

MOTORES ALTERNATIVOS
2ª EDICIÓN

MOTORES ALTERNATIVOS

2ª edición

Ángel Gerardo Velázquez López

Catedrático de Universidad

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Aeronáutica y del Espacio

Universidad Politécnica de Madrid

Juan Ramón Arias Pérez

Profesor Titular de Universidad

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Aeronáutica y del Espacio

Universidad Politécnica de Madrid

Garceta
grupo editorial

MOTORES ALTERNATIVOS. 2ª edición

Á. Velázquez López, J. R. Arias Pérez

ISBN: 978-84-1622-803-4

IBERGARCETA PUBLICACIONES, S.L., Madrid, 2014

Edición: 1ª

Nº de páginas: 274

Formato: 17 × 24 cm.

Materia IBIC: TGBN. Motores y transmisión de fuerza

Reservados los derechos para todos los países de lengua española. De conformidad con lo dispuesto en el artículo 270 y siguientes del código penal vigente, podrán ser castigados con penas de multa y privación de libertad quienes reprodujeren o plagieren, en todo o en parte, una obra literaria, artística o científica fijada en cualquier tipo de soporte sin la preceptiva autorización. Ninguna parte de esta publicación, incluido el diseño de la cubierta, puede ser reproducida, almacenada o transmitida de ninguna forma, ni por ningún medio, sea éste electrónico, químico, mecánico, electro-óptico, grabación, fotocopia o cualquier otro, sin la previa autorización escrita por parte de la editorial.

Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos), www.cedro.org, si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra.

Motores alternativos. 2ª edición

© Ángel Velázquez López, Juan Ramón Arias Pérez

COPYRIGHT © 2015 IBERGARCETA PUBLICACIONES, S.L.

info@garceta.es

ISBN: 978-84-1622-803-4

Edición: 2ª.

Impresión: 1ª.

Depósito legal: M-24464-2014

Imagen de cubierta:

Impresión: Print House, marca registrada de Coplar, S. A.

OI: 511/2014

IMPRESO EN ESPAÑA-PRINTED IN SPAIN

Nota sobre enlaces a páginas web ajenas: Este libro puede incluir referencias a sitios web gestionados por terceros y ajenos a IBERGARCETA PUBLICACIONES, SL, que se incluyen sólo con finalidad informativa. IBERGARCETA PUBLICACIONES, SL, no asume ningún tipo de responsabilidad por los daños y perjuicios derivados del uso de los datos personales que pueda hacer un tercero encargado del mantenimiento de las páginas web ajenas a IBERGARCETA PUBLICACIONES, SL, y del funcionamiento, accesibilidad y mantenimiento de los sitios web no gestionados por IBERGARCETA PUBLICACIONES, SL, directamente. Las referencias se proporcionan en el estado en que se encuentran en el momento de publicación sin garantías expresas o implícitas, sobre la información que se proporcione en ellas.

CONTENIDO

refacio	IX
1. Introducción	1
1.1. Consideraciones generales	2
1.2. Aspectos docentes	3
1.3. Algunos órdenes de magnitud	4
Resumen e ideas importantes	15
2. Arquitectura del motor	17
2.1. Arquitectura del motor	18
2.2. Procesos en el motor	20
2.3. Tipos de combustión: mezcla homogénea y heterogénea	27
2.4. Módulos en la modelización del motor	29
Resumen e ideas importantes	32
3. Termodinámica. Ciclos ideales	35
3.1. Aproximaciones a seguir	36
3.2. Aspectos generales del ciclo ideal	37
3.3. El ciclo Otto ideal	40

3.3.1. Proceso de compresión (1-2)	4	6.4.3. Proceso de expansión.	132
3.3.2. Proceso de combustión (2-3)	4	6.5. Modelo del ciclo con combustión y con transferencia de calor.	132
3.3.3. Proceso de expansión (3-4)	4	6.5.1. Procesos de compresión y expansión.	132
3.3.4. Proceso de escape (4-1) y (1-5)	4	6.5.2. Proceso de combustión: ecuación de los reactantes.	133
3.3.5. Proceso de admisión (5-1)	4	6.5.3. Proceso de combustión: ecuación conjunta de reactantes y productos.	136
3.3.6. Resumen de las ecuaciones del modelo.	4	Resumen e ideas importantes.	137
3.4. El ciclo diésel ideal.	5	Fluidodinámica.	139
3.5. El ciclo dual ideal.	5	7.1. Introducción.	140
3.6. Comparación entre los distintos tipos de ciclo.	5	7.2. Modelo de flujo en el sistema colector de admisión-válvula-cilindro.	142
Resumen e ideas importantes.	5	7.3. Modelo de flujo en el sistema colector de escape-válvula-cilindro.	147
		Resumen e ideas importantes.	150
4. Termodinámica. Ciclos reales	61	El modelo de motor.	151
4.1. Modelo de aporte de calor.	62	8.1. Introducción.	152
4.2. Modelo de ciclo.	64	8.2. Definición de las características del motor elegido y de su punto de operación	152
4.3. Descripción del proceso de cálculo	67	8.3. Solución del ciclo termodinámico del motor.	153
4.4. Resultados del modelo de ciclo.	70	8.3.1. Proceso de admisión.	153
Resumen e ideas importantes.	75	8.3.2. Proceso de compresión.	160
		8.3.3. Proceso de combustión.	165
5. Combustión.	77	8.3.4. Proceso de expansión.	170
5.1. Mejoras en el modelo de adición de calor.	78	8.3.5. Proceso de escape.	173
5.2. Descripción general del modelo.	78	8.3.6. Resumen del ciclo.	178
5.2.1. Hipótesis del modelo.	81	8.4. Balance de energía del motor.	182
5.3. Ley de masa quemada.	82	8.5. Programa de cálculo del modelo de motor.	189
5.3.1. Incógnitas del problema.	83	Resumen e ideas importantes.	189
5.3.2. Ecuaciones del problema.	84		
5.4. Ejemplo de aplicación del modelo.	97	9. Cinemática	191
Anexo 5.1. La hipótesis de equilibrio químico.	106	9.1. Introducción.	192
Anexo 5.2. Constantes de reacción.	117	9.2. Cinemática del mecanismo biela-manivela.	192
Resumen e ideas importantes.	118	9.3. Soluciones en forma de desarrollos en serie.	202
		Resumen e ideas importantes.	209
6. Transferencia de calor.	121	10. Dinámica.	211
6.1. Consideraciones generales.	122	10.1. Introducción.	212
6.2. Oscilaciones de temperatura de la cámara y su efecto en el bloque del motor.	123	10.2. Formulación del método de los trabajos virtuales y cálculo del momento torsor.	213
6.3. Modelo del coeficiente de transferencia de calor por convección.	126		
6.4. Modelo del ciclo real con transferencia de calor.	129		
6.4.1. Cámara de combustión.	129		
6.4.2. Proceso de compresión.	131		

MOTORES ALTERNATIVOS

10.3. Formulación aproximada del momento torsor.....	225
10.4. Cargas mecánicas en el motor.....	228
Resumen e ideas importantes.....	233
11. Parámetros globales.....	235
11.1. Introducción.....	236
11.2. Parámetros representativos.....	236
11.3. Ejemplos concretos.....	242
Anexo 11.1. Planteamiento y resolución de un problema de operación del motor utilizando parámetros globales.....	243
Resumen e ideas importantes.....	247
12. Análisis dimensional.....	249
12.1. Introducción.....	250
12.2. Semejanza dimensional en el ciclo con deposición de calor.....	250
Resumen e ideas importantes.....	258
Referencias bibliográficas.....	261

PREFACIO

Este texto está pensado para la docencia en las asignaturas de Motores Alternativos de las distintas especialidades del Grado de Ingeniería Aeronáutica que se imparten en las escuelas de ingeniería. También puede utilizarse como texto de referencia en otras titulaciones (Grados) en cuyo plan de estudios figure la asignatura de motores alternativos. Por tanto, se trata de un texto para estudiantes no graduados cuyo planteamiento difiere de las muchas y excelentes monografías para especialistas y profesionales que se encuentran en la literatura.

La primera característica del texto es que se ha intentado que sea autocontenido en el sentido de que proporcione al alumno una visión del mundo de los motores alternativos que sea razonablemente amplia y, a la vez, consistente. En los planes de estudios anteriores a éste, los estudiantes de ingeniería tenían asignaturas troncales de Motores Alternativos en los cursos comunes de la carrera y luego completaban su formación con las asignaturas propias de la especialidad. En este nuevo plan de estudios (conocido con el nombre de Plan Bolonia) es posible que un porcentaje alto de estudiantes se incorpore al mercado laboral tras obtener el título de Grado y que luego no tengan la necesidad de cursar estudios de Máster. Por eso, este texto está pensado contemplando la posibilidad de que los estudiantes no vuelvan a abordar esta rama de conocimiento.

La segunda característica es que el énfasis del texto está en la modelización físico-matemática de los motores alternativos y no en sus detalles constructivos y/o de operación. La razón es que los autores piensan que si se entiende bien el modelo general, aunque sea sencillo, de un sistema de ingeniería, luego es relativamente fácil completar los detalles o desarrollar un modelo más sofisticado, ya sea con o sin ayuda de un profesor. Sin embargo, es en los primeros pasos (la formulación del modelo y la discusión de las hipótesis en las que está basado) cuando la ayuda del docente es más necesaria. Dicho de otra manera, en la enseñanza de los sistemas de ingeniería lo importante es dotar al alumno de un marco mental (un modelo) que le sirva de referencia, de modo que en su vida profesional futura pueda desarrollarlo con más o menos detalle en función de las necesidades que encuentre.

En esta segunda edición del libro, el lector, podrá además, acceder a una dirección URL de la Universidad Politécnica de Madrid y a otra de la editorial Garceta, desde donde podrá descargar los programas de simulación de los modelos de motor que se desarrollan en el texto. De esta manera, se facilita la comprensión de la materia, puesto que además de la formulación físico-matemática, el lector dispondrá de los programas de cálculo necesarios para evaluar el comportamiento de diferentes configuraciones del motor, puntos de operación, etc.

Los autores

Madrid, agosto de 2014

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

Contenido

- 1.1. Consideraciones generales.
- 1.2. Aspectos docentes.
- 1.3. Algunos órdenes de magnitud.

1.1. CONSIDERACIONES GENERALES

El motor alternativo es un sistema de ingeniería que ha tenido un impacto considerable en la sociedad en la que vivimos. Este impacto está asociado al hecho de que, en su tiempo, el motor alternativo cambió las distancias típicas asumibles por los sistemas de transporte de la época. Cuando éstos, todavía a finales del siglo XIX, dependían de la tracción animal las distancias que se podían recorrer en un día oscilaban en el entorno de los 30 a los 50 Km. Con la llegada de un sistema mecánico-termodinámico de propulsión, estas distancias aumentaron en un factor de 10 y ya a principios del siglo XX, era normal recorrer del orden de 500 Km por carreteras de tierra en un solo día. Este aumento en la capacidad de transferir, por unidad de tiempo, tanto información como bienes y servicios a distancias mucho mayores tuvo una influencia enorme en la fábrica social e industrial de la época de la cual somos, en cierta medida, sus herederos.

En el mundo de la aviación, el motor alternativo proporcionó durante mucho tiempo la planta propulsora natural para este sistema de transporte y fue sólo a partir de los años 50 del siglo XX cuando el aerorreactor comenzó a ser utilizado como una alternativa tecnológica y económicamente viable.

Hoy en día, y, de nuevo, asociado a la capacidad de transportar carga a distancias mayores y en menor tiempo, el sector de la aviación se encuentra dominado por las plantas propulsoras del tipo aerorreactor.

Por ejemplo, en el año 2009 las ventas mundiales de aviones propulsados por un motor alternativo representaron una cifra de facturación del orden del 0,5% de la facturación total. La cifra total de aviones producidos fue del mismo orden pero, claro está, hay una enorme diferencia entre el precio de un avión basado en un motor alternativo y uno basado en un aerorreactor, y no sólo por la planta propulsora sino por la configuración del avión en sí. Además, desde el punto de vista de sofisticación tecnológica, el motor alternativo se encuentra en un nivel muy inferior al aerorreactor. A cambio, como se ha indicado anteriormente, se trata de una opción comparativamente barata, que requiere una infraestructura aeroportuaria mínima y que conlleva unos costes de mantenimiento también bajos. Por todas estas razones, las aeronaves propulsadas por motores

alternativos son productos de ingeniería asociados a nichos de mercado limitados y concretos.

En el sector de la automoción, el motor alternativo sigue siendo, a fecha de hoy, la opción básica en lo que se refiere a la elección de la planta propulsora; de hecho, el número de unidades operativas en todo el mundo es del orden de los cientos de millones. En este sentido, el motor alternativo es un sistema de ingeniería con una relación de prestaciones/precio extremadamente competitiva fruto de la madurez de un mercado enorme que tiene un marcado carácter global. Y lo que es sorprendente es que, a pesar de la madurez de dicho mercado, los fabricantes siguen innovando, perfeccionando el producto y aumentando sus prestaciones, reduciendo sus emisiones, etc.

De cara al futuro, el motor alternativo, como sistema que consume combustibles fósiles, tiene sus días contados ya que, en algún momento, estos combustibles se agotarán. Sin embargo, las transiciones en los sistemas de ingeniería no suelen ser abruptas, y más en casos como éste, en el que el número de sistemas de transporte operando diariamente en el mundo es del orden de los centenares de millones. Así que lo más probable es que durante algún tiempo el motor alternativo coexista con otras soluciones del tipo: motor eléctrico, motor basado en pila de combustible, etc., o, incluso, como en los automóviles híbridos ya disponibles en el mercado, formando parte de una planta propulsora mixta que utiliza conjuntamente el motor térmico con un motor eléctrico-generator para optimizar el rendimiento.

1.2. ASPECTOS DOCENTES

Desde el punto de vista docente, el motor alternativo representa, probablemente, la primera oportunidad que tiene el estudiante de Grado de analizar con cierto detalle un sistema de ingeniería que integra disciplinas muy diversas tales como: Mecánica de Fluidos, Combustión, Termodinámica, Transferencia de Calor, Resistencia de Materiales, Cinemática y Dinámica de Máquinas, y Control. Además, es viable poner a punto prácticas en bancos de ensayo con un coste

asumible, que permiten al alumno comprobar *in situ* que las hipótesis, los modelos y los cálculos que ha hecho en clase (que se nutren de los conocimientos aprendidos en años anteriores) tienen sentido y proporcionan aproximaciones razonablemente correctas de la realidad. Esto es, el valor docente que tiene el poder realizar esas comprobaciones personalmente, controlando directamente el banco de ensayos, es enorme y contribuye a acercar al estudiante al mundo de los sistemas y los productos de ingeniería.

O sea, el énfasis principal en una asignatura como ésta (aparte, por supuesto, de conocer los motores alternativos) debería estar en mostrar al estudiante, de una forma muy práctica, que el mundo de la ingeniería es un mundo de hipótesis, de modelos y de cálculos y que es factible poner a punto en clase metodologías razonablemente precisas cuyos resultados pueden ser verificados de forma experimental dentro del propio contexto de la asignatura.

También, es muy importante que el estudiante adquiera el concepto de que los productos de ingeniería no son una ciencia *per se* sino que representan la integración de un conjunto de disciplinas básicas en algo concreto que puede ser pesado y medido, que cumple una función y que es susceptible de ser objeto de transacciones económicas. Dicho de otra manera, es esencial que el alumno entienda que todo el esfuerzo dedicado al aprendizaje de las disciplinas básicas durante los primeros cursos del Grado no forma parte de una carrera de obstáculos, sino que está encaminado a integrar todo ese conocimiento en el mundo de los productos de ingeniería.

1.3. ALGUNOS ÓRDENES DE MAGNITUD

Antes de empezar a describir la arquitectura de un motor alternativo es importante que el alumno tenga una idea de algunos órdenes de magnitud de variables de interés que estén cercanas a su experiencia diaria como usuario del mismo. Como se hará a menudo en este texto, se utilizará como ejemplo un motor alternativo de automoción.

La ecuación simplificada de movimiento de un automóvil, sin tener en cuenta el efecto de los rozamientos y suponiendo que el vehículo viaja en línea recta por una superficie plana horizontal o inclinada, puede escribirse como:

$$W_m = W_a + W_{ep} + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) + \frac{d}{dt} \left[\sum_i \left(\frac{1}{2} I_i \omega_i^2 \right) \right] \quad (1.1)$$

En donde:

W_m , potencia suministrada por el motor.

W_a , potencia necesaria para vencer la resistencia aerodinámica.

W_{ep} , potencia asociada a la ganancia o pérdida de energía potencial (altura) por unidad de tiempo.

$\frac{1}{2} m v^2$, energía cinética de traslación del vehículo de masa m y velocidad v .

$\sum_i \left(\frac{1}{2} I_i \omega_i^2 \right)$, energía cinética de rotación de las i partes móviles del motor de momento de inercia I_i y velocidad angular ω_i .

La potencia W_a necesaria para vencer la resistencia aerodinámica es el producto de la fuerza aerodinámica F_a , que se opone al movimiento, multiplicada por la velocidad v del vehículo.

Esta fuerza aerodinámica F_a es la integral de la distribución de presiones sobre la superficie de vehículo y su valor suelen darlo los fabricantes de automóviles en forma de coeficiente de resistencia adimensional. Este no es otro que el coeficiente de resistencia C_d que el alumno ya debe conocer de otras asignaturas y que se define como:

$$C_d = \frac{F_a}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} v_{\infty}^2 A_{ref}} \quad (1.2)$$

en donde:

ρ_{∞} , densidad del aire

v_{∞} , velocidad del aire incidente al vehículo

A_{ref} , área de referencia; normalmente el área frontal del vehículo.

El coeficiente de resistencia C_d es el que los fabricantes suelen denominar C_x en sus catálogos (en automoción el eje x es el del sentido de la marcha) y que, típicamente, tiene valores en el rango de 0,25 a 0,40 para automóviles normales.

