N}\,\hat{i} - 6{,}1\text{ N}\,\hat{j}$

   $\left|\vec{F}_4\right| = 12{,}1\text{ N}$

   330°
2. 14,4 N
3. 55,0 N
4. 28,0 N

5. 25,0 N

6. 49,1 N

7. 35,8 N

8. 17,0 N; 9,81 N

9. 268 N; 190 N

10. 53,0°; 500,0 N

11. 60,0 N; 100 N; 80,0 N

12. 4,00 kg; 29,4 N

13. 46,2 N; 92,4 N

Capítulo 11

Preguntas y problemas

1. V, V, V
2. $1{,}0\,\frac{m}{s^2}$; $2{,}0\,\frac{m}{s^2}$; $3{,}0\,\frac{m}{s^2}$
3. 12,0 N
4. $0{,}0\,\frac{m}{s^2}$; $3{,}81\,\frac{m}{s^2}$; $3{,}19\,\frac{m}{s^2}$
5. $a_1 = \frac{1}{4}a$; $a_2 = 3\,a$
6. 0,527
7. $9{,}98\,\frac{m}{s^2}$
8. $0{,}283\,\frac{m}{s^2}$; 315°
9. $2{,}25 \times 10^3$ N
10. $10{,}5\,\frac{m}{s^2}$
11. 346 N, –200 N; 750 N; $6{,}18\,\frac{m}{s^2}$; 309 m; $61{,}8\,\frac{m}{s}$
12. $3{,}3\,\frac{m}{s^2}$
13. 36,2 N
14. $3{,}00 \times 10^{-2}$ N
15. 35,5 N

Ejercicios de autoevaluación

1. $1{,}63\,\frac{m}{s^2}$, 81,5 kg en ambos lugares
2. 385 N
3. $-5{,}36 \times 10^3$ N ; 0,455

4. 0,102

5. $3{,}21\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

6. 0,358

7. 300 kg; $2{,}94\times 10^3$ N

8. 0,79 , 75 N, 44 N

9. 243°; 1,19 kg; $\left(-16{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}};\ -33{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$

10. $1{,}25\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; 0,594

11. 22,3 N

12. $5{,}3\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; 36 N

13. 0,100; 118 N

14. $13{,}3\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; 62,7 N

15. $0{,}232\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; 9,69 N

16. $3{,}22\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; 26,4 N, 13,0 N

17. 0,360 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; 170 N

18. $0{,}898\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; $1{,}20\times 10^3$ N

19. $0{,}020\,7\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; 4,92 N, 5,87 N

20. $0{,}215\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; 4,80 N, 3,68 N

21. 21,7 N; $3{,}92\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

22. $7{,}69\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Capítulo 12

Preguntas y problemas

1. V, F, F

2.

Fuerza	Tipo de trabajo
Peso	Nulo
Normal	Nulo
Fuerza aplicada	Positivo
Fricción	Negativo

3.

Fuerza	Tipo de trabajo
Peso	Negativo
Normal	Nulo
Fuerza aplicada	Positivo
Fricción	Negativo

4. 0 J

5. 160 J; 40,0 N

6. 60,0 kJ

7. $1{,}45 \times 10^3$ J

8. −785 J

9. 200 J

10. 128 J; $0{,}638\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

11. Si el bloque está en equilibrio, el trabajo neto es 0.

12. $2{,}00 \times 10^3$ W

13. $-2{,}00 \times 10^5$ J

14. $-15{,}0\ \text{J}$, O J

15. 25,0 N

Ejercicios de autoevaluación

1. $-392\ \text{J}$

2. $2{,}5\times10^{2}\ \text{J}$

3. 19,1 J

4. 40,0 W

5. 981 N; 834 J; 855 J

6. 30,0 W

7. 196 W

8. 5,00 s

9. 390 W

10. 375 J

11. 23,3 N

12. 37,5 J

13. $3{,}13\times10^{3}\ \text{J}$

14. Si el bloque está en equilibrio, el trabajo neto es 0.

15. 164 W

Capítulo 13

Preguntas y problemas

1. $3{,}13 \times 10^5$ J

2. c

3. $3{,}17 \times 10^5$ J; $59{,}4 \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

4. $9{,}81 \times 10^3$ J; $4{,}91 \times 10^3$ J; $9{,}81 \times 10^3$ J

5. $9{,}81 \times 10^4$ J; $2{,}35 \times 10^9$ J

6. $17{,}4 \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

7. – 28,8 kJ

8. 270 J, −270 J

9. 14,9 N

10. 0,240

11. $4{,}02 \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

12. 40,8 m

13. $1{,}07 \times 10^3$ N

14. $10{,}8 \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

15. $11{,}7 \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$; −23,5 J

16. V, F, F, V

17. $5{,}36 \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

18. 0 J, 196 J

Ejercicios de autoevaluación

1. 15,7 J; 7,85 J; −43,2 J

2. 23,5 J, −35,3 J; −58,9 J

3. 91,7 m

4. $16{,}9\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

5. 1,20 J; $5{,}00\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; 6,30 J

6. −408 J; 589 J; 181 J

7. 1,54 m

8. $4{,}47\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

9. 650 J; −589 J; 61,0 J; $1{,}75\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

10. 360 J, $1{,}00 \times 10^{3}$ J; 640 J; 2,13 N; 0,107 $\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; 37,4 s

11. 900 J; −900 J; 0,382

12. 79,5 N; $1{,}49 \times 10^{3}$ J; $1{,}49 \times 10^{3}$ J

13. $2{,}25 \times 10^{4}$ N; $-4{,}50\times10^{6}\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $1{,}33 \times 10^{-4}$ s

14. 55,1 J; $4{,}00\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

15. $16{,}3\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

16. $4{,}00 \times 10^{4}$ J; $2{,}75 \times 10^{4}$ J

17. $7{,}46\times10^{3}$ J, $4{,}46\times10^{3}$ J; $12{,}2\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

18. 3,92 J; −1,44 J; $3{,}15\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Ejercicios de repaso

Unidad 1

1. Complete convenientemente las columnas de la tabla que se presenta a continuación, con las magnitudes y unidades que se listan: velocidad, metro, ampere, longitud, tiempo, área, kelvin, m^2, kilogramo, volumen, newton, segundo, litro, masa, densidad, peso, temperatura, intensidad de corriente eléctrica, $\frac{m}{s}$, $\frac{g}{cm^3}$

Magnitudes	Unidades

2. Una, mediante flechas, las unidades de la columna de la izquierda con los símbolos correspondientes de la columna de la derecha.

Unidades
kilogramo
segundo
gramo
litro
metro
kelvin
ampere
newton
ohm

Símbolos
m
K
A
N
s
kg
Ω
L
g

3. Cuántas cifras significativas hay en cada una de las siguientes medidas:

Medidas	N.° de cifras significativas
702 cm	
$4{,}860 \times 10^6$ km	
0,008 015 kg	

Medidas	N.° de cifras significativas
0,050 80 L	
$1,20 \times 10^2$ m^3	
36,00 ml	

Respuesta: 3, 4, 4, 4, 3, 4

4. Utilice la regla del redondeo para expresar cada una de las siguientes medidas con solo tres cifras significativas:

Medidas	Tres cifras significativas
562,38 g	
36,428 cm^2	
10,815 kg	
23,508 s	

Respuesta: 562 g, 36,4 cm^2, 10,8 kg, 23,5 s

5. Efectúe la multiplicación de las siguientes medidas: 423,5 kg y 2,4 $\frac{m}{s^2}$, y responda lo siguiente:

a. ¿Cuál de las medidas tiene el menor número de cifras significativas?
b. ¿Cuántas cifras significativas debe tener el resultado?
c. Escriba el resultado de la operación realizada.