La Ecuación (1.1) es una ecuación diferencial ordinaria no lineal que proporciona la variación temporal de la velocidad del vehículo cuando, por ejemplo, el conductor pisa el acelerador para pasar de una velocidad constante a otra también constante pero superior. Esta ecuación tiene una sola variable dependiente, la velocidad v del vehículo, porque las velocidades de rotación ω_i de las partes móviles del motor están directamente relacionadas con v mediante la relación de multiplicación de la caja de cambios que el conductor esté utilizando en ese momento.

Ejemplo 1.1

Considérese, en primer lugar, un vehículo que viaja a velocidad constante de 33,3 m/s (120 km/h) por una carretera horizontal. En este caso, la potencia del motor W_m se emplea únicamente, según el modelo tan sencillo que se está utilizando, en vencer la resistencia aerodinámica. Si se considera una berlina fami-

liar típica con $C_d = 0,35$ y un área frontal A_{ref} de 1,5 m × 1,8 m = 2,7 m², la potencia necesaria para vencer la resistencia aerodinámica es:

$$\begin{aligned} W_a &= F_a v_{\infty} = \frac{1}{2} C_d \rho_{\infty} v_{\infty}^3 A_{ref} = \\ &= 0,5 \times 0,35 \times 1,22 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 33,3^3 \frac{\text{m}^3}{\text{s}^3} \times 2,7 \text{m}^2 = 21.286 \text{ W} \end{aligned}$$

O sea: 21 kW aproximadamente.

La Expresión (1.2) es importante darse cuenta de que la potencia escala con el cubo de la velocidad de modo que, si se desea, por ejemplo, aumentar la velocidad en un factor de 2, la potencia necesaria se multiplica por un factor de 8.

Ejemplo 1.2

Si además, se quiere mantener esa velocidad de 33,3 m/s subiendo una pendiente del 5 %, ver Figura 1.1, hay que suministrar potencia adicional.

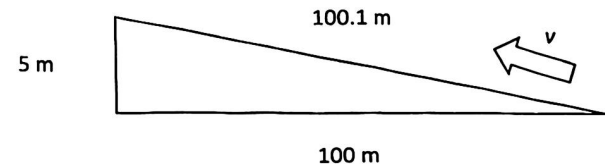


Figura 1.1. Esquema de movimiento en un plano inclinado

La ganancia de energía potencial ΔE_p (se supone que el vehículo pesa 1.400 kg y lleva tres ocupantes de 70 kg cada uno) para subir esos 5 m en vertical es de:

$$\Delta E_p = mgh = (1.400 + 3 \times 70) \text{ kg} \times 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 5 \text{ m} = 78.890 \text{ J}$$

Y el tiempo Δt empleado para recorrer los 100,1 m, es:

$$\Delta t = \frac{100,1 \text{ m}}{33,3 \text{ m/s}} = 3 \text{ s}$$

por lo que la potencia W_{ep} , ha sido:

$$W_{ep} = \frac{78.890 \text{ J}}{3 \text{ s}} = 26.296 \text{ W}$$

De modo que para subir una pendiente del 5% a 33,3 m/s de velocidad constante se necesita una potencia de $21 + 26 = 47 \text{ kW}$, aproximadamente.

Además, hay que tener en cuenta la influencia de los rozamientos mecánicos, las pérdidas de tipo fluidodinámico en los componentes del motor y el hecho de que el vehículo tiene que estar diseñado para ser razonablemente ágil al adelantar (debe ser capaz de invertir potencia adicional en acelerar).

Por todo ello, el motor de una berlina familiar típica de estas características tiene del orden de 75 a 100 kW de potencia, o lo que es lo mismo, de 100 a 140 CV. Si el motor es de cuatro cilindros, se está hablando, en concreto, de unos 20 kW por cada cilindro.

Los otros términos que aparecen en la Ecuación (1.1) son las derivadas respecto al tiempo de la energía cinética de traslación del vehículo E_{ct} y de la energía cinética de rotación de las partes móviles E_{cr} .

Para estimar los órdenes de magnitud de estas energías cinéticas se va a seguir abordando el mismo ejemplo anterior teniendo en cuenta, además, que un momento de inercia global \bar{I} razonable de la suma de todas las partes móviles del motor está en el entorno de $0,3 \text{ kg m}^2$.

Ejemplo 1.3

El caso que se va a considerar es que el vehículo viaja a 33, m/s y que el eje del motor (cigüeñal) gira a 314 rad/s (3.000 rpm).

$$E_{ct} = \frac{1}{2}mv^2 = 0,5 \times 1.610 \text{ kg} \times 33,3^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 892.656 \text{ J}$$

$$E_{cr} = \frac{1}{2}\bar{I}\omega^2 = 0,5 \times 0,3 \text{ kgm}^2 \times 314^2 \frac{\text{rad}^2}{\text{s}^2} = 14.789 \text{ J}$$

O sea, que en estas condiciones: $E_{ct} \gg E_{cr}$ (del orden de 60 veces mayor).

Sin embargo, ambos términos tienden a igualarse en situaciones de baja velocidad y altas revoluciones como, por ejemplo, cuando se acelera desde velocidades muy bajas. Esto es, si se considera al mismo vehículo acelerando en primera marcha a 628 rad/s (6.000 rpm) a una velocidad baja típica de primera marcha de unos 11 m/s (40 Km/h), las energías cinéticas de traslación y rotación son:

$$E_{ct} = \frac{1}{2}mv^2 = 0,5 \times 1.610 \text{ kg} \times 11^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 97.405 \text{ J}$$

$$E_{cr} = \frac{1}{2} \bar{I} \omega^2 = 0,5 \times 0,3 \text{ kgm}^2 \times 628^2 \frac{\text{rad}^2}{\text{s}^2} = 59.157 \text{ J}$$

Y en este caso, ambas energías son del mismo orden ($E_{ct} = 1,6 E_{cr}$).

A continuación, se va a ver un ejemplo de solución de la Ecuación dinámica (1.1) para tener una idea de su comportamiento tanto cualitativo como cuantitativo en condiciones normales de conducción.

Ejemplo 1.4

De nuevo, se considera una berlina familiar típica como la del ejemplo anterior que viaja a 25 m/s (90 km/h) por un plano horizontal y cuyo motor, para mantenerse a esa velocidad, está proporcionando una potencia de:

$$W_a = 0,5 \times 0,35 \times 1,22 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 25^3 \frac{\text{m}^3}{\text{s}^3} \times 2,7 \text{m}^2 = 9.000 \text{ W}$$

En ese momento, el conductor pisa el acelerador y el motor tarda 1 s en alcanzar un nuevo punto de funcionamiento dando 30.000 W de potencia (37 m/s de velocidad en régimen estacionario).

Se supone que la variación de potencia de los 9.000 a los 30.000 W es lineal durante ese segundo, de manera que la evolución temporal de la potencia del motor es:

$$W_m(t) = 9.000 + (30.000 - 9.000)t, \quad 0 < t < 1$$

$$W_m = 30.000, \quad t \geq 1$$

Como ya se ha comprobado, en este régimen de conducción la energía cinética de traslación es mucho mayor (y, por tanto, también sus derivadas) que la de rotación, por lo que se puede escribir una ecuación diferencial simplificada para la velocidad, con unidades de potencia y velocidad en el Sistema Internacional, que es:

$$W_m(t) = 0,5 \times 0,35 \times 1,22 \times v^3 \times 2,7 + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} 1.610 v^2 \right) \quad (1.3)$$

O lo que es lo mismo:

$$W_m(t) = 0,58 v^3 + 805 \frac{d}{dt} (v^2) \quad (1.4)$$

Con la condición inicial:

$$v(0) = 25 \quad (1.5)$$

Cuya solución numérica (llevada a cabo utilizando un esquema muy sencillo de diferencias finitas) se muestra en la línea continua inferior de la Figura 1.2.

Lo que se observa en este caso, es que el vehículo necesita unos 13 s para pasar de una velocidad de 25 m/s (90 km/h) a 30 m/s (110 km/h) que es un tiempo relativamente largo.

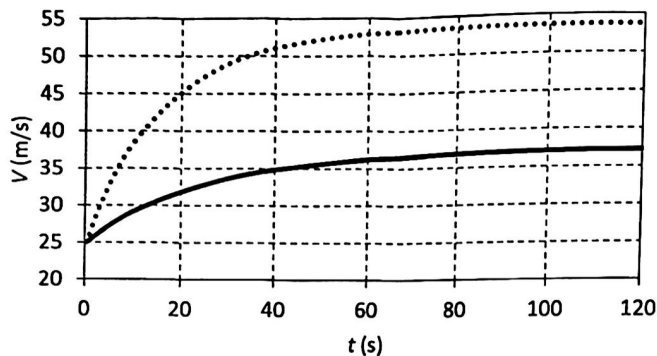


Figura 1.2. Evolución temporal de la velocidad, Ecuación (1.3)

Sin embargo, si el conductor pisa el acelerador a fondo y solicita la potencia máxima del motor (90 kW) el tiempo de respuesta para hacer el mismo cambio de velocidad (línea de puntos superior de la Figura 1.2) es del orden de 3 segundos, que ya es una cifra aceptable.

Esto es, los parámetros de un motor normal se diseñan teniendo en cuenta tanto el comportamiento en régimen estacionario como la respuesta deseada para el comportamiento no estacionario del vehículo. Obviamente, una vez alcanzada esa velocidad deseada (30 m/s) el conductor levantaría el pie del acelerador.

Otros aspectos importantes de la solución de la Ecuación (1.3) son:

- Tiene forma asintótica, ver Figura (1.2), esto es, las derivadas de la velocidad son grandes al principio y luego se van haciendo más pequeñas (los perfiles de velocidad presentados en la Figura (1.2) se van haciendo

cada vez más horizontales) hasta que, para tiempo infinito, desaparece el término en derivadas respecto al tiempo en la Ecuación (1.3) y se alcanza el estado estacionario.

- El término en derivadas temporales de la Ecuación (1.3) es proporcional a la masa del vehículo. Entonces, si la masa es grande (por ejemplo, un camión) el tiempo necesario para alcanzar el nuevo estado estacionario (en el que las derivadas son cero) es mayor.

Otra cuestión que hay que tener en mente, es el hecho de que el motor alternativo, como planta de potencia, es un sistema que ocupando un volumen relativamente pequeño es capaz de suministrar una potencia alta. De hecho, ésta es una de las razones por las que el motor alternativo ha tenido y tiene tanto éxito (se estima que hay alrededor de 400 millones de unidades funcionando por el mundo).

En el caso del Ejemplo 1.4 considerado hasta ahora, una berlina de 90 kW, esta potencia es la que típicamente serviría para abastecer del orden de 15 a 20 viviendas unifamiliares. También, juntando unos 20 motores alternativos de estas características, que ocuparían un volumen del orden de unos 10 m³ (un cubo de 2 m de lado aproximadamente) se obtendría una potencia de 2 MW, que es equivalente a la de un aerogenerador con una longitud de pala 50 m y con una altura de torre de 100 m. Desde el punto de vista del coste, el motor alternativo también es un sistema extraordinariamente optimizado. En el ejemplo anterior, esos 20 motores costarían unos 80.000 euros (a precios de 2013) mientras que el aerogenerador equivalente costaría unos 2.000.000 euros (también a precios de 2013); es decir, un factor 25 veces mayor.

Estas ventajas del motor alternativo se deben en buena parte al uso de un combustible fósil. En concreto, se deben al hecho de que 1 kg de estos combustibles (de densidad 750 kg/m³ aproximadamente) tal como se encuentran en cualquier gasolinera, almacena una cantidad de energía de 40.000.000 julios aproximadamente (que es el poder calorífico típico de los combustibles de automoción).

Por el contrario, esta elevadísima cantidad de energía (julios) por unidad de volumen tiene dos inconvenientes:

- convertirlos en trabajo mecánico obliga a pasar por una serie de reacciones químicas que generan productos contaminantes, y
- los combustibles fósiles, por su propia naturaleza, están condenados a agotarse.

En cualquier caso, lo que es evidente es que no hay sistemas de ingeniería que sólo tengan ventajas y ningún inconveniente; o sea, que le corresponde a la sociedad decidir por qué sistema o sistemas apuesta sabiendo que siempre hay que pagar algo a cambio y asumir ese coste, porque suponer otra cosa no sólo es erróneo, sino inocente, que es peor.

Por último, a fin de visualizar el enorme poder calorífico de los combustibles fósiles, se va a considerar el ejemplo de 1 litro de gasolina.

Ejemplo 1.4

De acuerdo con lo explicado anteriormente, en ese litro de gasolina hay una cantidad de energía disponible de:

$$0,001 \text{ m}^3 \times 750 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 40.000.000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 30.000.000 \text{ J}$$

Pues bien, en el extremo norte del Paseo de la Castellana de Madrid hay cuatro rascacielos cuya altura es de 250 m aproximadamente, de modo que esos 30.000.000 J (que ocupan el volumen de 1 litro) es la energía potencial que correspondería a un grupo de 171 personas, de 70 kg de peso cada una, subiendo a uno de dichos rascacielos:

$$171 \text{ personas} \times 70 \frac{\text{kg}}{\text{persona}} \times 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 250 \text{ m} = 30.000.000 \text{ J}.$$

RESUMEN E IDEAS IMPORTANTES

- Un motor alternativo es un producto/sistema de ingeniería que integra diferentes disciplinas técnicas: Termodinámica, Mecánica de Fluidos, Transferencia de Calor, Combustión, Resistencia de Materiales, Cinemática y Dinámica de Máquinas, y Control. Esto es, no existe una "ciencia del motor alternativo" sino una integración de diversas disciplinas básicas.
- La ingeniería es hacer hipótesis acerca de la realidad, poner a punto modelos consistentes con dichas hipótesis, y resolver dichos modelos para hacer predicciones de comportamiento de sistemas y productos. Por eso es muy importante saber siempre qué hipótesis de están haciendo y cuáles son sus limitaciones.
- La ecuación dinámica (simplificada) de movimiento de un vehículo incorpora términos de potencia aerodinámica, potencia necesaria para ganar energía potencial (altura), potencia del motor, y variación con el tiempo de la energía cinética de traslación del vehículo y de rotación de sus partes móviles.
- A 120 km/h, en una carretera horizontal, una berlina convencional emplea del orden de 20 kW en vencer la resistencia aerodinámica.
- A 120 km/h, en una carretera con un 5 % de pendiente, una berlina convencional emplea del orden otros 25 kW adicionales en subir dicha pendiente.
- En un régimen de alta velocidad y marchas largas, la energía cinética de traslación del vehículo es mucho mayor que la energía cinética de rotación de las partes móviles. A baja velocidad y altas revoluciones, ambos términos son del mismo orden.
- El contenido energético de los combustibles fósiles es enorme: un kg de combustible del que se compra en una gasolinera contiene del orden de 40 millones de julios.

ARQUITECTURA DEL MOTOR

Contenido

- 2.1. Arquitectura del motor.
- 2.2. Procesos en el motor.
- 2.3. Tipos de combustión: mezcla homogénea y heterogénea.
- 2.4. Módulos en la modelización del motor.

2.1. ARQUITECTURA DEL MOTOR

Un **motor alternativo** es un sistema de ingeniería que genera trabajo mecánico por unidad de tiempo (potencia) de manera discontinua, pero periódica, en el tiempo. En otras plantas de potencia, por ejemplo en un aerorreactor, el momento en el eje es constante, lo que se traduce en una potencia constante en el tiempo. En el caso de un motor alternativo, el momento en el eje no es constante y para obtener una regularidad razonable en su funcionamiento hay implementar otros elementos mecánicos tales como volantes de inercia.

Como es bien conocido, los elementos básicos del motor son los asociados a un mecanismo biela-manivela de un grado de libertad. En concreto, estos son:

- **Eje del cigüeñal.** Es el eje alrededor del cual gira la manivela. Sobre el mismo, la manivela ejerce un momento torsor que es compensado por el momento resistente que viene primero de la transmisión y luego de las ruedas (si es un automóvil) o de la hélice (si es un avión).
- **Manivela.** Efectúa rotaciones completas alrededor del eje del cigüeñal y conecta a éste con la biela.
- **Biela.** Conecta la manivela con el pistón y su movimiento; es una combinación de traslación y rotación en un plano.
- **Pistón.** Forma la cámara de combustión de volumen variable en donde se quema el combustible y transmite la fuerza de los gases (producto de la presión multiplicada por la superficie del pistón) sobre los otros elementos del mecanismo.

La generación de trabajo mecánico, que es una integral de fuerza por desplazamiento, requiere que haya elementos móviles (para que haya desplazamiento). En este contexto, la ventaja que tiene la cadena cinemática pistón-biela-manivela es que se trata de un mecanismo muy sencillo y de un solo grado de libertad, por lo que no hay indeterminaciones en el movimiento. Ese trabajo mecánico ocurre por unidad de tiempo (el necesario para que el cigüeñal dé dos vueltas) y a su cociente se le denomina potencia.

En el cigüeñal, esa potencia tiene la forma de un momento multiplicado por una velocidad angular.

La arquitectura básica de un motor se muestra en la Figura 2.1.

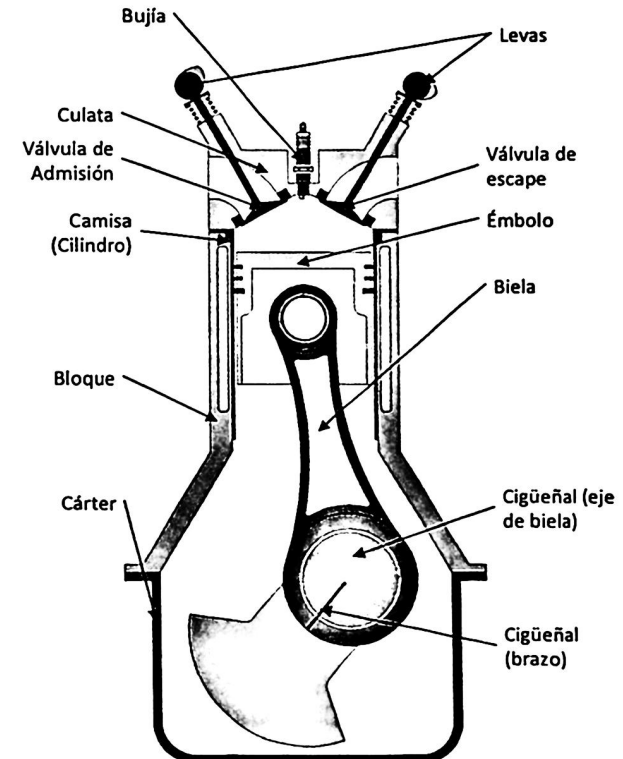


Figura 2.1. Arquitectura de un motor alternativo de ciclo Otto (gasolina).

2.2. PROCESOS EN EL MOTOR

Los procesos fluidodinámicos y termodinámicos que ocurren en la cámara de combustión de volumen variable de un motor de gasolina (más adelante se modelará el ciclo Diésel) son cuatro (ver Figuras 2.2a, 2.2b, y 2.2c):

- **Admisión.** La válvula de admisión se abre y la cámara de combustión, mientras el émbolo baja, se llena de una mezcla de aire y combustible que entra por el conducto de admisión.

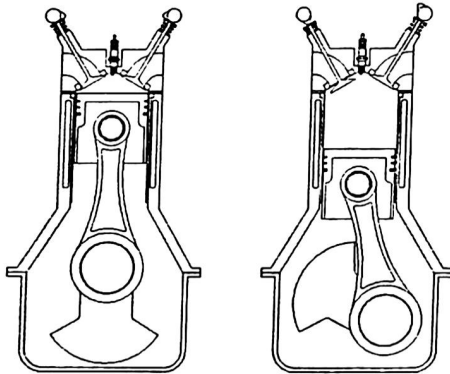


Figura 2.2.a. Proceso de admisión

- **Compresión.** Con las válvulas de admisión y escape cerradas, el émbolo sube comprimiendo la mezcla que hay en su interior.
- **Combustión.** En la mezcla comprimida se deposita una energía de activación (la chispa que produce la bujía) que es la que necesitan las reacciones químicas para arrancar. La llama viaja por la cámara de combustión provocando la liberación de energía del combustible y, por tanto, elevando la presión en la cámara. Esta presión, ejercida sobre el movimiento descendente del émbolo, produce trabajo mecánico.

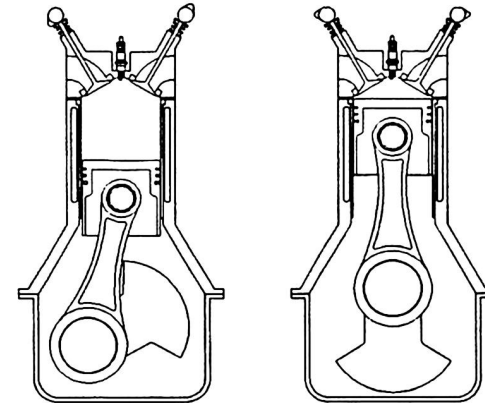


Figura 2.2.b. Procesos de compresión y comienzo de la combustión

- **Escape.** Se abre la válvula de escape y los gases, debido a su presión más alta que la atmosférica y al movimiento ascendente del pistón, salen por el conducto de escape.

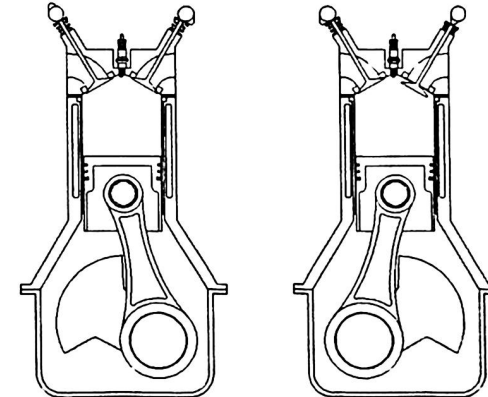


Figura 2.2.c. Procesos de expansión y escape de los gases

En la Figuras 2.2.a, 2.2.b, y 2.2.c, el cigüeñal gira en el sentido de las agujas del reloj.

En una descripción idealizada del motor, cada uno de estos procesos ocupa media vuelta (π radianes) de ángulo de giro del cigüeñal, por lo que el ciclo completo dura dos vueltas (4π radianes). Por ejemplo, si un automóvil está circulando a 3.000 rpm esto significa que están teniendo lugar 1.500 ciclos termodinámicos cada minuto o, lo que es lo mismo, 25 ciclos termodinámicos por segundo. Esto es, el tiempo típico de cada ciclo termodinámico en un motor de estas características es del orden de unas pocas centésimas de segundo ($\sim 1/25 = 0,04$ s).

En este contexto, es muy importante, desde el principio, tener claras dos ideas:

- Debido a la arquitectura del motor y a las características del ciclo termodinámico, la presión en la cámara de combustión de tamaño variable tiene una variación muy grande durante los 4π radianes de ángulo de giro del cigüeñal que dura un ciclo.
- Debido a la cinemática y a la dinámica del mecanismo biela-manivela, el momento torsor en el cigüeñal a lo largo de un ciclo también sufre variaciones importantes y no sigue exactamente la ley temporal de presiones en la cámara de combustión. La razón es que dicho momento torsor obedece a una ecuación dinámica en la que la fuerza de los gases es sólo uno de los términos.

Ejemplo 2.1

A modo de ilustración, y anticipando los resultados que aparecerán en capítulos posteriores, en las Figuras 2.3 y 2.4 se muestra la ley temporal de fuerza sobre el émbolo y el momento en el eje del cigüeñal $T_2(\theta)$ generado en un motor de las siguientes características:

- Cilindrada (volumen máximo de la cámara de combustión): 500 cc.
- Diámetro del pistón: 9 cm.
- Peso del pistón: 0,9 Kg.
- Longitud de la biela: 15 cm.
- Momento de inercia de la biela: 0,01 Kg m².
- Longitud de la manivela: 3,9 cm.
- Revoluciones del motor: 3.000 rpm.

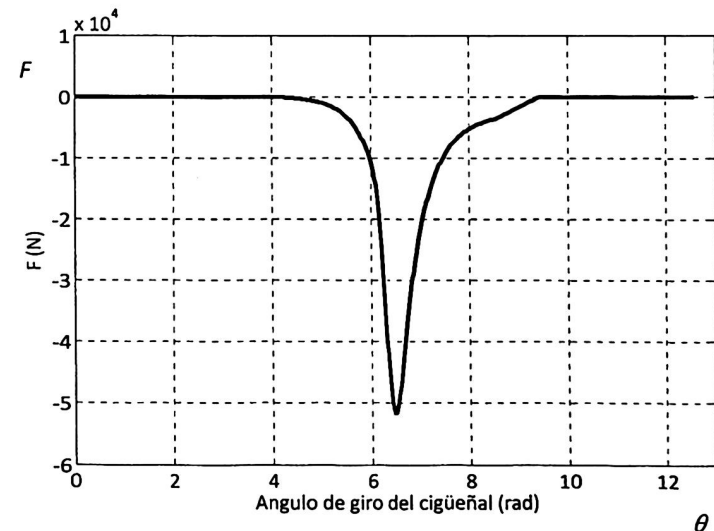


Figura 2.3. Distribución temporal típica de fuerzas sobre el émbolo en función del ángulo de giro del cigüeñal

Como puede observarse, la fuerza máxima en este ejemplo es de unos 50.000 N o, lo que es lo mismo, 5.000 kg, o 5 toneladas. De ahí que a la vista de estos números sea fácil entender la robustez mecánica que tienen los distintos componentes de un motor alternativo.

En este caso concreto, para tener la fuerza máxima de 50.000 N actuando sobre un pistón de 9 cm de diámetro, la presión en la cámara de combustión es de 78×10^5 Pa (78 bar).

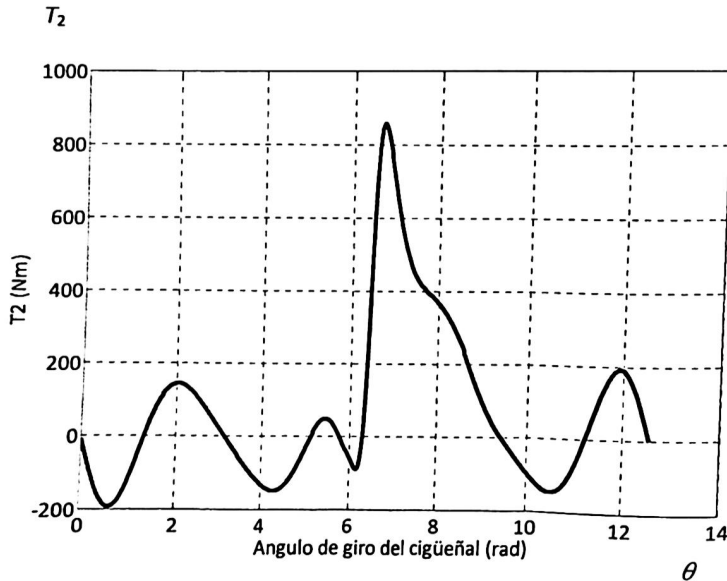


Figura 2.4. Evolución temporal típica del momento torsor (par motor) $T_2(\theta)$ en el eje del motor (cigüeñal)

Como se explicará en un capítulo posterior, este momento en el eje se obtiene como composición de diferentes términos: uno que genera trabajo mecánico a lo largo de un ciclo (debido a la presión en la cámara de combustión), y otros (debidos a las fuerzas y momentos de inercia de las partes móviles) cuya integral es nula a lo largo del ciclo.

En el caso de la Figura 2.4, el momento máximo es de 850 Nm pero el momento medio, que se obtiene integrando el momento instantáneo y dividiendo por el tiempo de ciclo (4π rad),

$$\bar{T}_2 = \frac{1}{4\pi} \int_0^{4\pi} T_2(\theta) d\theta$$

que es de 80 Nm, o lo que es lo mismo, 8 kgm.

Es este caso, la potencia media (momento multiplicado por velocidad angular) a lo largo del ciclo sería de

$$80 \text{ Nm} \times 3.000 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \times \frac{2\pi \text{ rad}}{\text{rev}} \times \frac{\text{min}}{60 \text{ s}} = 25.120 \text{ W} \sim 25 \text{ kW}$$

Esto es, la potencia en un motor de automoción se obtiene a base de revoluciones altas y momentos relativamente pequeños, porque un momento de 8 kgm es equivalente a aplicar una fuerza de 8 kg a una palanca de 1 m de brazo. Dicho de otra manera, la potencia en un eje es el producto del momento por la velocidad angular y es posible alcanzar los niveles de potencia deseados con diferentes combinaciones de momentos y velocidades angulares.

Simplificando, caben tres tipos de aproximaciones para generar potencia en el eje:

1. *Bajas revoluciones y momentos altos.* Esta es la solución típica adoptada para motores de buque. La razón es que la vida media de los motores (su fiabilidad) está asociada a las revoluciones, ya que una parte importante del deterioro del motor es debida a la presencia de cargas de fatiga (cargas variables en el tiempo). Por eso, para buques de carga que a lo largo de su vida recorren distancias equivalentes a muchas vueltas al mundo, se seleccionan motores que giran alrededor de las 100 rpm a cambio, claro está, de tener fuerzas y momentos enormes en los componentes del motor. Sin embargo, este hecho, que obliga a hacer diseños extremadamente robustos y pesados, no es un problema ya que el espacio disponible en un buque suele ser grande.

Como añadido a esta configuración, el disponer de cilindros de gran tamaño y muy bajo régimen de giro hace que el rendimiento del motor sea más alto, por el valor tan reducido de la relación superficie-volumen, que hace que las pérdidas por transferencia de calor sean proporcionalmente pequeñas.

2. *Altas revoluciones y momentos bajos.* Si de lo que trata es de hacer un motor muy ligero con componentes que pesen muy poco, entonces la solución es ir a una arquitectura en la que las fuerzas y momentos sean pequeños y, por el contrario, las revoluciones sean altas. Esta es, por ejemplo, la solución adoptada en motores de aeromodelismo en los que el peso es un factor crítico.
3. Por último, queda la solución intermedia que es la utilizada en automoción. En este caso, tanto los *momentos como las revoluciones del motor son intermedios* entre los dos casos extremos anteriores.

En la Tabla 2.1 se dan tres ejemplos de casos concretos de motores que se pueden encontrar en el mercado en los que se puede apreciar la diferencia entre los tres tipos de aproximaciones.

Tabla 2.1. Comparación entre los parámetros de tres tipos de motor alternativo

Parámetro	Tipo de motor		
	Aeromodelo	Automóvil	Buque
Diámetro del pistón (m)	0,013	0,09	0,73
Desplazamiento del pistón (m)	0,013	0,08	1,01
Cilindrada (m ³)	1,6 x 10 ⁻⁶	5 x 10 ⁻³	0,43
Potencia por cilindro (kW)	0,1	17	530
Revoluciones (rpm)	11.400	2.500	160

2.3. TIPOS DE COMBUSTIÓN: MEZCLA HOMOGÉNEA Y HETEROGÉNEA

Los dos tipos básicos de combustión que existen en un motor alternativo son los de mezcla homogénea y heterogénea.

La *combustión con mezcla homogénea* se refiere al motor de gasolina (ciclo Otto) en el que el combustible se vaporiza y se mezcla con el aire (oxígeno y nitrógeno) que circula por el conducto de admisión antes de entrar a la cámara de combustión. Esto es, cuando se abre la válvula de admisión, lo que entra a la cámara de combustión es una mezcla de aire y combustible ya vaporizado. En la cámara de combustión hay un elemento (la bujía) cuyo cometido es depositar la energía de activación (una chispa eléctrica) que se necesita en cada ciclo termodinámico para iniciar el proceso de combustión. La llama se forma en el entorno de la bujía y se propaga de forma más o menos uniforme por la cámara de combustión. Este frente de llama lleva asociado un salto de presión que es el que empuja el pistón produciendo trabajo mecánico. El frente de llama es una estructura bidimensional (definido en los modelos más sencillos por dos parámetros) que se mueve en el espacio tridimensional de la cámara de combustión.

En el caso de un motor de ciclo Diésel, que funciona con mezcla heterogénea, lo que entra a la cámara de combustión por el conducto de admisión es sólo aire. El combustible se inyecta directamente en la cámara, en fase líquida, a través del inyector y antes de que se forme la llama ocurren, de forma consecutiva, tres procesos fluidodinámicos:

- inyección del combustible,
- atomización del chorro de combustible, y
- vaporización de las gotas formadas en la atomización.

Esto es así porque para que haya combustión es necesario que tanto el combustible como el oxidante estén en fase gaseosa.

Cada uno de estos tres procesos, inyección, atomización y vaporización, tiene su tiempo característico propio que hay que tener en cuenta en el diseño, y que es independiente de que se trate de un problema de un motor alternativo o de cualquier otro sistema generador de potencia.

Esto, por ejemplo, limita el número de revoluciones que pueden alcanzarse en un motor diésel ya que si aumentan las revoluciones por minuto (rpm), disminuye el tiempo dedicado a cada ciclo, pero como el tiempo de inyección, atomización y vaporización permanece fijo, llega un momento en que prácticamente no queda tiempo para que haya combustión o resultará que ésta será muy ineficiente.

En un motor diésel normal, el tiempo total asociado a estos tres procesos fluidodinámicos es del orden de 10 grados de ángulo de giro del cigüeñal, mientras que el proceso de combustión dura alrededor de 60 grados.

La activación de la combustión en un motor diésel la produce la alta temperatura asociada al proceso de compresión que aquí se hace con una relación de compresión de entre 15 y 18, que es aproximadamente el doble de la que se suele utilizar un motor de ciclo Otto. Como la compresión es volumétrica y el

combustible se encuentra vaporizado en forma de nube, la llama que se forma es una estructura tridimensional (llama de difusión) que se mueve en el espacio tridimensional de la cámara de combustión.

Los dos tipos de ciclo que se han presentado son los dos extremos del abanico de configuraciones posibles, lo que es muy útil desde el punto de vista docente; pero en los motores modernos hay muchos diseños intermedios que combinan de un modo o de otro las ventajas de estos modelos de combustión.

2.4. MÓDULOS EN LA MODELIZACIÓN DEL MOTOR

El objetivo de la ingeniería es hacer modelos de la realidad que permitan predecirla con un grado suficiente de precisión bien sea para abordar el problema directo de análisis o el problema inverso de diseño. Estos modelos se basan en un conjunto de hipótesis acerca de la física que se traducen, a su vez, en un modelo matemático más o menos complicado. Es obvio que cuanto menos restrictivas sean las hipótesis, o menor sea su número, y la cercanía a la realidad sea mayor, más complicado será el modelo matemático y al revés.

En el caso de un motor alternativo, la primera aproximación sería no hacer hipótesis *ad hoc* y resolver las ecuaciones de Navier-Stokes para el movimiento del fluido en el interior del motor tal cual son. Sin embargo, los problemas asociados a esta aproximación son enormes, ya que:

- El movimiento del fluido es tridimensional.
- El movimiento del fluido es no-estacionario.
- Se trata de un problema con fronteras móviles (el pistón se mueve).
- El fluido está en régimen turbulento.