Respuesta: $\mathbf{2{,}4\frac{m}{s^2}}$ **, 2 cifras significativas,** $\mathbf{1{,}0\times 10^3\,\frac{kg\times m}{s^2}=1{,}0\times 10^3\ N}$

6. Efectúe la adición de las siguientes medidas: 23,56 kg y 6,7 kg, y responda lo siguiente:

a. ¿Cuál de las medidas tiene el menor número de cifras decimales?
b. Escriba el resultado de la operación realizada.

Respuesta: 6,7 kg, 30,3 kg

7. Realice las operaciones que se indican a continuación y exprese su resultado con el correcto número de cifras significativas:

Operación	Resultado
8,20 g + 5,4 g	
3,72 cm^2 – 2,65 cm^2	
5,765 kg + 2,45 kg	
6,80 m - 1,295 m	

Respuesta: 13,6 g, 1,07 cm^2, 8,22 kg, 5,51 m

8. Realice las operaciones que se indican a continuación y exprese su resultado con el correcto número de cifras significativas:

Operación	Resultado
$8{,}20\ \text{kg} \times 5{,}4\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$	
$3{,}72\ \text{cm}^3 / 2{,}65\ \text{cm}^2$	
$10{,}815\ \text{kg} / 2{,}45\ \text{m}^3$	
$3{,}58\ \text{m} \times 1{,}2\ \text{m}$	
$79{,}832\ \text{kg} / 9{,}4\ \text{m}^3$	

Respuesta: 44 N, 1,40 cm, $4{,}41\dfrac{\textbf{kg}}{\textbf{m}^3}$, 4,3 $\textbf{m}^2$, $8{,}5\dfrac{\textbf{kg}}{\textbf{m}^3}$

9. Cuál(es) es (son) la (s) diferencia (s) entre las medidas de longitud que se muestran a continuación: 5,0 m y 5,000 m.

a. Expresan la misma información, pero se prefiere la primera por la facilidad de escritura.
b. No hay diferencia entre ambas medidas
c. 5,000 m representa una cantidad más precisa que 5,0 m.

Respuesta: c

10. Tres estudiantes han medido el tiempo que empleaba una canica de acero en bajar por un plano inclinado. Los resultados que obtuvieron fueron los siguientes: 2,22 s; 2,25 s; 2,26 s. ¿Cuál es el valor representativo del tiempo de bajada empleado por la canica?

Respuesta: 2,24 s

11. Para medir la masa de un cilindro se empleó una balanza y se obtuvieron los siguientes resultados: 115,43 g; 115,41 g; 115,40 g; 115,44 g. Exprese correctamente la masa del cilindro.

Respuesta: 115,42 g

12. Unos alumnos han procedido a medir la masa y el volumen de distintas muestras de un mismo aceite. Los resultados se muestran en la siguiente tabla. Sabiendo que densidad = masa/volumen ($d = m/V$), calcule la densidad del aceite.

Muestra	A	B	C
Masa (g)	15,0	18,40	11,50
Volumen (cm^3)	16,3	20,0	12,5

Respuesta: 0,920 $\dfrac{\textbf{g}}{\textbf{cm}^3}$

13. Escriba en notación científica cada una de las medidas que se muestran a continuación:

Cantidad medida	Cantidad medida en notación científica
0,000 005 92 m	
0,000 829 ml	
784 000 000 kg	
666 000 000 000 km	

Respuesta: $\mathbf{5{,}92 \times 10^{-6}\ m, 8{,}29 \times 10^{-4}\ ml, 7{,}840\,000\,00 \times 10^{8}\ kg, 6{,}660\,000\,000\,00 \times 10^{11}\ km}$

14. Exprese las siguientes cantidades usando el prefijo correspondiente y en notación científica, utilizando solo dos cifras significativas:

Cantidad	Prefijo	Notación científica
$1\,000\,000 \frac{km}{h}$		
$0{,}000\,000\,165\ \frac{m}{s}$		
101 389 N		
$696\,845\,000\ \frac{kg}{m^3}$		
2 264 000 ml		
$29\,300\,000\ \frac{g}{cm^3}$		
$0{,}000\,000\,235\,886\ \frac{cm}{s}$		

Respuesta: $\mathbf{\left[1{,}00 \frac{Gm}{h},\ 1{,}0 \times 10^{6} \frac{km}{h}\right] \left[165 \frac{nm}{s},\ 1{,}7 \times 10^{-7} \frac{m}{s}\right] \left[101\ kN, 1{,}0 \times 10^{5}\ N\right]}$

$\mathbf{\left[697 \frac{Gg}{m^3}, 7{,}0 \times 10^{8} \frac{kg}{m^3}\right] \left[2{,}26\ kl, 2{,}3 \times 10^{6}\ ml\right] \left[29{,}3 \frac{Mg}{cm^3},\ 2{,}9 \times 10^{7} \frac{g}{cm^3}\right]}$

$\mathbf{\left[2{,}36 \frac{nm}{s},\ 2{,}4 \times 10^{-7} \frac{cm}{s}\right]}$

15. Una moto se mueve con una rapidez de $72{,}0\ \frac{km}{h}$. ¿Cuál es su rapidez expresada en $\frac{m}{s}$?

Respuesta: $\mathbf{20{,}0\ \frac{m}{s}}$

16. Un vehículo circula a $50{,}0\ \frac{m}{s}$. ¿Cuál es su rapidez expresada en $\frac{km}{h}$?

Respuesta: $\mathbf{180\ \frac{km}{h}}$

17. Complete la siguiente tabla después de haber realizado las correspondientes conversiones:

Magnitud a convertir de	a	Factor de conversión	Factor de conversión	Resultado
50,0 km	m			
0,500 m^2	cm^2			
1,00 L	cm^3			
500 g	kg			
8,00 mm	m			
1,00 km^2	m^2			
250 cm^3	L			
60,0 kg	g			
20,0 m	km			
48,0 dm^2	m^2			
1,00 m^3	L			
300 g	mg			

Respuesta: $5{,}00 \times 10^4$ **m,** $5{,}00 \times 10^3$ **cm^2,** $1{,}00 \times 10^3$ **cm^3, 0,500 kg,** $8{,}00 \times 10^{-3}$ **m,** $1{,}00 \times 10^6$ **m^2, 0,250 L,** $6{,}00 \times 10^4$ **g,** $2{,}00 \times 10^{-2}$ **km,** $4{,}80 \times 10^{-1}$ **m^2,** $1{,}00 \times 10^3$ **L,** $3{,}00 \times 10^5$ **mg**

18. Exprese en litros: recuerde que 1 dm^3 = 1 L y 1 cm^3 = 1 ml

Volumen	Volumen expresado en litros
$1{,}20 \times 10^3$ cm^3	
10,0 m^3	
250 ml	

Respuesta: 1,20 L, $1{,}00 \times 10^4$ L, 0,250 L

19. Ordene los siguientes valores de volúmenes en orden ascendente, después de haber realizado las conversiones correspondientes:
Recuerde que 1 dm^3 = 1 L = 10^{-3} m^3; y 1 cm^3 = 1 ml

Volumen	
752 cm^3	
0,025 0 m^3	
950 ml	

Respuesta: 752 cm^3, 950 ml, 0,025 0 m^3

20. Complete la siguiente tabla después de haber realizado las correspondientes conversiones:

Magnitud a convertir de	a	Factor de conversión	Factor de conversión	Resultado
$50{,}0\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$			
$13{,}6\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$			
$30{,}0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$\frac{\text{km}}{\text{h}}$			
$500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$			
$8{,}00\ \frac{\text{km}}{\text{min}}$	$\frac{\text{km}}{\text{h}}$			
$144\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$			
$289\ \frac{\text{cm}}{\text{s}}$	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$			

Respuesta: $\mathbf{13{,}9\ \frac{m}{s}}$**,** $\mathbf{1{,}36\times10^4\ \frac{kg}{m^3}}$**,** $\mathbf{108\ \frac{km}{h}}$**,** $\mathbf{0{,}500\ \frac{g}{cm^3}}$ $\mathbf{480\ \frac{km}{h}}$**,** $\mathbf{40{,}0\ \frac{m}{s}}$**,** $\mathbf{2{,}89\ \frac{m}{s}}$**,**

21. Un vector de posición tiene un módulo igual a 50,0 m y una dirección de 37,0° con el eje *x*. Escriba las componentes del vector con ayuda de los vectores unitarios.