- El régimen es compresible y hay zonas (las válvulas de admisión y escape) en donde se alcanzan condiciones de bloqueo sónico.
- En un ciclo diésel hay flujo bifásico (aire-combustible) en la cámara de combustión.
- El número de especies distintas que hay en un combustible de los que se compran en las gasolineras es del orden de 100 y sus interacciones se modelan con un número de reacciones químicas que están en el entorno de 1.000. Esto, en la práctica, significaría añadir del orden de otras 100 ecuaciones de continuidad para las especies (en derivadas parciales) a las ecuaciones de Navier-Stokes.
- Los tiempos característicos de estas reacciones químicas llegan a diferir en factores que pueden llegar a ser del orden de 10^{20} .
- La fluidodinámica en la cámara de combustión está acoplada, vía convección-conducción térmica, con la ecuación que describe la temperatura en el bloque del motor, y ésta, a su vez, está acoplada con la fluidodinámica del circuito de refrigeración, acoplada, a su vez, con el radiador que no es más que un cambiador de calor aire-agua.

O dicho de otra manera, el problema formulado así es irresoluble y sólo en algunos centros de investigación muy especializados se plantean y resuelven modelos en esta línea que, en cualquier caso, necesitan incorporar muchas hipótesis simplificadoras y aun así, requieren superordenadores para su resolución.

La opción que cabe en este punto es la de describir el problema de forma modular, eligiendo un nivel apropiado de sofisticación físico-matemática en la formulación de cada módulo y acoplando después dichos módulos mediante un conjunto de condiciones de contorno y/o compatibilidad. En concreto, ésta es la opción que siguen muchos fabricantes de motores alternativos ya que dicho carácter modular puede entenderse como una estructura básica que puede modificarse a voluntad; esto es, se puede en cualquier momento reformular uno o

varios módulos para ganar precisión y/o abordar el diseño o análisis de detalle de algún componente determinado.

Esta aproximación por módulos es la que se va a seguir en este texto aunque en su versión más sencilla. El objetivo es, pues, que el lector tenga una idea clara de lo que es la estructura de un modelo de motor, y que se familiarice con el hecho de que esa estructura modular se puede modificar sin más que intercambiar módulos de distintos niveles de complejidad.

En particular, los módulos que se van a considerar están asociados a procesos, no a componentes mecánicos, porque es muy importante que el ingeniero perciba cualquier producto o sistema de ingeniería como un conjunto de procesos físicos que llevan asociado cada uno un modelo matemático, y que están integrados entre sí vía una serie de condiciones de contorno y/o compatibilidad.

Los procesos, con sus correspondientes disciplinas, que se van a considerar son:

- Admisión (Mecánica de Fluidos).
- Compresión (Mecánica de Fluidos y Termodinámica).
- Combustión (Mecánica de Fluidos, Combustión, Termodinámica y Transferencia de Calor).
- Escape (Mecánica de Fluidos).
- Cinemática y dinámica del mecanismo (Mecánica Racional).

De forma esquemática, el planteamiento del modelo de motor que se va a seguir en este libro, va ser como se muestra en la Figura 2.5.

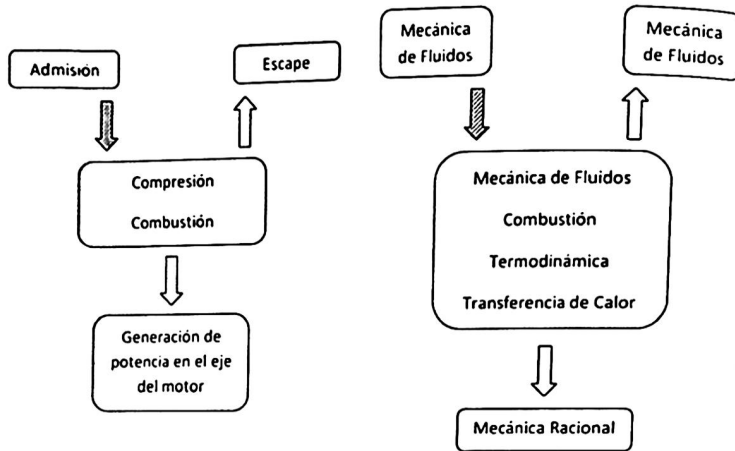


Figura 2.5. Módulos para el modelado del ciclo

Esto es, se trata de poner de manifiesto que existe de manera natural una correspondencia clara entre los productos/procesos de ingeniería y las disciplinas básicas que el lector ya ha debido estudiar durante los primeros años de sus estudios de Grado.

RESUMEN E IDEAS IMPORTANTES

- En un motor alternativo se genera trabajo mecánico por unidad de tiempo (potencia) de manera no constante; de forma que hay momentos del ciclo en los que la potencia es alta y otros en los que es prácticamente nula.

- La cámara de combustión de un motor alternativo es de volumen variable porque tiene partes móviles (el pistón). Esto es necesario para que pueda haber trabajo mecánico ya que, en última instancia, dicho trabajo involucra el producto de una fuerza por un desplazamiento.
- Un modelo de ciclo no es más que la integración sucesiva de los submodelos que simulan cada uno de los distintos procesos de admisión, compresión, combustión y generación de trabajo mecánico, expansión y escape.
- A 3.000 rpm se están produciendo 1.500 ciclos termodinámicos por minuto en cada cilindro. Es decir, cada ciclo termodinámico dura 4 centésimas de segundo.
- El pico de presión en la cámara de un motor normal es del orden de decenas de bares.
- El momento torsor (par motor) generado en cada ciclo tiene un máximo absoluto y varios máximos y mínimos relativos.
- La potencia en un motor alternativo se puede conseguir de maneras distintas:
 - a) con bajas revoluciones y momentos altos (por ejemplo, en motores de buque),
 - b) con altas revoluciones y momentos bajos (por ejemplo, en motores de aerodelismo), y
 - c) con valores intermedios de revoluciones y momentos (por ejemplo, en motores de automoción).

MOTORES ALTERNATIVOS

- Existen muchos tipos de ciclo de motor pero en los dos extremos del espectro están situados el ciclo Otto y el ciclo Diésel. Si se entienden bien estos dos extremos ya es fácil entender todas las situaciones intermedias que abarcan la gran mayoría de los motores de todo tipo que existen en la actualidad.
- En un motor de ciclo Otto lo que entra en la cámara de combustión es una mezcla en fase gaseosa de aire y combustible. En un motor de ciclo Diésel lo que entra a la cámara de combustión es aire y combustible en fase líquida que tiene que sufrir en la misma cámara una serie de procesos (cada uno con su propio tiempo característico) hasta llegar a la fase gaseosa necesaria para que se produzca la combustión.

CAPÍTULO 3

TERMODINÁMICA. CICLOS IDEALES

Contenido

- 3.1. Aproximaciones a seguir.
- 3.2. Aspectos generales del ciclo ideal.
- 3.3. El ciclo Otto ideal
 - 3.3.1. Proceso de compresión (1-2).
 - 3.3.2. Proceso de combustión (2-3).
 - 3.3.3. Proceso de expansión (3-4).
 - 3.3.4. Proceso de escape (4-1) y (1-5).
 - 3.3.5. Proceso de admisión (5-1).
 - 3.3.6. Resumen de las ecuaciones del modelo.
- 3.4. El ciclo Diésel ideal.
- 3.5. El ciclo dual ideal.
- 3.6. Comparación entre los distintos tipos de ciclo.

3.1. APROXIMACIONES A SEGUIR

Tal como se ha explicado en el capítulo anterior, una alternativa razonable al problema práctico de generar un modelo del motor alternativo es optar por una *estructura modular*. Esto es, en vez de resolver el problema como un todo, lo que este tipo de aproximación hace es modelar cada componente de manera individual, eligiendo el nivel de complejidad físico-matemática de los distintos módulos y acoplándolos entre sí mediante una serie de condiciones de contorno y/o compatibilidad.

La elección del nivel de complejidad depende de la precisión que se quiera en el análisis y del tiempo disponible para llevarlo a cabo. En cuanto a las condiciones de contorno y/o compatibilidad, estas son, típicamente, *de presión, gasto másico y temperatura*.

El esquema general de un modelo de estas características sería como el que se muestra en la Figura 3.1:

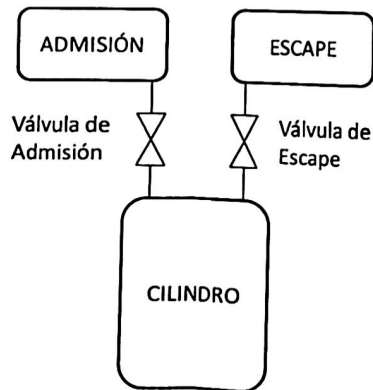


Figura 3.1 Diagrama de bloques del modelo de motor

El primer bloque que se observa en la Figura 3.1 es el *sistema de admisión*. Idealmente se puede considerar que es un volumen que conecta la sección de entrada de aire al motor con el cilindro, que es donde tiene lugar la combustión. Además, pueden incluirse submodelos adicionales para la válvula de admisión, el filtro de aire, la válvula de mariposa utilizada para controlar el gasto (en un motor de ciclo Otto), las comunicaciones con los otros cilindros, etc.

Otro sistema que se modela de forma similar es el *sistema de escape*, por donde los gases salen al exterior. Este sistema está comunicado por un extremo con el cilindro a través de la válvula de escape y por el otro, descarga en la atmósfera. De la misma forma que con el sistema de admisión, el escape se modela en su versión más básica como un conducto que conecta el cilindro con el ambiente, pero en modelizaciones más reales se incluye la presencia de otros submódulos como, por ejemplo, la turbina que mueve el turbocompresor, el catalizador o los filtros para la eliminación de contaminantes, el silenciador, etc.

El módulo donde ocurren los procesos termo-fluidodinámicos más importantes es el cilindro. Como se ha descrito en el Capítulo 2, durante parte del ciclo, cuando las válvulas están abiertas, el cilindro intercambia gases con la admisión y/o el escape, pero una vez que las válvulas se cierran, en el interior del cilindro tienen lugar los procesos que conducen a la generación de potencia.

En este capítulo, el nivel de complejidad elegido para los módulos de admisión y escape va a ser mínimo. En particular, estos van a ser considerados como fuentes y sumideros de aire a presión y temperatura constantes, de modo que el análisis se va a concentrar en el *modelo del cilindro* con la intención de que el alumno analice, en primer lugar, el proceso de generación de potencia. Más adelante, en capítulos posteriores, se discutirán modelos más realistas para el propio cilindro y para los sistemas de admisión y escape.

3.2. ASPECTOS GENERALES DEL CICLO IDEAL

Desde el punto de vista matemático, los términos que complican más las ecuaciones de los fluidos son los términos convectivos no lineales que involucran el producto de velocidades y sus derivadas.

Así pues, en un primer modelo sencillo de motor la aproximación obvia es renunciar al conocer en detalle los campos de velocidades, presión y temperatura y trabajar sólo con magnitudes globales espaciales. En paralelo, con la renuncia a modelar los campos locales de velocidades y temperatura, se renuncia a conocer los términos del tensor de esfuerzo de Reynolds de las ecuaciones de cantidad de movimiento de los fluidos y los términos de conductividad térmica de la ecuación de la energía, con lo que, de manera indirecta, se están sacando del problema los efectos disipativos asociados a la viscosidad y a la conducción de calor. De esta forma, en este tipo de modelo, el estado termodinámico del gas en el interior del cilindro queda completamente caracterizado por su presión y temperatura global (lo que se conoce como un **modelo cero-dimensional**).

El segundo aspecto complicado está asociado al hecho de que para evitar que las paredes de la cámara de combustión alcancen temperaturas excesivas, el bloque del motor hay que refrigerarlo y esto, desde el punto de vista del modelo matemático asociado, obliga a:

- Conocer en detalle lo que pasa en el interior de la cámara de combustión.
- Resolver la transferencia de calor por conducción en el bloque del motor que tiene una geometría muy compleja.
- Calcular el movimiento de los fluidos por el circuito de refrigeración.
- Modelar y resolver la transferencia de calor en el radiador.

Así pues, habría que generar un modelo muy sofisticado que acoplase y resolviese, de forma iterativa, los distintos subsistemas del motor. Por tanto, otra hipótesis simplificadora es suponer que las paredes de las cámaras de combustión están aisladas térmicamente con lo cual no hay acoplamiento entre lo que pasa en dicha cámara y el exterior. Aumentando la complejidad del modelo, el siguiente nivel de aproximación sería suponer que las paredes del cilindro están a una temperatura constante, obteniendo como resultado del análisis el calor que el sistema de refrigeración tiene que evacuar para mantener constante dicha temperatura de la pared.

Otros aspectos importantes de los ciclos ideales son:

- Se supone que el gas que evoluciona en su interior es ideal; es decir: los calores específicos a presión y volumen constante no dependen de la temperatura y, por tanto, también es constante la relación de calores específicos γ .
- El gas evoluciona de acuerdo con la ecuación de estado de los gases ideales (Ecuación 3.8).

Obviamente, con estas hipótesis simplificadoras lo que se va a conseguir es poner a punto un modelo que describa la realidad con errores cuantitativos importantes pero esperando que prediga los aspectos cualitativos (tendencias globales) con una precisión suficiente. Dicho de otra manera, en la primera aproximación de un modelo para un sistema de ingeniería se buscan las tendencias y no los detalles, y esto es, precisamente, lo que proporciona el modelo ideal del ciclo del motor.

Resumiendo, las hipótesis que se consideran son:

- El comportamiento de las variables termo-fluidodinámicas en la cámara de combustión está descrito por sus valores globales.
- No se consideran ni los efectos disipativos asociados a la viscosidad (ecuaciones de cantidad de movimiento) ni a la conductividad térmica (ecuación de la energía).
- La cámara de combustión está aislada térmicamente.
- El gas en evolución es gas ideal.

Así, en la práctica se está suponiendo una cámara de volumen variable, aislada térmicamente, que alberga una masa de gas cuyo comportamiento sigue un determinado ciclo termodinámico y el objetivo es estimar las variables y los parámetros globales de dicho ciclo termodinámico. Además, no se va a tener en cuenta ni la fluidodinámica en el interior del cilindro, ni en los conductos de admisión y escape.

3.3. EL CICLO OTTO IDEAL

En este apartado se describen y formulan los modelos matemáticos asociados a los procesos físicos que conforman un ciclo Otto ideal.

En la Figura 3.2 se muestra un esquema típico de un ciclo Otto ideal (motor de gasolina) en un diagrama Presión-Volumen. En el eje de abscisas está representado el cociente entre el volumen de la cámara de combustión en un instante determinado y el volumen mínimo de dicha cámara, que no es cero puesto que siempre se deja un espacio pequeño para, entre otras cosas, permitir el movimiento de las válvulas de admisión y escape y para evitar que se alcancen presiones demasiado elevadas en la cámara de combustión. En aplicaciones normales de automoción, el valor máximo de este parámetro, (conocido como la *relación de compresión*, oscila entre 7 y 12.

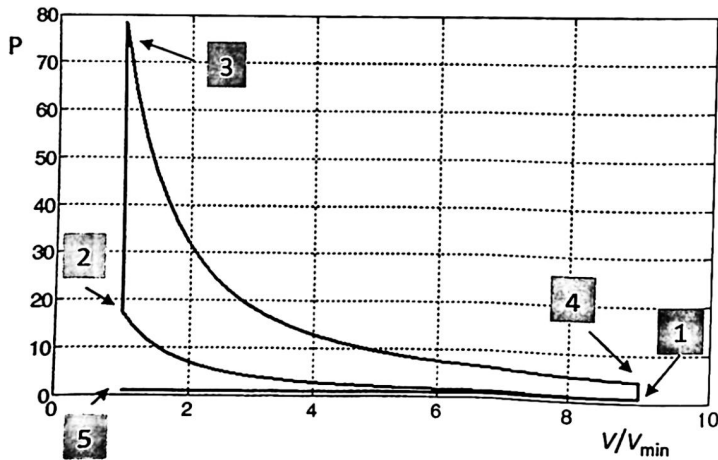


Figura 3.2. Esquema del ciclo P-V Otto ideal (P en bar)

Los diferentes procesos que se describen a continuación son.

- 1-2: Compresión.
- 2-3: Combustión.
- 3-4: Expansión.
- 4-1 y 1-5: Escape.
- 5-1: Admisión.

Ahora, la siguiente cuestión es asociar un modelo matemático a cada uno de los procesos que intervienen en el ciclo termodinámico y resolver el sistema de ecuaciones resultante.

3.3.1. Proceso de compresión (1-2)

Durante este proceso, el volumen de la cámara de combustión pasa de su valor máximo a su valor mínimo mientras el gas es comprimido por el pistón. Al no haber transferencia de calor con el exterior y no tener en cuenta los efectos disipativos, una aproximación ingenieril razonable consiste en suponer que la compresión es isentrópica, de manera que:

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \tag{3.1}$$

En donde los subíndices 1 y 2 indican el inicio y el final de la compresión (ver Figura 3.2) y γ es la relación de calores específicos.

3.3.2. Proceso de combustión (2-3)

En este ciclo ideal se modela el proceso de combustión como una adición de calor instantánea (Q_{in}) a la cámara de combustión. De esta manera:

- Se obvian todos los detalles relativos a la cinética química; lo cual involucraría resolver ecuaciones adicionales para las diferentes reacciones químicas. Como puede observarse, se trata de una simplificación conceptual importante, que lleva asociados errores significativos, pero que permite una formulación matemática sencilla.
- Se considera que la adición de calor se realiza a volumen constante ya que se ha supuesto instantánea. Esta hipótesis permite, además, desacoplar el problema de la combustión del movimiento del pistón.

Así pues, con estas dos hipótesis, la adición de calor se modela de la siguiente manera:

$$Q_{in} = mC_v(T_3 - T_2) \quad (3.2)$$

En donde m es la masa de gas dentro del cilindro y C_v el calor específico del gas a volumen constante.

3.3.3. Proceso de expansión (3-4)

Durante este proceso, el volumen de la cámara de combustión pasa de su valor mínimo a su valor máximo mientras el gas ejerce un trabajo mecánico sobre el pistón. Este trabajo es la integral de una fuerza (presión del gas multiplicada por superficie del pistón) multiplicada por el desplazamiento del pistón. Esto es:

- Para que haya trabajo tiene que haber desplazamiento.
- Este trabajo por unidad de tiempo (cada ciclo dura un determinado tiempo) es lo que se llama potencia.