    Respuesta: 39,9 m î, 30,1 m ĵ

22. Un vector fuerza tiene las siguientes componentes: $\vec{F}_x = \left(34{,}6\,\hat{i}\right)\text{N}$ y $\vec{F}_y = \left(-53{,}5\,\hat{j}\right)\text{N}$. Encuentre el módulo del vector y su dirección.

    Respuesta: 63,7 N, 303°

23. Halle el módulo y dirección de cada uno de los siguientes vectores, dados en términos de sus componentes *x* e *y*:
    $\vec{A} = \left(23{,}0\,\hat{i} + 59{,}0\,\hat{j}\right)\text{m}$ y $\vec{B} = \left(90{,}0\,\hat{i} - 150{,}0\,\hat{j}\right)\text{m}$

    Respuesta: 63,3 m, 68,7°; 175 m, 301°

24. Exprese los vectores $\vec{A} = \left(-30{,}0\,\hat{i} - 50{,}0\,\hat{j}\right)\text{m}$ y $\vec{B} = \left(30{,}0\,\hat{i} + 50{,}0\,\hat{j}\right)\text{m}$ dando su módulo y dirección.

    Respuesta: 58,3 m, 239°; 58,3 m, 59, 0°

25. Para los vectores dados, $\vec{A}=\left(-5{,}0\hat{i}-3{,}0\hat{j}\right)\text{m}$ y $\vec{B}=\left(-2{,}0\hat{i}-4{,}0\hat{j}\right)\text{m}$:

a. Dibuje los vectores en los ejes de coordenadas $x\,y$

b. Calcule la suma de los vectores $\vec{S}=\vec{A}+\vec{B}$.

c. Grafique el vector suma $\vec{S}$ en los ejes de coordenadas $x\,y$

d. Encuentre el módulo y la dirección del vector $\vec{S}=\vec{A}+\vec{B}$

Respuesta: $\mathbf{\vec{S}=\left(-7{,}0\hat{i}-7{,}0\hat{j}\right)m\ ;\ 9{,}9\,m\,,225^{o}}$

26. Localice las componentes de los vectores $\vec{A},\vec{B},\vec{C},\vec{D}$, cuyas longitudes están dadas por A = 75,0 N; B = 60; 0 N, C = 25,0 N, D = 90,0 N; sabiendo que sus ángulos son iguales a $\alpha_A=30{,}0°$, $\alpha_B=161{,}0°$, $\alpha_C=232{,}0°$, $\alpha_D=333{,}0°$. Escriba los vectores en términos de vectores unitarios.

Respuesta: $\mathbf{\vec{A}=\left(65{,}0\,\hat{i}+37{,}5\,\hat{j}\right)N,\ \vec{B}=\left(\text{-}56{,}7\,\hat{i}+19{,}5\,\hat{j}\right)N,\ \vec{C}=\left(\text{-}15{,}4\,\hat{i}\text{-}19{,}7\hat{j}\right)N,\ \vec{D}=\left(80{,}2\,\hat{i}\text{-}40{,}9\,\hat{j}\right)N}$

27. Use las componentes de los vectores $\vec{A},\vec{B},\vec{C},\vec{D}$ del problema anterior y halle el vector resultante $\vec{R}=\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}+\vec{D}$ en términos de sus componentes. Dibuje en el plano cartesiano el vector resultante.

Respuesta: $\mathbf{\vec{R}=\left(73{,}1\,\hat{i}\text{-}3{,}6\,\hat{j}\right)N}$

28. Para el vector resultante $\vec{R}=\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}+\vec{D}$ del problema anterior, determine su módulo y dirección.

Respuesta: 73,2 N, 357 °

29. Halle el módulo y dirección de $\vec{C}+\vec{D}$, donde $\vec{C}=\left(-60{,}0\hat{i}-30{,}0\hat{j}\right)\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$ y $\vec{D}=\left(55{,}0\hat{i}-15{,}0\hat{j}\right)\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$. Dibuje en el plano cartesiano el vector resultante.

Respuesta: $\mathbf{45{,}3\,\dfrac{m}{s}\,,264^{o}}$

30. Encuentre el módulo y dirección de $\vec{E}+\vec{F}$, donde $\vec{E}=\left(-65{,}0\hat{i}+37{,}0\hat{j}\right)\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$ y $\vec{F}=\left(25{,}0\hat{i}+15{,}0\hat{j}\right)\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Dibuje en el plano cartesiano el vector resultante.

Respuesta: $\mathbf{65{,}6\,\dfrac{m}{s^2}\,,128^{o}}$

Unidad 2

1. En la siguiente tabla se muestran las distancias recorridas por tres autos A, B y C y los tiempos empleados por cada uno. Ordene de manera ascendente la rapidez media de los autos.

	A	**B**	**C**
Δx	126 km	100 m	900 m
Δt	0,500 h	9,00 s	3,00 min

Respuestas: C, B, A.

2. Un atleta realizó los 100 m en 9,80 s. Un ciclista fue de un distrito a otro (9,00 km de distancia) en 12,0 min. Halle la rapidez media de cada uno.

Respuestas: 10,2 $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$ y 12,5 $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$

3. Una nadadora recorre ida y vuelta los 100 m en estilo libre en 80,0 s. Determine la velocidad media y la rapidez media de la nadadora.

Respuestas: 0,0 $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}\ \hat{\mathbf{i}}$ y 1,25 $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$

4. Un automóvil se desplaza de forma que su velocidad en función del tiempo viene dada por la expresión v = (50,0 -10,0 t) $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ por una trayectoria rectilínea. Sabiendo que partió del origen de coordenadas en el tiempo t = 0,0 s: a) determine su posición al cabo de 7,00 s; b) construya la gráfica velocidad tiempo v-t, y la gráfica aceleración tiempo a-t para el movimiento del automóvil.

Respuesta: +105 m $\hat{\mathbf{i}}$

5. Tres autos: A, B y C han experimentado los siguientes cambios de rapidez:

a. El A pasó de 20,0 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ a 100,0 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ en 8,00 s
b. El B pasó de 20,0 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ a 50,0 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ en 2,00 min
c. El C pasó de 0,0 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ a 35,0 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ en 5,00 s

Deduzca la aceleración para cada automóvil y ordénelas de menor a mayor.

Respuestas: B, A, C

6. En la siguiente tabla se muestran las velocidades de un auto que viaja en una carretera para un determinado intervalo de tiempo. Establezca la aceleración media entre A y C, y entre C y D. Interprete los signos obtenidos.

	A	B	C	D
t (s)	0,00	2,00	4,00	6,00
v (m/s)	-8,00	-6,00	0,00	3,00

Respuestas: 2,00 $\frac{m}{s^2}$, 1,50 $\frac{m}{s^2}$

7. Se ha medido la rapidez de una motocicleta a intervalos de 2,00 s, recogiendo los datos que se muestran en la siguiente tabla:

t (s)	0,00	2,00	4,00	6,00	8,00	10,00
v (m/s)	0,00	4,90	9,70	14,60	19,40	24,50

Represente gráficamente v-t

8. Un ciclista viaja en bicicleta por una ciclovía rectilínea con una rapidez de 3,00 m/s. El deportista se encuentra a 8,00 m del punto de partida en el instante de tiempo igual a 2,00 s. Responda las siguientes preguntas:

a. Escriba la ecuación de movimiento del ciclista.
b. ¿Cuál es la posición del ciclista en el instante de 5,00 s?
c. Construya la gráfica posición tiempo x-t para dicho movimiento.
d. Construya la gráfica velocidad tiempo v-t para dicho movimiento.

Respuesta: +17,0 m $\hat{\mathbf{i}}$

9. Un objeto se mueve de forma que su posición en función del tiempo viene dada por la expresión $x = 5{,}00 + 2{,}00\ t^2$. a) Escriba toda la información que se puede conocer de dicha ecuación (posición, velocidad inicial, rapidez inicial, aceleración, sentido de movimiento, ecuación de velocidad en función del tiempo), b) calcule cuál será su rapidez en el instante t = 4,00 s.

Respuesta: 16,0 m

10. Un auto, inicialmente en reposo, comienza su movimiento con una aceleración constante de valor igual a 3,00 $\frac{m}{s^2}$. Suponiendo que mantiene constante dicha aceleración: a) averigüe la rapidez que adquiere a los 5,00 s de iniciado su movimiento, b) construya la gráfica velocidad tiempo v-t para dicho movimiento.

Respuesta: **15,0 $\frac{m}{s}$**

11. Un avión toma tierra con una rapidez de 100 $\frac{m}{s}$ en una pista rectilínea y horizontal de 600 m de longitud, de tal manera que empieza a frenar y se detiene. Determine la aceleración adquirida por el avión.

Respuesta: $-8{,}33\ \frac{m}{s^2}$

12. Una motocicleta va a 30,0 $\frac{m}{s}$ por la ciudad cuando su chofer frena para no atropellar a una muchacha que se encontraba a 29,5 m de distancia, parando en solo 2,00 s. ¿El chofer pudo evitar el accidente?

Respuesta: **no**

13. Un auto, inicialmente en reposo, va aumentando su rapidez con una aceleración de 3,00 $\frac{m}{s^2}$ hasta que alcanza una rapidez de 30,0 $\frac{m}{s}$. Sigue con esa rapidez durante 2,00 s y luego frena consiguiendo parar en 5,00 s más. Halle la distancia total recorrida por el auto desde que comenzó a moverse.

Respuesta: 285 m

14. Una avioneta necesita alcanzar una velocidad mínima de 80,0 $\frac{m}{s}$ para comenzar a elevarse. Dicha avioneta tiene motores capaces de aportarle una aceleración máxima de 5,00 $\frac{m}{s^2}$. Encuentre la longitud mínima que deberá tener la pista.

Respuesta: 640 m

15. Un auto de carreras parte del reposo y a los 403 m alcanza una rapidez igual a 150 $\frac{m}{s}$. Señale cuál es la aceleración del automóvil.

Respuesta: $27{,}9\ \frac{m}{s^2}$

16. Se lanza una pelota verticalmente hacia arriba, con una rapidez inicial de 28,0 $\frac{m}{s}$. Averigüe el tiempo que demora en retornar a su punto de partida.

Respuesta: 5,71 s

17. Desde una torre a 160,0 m de altura sobre el suelo, se lanza verticalmente hacia arriba un objeto con una rapidez inicial de 20,0 $\frac{m}{s}$. a) Calcule la altura máxima que alcanzará el cuerpo, b) deduzca la rapidez con que la pieza chocará contra el suelo, c) determine la velocidad con que el objeto chocará contra el suelo, d) establezca el tiempo que tarda el cuerpo en chocar contra el suelo, e) construya la gráfica velocidad tiempo *v*-*t* del movimiento de la pieza. Desprecie el rozamiento del aire.

Respuestas: 180 m; $59{,}5\ \frac{m}{s}$; $-59{,}5\ \frac{m}{s}\ \hat{j}$; 8,10 s

18. Desde lo alto de una torre de 80,0 m se lanza verticalmente y hacia arriba un objeto, con una rapidez inicial de 20,0 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$. a) Haga un esquema del problema en el cual indique el nivel de referencia, los signos elegidos para los datos del problema, etc., b) Halle la altura máxima a la que llega el cuerpo, c) calcule la velocidad que alcanza la pieza en el momento que llega a la base de la torre. Desprecie el rozamiento del aire.

Respuestas: 100 m, −44,4 m/s $\hat{\mathbf{j}}$

19. Desde el suelo se lanza verticalmente hacia arriba un proyectil con cierta rapidez, y en 4,00 s alcanza su altura máxima. a) Establezca la velocidad inicial de lanzamiento y la altura máxima alcanzada, b) ¿a qué altura máxima habría llegado y cuánto tiempo habría tardado si se hubiera lanzado con el doble de velocidad? Desprecie el rozamiento del aire.

Respuestas: +39,2 $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$ $\hat{\mathbf{j}}$; 78,5 m; 313 m y 7,99 s

20. Desde lo alto de una torre de 50,0 m se deja caer un objeto. a) Señale cuál es la velocidad del cuerpo justo antes de chocar con el suelo, b) averigüe la rapidez de la pieza en el momento en que pasa por la mitad de la torre, c) construya la gráfica velocidad tiempo *v-t* para este movimiento. Desprecie el rozamiento del aire.

Respuestas: −31,3 $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$ $\hat{\mathbf{j}}$; 22,1 $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$

21. Desde un globo que está subiendo con una rapidez constante de 5,00 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ se suelta una piedra de 1,00 kg en el instante en que se encuentra a 100 m sobre el suelo. Calcule la velocidad del objeto en el momento en que choca contra el suelo.

Respuesta: −44,5 $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$ $\hat{\mathbf{j}}$

22. Responda convenientemente:

a. ¿La velocidad media es la relación del tiempo de recorrido y: a) rapidez, b) distancia, c) trayectoria, d) desplazamiento?

b. Un cometa se mueve en línea recta con velocidad constante durante un cierto tiempo de observación, entonces su aceleración es: a) variable, b) menor que cero, c) igual a cero, d) mayor que cero.

c. Cuando un auto se desplaza con aceleración constante y negativa, su velocidad: a) es cero, b) aumenta, c) es constante, d) disminuye.

23. Un móvil viaja a 22,0 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ hacia la derecha durante 28,0 min, y luego en sentido contrario a 28,0 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ durante 13,0 min. ¿Cuál es el desplazamiento total del móvil?

Respuesta: +1,51 × 10⁴ m $\hat{\mathbf{i}}$

24. Un automóvil viaja hacia el este a 20,0 $\frac{m}{s}$. Determine cuál es su velocidad después de 40,0 s si su aceleración constante es de 1,20 $\frac{m}{s^2}$ al oeste.