Si mantiene el mismo tipo de hipótesis (movimiento isentrópico) que se hizo para el proceso de compresión (1-2), el modelo matemático del proceso de expansión queda como:

$$P_3V_3^\gamma = P_4V_4^\gamma \quad (3.3)$$

La hipótesis del proceso isentrópico es mucho menos precisa aquí que en el proceso de compresión. La razón reside en que durante esta última, la temperatura media del gas no difiere mucho de la de las paredes, mientras que durante la expansión la temperatura inicial de los gases está en torno a 2.500 K y las paredes están a unos 500 K. En una expansión real, aproximadamente el 10% del calor que se suministra al gas se evacua por las paredes del cilindro hacia el bloque del motor.

3.3.4. Proceso de escape (4-1) y (1-5)

El proceso de escape de los gases de la cámara de combustión se puede dividir en dos partes claramente diferenciadas:

1. En el punto muerto inferior del pistón (punto 4 del ciclo termodinámico, ver Figura 3.2) los gases se encuentran todavía a una presión mayor que la presión ambiente. En ese momento se abre la válvula de escape y los gases, debido a dicha diferencia de presiones, salen rápidamente de la cámara de combustión. Por ello, se puede modelar este proceso (4-1) como *instantáneo* y esto permite suponer que el proceso ocurre a volumen constante.
2. Una vez que la presión de los gases dentro de la cámara de combustión se ha igualado con la del ambiente, el movimiento ascendente del pistón (1-5) termina sacando los gases residuales que quedaban en el interior de la misma. Este proceso ideal a presión constante no consume ni realiza trabajo mecánico, y como no hay adición o salida de calor, no contribuye a la formulación de las ecuaciones del ciclo.

Por todo ello, el proceso de escape (4-1) se modela como una salida de calor (Q_{out}), de la misma forma en que se hizo la adición de calor (2-3):

$$Q_{out} = mC_v(T_4 - T_1) \quad (3.4)$$

Como ya se ha mencionado anteriormente, aquí se está haciendo otra hipótesis simplificadora adicional que es suponer que el calor específico a volumen constante del gas es el mismo durante los procesos de adición de calor (combustión a alta temperatura) y de escape (gases residuales de la combustión a menor temperatura).

3.3.5. Proceso de admisión (5-1)

Durante este proceso, el pistón se mueve desde el punto muerto superior (volumen mínimo de la cámara de combustión) hasta el punto muerto inferior (volumen máximo de la cámara de combustión) y el gas llena la cámara. De nuevo, en este proceso se supone que no se consume ni se realiza trabajo mecánico (la presión es idéntica a ambos lados del émbolo), y no hay adición ni salida de calor, por lo que tampoco contribuye a la formulación de las ecuaciones del ciclo.

3.3.6. Resumen de las ecuaciones del modelo

Las ecuaciones del modelo son:

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \quad (3.1)$$

$$Q_{in} = mC_v(T_3 - T_2) \quad (3.2)$$

$$P_3 V_3^\gamma = P_4 V_4^\gamma \quad (3.3)$$

$$Q_{out} = mC_v(T_4 - T_1) \quad (3.4)$$

El **rendimiento del ciclo** (η) se define como el cociente entre el trabajo mecánico obtenido (W_{out}) y el calor introducido (Q_{in}), que es la energía (julios) aportados por el combustible.

$$\eta = \frac{W_{out}}{Q_{in}} \quad (3.5)$$

Además, teniendo en cuenta el primer principio de la termodinámica:

$$Q_{in} = Q_{out} + W_{out} \quad (3.6)$$

Puede reescribirse el rendimiento como:

$$\eta = 1 - \frac{Q_{out}}{Q_{in}} \quad (3.7)$$

Así pues, lo que hay que hacer es combinar las ecuaciones (3.1) a (3.4) para generar la Expresión (3.7). Esto se lleva a cabo fácilmente imponiendo, adicionalmente, que el comportamiento del gas sigue la ley de los gases ideales:

$$PV = mRT \quad (3.8)$$

De modo que la Ecuación (3.1) se reescribe:

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \Rightarrow P_1 V_1 V_1^{\gamma-1} = P_2 V_2 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \quad (3.9)$$

Llamando r a la relación de compresión V_1/V_2 , que es un parámetro geométrico del motor, se obtiene:

$$T_2 = T_1 r^{\gamma-1} \quad (3.10)$$

De igual modo, se muestra, a partir de (3.3), que:

$$T_3 = T_4 r^{\gamma-1} \quad (3.11)$$

Ahora, introduciendo las expresiones (3.10) y (3.11) en (3.2) queda:

$$Q_{in} = m C_v r^{\gamma-1} (T_4 - T_1) \quad (3.12)$$

Que unido a (3.4) permite obtener una expresión explícita para el rendimiento η , Ecuación (3.7), como:

$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}} \quad (3.13)$$

La Expresión (3.13) muestra tres tendencias cualitativas importantes:

1. El rendimiento del ciclo aumenta cuando aumenta la relación de compresión.
2. El rendimiento del ciclo tiene un comportamiento asintótico con la relación de compresión.
3. El rendimiento del ciclo es mayor para valores de γ grandes.

Esto es importante para el diseño del motor pero, sin embargo, también hay que tener en cuenta las consideraciones siguientes:

- Al aumentar la relación de compresión r también aumenta la temperatura del punto final del proceso de compresión (punto 2 de la Figura 3.2), y esto es una limitación importante para los motores de ciclo Otto. La razón es que si la presión y temperatura durante la combustión son altas, el combustible entra en un proceso conocido como *autoignición* que tiene carácter aleatorio y que deteriora la combustión al impedir que haya un frente de llama bien definido.

Esto es tan importante que cuando se va a la gasolinera, se paga más o menos dependiendo del índice de octanos de la gasolina que compra, que no es más que un índice de la propensión de ese combustible a entrar en autoignición. Obviamente, cuanto menor es la tendencia a la autoignición (mayor índice de octanos) mayor es el precio del litro de combustible.

Por ejemplo, si $T_1 = 300$ K (temperatura ambiente) y el γ medio de ciclo es 1,3, aplicando la Ecuación (3.10) con una relación de compresión de 9 se obtiene que $T_2 = 580$ K. En la práctica, las relaciones de compresión de los motores más habituales de ciclo Otto están en el entorno de 7 a 12.

- El valor de γ medio de ciclo no es un parámetro que se pueda cambiar fácilmente. De hecho, viene fijado por el tipo de combustible y el proceso de combustión, y la variedad de estos es muy pequeña. En la práctica, el valor de γ medio para los gases presentes en la cámara de combustión está en el rango de 1.3 a 1.4.

En este punto, puede comprobarse que los rendimientos calculados mediante un modelo de ciclo Otto ideal (en el entorno de 0,46 a 0,50 para un motor normal) son bastante más altos de lo que dicta la realidad. Sin embargo:

- a) esto está plenamente justificado a tenor de las hipótesis simplificadas tan fuertes que se han hecho, y

- b) el modelo ha permitido empezar a discutir ya aspectos de diseño, aunque sea de forma cualitativa.

También, es importante anticipar que, como se verá en capítulos posteriores, la energía (julios) que entra en forma de combustible en un motor real se invierte, de manera proporcionada, en los siguientes aspectos:

- Trabajo mecánico generado en el ciclo.
- Calor evacuado con los gases de escape.
- Calor evacuado en el sistema de refrigeración del motor.

Este último calor evacuado en el sistema de refrigeración tiene dos componentes:

1. El calor que pasa desde el cilindro al bloque del motor debido a que los procesos que tienen lugar en su interior no son adiabáticos/isentrópicos.
2. El calor generado por las pérdidas mecánicas (rozamientos) del motor, que a través del aceite lubricante pasa al circuito de refrigeración.

El modelo de ciclo Otto ideal, Ecuaciones (3.1) a (3.4), también permite obtener una primera estimación de las variables medias fluido-térmicas en los diferentes puntos del ciclo.

Ejemplo 3.1

Por ejemplo, se considera un motor de cuatro cilindros con las siguientes características (tomadas de un modelo comercial):

- Cilindrada: 2.000 cm^3 (500 cm^3 por cilindro).

- Relación de compresión: 9.
- Potencia: 80 kW a 4.000 rpm (20 kW por cilindro).
- Volumen mínimo de la cámara de combustión: $62,5 \text{ cm}^3$.

El estado del gas ($R = 287 \text{ J/kg K}$) en el punto inicial del ciclo (principio del proceso de admisión) viene dado por:

- $P_1 = 1 \text{ bar}$.
- $V_1 = 562,5 \text{ cm}^3$.
- $T_1 = 300 \text{ K}$.

La masa de gas dentro de cada cilindro se obtiene aplicando la Ecuación (3.8),

$$m = 0,65 \text{ g}$$

Suponiendo un γ medio de 1,3, la evolución isentrópica de la compresión lleva al punto 2, dado por las Ecuaciones (3.1) y (3.10):

- $P_2 = 17,4 \text{ bar}$.
- $V_2 = V_{\text{mín}} = 62,5 \text{ cc}$.
- $T_2 = 580 \text{ K}$.

A 4.000 rpm se producen 2.000 ciclos termodinámicos por minuto o, lo que es lo mismo, 33 ciclos por segundo. Si cada cilindro da una potencia de 20.000 J/s y se producen 33,3 ciclos/s, el trabajo mecánico generado W_{out} en cada ciclo es de:

$$W_{\text{out}} = \frac{20.000 \text{ J/s}}{33,3 \text{ ciclos/s}} = 600 \frac{\text{J}}{\text{ciclo}}$$

Como el rendimiento de este ciclo, Ecuación (3.13), es 0,48, aplicando la Ecuaciones (3.5) y (3.6) se obtiene:

$$Q_{in} = 1.240 \text{ J y } Q_{out} = 640 \text{ J}$$

Con el γ medio de 1,3 y el valor de la constante R de 287 J/kg K, el calor específico a volumen constante es:

$$c_v = \frac{R}{\gamma - 1} = 957 \text{ J/kgK}$$

Con la Ecuación (3.2) y la Ecuación de estado (3.8) se obtienen las propiedades del punto 3 del ciclo:

- $P_3 = 77 \text{ bar}$.
- $V_3 = V_{min} = 62,5 \text{ cc}$.
- $T_3 = 2.569 \text{ K}$.

Finalmente, la expansión isentrópica (3.3) lleva a:

- $P_4 = 4,4 \text{ bar}$.
- $V_4 = V_{max} = 562,5 \text{ cc}$.
- $T_4 = 1.329 \text{ K}$.

Es importante señalar que en el punto 4 del ciclo se dispone de gases a 4,4 bar de presión y una temperatura de 1.329 K, de los cuales se podría extraer un trabajo mecánico relativamente alto que, en la práctica, no se utiliza enviándose los gases directamente a la atmósfera.

3.4. EL CICLO DIÉSEL IDEAL

La única diferencia conceptual importante entre los ciclos ideales Otto y Diésel radica en el modelo de adición de calor. Como ya se explicó en la sección anterior, en el ciclo Otto ideal la hipótesis es que la adición de calor (combustión) ocurre a volumen constante. Pues bien, en el ciclo Diésel ideal la hipótesis es que la adición de calor ocurre a presión constante.

En el Capítulo 2 se describió cualitativamente el proceso de combustión en los motores de ciclo Otto y Diésel y se puso de manifiesto que en la combustión diésel hay una serie de procesos fluidodinámicos (inyección del combustible, atomización, y vaporización) que tienen sus propios tiempos característicos y que ocurren antes de que tenga lugar el proceso de combustión propiamente dicho. Pues bien, para tener en cuenta este aspecto de un retraso en el tiempo es por lo que el ciclo Diésel ideal se modela como se muestra en la Figura 3.3.

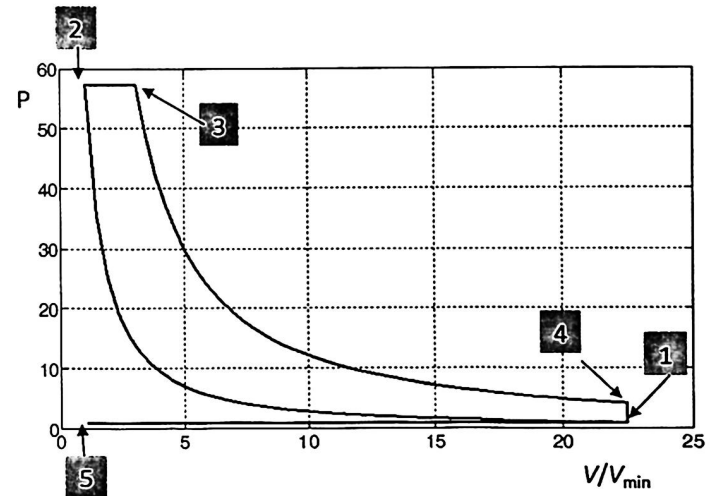


Figura 3.3. Esquema del ciclo Diésel ideal

Ahora, el proceso de adición de calor ocurre durante un tiempo finito asociado al cambio de volumen en la cámara de combustión entre los puntos 2 y 3 del diagrama del ciclo.

Al cociente V_3/V_2 (que es igual a T_3/T_2) se le denomina β .

Por otro lado, la formulación de la adición de calor es ahora:

$$Q_{in} = mC_p(T_3 - T_2) \quad (3.14)$$

En donde C_p es el calor específico a presión constante.

Repitiendo en mismo tipo de desarrollo que se hizo en el caso del ciclo Otto ideal, se encuentra que el rendimiento es:

$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1} [\gamma(\beta - 1)]} \quad (3.15)$$

que, de nuevo, tiene un comportamiento asintótico con la relación de compresión r .

El parámetro β está asociado a la duración del proceso de combustión (cuanto mayor es β mayor es V_3 comparado con V_2) y esto se traduce en un rendimiento menor.

De hecho, el término

$$\beta^\gamma - 1 / [\gamma(\beta - 1)]$$

en la Ecuación (3.15) es siempre positivo y creciente para β creciente y mayor que 1, lo cual implica que el término que resta en (3.15) es cada vez mayor y, por tanto, η decrece.

3.5. EL CICLO DUAL IDEAL

Obviamente, un proceso de combustión real no ocurre ni a volumen constante ni a presión constante porque ambas magnitudes varían continuamente a lo largo del ciclo. De ahí que una mejora adicional en el modelado consista en hacer la hipótesis de que una parte de la adición de calor se realiza a volumen constante y otra parte a presión constante. Esto lo que se conoce con el nombre de ciclo Dual ideal y está representado en la Figura 3.4.

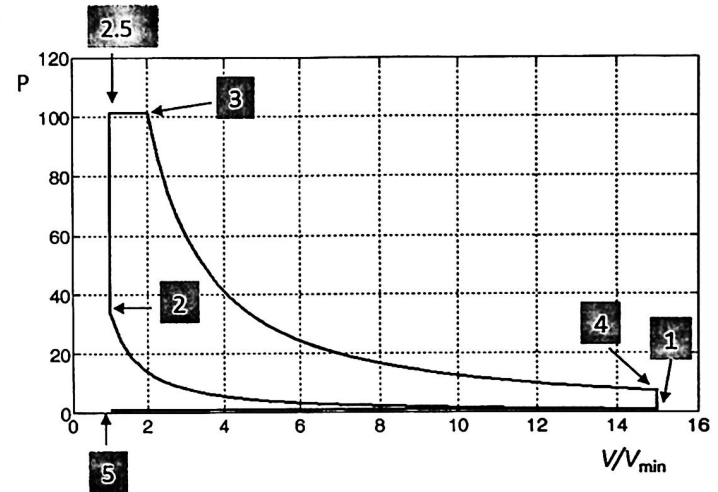


Figura 3.4. Esquema del ciclo Dual ideal

En este caso, se define $\beta = V_3/V_{2.5}$ y $\alpha = P_3/P_2$, y la expresión del rendimiento queda:

$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}} \left[\frac{\alpha\beta^\gamma - 1}{(\alpha - 1) + \gamma\alpha(\beta - 1)} \right] \quad (3.16)$$

Aquí, la adición de calor se ha modelado como:

$$Q_{in} = mC_v(T_{2.5} - T_2) + mC_p(T_3 - T_{2.5}) \quad (3.17)$$

3.6. COMPARACIÓN ENTRE LOS DISTINTOS TIPOS DE CICLO

La característica que define los ciclos ideales presentados anteriormente es que el aporte de calor se realiza o bien a volumen constante (ciclo Otto), o bien a presión constante (ciclo Diésel), o como una combinación de los dos (ciclo Dual). Entonces, en este punto, la pregunta es:

¿qué forma de aporte de calor resulta más efectiva para el rendimiento del ciclo?

Para abordar la respuesta a dicha pregunta, se formula la siguiente pregunta:

Dado un ciclo Dual con un aporte total de calor constante y una relación de compresión fija, ¿cómo influye en el rendimiento aumentar el aporte de calor a volumen constante y reducir el de presión constante?

La Ecuación (3.17), que define la cantidad de calor que se suministra al gas durante el proceso 2-3, se puede reescribir:

$$Q_{in} = mC_v \left[T_2 \left(\frac{T_{2.5}}{T_2} - 1 \right) + \gamma T_{2.5} \left(\frac{T_3}{T_{2.5}} - 1 \right) \right] \quad (3.18)$$

O lo que es lo mismo:

$$Q_{in} = mC_v T_1 r^{\gamma-1} [(\alpha - 1) + \gamma\alpha(\beta - 1)] \quad (3.19)$$

Ya que,

$$\frac{T_{2.5}}{T_2} = \frac{P_{2.5}}{P_2} = \frac{P_3}{P_2} = \alpha \quad (3.20)$$

y

$$\frac{T_3}{T_{2.5}} = \frac{V_3}{V_{2.5}} = \beta \quad (3.21)$$

$$T_2 = T_1 r^{\gamma-1} \quad (3.10)$$

Por lo que la condición de que el calor total suministrado ha de permanecer constante equivale a que α y β cumplan la relación:

$$(\alpha - 1) + \gamma\alpha(\beta - 1) = \text{constante} \quad (3.22)$$

En esas condiciones, suponiendo una relación de compresión de 9, se ha realizado un barrido en el parámetro α , calculando β a partir de la Ecuación (3.22) y con ambos parámetros se ha evaluado el rendimiento definido con la Ecuación 3.16.

Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 3.5.

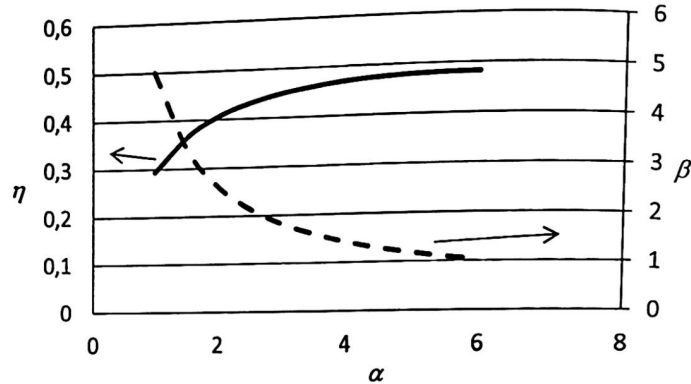


Figura 3.5. Rendimiento del ciclo Dual en función de α y β .

Lo que se observa es:

- Partiendo de $\alpha = 1$ (ciclo Diésel con todo el aporte de calor a presión constante), aumentar el calor aportado a volumen constante implica que α crece y β decrece (Ecuación 3.22).
- Al crecer α y decrecer β , el rendimiento calculado aumenta pasando de 0,3 hasta 0,5 aproximadamente.

Entonces, la respuesta a la pregunta planteada anteriormente sobre qué forma de aporte de calor resulta más efectiva para el rendimiento del ciclo, es:

“Aumentar la fracción de calor que se aporta a volumen constante, disminuyendo la que se realiza a presión constante, tiende a aumentar el rendimiento del ciclo”.

O sea, que a igualdad de calor total suministrado y de parámetros globales del ciclo (en particular, de la relación de compresión) el rendimiento de un motor Otto es superior al de un diésel. Lo que ocurre es que las características del combustible (tendencia a la autoignición de la gasolina) hacen que sea posible utilizar mayores relaciones de compresión en un diésel y, por tanto, aumentar su rendimiento.

En la Figura 3.6 se representa el rendimiento de dos ciclos en función del parámetro α , con relaciones de compresión de 9 (línea continua) y 20 (línea discontinua), cumpliendo la condición de que el calor suministrado es el mismo en todas las situaciones.

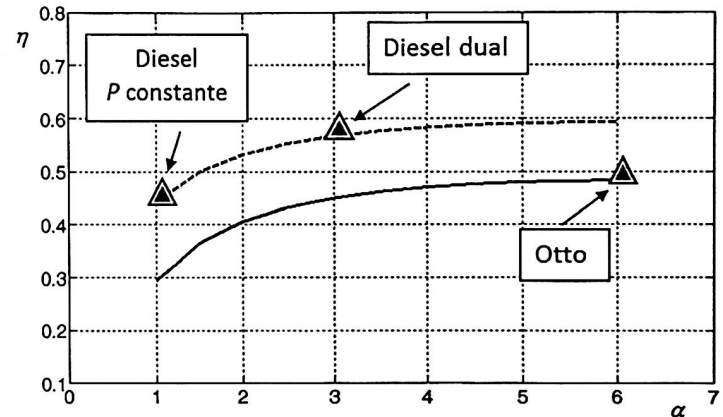


Figura 3.6. Rendimiento de ciclos con diferente relación de compresión (9 en línea continua y 20 con línea discontinua), con igualdad de calor suministrado, en función del parámetro α

Lo que se observa en la Figura 3.6 es que a igualdad de relación de compresión, el ciclo Otto ($\alpha = 6$) tiene mejor rendimiento que el Diésel ($\alpha = 1$) o que el ciclo Dual (valores intermedios de α).

Sin embargo, al aumentar la relación de compresión dentro de los rangos típicos utilizados en aplicaciones de automoción, es posible obtener rendimientos del ciclo Dual superiores a los de un Otto de relación de compresión más pequeña.

RESUMEN E IDEAS IMPORTANTES

- En un ciclo ideal se renuncia a conocer la variación espacial de las variables termo-fluidodinámicas y se trabaja con sus valores globales.
- La deposición de energía en un ciclo Otto ideal es instantánea; esto es, el tiempo no aparece como una variable independiente del proceso. Por esa razón, el modelo matemático del ciclo ideal es algebraico (no involucra derivadas respecto al tiempo).
- En el ciclo ideal no se consideran efectos disipativos ni de transferencia de calor al bloque del motor. Se considera que el gas que evoluciona es ideal y que la cantidad de gas que hay en la cámara es un dato del problema (no está condicionada por la fluidodinámica del proceso de admisión).
- El rendimiento tanto del ciclo Otto como del Diésel aumenta con la relación de compresión.
- La relación de compresión del ciclo Otto no se suele aumentar por encima de valores de 10 o 12 ya que en esos casos la temperatura del gas en la cámara es muy alta y aparecen fenómenos de inestabilidad en la combustión (autoignición). En los ciclos Diésel, la relación de compresión puede pasar de 15 y la limitación práctica es que las presiones altas dan lugar a cargas mecánicas elevadas y, por tanto, a motores muy pesados.

- A igualdad de energía (julios) suministrados al proceso de combustión y de relación de compresión, el ciclo Otto tiene mayor rendimiento que el ciclo Diésel. En la práctica de la automoción, los motores Diésel tienen mayor rendimiento que los Otto porque aquellos se utilizan con relaciones de compresión apreciablemente mayores.

CAPÍTULO 4

TERMODINÁMICA. CICLOS REALES

Contenido

- 4.1. Modelo de aporte de calor.
- 4.2. Modelo de ciclo.
- 4.3. Descripción del proceso de cálculo.
- 4.4. Resultados del modelo de ciclo.

4.1. MODELO DE APORTE DE CALOR

En el capítulo anterior se han formulado diferentes ciclos ideales basados en un serie de hipótesis de comportamiento bastante restrictivas. En este sentido, objetivo de este capítulo y de los siguientes es empezar a relajar dichas hipótesis y evolucionar hacia modelos de comportamiento de motor más realistas, aunque más complejos desde el punto de vista de la formulación matemática.

Una de las hipótesis más fuertes realizadas hasta ahora ha sido suponer que la adición de calor se realiza o bien a volumen constante (ciclo Otto), o a presión constante (ciclo Diésel), o como una combinación de ambas.

Esto, como ya se explicó, no es más que una primera aproximación a la realidad ya que el proceso de adición de calor al ciclo, que está asociado a la combustión, tiene su propio tiempo característico. Esto es, el siguiente nivel de complejidad en cuanto al modelo de adición de calor es suponer que éste depende del tiempo o, lo que es lo mismo en un motor, del ángulo de giro del cigüeñal (θ), cuyo origen está en el punto muerto superior del pistón (punto 5 de ciclo termodinámico, ver Figura 3.2).

Otra manera de ver la necesidad de este nivel siguiente de complejidad es darse cuenta de que en la formulación del ciclo ideal no aparece el tiempo, mientras que la cinética química y su interacción con un campo fluido se caracterizan por la presencia de múltiples escalas temporales (y espaciales).

En general, estos tipos de modelos que tienen en cuenta el tiempo en el proceso de deposición de calor se denominan en la literatura *finite heat release models* y, básicamente, consisten en hacer una hipótesis de comportamiento acerca de la integral:

$$\int_{\theta_c}^{\theta} Q(\theta) d\theta \quad (4.1)$$

En donde $Q(\theta)$ es el calor depositado en función del ángulo de giro del cigüeñal y θ_c es el ángulo de comienzo de la combustión. Si se define el adelanto al inicio de la combustión como θ_a , entonces $\theta_c = 2\pi - \theta_a$.

El modelo más utilizado en la práctica es el llamado modelo de Wiebe que hace la siguiente hipótesis de comportamiento obtenida tras el análisis de muchos resultados experimentales:

$$\frac{\int_{\theta_c}^{\theta} Q(\theta) d\theta}{Q_{total}} = \left[1 - \exp \left[-a \left(\frac{\theta - \theta_c}{\theta_d} \right)^n \right] \right] \quad (4.2)$$

En donde Q_{total} es calor total depositado en el ciclo (que es un dato del problema), θ_d es el ángulo que dura la combustión, y a y n son factores de forma de la función exponencial.

Para simplificar la nomenclatura se define:

$$X_b(\theta) = \left[1 - \exp \left[-a \left(\frac{\theta - \theta_c}{\theta_d} \right)^n \right] \right] \quad (4.3)$$

Esta forma funcional (4.3) involucra una exponencial de manera que en $\theta = \theta_c$ se tiene que $X_b = 0$, y para $\theta \rightarrow \infty$ se tiene que $X_b = 1$.

El ángulo de adelanto al inicio de la combustión, θ_a , es uno de los parámetros de diseño del motor y está asociado al momento en el que la bujía deposita en la mezcla aire-combustible la energía de activación necesaria para iniciar las reacciones químicas.

En cuanto al momento del final de la combustión, éste se fija en la práctica definiendo un límite de forma arbitraria; por ejemplo, cuando $X_b = 0,99$. O dicho de otra manera, este límite implica definir θ_d en el modelo (4.2).

Los parámetros n y α se obtienen llevando a cabo ensayos experimentales y están en el entorno de 3 y 5, respectivamente, para motores típicos de ciclo Otto.

En resumen, de acuerdo con el modelo descrito, la dependencia funcional (instantánea) del calor $Q(\theta)$ con el ángulo de de giro del cigüeñal se obtiene derivando la Ecuación (4.2):

$$Q(\theta) = Q_{total} \frac{dX_b(\theta)}{d\theta} \quad (4.4)$$

Y el calor depositado durante un incremento diferencial de ángulo $d\theta$ es:

$$Q(\theta)d\theta$$

4.2. MODELO DE CICLO

Se considera la cámara de combustión como un sistema cerrado de volumen variable. En este caso, para una variación de ángulo pequeña (diferencial) el primer principio de la Termodinámica se puede escribir:

$$\delta Q = \delta W + dU \quad (4.5)$$

En donde δQ es el calor añadido ($Q(\theta)d\theta$), δW es el trabajo realizado (PdV), y dU es el incremento de energía interna ($mc_v dT$).

Así en la Ecuación (4.5) tenemos:

δQ es positivo cuando entra en el sistema,

δW es positivo cuando el sistema ejerce un trabajo sobre el exterior, y

dU es positiva cuando crece.

Suponiendo, además, que la mezcla aire-combustible sigue la ley de los gases ideales:

$$PV = mRT \quad (4.6)$$

en donde m es la masa de gas en el interior de de la cámara, la Ecuación (4.5) se puede escribir:

$$Q(\theta)d\theta = PdV + \frac{c_v}{R}(PdV + VdP) \quad (4.7)$$

En esta ecuación, el volumen V de la cámara de combustión depende de θ mediante una relación geométrica y c_v se considera constante ya que se supone un comportamiento de gas ideal.

Dividiendo la Ecuación (4.7) por $d\theta$ y utilizando la información de la Ecuación (4.4) queda:

$$Q_{total} \frac{dX_b}{d\theta} = P \frac{dV}{d\theta} + \frac{c_v}{R} \left(P \frac{dV}{d\theta} + V \frac{dP}{d\theta} \right) \quad (4.8)$$

Esta es una ecuación diferencial ordinaria de primer orden (fácilmente integrable numéricamente mediante, por ejemplo, un método de Euler) que permite obtener la presión P en la cámara de combustión en función del ángulo de giro del cigüeñal θ .

$X_b(\theta)$ es conocida (Q_{total} también lo es) y está definida en la Ecuación (4.3). $V(\theta)$ es conocido y depende sólo de parámetros geométricos; en concreto su expresión explícita es:

$$v(\theta) = \left(\frac{\pi b^2 s}{4} \right) \times \left\{ \frac{1}{r-1} + \frac{1}{2} \left[\frac{2l}{s} + 1 - \cos(\theta) - \left(\frac{4l^2}{s^2} - \sin^2(\theta) \right)^{1/2} \right] \right\} \quad (4.9)$$

En donde b es el diámetro del pistón, s la carrera, r la relación de compresión V_1/V_2 , y l la longitud de la biela.

Entonces, las ecuaciones que describen este modelo de ciclo son las siguientes:

1. Proceso de compresión isentrópica

Se toma como origen de referencia de ángulo de giro del cigüeñal θ el comienzo del proceso de compresión:

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma, \quad \text{para } \pi \leq \theta < (2\pi - \theta_s) \quad (4.10)$$

2. Proceso de adición de calor, Ecuación (4.8)

$$\frac{dP}{d\theta} = \frac{R}{c_v} \frac{1}{V(\theta)} \left[Q_{total} \frac{dX_b(\theta)}{d\theta} - P \frac{dV(\theta)}{d\theta} \left(1 + \frac{c_v}{R} \right) \right] \quad (4.11)$$

para $(2\pi - \theta_s) \leq \theta < (2\pi - \theta_s + \theta_d)$

Obteniéndose de la resolución:

$$P_3 = P(2\pi - \theta_s + \theta_d) \quad (4.12)$$

3. Proceso de expansión isentrópica

$$P_3 V_3^\gamma = P_4 V_4^\gamma, \quad \text{para } (2\pi - \theta_s + \theta_d) \leq \theta < 3\pi \quad (4.13)$$

4. Proceso de escape a volumen constante

$$Q_{out} = m c_v (T_4 - T_1) \quad (4.14)$$

4.3. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO DE CÁLCULO

Mientras que en las diferentes formulaciones del ciclo ideal el modelo estaba escrito en ecuaciones algebraicas, ahora, al introducir el tiempo en el problema, el sistema ha pasado a ser algebraico-diferencial. Esto tiene sentido puesto que es de esperar que al introducir efectos físicos más complejos en el problema, la formulación matemática del mismo se complique. El proceso de cálculo sería como sigue:

Parámetros conocidos:

- Parámetros del fluido de trabajo: γ, c_v, R, m .
- Parámetros de la geometría del motor: V_1, V_2, r, b, s, l .
- Parámetros de diseño del motor: Q_{total}, θ_s .
- Parámetros del proceso de adición de calor: θ_d, a, n .
- Parámetros ambientales: P_1, T_1 .

Paso 1

En el punto 1 (comienzo del proceso de compresión) se conocen las variables termodinámicas (P_1, T_1) y el volumen de la cámara de combustión V_1 .

Aplicando la Ecuación (4.10) se obtienen las variables termodinámicas (P_2, T_2) al final de la carrera de compresión. Como en ese punto el ángulo de giro del cigüeñal es conocido ($2\pi - \theta_s$) es posible calcular el volumen V_2 de la cámara de combustión utilizando la Ecuación (4.9).

Paso 2

Se integra numéricamente, desde la condición inicial P_2 , la Ecuación (4.11) en el intervalo de ángulos que va desde ($2\pi - \theta_s$) hasta ($2\pi - \theta_s + \theta_d$). En este último punto se obtiene la presión P_3 . Como el volumen de la cámara de combustión es conocido se calcula T_3 utilizando la ecuación de estado.

Paso 3

Utilizando la Ecuación (4.13) y la ecuación de estado se calculan (P_4, T_4) al final del proceso de expansión.

Paso 4

Se aplica la Ecuación (4.14) y se obtiene Q_{out} que es la única incógnita de dicha ecuación.

Paso 5

Cociendo Q_{out} y Q_{total} (que es dato del problema) se calcula el rendimiento η del ciclo termodinámico mediante la Ecuación (3.7):

$$\eta = 1 - \frac{Q_{out}}{Q_{total}} \quad (3.7)$$

El trabajo obtenido durante el ciclo W_{out} se calcula mediante la Expresión (4.15):

$$W_{out} = \eta Q_{total} \quad (4.15)$$

Observaciones

- Este modelo sólo aplica cuando las condiciones en la cámara de combustión al principio del proceso de compresión son las ambientales; esto es cuando en el motor de ciclo Otto está funcionando con la mariposa completamente abierta (el acelerador pisado a fondo) y no hay pérdidas de presión significativas en el conducto de admisión. En otras condiciones (con el acelerador a medio pisar) la mariposa obstruye parcialmente el conducto de admisión y la presión en el punto 1 ya no es un dato del problema. En este caso, al modelo de ciclo hay que acoplarle un modelo de comportamiento fluidodinámico en el conducto de admisión.
- Una limitación importante del modelo es que, todavía se está considerando que la cámara de combustión es adiabática y no hay pérdidas de calor por las paredes del bloque del motor.
- Si se incluyen derivadas espaciales en el modelo con el objetivo de, por ejemplo, obtener las distribuciones espaciales de las variables a lo largo de los conductos, el sistema pasaría a estar formulado en ecuaciones en derivadas parciales puesto que, en ese caso, las variables independientes serían el tiempo (o ángulo de giro del cigüeñal) y las variables espaciales. En esta nueva situación, la complejidad matemática del problema subiría a un nivel mucho más alto a cambio de obtener más información (las distribuciones espaciales de las variables).
- En un motor de ciclo Diésel, la forma genérica del modelo de adición de calor es parecida pero los detalles son distintos. Esto es de esperar puesto que en el capítulo anterior ya se ha puesto diferencia que hay entre los dos tipos de combustión en los ciclos Otto y Diésel.

4.4. RESULTADOS DEL MODELO DE CICLO

En la Figura 4.1a se representan los dos ciclos siguientes:

1. Un ciclo Otto ideal con todo el aporte de calor a volumen constante.
2. Un ciclo Otto con modelo de deposición de calor como el descrito anteriormente.

Ambos ciclos tienen la misma relación de compresión r y el mismo calor total aportado.