Respuesta: $\mathbf{-28{,}0\ \frac{m}{s}\ \hat{i}}$

25. Un automóvil desacelera desde una rapidez de 30,0 $\frac{m}{s}$ hasta una rapidez de 12,0 $\frac{m}{s}$, en una distancia de 350 m. Halle el tiempo que tarda en alcanzar dicha rapidez y el módulo de la aceleración del automóvil.

Respuestas: 16,7 s; 1,08 $\mathbf{\frac{m}{s^2}}$

26. Se dispara una bala y atraviesa una tabla de madera de 12,0 cm de grosor. Si la bala penetra de manera rectilínea con una rapidez de 380,0 $\frac{m}{s}$ y sale con una rapidez de 180,0 $\frac{m}{s}$, defina cuál es el módulo de la aceleración de la bala al atravesar la tabla de madera.

Respuesta: 467 $\mathbf{\frac{m}{s^2}}$

27. Se lanza una piedra hacia abajo con una velocidad inicial de -18,0 $\frac{m}{s}\ \hat{j}$. ¿Cuál es la velocidad de la piedra después de 0,500 s?

Respuesta: $\mathbf{-23{,}0\ \frac{m}{s}\ \hat{j}}$

28. Dos móviles viajan en una carretera horizontal. El primer móvil parte del reposo y acelera a razón de 2,00 $\frac{m}{s^2}$, y se mueve hacia un segundo móvil que se encuentra a 30,0 m respecto del primero, a una rapidez constante de 5,00 $\frac{m}{s}$. Señale el tiempo necesario para que los móviles se encuentren y el lugar donde se encontrarán.

Respuestas: 8,52 s; 72,6 m

29. Una moto que va a 23,0 $\frac{m}{s}$ frena y desacelera uniformemente a razón de 1,50 $\frac{m}{s^2}$. a) Determine su posición cuando pasaron 3,00 s; b) ¿cuál es la velocidad de la moto al cabo de los 3,00 s?; c) ¿cuánto tarda la moto en detenerse; d) ¿cuántos metros de distancia ha avanzado la moto hasta detenerse?

Respuestas: $\mathbf{+62{,}3\ m\ \hat{i}}$; $\mathbf{18{,}5\ \frac{m}{s}\ \hat{i}}$; **15,3 s**; **176 m**

30. Mario conduce su auto con una rapidez constante de 14,5 $\frac{m}{s}$ durante 30,0 s. Luego acelera durante 10,0 s; hasta una rapidez de 23,0 $\frac{m}{s}$. A continuación, desacelera hasta detenerse en 10,0 s. Exprese la distancia total recorrida por Mario.

Respuesta: 738 m

Unidad 3

1. Lea con atención cada una de las siguientes proposiciones y señale verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

a. Si la velocidad de un cuerpo es nula en un momento determinado de tiempo, la fuerza resultante que actúa sobre él en ese mismo momento de tiempo también lo es.
b. El movimiento de un cuerpo siempre tiene lugar en la dirección de la fuerza resultante.
c. Si sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza o si la fuerza resultante es nula, dicho cuerpo deberá estar en reposo.

Respuestas: V, V, F.

2. Una caja de 60,0 N de peso está sobre un estante, ¿cuál es la fuerza normal que el estante ejerce sobre la caja? Si se coloca una segunda caja del mismo peso sobre la primera, ¿cuál es la fuerza normal que el estante ejerce sobre la primera caja? ¿Cuál es la fuerza normal que la primera caja ejerce sobre la segunda caja?

   Respuestas: 60,0 N, 120 N, 60,0 N

3. Una naranja de 2,50 N de peso cuelga de la rama de un árbol. Las fuerzas que actúan sobre la fruta son el peso y la tensión de la rama del árbol; a esta fuerzas las llamamos de acción. Enuncie y grafique las fuerzas de reacción.

4. Un objeto de 200 kg de masa cuelga de un techo sostenido por dos cuerdas *A* y *B*, de 3,00 m y 4,00 m de longitud, respectivamente. Las dos cuerdas forman un ángulo de 90,0° en el punto de donde cuelga el objeto. Halle la tensión de las cuerdas.

   Respuestas: $1{,}57 \times 10^3$ N; $1{,}18 \times 10^3$ N

5. Una fuerza horizontal mantiene en equilibrio un bloque en un plano inclinado liso. Si el bloque tiene 5,00 kg de masa y el plano inclinado forma un ángulo de 45,0° con la horizontal, ¿cuál es el valor de la fuerza horizontal?, ¿cuál es el valor de la fuerza normal que ejerce el plano sobre el bloque?

   Respuestas: 49,1 N, 69,4 N

6. Un cajón de 2,50 kg de masa descansa en una rampa que forma 42,0° con la horizontal. El coeficiente de fricción estática entre el cajón y la rampa es μ_s. a) Calcule la fuerza normal que la rampa ejerce sobre el cajón, b) determine el coeficiente de rozamiento estático entre el cajón y la rampa, c) averigüe la fuerza de rozamiento que la rampa ejerce sobre el cajón, d) halle el valor de la fuerza neta que la rampa ejerce sobre el cajón.

   Respuestas: 18,2 N; 0,900; 16,4 N; 0,0 N

7. Una joven tira de un trineo, de 40,0 kg de masa, a lo largo de un camino horizontal mediante una cuerda que forma un ángulo de 30,0° con la horizontal. El coeficiente de fricción cinética μ_K es igual a 0,600. Determine la fuerza que debe ejercer la joven para mover el trineo a rapidez constante.

   Respuesta: $2{,}02 \times 10^2$ N

8. Se jala una caja, de 5,00 kg de masa, sobre una superficie horizontal con una fuerza de módulo igual a 23,0 N. Si la fuerza de fricción cinética es de módulo 5,80 N, a) ¿qué fuerza neta actúa sobre la caja?, b) ¿cuál es el módulo de la aceleración con la que se mueve?, c) ¿cúal es el coeficiente de fricción cinética?

   Respuestas: 17,2 N; 3,44 $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s^2}}$; 0,118

9. Alicia conduce su bicicleta y para conseguir imprimirle una aceleración de módulo igual a 2,50 $\frac{m}{s^2}$ necesita aplicarle una fuerza neta de módulo igual a 200,0 N. Halle la masa del sistema (Alicia y bicicleta).

   Respuesta: 80,0 kg

10. Un corredor de 100 m planos, de masa igual a 62,0 kg, arranca su carrera con una aceleración de 3,20 $\frac{m}{s^2}$. Averigüe cuál es la fuerza con que el suelo empujó al corredor.

    Respuesta: 198 N

11. Alexis, al patear una pelota de futbol de 0,450 kg de masa, consigue que esta adquiera una rapidez de 28,0 $\frac{m}{s}$ en el tiempo de $3{,}0 \times 10^{-3}$ s. Indique la fuerza que ejerce Alexis sobre la pelota, asumiendo que dicha fuerza es constante durante el impacto.

    Respuesta: $4{,}2 \times 10^3$ N

12. Dos cajas de 25,0 kg y 35,0 kg de masa, respectivamente, se encuentran sobre una superficie pulida. Las dos cajas están en contacto, y una fuerza de 70,0 N actúa horizontalmente sobre la caja de menor masa. Calcule la aceleración de las cajas y el módulo de la fuerza de contacto que actúa entre ellas.

    Respuestas: 1,17 $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s^2}}\,\hat{\mathbf{i}}$; 40,8 N

13. Al golpear una pelota de 60,0 g de masa, inicialmente en reposo, un jugador de tenis consiguió lanzarla a 60,0 $\frac{m}{s}$. Sabiendo que el golpe con la raqueta duró 0,100 s, determine cuál es el valor medio del módulo de la fuerza que se ejerció sobre la pelota.

    Respuesta: 36,0 N

14. Sobre un objeto de 2,00 kg de masa que se desplaza con una rapidez de 100 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ por una trayectoria rectilínea, comienza a actuar una fuerza de 80,0 N. Determine la rapidez con que se moverá el objeto al cabo de 5,00 s de actuar dicha fuerza, cuando esta última tiene la misma dirección y sentido que el movimiento.

    Respuesta: 300 $\frac{\textbf{m}}{\textbf{s}}$

15. Un auto de 1,80 × 10^3 kg de masa viaja por una carretera con una rapidez de 50,0 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$, y choca frontalmente contra un muro. Si el choque duró 0,100 s, señale cuál es el módulo de la fuerza que el muro realizó sobre el auto.

    Respuesta: 9,00 × 10^5 N

16. Sobre un automóvil de 1,00 × 10^3 kg de masa que se desplaza con una rapidez de 30,0 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$, actúa una fuerza de magnitud igual a 7,50 × 10^3 N que lo hace frenar. Halle la distancia que recorre el auto hasta detenerse.

    Respuesta: 60,0 m

17. Para mover un móvil de 400 kg de masa desde el reposo, sobre una superficie horizontal rugosa, se aplica una fuerza horizontal constante de módulo igual a 1,80 × 10^3 N. La fuerza de rozamiento que hay que vencer tiene un módulo igual a 600 N. Averigüe la rapidez con la que removerá el móvil en el momento en que haya recorrido 48,0 m.

    Respuesta: 17,0 $\frac{\textbf{m}}{\textbf{s}}$

18. Un auto de 1,20 × 10^3 kg de masa fue sometido a una fuerza neta de frenado de módulo igual a 1,80 × 10^3 N, cuando se desplazaba con una rapidez de 30,0 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Indique la distancia que recorrió desde que comenzó a frenar hasta que se detuvo.

    Respuesta: 300 m

19. Sobre un bloque de 5,00 kg de masa, que se encuentra en reposo sobre una superficie lisa, comienzan a actuar al mismo tiempo dos fuerzas: $\vec{F_1}$ y $\vec{F_2}$, en sentido contrario y de módulos iguales a 40,0 N y 20,0 N, respectivamente (usted elija el sentido de cada fuerza). ¿Cuál es la posición del bloque a los 10,0 s de haber iniciado su movimiento por acción de las fuerzas $\vec{F_1}$ y $\vec{F_2}$?

    Respuesta: a 200 m del punto inicio de movimiento.

20. Un auto de $1{,}00 \times 10^3$ kg aumentó su rapidez desde $0{,}0\ \frac{m}{s}$ a $20{,}0\ \frac{m}{s}$ en 5,00 s. Sabiendo que la fuerza ejercida por el motor fue de $6{,}00 \times 10^3$ N, determine el valor de la fuerza de rozamiento que actuó sobre el auto.

Respuesta: $2{,}00 \times 10^3$ N

21. Para que una avioneta de $1{,}00 \times 10^3$ kg de masa pueda iniciar su despegue debe alcanzar una rapidez mínima igual a $70{,}0\ \frac{m}{s}$. Sabiendo que la longitud de la pista movimiento es de 500 m, señale el módulo de la fuerza mínima resultante que debe empujar a la avioneta.

Respuesta: $4{,}90 \times 10^3$ N

22. Un bloque de 5,00 kg de masa se mueve hacia la derecha sobre una superficie horizontal libre de rozamiento, con una rapidez igual a $8{,}00\ \frac{m}{s}$ por acción de una fuerza de módulo igual a 10,0 N. Calcule la rapidez del bloque a los 3,00 s de haber comenzado la acción de la fuerza sobre el bloque.

Respuesta: $14{,}0\ \frac{m}{s}$

23. Sobre un objeto de 4,00 kg de masa, situado inicialmente en reposo sobre una mesa, actúa una fuerza externa de módulo igual a 60,0 N, que lo lleva verticalmente hacia arriba. Defina la altura a la que se encontrará a los 5,00 s de movimiento.

Respuesta: 64,9 m

24. Un atleta de 84,0 kg de masa partió en una carrera de 100 m planos y cambió en 3,20 s su rapidez a $10{,}0\ \frac{m}{s}$. ¿Cuál es el módulo de la fuerza media resultante actuó sobre el atleta?

Respuesta: 263 N

25. Una esquiadora de 70,0 kg de masa se desliza por una superficie sin fricción e inclinada a 37,0° con respecto a la horizontal. a) Dibuje el diagrama de cuerpo libre de la esquiadora, b) halle el módulo de la fuerza resultante que actúa sobre la esquiadora, c) determine el módulo de la aceleración de la esquiadora.

Respuestas: 413 N; $5{,}90\ \frac{m}{s^2}$

26. Un móvil, inicialmente en reposo, se desliza cuesta abajo en una pista sin fricción que forma un ángulo igual a 53,0° con la horizontal. a) Averigüe la distancia a la que alcanza una rapidez igual a $25{,}0\ \frac{m}{s}$, b) determine el tiempo que demora en alcanzar dicha rapidez.

Respuestas: 39,9 m; 3,20 s

27. Dos cubos A y B, de 3,00 kg y 4,00 kg de masas, respectivamente, están uno junto al otro sobre una superficie lisa. Sobre el cubo A actúa una fuerza de módulo igual a 6,00 N y sobre el cubo B, una fuerza de módulo 4,00 N. Estas dos fuerzas comprimen a los cubos uno contra el otro. a) Indique la fuerza de contacto entre lo bloques, b) determine el módulo de la aceleración de los bloques.

Respuestas: 5,14 N; 0,286 $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s^2}}$

28. Un bloque A, de masa m_1, que se encuentra sobre una superficie horizontal pulida, recibe una aceleración debido a la acción de un segundo bloque, B, de masa m_2, que está conectado al primer bloque por una cuerda ideal y suspendido de modo vertical a través de una polea sin masa. Señale el módulo de la aceleración de los bloques.

Respuesta: $\frac{m_2}{m_1 + m_2} g$

29. Dos bloques 1 y 2, de masas m_1 y m_2, respectivamente, están conectados por una cuerda. El bloque 1 se desliza sobre una superficie rugosa y el bloque 2 cuelga verticalmente de la cuerda, que pasa por una polea. El coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque 1 y la superficie es μ_k. Defina el módulo de la aceleración de los bloques.

Respuesta: $\frac{m_2 - \mu_K m_1}{m_1 + m_2} g$

30. Luis, que inicialmente estaba en reposo, se desliza por un tobogán de un parque de diversiones. El coeficiente de rozamiento cinético μ_k es igual a 0,150 y el ángulo que forma el tobogán con la horizontal es igual a 30,0°. La altura del tobogán es de 3,50 m, calcule la rapidez de Luis cuando sale del tobogán.

Respuesta: 7,13 $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$

Unidad 4

1. Encuentre el trabajo realizado por la fuerza exterior que ejerce sobre un objeto de 4,00 kg de masa, para elevarlo verticalmente 2,00 m y a rapidez constante.

   Respuesta: 78,5 J

2. Halle el trabajo realizado por una fuerza horizontal de módulo igual a 400 N que ejerce sobre un objeto de 50,0 kg de masa, para arrastrarlo 5,00 m sobre una superficie horizontal.

   Respuesta: $2{,}00 \times 10^3$ J

3. Determine el trabajo realizado por una fuerza horizontal de módulo igual a 300 N que ejerce sobre una pared durante 5,00 s (no consigue moverla).