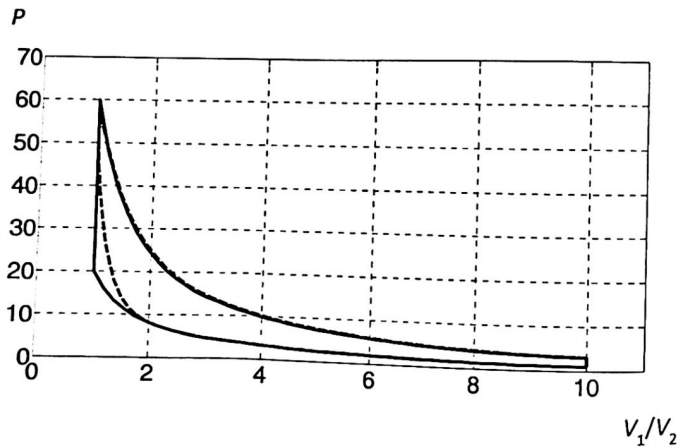


Figura 4.1a. Comparación de ciclo Otto (línea continua) con ciclo con ley de liberación de calor (línea discontinua).

Un detalle de la zona de máxima presión de ciclo se muestra en la Figura 4.1b.

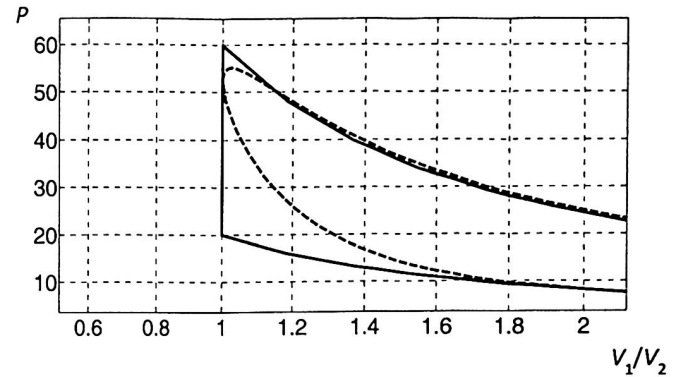


Figura 4.1b. Detalle de la zona de máxima presión en la Figura 4.1a.

El ciclo de línea continua está calculado con una ley de deposición de calor como la de la Expresión 4.2, con los siguientes datos:

- $\theta_s = 40$ grados (el aporte de calor comienza 40 grados antes del punto muerto superior del émbolo).
- $\theta_e = 60$ grados (duración del aporte de calor en grados de ángulo giro del cigüeñal).
- $a = 5$.
- $n = 3$.
- $r = 10$.

Se observa en la figura una pérdida neta de trabajo (área del ciclo) debido a dos causas:

- Trabajo de compresión. El hecho de que el aporte de calor de la ley de liberación de calor comience antes de que el émbolo llegue al punto muerto superior hace que la presión en el cilindro comience a aumentar durante la compresión, por lo que aumenta el trabajo a realizar durante ésta y, por tanto, se reduce el trabajo de ciclo.

- Trabajo de expansión. El aporte gradual de calor, durante la fase en la que el pistón se mueve hacia abajo aumentando el volumen de la cámara de combustión, hace que la presión máxima de ciclo se reduzca, provocando de nuevo una disminución del área del ciclo. Además, aunque el efecto es casi imperceptible en la Figura 4.1, la presión del ciclo de línea continua durante la expansión es ligeramente mayor que la del ciclo Otto, por lo que también se produce una reducción del rendimiento de ciclo. Este efecto depende del valor de θ_s .

El rendimiento de los dos ciclos de la Figura 4.1 es de 0,5 para el ciclo Otto ($r = 10$ y $\gamma = 1,3$) y 0,48 para el ciclo de línea continua. Esta diferencia puede ser minimizada ajustando adecuadamente el ángulo de inicio de la adición de calor, como se observa en la Figura 4.2a, en la que para $\theta_s \sim 30$ grados la diferencia de rendimiento entre el ciclo ideal y el ciclo con aporte de calor es mínima.

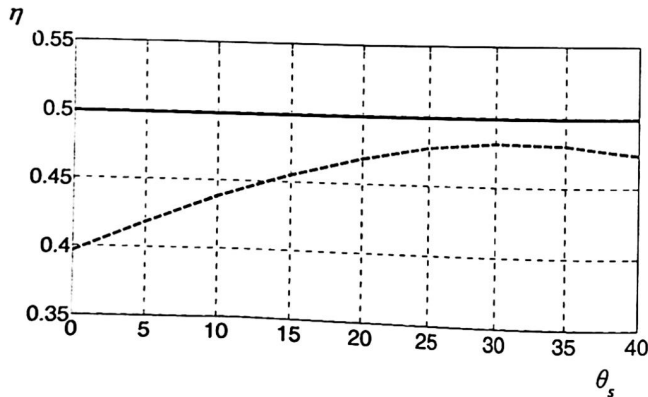


Figura 4.2a. Rendimiento de ciclo en función del parámetro θ_s (en grados) que define el comienzo del proceso de combustión ($\theta_d = 60$ grados): Ciclo Otto: línea continua. Ciclo con deposición de calor: línea discontinua.

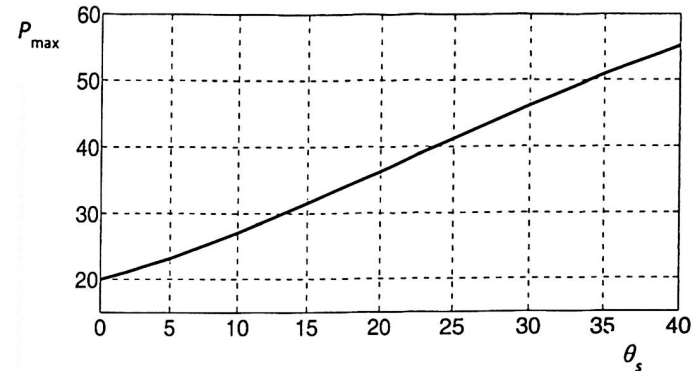


Figura 4.2b. Presión máxima de ciclo con deposición de calor (en bar) en función de θ_s (en grados).

El carácter creciente de la curva de presión máxima de ciclo, Figura 4.2b, cuando se incluye un modelo de aporte de calor es evidente, ya que cuanto antes comienza el mismo, más calor se habrá depositado antes de que se alcance el punto muerto superior, y mayor será la presión en la cámara. Este efecto es utilizado en motores reales para controlar el indeseado proceso de detonación (autoignición), ya que si un motor en ciertas condiciones de operación se presenta este fenómeno, éste puede ser eliminado disminuyendo unos grados el valor de θ_s (relacionado con el momento en que la bujía deposita la energía de activación), de modo que la presión en cámara sea menor aunque a costa de empeorar el rendimiento del ciclo, como se observa en la Figura 4.2a.

Finalmente, en la Figura 4.3a y 4.3b se muestran tres ciclos con diferentes puntos de inicio de la deposición de calor.

- Se observa claramente que en el ciclo con avance más pequeño ($\theta_s = 10$ grados) el trabajo realizado durante la compresión es más pequeño, ya que la elevación de presiones comienza después que en los otros dos ciclos pero, a continuación, la presión máxima de ciclo es también más pequeña (unos 27 bar), debido a que la deposición de calor se hace con volúmenes de cámara crecientes.

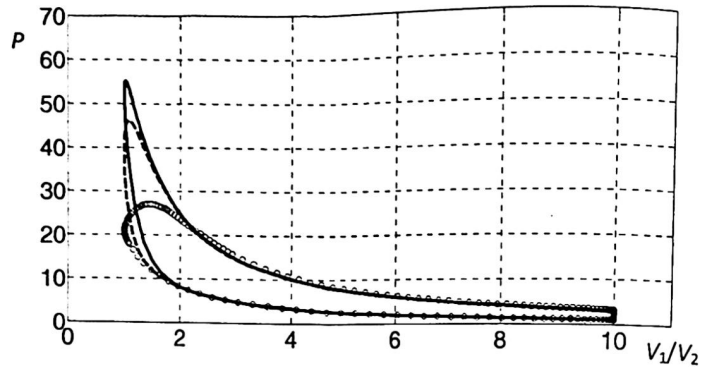


Figura 4.3a. Ciclos con deposición de calor con diferentes valores de θ_s .
 Línea continua: $\theta_s = 40$ grados.
 Línea discontinua: $\theta_s = 30$ grados.
 Línea de puntos: $\theta_s = 10$ grados.

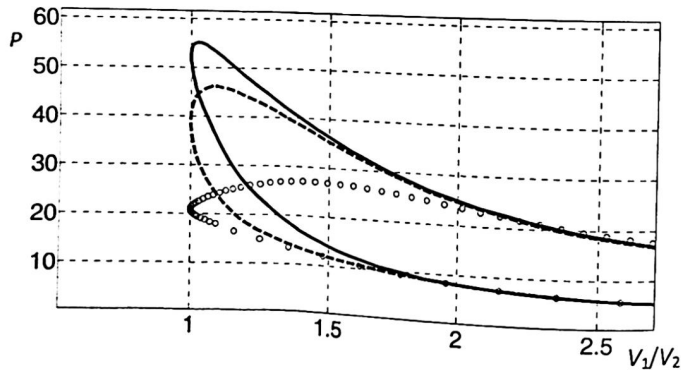


Figura 4.3b. Detalle de la Figura 4.3a en la zona de máxima presión de ciclo.
 Línea continua: $\theta_s = 40$ grados.
 Línea discontinua: $\theta_s = 30$ grados.
 Línea de puntos: $\theta_s = 10$ grados.

- Para un *avance intermedio* ($\theta_s = 30$ grados) el área de ciclo es máxima, con un equilibrio entre el área perdida en compresión y ganada en expansión.
- Finalmente, en el *ciclo con avance demasiado alto* se percibe claramente cómo aumenta mucho el trabajo realizado durante la compresión, no compensándose durante combustión y expansión.

En concreto, los rendimientos para los tres diferentes grados de avance son:

- para $\theta_s = 40$ grados, $\eta = 0,473$.
- para $\theta_s = 30$ grados, $\eta = 0,481$.
- para $\theta_s = 10$ grados, $\eta = 0,438$.

RESUMEN E IDEAS IMPORTANTES

- El modelo de aporte de calor introduce la variable tiempo en la formulación del ciclo en el sentido de que la liberación de energía (julios) en la cámara de combustión se considera función del ángulo de giro del cigüeñal.
- Los modelos típicos de aporte de calor son semiempíricos; esto es, se asume una determinada dependencia funcional y los parámetros libres se ajustan mediante experimentación.
- Cuando se implementa un modelo de aporte de calor de estas características, las ecuaciones del ciclo dejan de ser algebraicas y pasan a ser diferenciales ordinarias.

- Con este tipo de modelo ya no es posible obtener una expresión analítica del rendimiento del ciclo.
- Los dos parámetros principales de un modelo de aporte de calor son el ángulo de cigüeñal en donde comienza la combustión (definido como un adelanto al punto muerto superior del pistón) y la duración de la misma (también en términos de ángulo de giro del cigüeñal). En motores normales estos ángulos son, típicamente, del orden de 30 y 60 grados respectivamente.
- A igualdad de otros parámetros, un ciclo con aporte de calor presenta un rendimiento menor que un ciclo ideal. Las razones son principalmente dos:
 - a) como hay un adelanto de la combustión respecto al punto muerto superior del pistón, parte del trabajo mecánico se realiza contra el sistema (contra el pistón que sube), y
 - b) en la fase de expansión la presión en la cámara también disminuye debido a que el volumen de la cámara crece (el pistón baja) y, por tanto, hay menos trabajo mecánico.

CAPÍTULO 5

COMBUSTIÓN

Contenido

- 5.1. Mejoras en el modelo de adición de calor.
- 5.2. Descripción general del modelo.
 - 5.2.1. Hipótesis del modelo.
- 5.3. Ley de masa quemada.
 - 5.3.1. Incógnitas del problema.
 - 5.3.2. Ecuaciones del problema.
- 5.4. Ejemplo de aplicación del modelo.
- Anexo 5.1. La hipótesis de equilibrio químico.
- Anexo 5.2. Constantes de reacción.

5.1. MEJORAS EN EL MODELO DE ADICIÓN DE CALOR

El modelo de ciclo planteado en los capítulos anteriores, aunque en él ya se introdujo la variable tiempo, adolece de una deficiencia importante para conseguir resultados cuantitativamente comparables a los obtenidos experimentalmente, y es que el fluido en evolución es aire y éste se trata en todo momento como gas ideal. Para un modelado más preciso del proceso de combustión, será preciso eliminar algunas de las hipótesis simplificadoras anteriores y tener en cuenta la presencia de compuestos químicos en los gases del motor.

Esto es, lo que se plantea en este capítulo es ir un paso más allá en la modelización del proceso de adición de calor ya que lo que se considera es que el calor en la cámara de combustión se libera debido a las reacciones químicas que se producen durante el proceso.

5.2. DESCRIPCIÓN GENERAL DEL MODELO

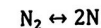
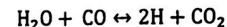
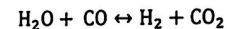
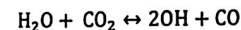
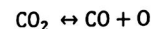
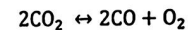
En el momento de inicio de la combustión se dispone en la cámara de una mezcla, en proporciones conocidas, de aire (21% de O_2 y 79% de N_2 , en volumen), combustible vaporizado (genéricamente C_aH_b) y gases residuales provenientes del ciclo anterior.

En un instante intermedio del proceso, una parte de esos gases han reaccionado y han formado una serie de compuestos. Las 10 especies químicas que se consideran en este modelo (que obviamente se puede hacer mucho más sofisticado) son:

- Productos de una combustión perfecta: CO_2 y H_2O .
- Productos de una combustión parcial: O_2 , CO y H_2 .

- Radicales libres: O , OH y H .
- Nitrógeno y derivados: N_2 , N .

Dado que hay diez incógnitas (las diez especies consideradas) es necesario formular diez ecuaciones que son, las cuatro ecuaciones de conservación del número total de átomos de N , O , H , y C y seis ecuaciones de equilibrio químico que, entre otras muchas, podrían ser las siguientes:



Dadas las especies químicas del problema, las reacciones concretas de equilibrio pueden ser distintas ya que las dos únicas restricciones que existen son que sean linealmente independientes y que contengan todas las especies consideradas.

La matriz de coeficientes para el modelo descrito es la siguiente:

CO ₂	H ₂ O	O ₂	CO	H ₂	O	OH	H	N ₂	N
2	0	-1	-2	0	0	0	0	0	0
1	0	0	-1	0	-1	0	0	0	0
1	1	0	-1	0	0	-2	0	0	0
-1	1	0	1	-1	0	0	0	0	0
-1	1	0	1	0	0	0	-2	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	-2

En esta matriz se comprueba que el rango es 6 y que todas las especies están incluidas por lo que el modelo descrito es consistente.

En paralelo, se supone que la cámara de combustión está dividida en dos zonas:

- Zona 1, ocupada por gases que aún no han reaccionado. Estos gases tienen la misma concentración que al inicio del proceso.
- Zona 2, formada por la especies químicas listadas anteriormente.

A medida que avanza la combustión, el tamaño de la zona 1 va decreciendo y el de la zona 2 va aumentando, de acuerdo con una cierta ley semiempírica de comportamiento que se detallará en la Sección 5.3.

Por otro lado, los gases y sus propiedades termodinámicas evolucionan de acuerdo con las ecuaciones de conservación de los fluidos.

En resumen, el objetivo último de la formulación es, como en los capítulos anteriores, obtener una aproximación más precisa a la evolución temporal de la presión en la cámara de combustión.

5.2.1. Hipótesis del modelo

Las hipótesis principales en las que se basa el modelo que se va a formular a continuación son:

- **Hipótesis 1.** El número de especies químicas en la cámara de combustión es limitado. Aquí se consideran 10 especies mientras que, típicamente, en un combustible convencional de automoción el número de especies químicas está en torno a 100. Obviamente, no todas las especies juegan el mismo papel y es por eso, por lo que cabe hacer modelos con distintos niveles de complejidad.
- **Hipótesis 2.** La cámara de combustión está dividida en dos zonas separadas: gases sin reaccionar y productos de reacción. Esto es una manera sencilla de decir que existe un frente de llama que separa dos regiones claramente diferenciadas del campo fluido. La descripción completa de la evolución temporal de este frente de llama en un recinto tridimensional es un problema muy complicado que involucra el tratamiento simultáneo de reacciones químicas, movimiento en régimen turbulento, efectos no estacionarios, etc. Por eso, en este modelo se supone que la evolución de la frontera de separación entre las dos zonas viene dada por una ley semiempírica conocida que se verá en el Apartado 5.3.
- **Hipótesis 3.** Las reacciones químicas ocurren en condiciones de equilibrio. Esto implica simplificar las ecuaciones sabiendo que el tiempo característico de las reacciones químicas es mucho menor que el tiempo de residencia del fluido en la cámara de combustión. Desde el punto de vista matemático, la ventaja que tiene describir una reacción en condiciones de equilibrio es que la formulación es algebraica no-lineal, en vez de en ecuaciones en derivadas parciales, que es lo que ocurre en los regímenes de no-equilibrio o flujo congelado. En el caso que se está considerando ocurre que las reacciones químicas más importantes (pero no todas) sí tienen lugar en condiciones de equilibrio, ver Anexo 5.1.