   Respuesta: nulo

4. Un joven arrastra un objeto de 20,0 kg de masa mediante una cuerda que jala de él con una fuerza de tensión horizontal de módulo igual a 90,0 N. Suponiendo que la fuerza de fricción entre la superficie y el objeto es igual a 70,0 N, señale el trabajo realizado por cada una de las fuerzas que actúan sobre el objeto cuando este se desplace 12,0 m.

   Respuestas: $1{,}08 \times 10^3$ J, –840 J

5. Un auto de $1{,}20 \times 10^3$ kg de masa frena por acción de una fuerza de $1{,}08 \times 10^3$ N y consigue detenerse a los 60,0 m. Defina el trabajo realizado por dicha fuerza de frenado y el trabajo realizado por el peso del auto.

   Respuestas: $-6{,}48 \times 10^4$ J, 0 J

6. Se lanza un objeto de 2,00 kg de masa verticalmente hacia arriba, luego de alcanzar 20,0 m retorna a su punto de lanzamiento. Indique el trabajo realizado por la fuerza peso: a) cuando el objeto sube, b) cuando el objeto baja, c) el trabajo total realizado por dicha fuerza.

   Respuestas: –392 J, 392 J, 0 J

7. Un objeto se desplaza sobre una superficie horizontal rugosa desde un punto A hasta un punto B, separados 5,00 m. Sometido a una fuerza de fricción de módulo igual a 18,0 N, regresa después al punto de partida y es sometido a la misma fuerza de fricción. Calcule el trabajo realizado por la fuerza de fricción: a) en el camino de A hacia B, b) en el camino de B hacia A, c) el trabajo total realizado por dicha fuerza.

   Respuestas: –90,0 J, –90,0 J, –180 J

8. Una persona empuja un bloque, sobre una superficie horizontal rugosa, con una fuerza horizontal de módulo igual a $6{,}00 \times 10^2$ N a lo largo de 8,00 m. La fuerza de rozamiento que actúa sobre el bloque, bajo estas condiciones, tiene un módulo igual a $2{,}50 \times 10^2$ N. Encuentre el trabajo neto efectuado sobre el bloque (use dos métodos aprendidos en clase).

   Respuesta: $2{,}80 \times 10^3$ J

9. Una grúa eleva 600 kg de arena gruesa a una altura de 50,0 m en el tiempo de 42,0 s. Halle la potencia media desarrollada por el motor.

   Respuesta: $7{,}01 \times 10^3$ W

10. Un ascensor de 600,0 kg de masa se eleva a rapidez constante igual a 3,00 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$. En el ascensor se encuentran dos personas de 85,0 kg de masa, cada una. Determine la potencia que desarrolla el motor para dicho ascenso.

    Respuesta: $2{,}27 \times 10^4$ W

11. Un ascensor de 600,0 kg de masa transporta cuatro personas de 70,0 kg, cada una. Sabiendo que subió ocho pisos en 25,0 s y que cada piso tiene una altura de 3,50 m, señale la potencia media desarrollada por el motor para elevar el ascensor.

    Respuesta: $9{,}67 \times 10^3$ W

12. Un montañista de 78,0 kg de masa sube una distancia de 1 500 m en un tiempo de 2,50 horas. Defina el trabajo mínimo que ha realizado y la potencia desarrollada en la subida.

    Respuestas: $1{,}15 \times 10^6$ J; 128 W

13. Carlos y Erick levantan libros hasta un estante que se encuentra a 1,50 m de altura. Carlos levantó 15 libros, cada uno de 1,50 kg de masa, y tardó en ello 15,0 s. Erick levantó 12 libros, cada uno de 2,80 kg de masa, en un tiempo de 20,0 s. ¿Cuál de los dos desarrolló mayor potencia?

    Respuesta: Erick.

14. Al golpear una pelotita de tenis de 160,0 g de masa, inicialmente en reposo, un jugador le imprime una rapidez igual a 60,0 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Indique la energía cinética con que salió disparada la pelotita.

    Respuesta: 288 J

15. Calcule la rapidez a la que debería moverse un auto de 800 kg de masa para que su energía cinética sea igual a $4{,}00 \times 10^4$ J

    Respuesta: 10,0 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$

16. Cuál (es) de las proposiciones es (son) correcta (s):

a. Los objetos A y B tienen la misma energía cinética. Si el objeto A tiene una masa igual a ***m*** y el objeto B a **4*m***, entonces la rapidez del objeto A es el doble que la rapidez del objeto B.
b. Los objetos A y B tienen la misma energía cinética. Si el objeto A tiene una rapidez igual a ***v*** y la del objeto B es **2*v***, entonces la masa del objeto A es cuatro veces la del objeto B.

Respuestas: V; V

17. Sobre un bloque de 2,00 kg de masa, que se desplaza con rapidez constante de 100,0 $\frac{m}{s}$ por una superficie rectilínea, comienza a actuar una fuerza resultante de módulo igual a 80,0 N. Encuentre, por trabajo y energía, la rapidez con que se moverá el bloque al cabo de 5,00 s de actuar dicha fuerza que presenta la misma dirección y sentido que el desplazamiento del bloque.

    Respuesta: 300 $\frac{m}{s}$

18. Un auto de 1000 kg aumentó su rapidez desde 0,0 $\frac{m}{s}$ a 20,0 $\frac{m}{s}$ en 5,00 s. Sabiendo que la fuerza ejercida por el motor fue de $6,00 \times 10^3$ N, halle, por trabajo y energía, el valor de la fuerza de fricción que actuó sobre el auto.

    Respuesta: 2,00 x 10^3 N

19. Un auto de 1,20 x 10^3 kg de masa, fue sometido a una fuerza total de frenado de $1,80 \times 10^3$ N cuando se desplazaba con una rapidez de 30,0 $\frac{m}{s}$. Determine, por trabajo y energía, la distancia que recorrió desde que empezó a frenar hasta que se detuvo.

    Respuesta: 300 m

20. Para que una avioneta de $1,00 \times 10^3$ kg de masa total pueda iniciar su despegue debe alcanzar una rapidez mínima de 70,0 $\frac{m}{s}$. Sabiendo que la pista tiene una longitud de 500,0 m, señale, por trabajo y energía, el módulo de la fuerza mínima resultante que debe empujar la avioneta.

    Respuesta: $4,90 \times 10^3$ N

21. Sobre un bloque de 4,00 kg de masa, situado inicialmente en reposo sobre el suelo, se ejerce una fuerza exterior de valor igual a 99,3 N que tira de él verticalmente hacia arriba. Defina, por consideraciones de trabajo y energía, la rapidez que tendrá el bloque cuando se encuentre a 62,5 m del suelo.

    Respuesta: 25,5 $\frac{m}{s}$

22. Desde un globo, que se encuentra a una altura de 90,0 m subiendo con rapidez constante de 5,00 $\frac{m}{s}$, se suelta un objeto. Por consideraciones de trabajo y energía, indique la rapidez en el preciso instante en que impacta contra el suelo.

    Respuesta: 42,3 $\frac{m}{s}$

23. Se lanza un objeto de 2,00 kg de masa verticalmente hacia arriba desde el suelo, la altura máxima alcanzada por el bloque fue de 32,5 m. Considerando despreciable el rozamiento con el aire, determine la rapidez de lanzamiento del objeto.

    Respuesta: 25,3 $\frac{m}{s}$

24. Desde un punto situado a 50,0 m del piso se lanza un objeto de 2,00 kg de masa verticalmente hacia arriba, comprobándose que tarda 5,00 s en alcanzar su máxima altura. Calcule la rapidez del objeto cuando choque contra el piso.

Respuesta: 58,2 $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$

25. Desde lo alto de una torre de 50,0 m se dispara horizontalmente una bala, con una rapidez de 200,0 $\frac{m}{s}$. Considerando despreciable el rozamiento con el aire, encuentre la rapidez con que dicha bala llegará al piso.

Respuesta: 202 $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$

26. Un cuerpo, de 5,00 kg de masa, se lanza hacia arriba de un plano inclinado, observándose que alcanza una altura de 5,00 m sobre la base del plano. Considerando despreciable el rozamiento, halle el trabajo total durante la subida.

Respuesta: −245 J

27. Un objeto cae de una ventana que se encuentra a 15,0 m de altura. ¿A qué altura la energía potencial del objeto será el doble de su energía cinética? ¿A qué altura serán iguales la energía cinética y la energía potencial del objeto? ¿A qué altura la energía potencial será la mitad de su energía cinética?

Respuestas: 10,0 m; 7,50 m; 5,00 m

28. Se lanza verticalmente hacia arriba un objeto de 0,800 kg de masa, con una rapidez de 25,0 $\frac{m}{s}$. Considerando que no existe fuerza de rozamiento con el aire, señale: a) la altura máxima que alcanza el objeto, b) la rapidez con la que volverá al punto de lanzamiento.

Respuestas: 31,9 m; 25,0 $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$

29. Se lanza verticalmente hacia arriba un objeto de 0,800 kg de masa, con una rapidez de 25,0 $\frac{m}{s}$. Considerando que la fuerza de rozamiento con el aire tiene un valor de 2,00 N, defina: a) la altura máxima que alcanzaría el objeto, b) la rapidez con la que volverá al punto de lanzamiento.

Respuestas: 25,4 m; 19,3 $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$

30. Un ladrillo de 3,00 kg de masa cae desde 100,0 m de altura. Si debido al rozamiento con el aire se pierde 15,0 J de energía durante la caída, indique la rapidez con la que chocará el ladrillo contra el suelo.

Respuesta: 44,2 $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$

Bibliografía

ALVARENGA, Beatriz y MÁXIMO, Antonio (1998) Física General. Con experimentos sencillos. 4.ª ed. México D. F.: Oxford.

SERWAY, Raymond y FAUGHN, Jerry (2001) Fundamentos de Física. Volumen 1. 6.ª ed. México D. F.: Pearson Educación.

WILSON, Jerry; BUFFA, Anthony y LOU, Bo (2009) Física. Edición abreviada. 6.ª ed. México D. F.: Pearson Educación.

OCAMPO, Oscar y TORRES, José Luis (2006) Física general. México, D. F.: Thomson Learning.

GIANCOLI, Douglas (2011) Física. Volumen 1. 6.ª ed. México, D. F.: Pearson Educación.

HEWITT, Paul G. (2004) Física conceptual. México, D. F.: Pearson Educación.

Recientes publicaciones del Fondo Editorial de la UPC

2015

Carrera de Diseño y Gestión en Moda
Técnicas de patronaje Tomo II – Hombre

2014

Velásquez Aguilar, Luis Óscar
Niños hospitalizados. Guía de intervención psicológica en pacientes infantiles

Cinthia Peña Larrea (compiladora)
Más allá de las palabras. Una propuesta de análisis crítico del discurso

Soria Aguilar, Alfredo F. y Osterling Letts, Madeleine
Contratos modernos. Elementos esenciales y reglas aplicables para acuerdos comerciales

Rodríguez Félix, César y Mauricio Alza, Saby
Nutrición oncológica. Guía de alimentación para vivir mejor

Chu Rubio, Manuel y Agüero Olivos, Carlos
Matemática para las decisiones financieras

Romero Tapia, José Fernando
Integrando mercados. MILA, motor de la Alianza del Futuro

Arrascue Córdova, Lily
Física mecánica. Nivelación para estudiantes universitarios

Arnáez Braschi, Enrique
Enfoque práctico del control moderno. Con aplicaciones en Matlab

Sardón Taboada, José Luis (editor)
Revista de Economía y Derecho
Verano de 2014, vol. 11, nro. 41

Valdivia Pareja, Álvaro
Suicidología. Prevención, tratamiento psicológico e investigación de procesos suicidas

Egoavil Vera, Juan Raúl
Fundamentos de matemática. Introducción al nivel universitario

Chu Rubio, Manuel
Finanzas para no financieros. Cuarta edición

Parodi Revoredo, Daniel
Conflicto y reconciliación. El litigio del Perú contra Chile en la Corte de La Haya (2008-2014)

Aguirre, Mauricio; Maldonado, Claudia; Peña, Cinthia, y Rider, Carlos (comps.)
Cómo leer y escribir en la universidad. Prácticas letradas exitosas

Aguirre, Mauricio; Maldonado, Claudia; Peña, Cinthia, y Rider, Carlos (comps.)
Cómo leer y escribir en la universidad. Cuaderno de trabajo.

2013

Sardón Taboada, José Luis (editor)
Revista de Economía y Derecho
Primavera de 2013, vol. 10, nro. 40

Diseño y Gestión en Moda
Técnicas de patronaje. Tomo I - Mujer

Pérez, María Cecilia (compiladora)
Cómo aprovechar el APEC Perú 2008 en la Era de los TLC

Sardón Taboada, José Luis (editor)
Revista de Economía y Derecho
Invierno de 2013, vol. 10, nro. 39

León Cannock, Alejandro
Cartografías del pensamiento. Ensayos de filosofía popular

Alvarado de Marsano, Liliana
Brainketing: El marketing es sencillo; conquistar el cerebro de las personas es lo difícil

Riebenbauer, Raúl M.
El silencio de Georg: La investigación periodística de un crimen de Estado

Sardón Taboada, José Luis (editor)
Revista de Economía y Derecho
Otoño de 2013, vol. 10, nro. 38

Lira Briceño, Paúl
Evaluación de proyectos de inversión: Herramientas financieras para analizar la creación de valor

Herz Ghersi, Jeannette
Apuntes de contabilidad financiera

Rivero Zanatta, Juan Paulo
Costos y presupuestos: reto de todos los días

Curo, Agustín y Martínez, Mihaly
Matemática básica para administradores

Sardón Taboada, José Luis (editor)
Revista de Economía y Derecho
Verano de 2013, vol. 10, nro. 37

EDITORIAL UPC

Física Mecánica. Nivelación para estudiantes universitarios es un libro que presenta los conocimientos de física de forma muy sencilla y los relaciona con situaciones reales y cotidianas para los estudiantes.
Esta obra fue escrita inicialmente para enseñar la física en un nivel introductorio a los estudiantes de carreras como ingeniería y arquitectura. Sin embargo, su lenguaje y metodología facilitan su uso a nivel de educación secundaria también.

Para ello, la autora repasa los temas de física clásica en cuatro unidades: Magnitudes y medida, Cinemática, Dinámica, y Trabajo y Energía mecánica y su conservación. Cada unidad consta de capítulos que presentan una introducción conceptual con ejemplos resueltos, preguntas y problemas, actividades y ejercicios de autoevaluación. Cabe señalar que en todo el texto se toma en cuenta el Sistema Legal de Unidades y Medidas del Perú y que el nivel matemático requerido para enfrentar los problemas y ejercicios propuestos es básico, de modo que no es necesario que el estudiante cuente con conocimientos de cálculo.

Este libro constituye, en suma, una alternativa para la enseñanza de conceptos de mecánica en física que se adapta muy bien a la forma de aprendizaje que desarrollan los estudiantes de hoy.