- **Hipótesis 4.** El papel que juega la cinética química de los óxidos de nitrógeno NO_x no es tan relevante como el de las especies seleccionadas para el modelo. Concretamente, una de las consecuencias de adoptar la hipótesis de equilibrio químico para las reacciones entre especies es que no se consideran reacciones cuyo tiempo característico sea del orden o mayor que el tiempo de residencia del fluido en la cámara de combustión que es, precisamente, la situación de los compuestos de NO_x . Esto es, el modelo no predice la formación de estos compuestos que aunque se comprueba que no juegan un papel relevante en la cinética química sí son importantes por sus efectos contaminantes.
- **Hipótesis 5.** Los gases se suponen como una mezcla perfecta (las propiedades termodinámicas son las medias ponderadas de las propiedades de los componentes) de gases semiperfectos (cumplen la ecuación de estado pero los calores específicos son funciones polinómicas de la temperatura, conocidas para todos los compuestos).
- **Hipótesis 6.** El espesor de la llama es infinitamente pequeño de modo que no se tiene en cuenta la cinética química de las reacciones que tienen lugar en esta zona.

5.3. LEY DE MASA QUEMADA

La ley de masa quemada es la ley que describe cómo cambia el tamaño de las zonas 1 y 2 en función del tiempo (del ángulo de giro del cigüeñal).

En el proceso real de combustión en un motor de ciclo Otto, el frente de llama avanza por la cámara de combustión haciendo reaccionar la mezcla de aire y combustible y liberando la energía química que contiene. Este avance del frente de llama define la fracción de combustible quemado como función del ángulo de giro del cigüeñal, y al modelo que describe dicha fracción se le llama **ley de masa quemada**.

Debido a la complejidad de los fenómenos físicos involucrados, en este nivel de modelización se recurre a una ley de masa quemada semiempírica cuyos coeficientes ajustados convenientemente permiten tener un grado razonable de

precisión y de generalidad. En este contexto, lo que se comprueba experimentalmente es que la ley de masa quemada tiene una forma funcional razonablemente parecida a la ley de deposición de calor descrita en el Capítulo 4, Ecuación (4.3), lo que no es extraño puesto que ambas magnitudes están relacionadas entre sí. En cualquier caso, lo que es habitual en este tipo de modelos es suponer que el cociente m_p/m_T , en donde m_T es la masa total y m_p la masa de los productos de reacción, evoluciona de la forma siguiente en función de θ :

$$\frac{m_p}{m_T} \sim X_b(\theta) = \left[1 - \exp \left[-a \left(\frac{\theta - \theta_c}{\theta_d} \right)^n \right] \right] \quad (5.1)$$

donde n , a , θ_s y θ_d , son los parámetros definidos en el Apartado 4.1.

5.3.1. Incógnitas del problema

Con las hipótesis anteriores, la situación en un instante intermedio del proceso de combustión en la cámara se representa en la Figura 5.1.

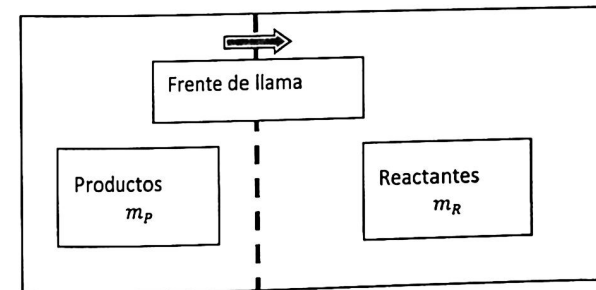


Figura 5.1. Esquema simplificado del proceso de combustión

Las 17 incógnitas que definen el estado de los gases en ese punto son:

- Presión, P en la cámara (que es uniforme espacialmente) e igual para las dos zonas.
- Temperatura de los productos, T_P y de los reactantes, T_R .
- Volumen ocupado por los productos, V_P y por los reactantes, V_R .
- Masas de productos, m_P y de reactantes, m_R .
- Presiones parciales: $P_{CO_2}, P_{H_2O}, P_{O_2}, P_{CO}, P_{H_2}, P_O, P_{OH}, P_H, P_{N_2}$ y P_N , de las 10 especies químicas consideradas en este modelo.

De modo que para resolver 17 incógnitas hay que formular 17 ecuaciones.

5.3.2. Ecuaciones del problema

Puesto que el problema tiene 17 incógnitas, es necesario formular 17 ecuaciones para resolverlas, que son:

- **Ecuación 1.** Ley de masa quemada, descrita anteriormente.

$$\frac{m_P}{m_T} = \left[1 - \exp \left[-\alpha \left(\frac{\theta - \theta_c}{\theta_d} \right)^{n_1} \right] \right] \quad (5.1)$$

- **Ecuación 2.** Ley de conservación de la masa, m_T es la masa total dentro del cilindro y es una magnitud conocida. En concreto, se tiene que si la mezcla inicial se comporta como un gas perfecto:

$$\frac{P_2}{\rho_2} = R T_2 \quad (5.2a)$$

En donde el subíndice "2" indica los valores de las variables al comienzo del proceso de combustión (final de la fase de compresión del ciclo termodinámico). Estos valores son conocidos de la integración del proceso previo de compresión en la formulación del ciclo termodinámico.

La Ecuación (5.2a) también se puede escribir como:

$$P_2 = \frac{m_T}{V_2} R T_2 \rightarrow m_T = \frac{P_2 V_2}{R T_2} \quad (5.2b)$$

por lo que ahora se pueden relacionar directamente la masa de los reactantes, m_R y la masa de los productos, m_P con la masa total, m_T conocida.

$$m_T = m_P + m_R \quad (5.2c)$$

Nótese que las Ecuaciones (5.1) y (5.2c) pueden resolverse directamente obteniendo las soluciones $m_P(\theta)$ y $m_R(\theta)$.

- **Ecuación 3.** Ley de evolución temporal del volumen V_T de la cámara de combustión en función del ángulo de giro de cigüeñal θ . V_T depende únicamente de la geometría y está dada por la Ecuación (4.9) descrita en el Capítulo 4.

$$V_T(\theta) = V_P + V_R \quad (5.3)$$

- **Ecuación 4.** Ecuación de estado de los reactantes que son considerados gases ideales. M_R es la masa molecular conocida.

$$PV_R = \frac{m_R}{M_R} \mathcal{R} T_R \quad (5.4)$$

siendo \mathcal{R} , la constante universal de los gases.

- **Ecuación 5.** Ecuación de estado de los productos que dice que la presión total es igual a la suma de las presiones parciales de las 10 especies químicas de este modelo.

$$P = P_{CO_2} + P_{H_2O} + P_{O_2} + P_{CO} + P_{H_2} + P_O + P_{OH} + P_H + P_{N_2} + P_N \quad (5.5)$$

- **Ecuaciones 6, 7, 8, 9, 10, y 11.** Son 6 ecuaciones de equilibrio químico para las 10 especies químicas. Estas ecuaciones de equilibrio se pueden formular o bien en términos de concentraciones, o bien, en términos de presiones parciales de las especies. En concreto, para este modelo es más práctico formularlas en términos de las presiones parciales.

$$\frac{P_{CO}^2 P_{O_2}}{P_{CO_2}^2} = K_{P,1}(T_P) \quad (5.6)$$

$$\frac{P_{CO} P_O}{P_{CO_2}} = K_{P,2}(T_P) \quad (5.7)$$

$$\frac{P_{OH}^2 P_{CO}}{P_{H_2O} P_{CO_2}} = K_{P,3}(T_P) \quad (5.8)$$

$$\frac{P_{H_2} P_{CO_2}}{P_{H_2O} P_{CO}} = K_{P,4}(T_P) \quad (5.9)$$

$$\frac{P_H^2 P_{CO_2}}{P_{H_2O} P_{CO}} = K_{P,5}(T_P) \quad (5.10)$$

$$\frac{P_N^2}{P_{N_2}} = K_{P,6}(T_P) \quad (5.11)$$

En las Ecuaciones (5.6) a (5.11), las expresiones $K_{P,i}(T_P)$, $i = 1:6$, son las constantes de equilibrio, que son conocidas y que el lector puede encontrar en la literatura especializada. En todo caso, en el Anexo 5.2 de este capítulo se muestran tabuladas dichas constantes en función de la temperatura.

- **Ecuaciones 12, 13, 14, y 15.** Son 4 ecuaciones que establecen que el número de átomos de N, O, H, y C, no cambia durante el proceso de combustión.

En la mezcla aire-combustible presente en la cámara se conoce la masa total (Ecuación 5.2b). Esa masa total se puede escribir como:

$$m_T = n_{m,comb,0} M_{m,comb} + n_{m,aire,0} M_{m,aire} \quad (5.12a)$$

en donde:

- $n_{m,comb,0}$, es el número inicial de moles de combustible.
- $M_{m,comb}$, es la masa molecular del combustible.
- $n_{m,aire,0}$, es el número inicial de moles de aire.
- $M_{m,aire}$, es la masa molecular del aire.

Por otro lado, en el motor está prescrita la relación de moles combustible/aire de la mezcla:

$$\lambda = \frac{n_{m_comb_0}}{n_{m_aire_0}} \quad (5.12b)$$

Por lo que de las Ecuaciones (5.12a) y (5.12b) es posible despejar el número inicial de moles de combustible y de aire.

Por tanto, si la composición genérica del combustible $C_\alpha H_\beta$, y el aire está formado por un 21% de moles de O_2 y un 79% de moles de N_2 es, el número de átomos en la cámara de combustión será:

$$n_{\text{atomo}_s_Oxigeno} = n_{m_aire_0} \times 0.21 \times 2 \times N_{\text{Avogadro}} \quad (5.12c)$$

$$n_{\text{atomo}_s_Nitrogeno} = n_{m_aire_0} \times 0.79 \times 2 \times N_{\text{Avogadro}} \quad (5.12d)$$

$$n_{\text{atomo}_s_Carbono} = n_{m_comb_0} \times \alpha \times N_{\text{Avogadro}} \quad (5.12e)$$

$$n_{\text{atomo}_s_Hidrogeno} = n_{m_comb_0} \times \beta \times N_{\text{Avogadro}} \quad (5.12f)$$

En un instante determinado del proceso de combustión, la masa de reactivos m_R , ocupan el volumen V_R a la presión P y a la temperatura T_R .

Por tanto, siguiendo el mismo tipo de argumentación se obtiene el número de átomos de N, O, H, y C en la zona de los productos.

En cuanto a los productos, estos ocupan el volumen V_P a la presión total P (que es la suma de las presiones parciales) y a la temperatura T_P . Por ejemplo, la especie CO_2 se encuentra a la presión parcial P_{CO_2} por lo que la masa de CO_2 en la zona de los productos de reacción es:

$$n_{CO_2} = \frac{P_{CO_2} V_P}{\mathcal{R} T_P} \quad (5.12g)$$

El número de átomos, por ejemplo de carbono, asociados a esta especie química es:

$$n_{\text{atomo}_s_Carbono} = n_{CO_2} \times N_{\text{Avogadro}} \quad (5.12h)$$

Repitiendo este proceso para los cuatro tipos de átomos y para todas las especies, se escriben cuatro ecuaciones de conservación:

1. Conservación de átomos de oxígeno:

$$\begin{aligned} & \frac{0,21 \times 2 \times m_T}{\lambda M_{m_comb} + M_{m_aire}} = \\ & = \frac{0,21 \times 2 \times m_R}{\lambda M_{m_comb} + M_{m_aire}} + \frac{V_P}{\mathcal{R} T_P} (2 P_{CO_2} + P_{H_2O} + 2 P_{O_2} + P_{CO} + P_O + P_{OH}) \end{aligned} \quad (5.12i)$$

2. Conservación de átomos de nitrógeno:

$$\frac{0,79 \times 2 \times m_T}{\lambda M_{m_comb} + M_{m_aire}} = \frac{0,79 \times 2 \times m_R}{\lambda M_{m_comb} + M_{m_aire}} + \frac{V_P}{\mathcal{R} T_P} (2 P_{N_2} + P_N) \quad (5.12j)$$

3. Conservación de átomos de carbono:

$$\frac{\alpha \times \lambda \times m_T}{\lambda M_{m_comb} + M_{m_aire}} = \frac{\alpha \times \lambda \times m_R}{\lambda M_{m_comb} + M_{m_aire}} + \frac{V_P}{\mathcal{R} T_P} (P_{CO_2} + P_{CO}) \quad (5.12k)$$

4. Conservación de átomos de hidrógeno:

$$\begin{aligned} \frac{\beta \times \lambda \times m_T}{\lambda M_{m_comb} + M_{m_aire}} &= \\ &= \frac{\beta \times \lambda \times m_R}{\lambda M_{m_comb} + M_{m_aire}} + \frac{V_P}{\mathcal{R} T_P} (2P_{H_2O} + 2P_{H_2} + P_{OH} + P_H) \end{aligned} \quad (5.12m)$$

- **Ecuación 16.** Se supone que los reactantes dentro de la cámara de combustión evolucionan como un gas ideal siguiendo una ley isentrópica, con un γ efectivo que depende de la temperatura:

$$\frac{T_R(\theta_i + \Delta\theta)}{T_R(\theta_i)} = \left[\frac{P(\theta_i + \Delta\theta)}{P(\theta_i)} \right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (5.13)$$

En donde el subíndice 2 indica las propiedades en el punto final de la fase de compresión del ciclo termodinámico y γ es la relación de calores específicos al final del proceso de compresión.

- **Ecuación 17.** Es la ecuación de conservación de la energía en la cámara de combustión. De acuerdo con el primer principio de la Termodinámica, esta ecuación se escribe como un balance entre el calor intercambiado con el exterior, el trabajo mecánico realizado y el incremento (o de-

cremento) de energía interna. Puesto que, por ahora, se supone que todos los procesos que ocurren en la cámara son adiabáticos, la ecuación que se desarrollará a continuación es un balance de energía interna y de trabajo realizado. Esto es:

$$U_\theta - U_{\theta_2} = - \int_{\theta_2}^{\theta} PdV(\theta) \quad (5.14a)$$

En donde U_θ es la energía interna en un instante determinado (definido por el ángulo de giro del cigüeñal θ). Los incrementos de energía interna y el trabajo realizado se calculan desde el punto final del proceso de compresión en el ciclo termodinámico (caracterizado por el ángulo θ_2).

En el instante θ , la energía interna U_θ tiene la contribución asociada a los reactantes y a los productos de reacción:

$$U_\theta = U_{\theta R} + U_{\theta P} \quad (5.14b)$$

Y se puede escribir:

$$U_{\theta R} = m_R [h_R(T_R) + \Delta h_{fR}^0] - PV_R \quad (5.14c)$$

donde:

$h_R(T_R)$, es la entalpía por unidad de masa de los reactantes (combustible vaporizado y aire) en función de la temperatura de los reactantes. Esta función $h_R(T_R)$ es conocida y normalmente viene dada en la literatura por un ajuste polinómico en función de T_R .

$\Delta h_{f,R}^0$, es la entalpía de formación de los reactantes y también es conocida.

Ahora, de lo que se trata es de desarrollar la Expresión (5.14c) para los dos reactantes: aire y combustible. Para ello se escribe:

$$m_R = m_{aire} + m_{combustible} \quad (5.14d)$$

Y por otro lado se tiene, ver Ecuación (5.12b):

$$\lambda = \frac{n_{m,comb}}{n_{m,aire}} \quad (5.14e)$$

que se puede formular:

$$n_{m,comb} \frac{M_{m,comb}}{M_{m,comb}} = \lambda n_{m,aire} \frac{M_{m,aire}}{M_{m,aire}} \quad (5.14f)$$

$$m_{combustible} = m_{aire} \lambda \frac{M_{m,comb}}{M_{m,aire}} \quad (5.14g)$$

Por lo que es posible despejar m_{aire} y $m_{combustible}$ de las Ecuaciones (5.14d) y (5.14g) y escribir la Ecuación (5.14c) como:

$$U_{\theta P} = \frac{m_R}{\left(1 + \lambda \frac{M_{m,comb}}{M_{m,aire}}\right)} \left[h_{aire}(T_R) + \Delta h_{f,aire}^0 \right] + \frac{\lambda m_R}{\left(1 + \lambda \frac{M_{m,comb}}{M_{m,aire}}\right)} \left(\frac{M_{m,comb}}{M_{m,aire}} \right) \left[h_{comb}(T_R) + \Delta h_{f,comb}^0 \right] - PV_R \quad (5.14h)$$

En donde, $h_{aire}(T_R)$ y $h_{comb}(T_R)$ son funciones polinómicas conocidas de las entalpías en función de la temperatura.

Ahora, volviendo a la Ecuación (5.14b) hay que formular en detalle el término $U_{\theta P}$. Este término tiene la forma de la Expresión (5.14c) pero desarrollado para las diez especies químicas que hay en la zona de productos de la cámara de combustión. La masa presente de cada especie se obtiene, por ejemplo, a partir de expresiones como la (5.12g).

$$U_{\theta P} = \left[\frac{P_{CO_2} V_P M_{m,CO_2}}{\mathcal{R} T_P} \right] \left[h_{CO_2}(T_P) + \Delta h_{f,CO_2}^0 \right] + \quad (5.14i)$$

$$+ \left[\frac{P_{H_2O} V_P M_{m,H_2O}}{\mathcal{R} T_P} \right] \left[h_{H_2O}(T_P) + \Delta h_{f,H_2O}^0 \right] +$$

$$+ \left[\frac{P_{O_2} V_P M_{m,O_2}}{\mathcal{R} T_P} \right] \left[h_{O_2}(T_P) + \Delta h_{f,O_2}^0 \right] +$$

$$+ \left[\frac{P_{CO} V_P M_{m,CO}}{\mathcal{R} T_P} \right] \left[h_{CO}(T_P) + \Delta h_{f,CO}^0 \right] +$$

$$+ \left[\frac{P_{H_2} V_P M_{m,H_2}}{\mathcal{R} T_P} \right] \left[h_{H_2}(T_P) + \Delta h_{f,H_2}^0 \right] +$$

$$+ \left[\frac{P_O V_P M_{m,O}}{\mathcal{R} T_P} \right] \left[h_O(T_P) + \Delta h_{f,O}^0 \right] +$$

$$+ \left[\frac{P_{OH} V_P M_{m,OH}}{\mathcal{R} T_P} \right] \left[h_{OH}(T_P) + \Delta h_{f,OH}^0 \right] +$$

$$+ \left[\frac{P_H V_P M_{m,H}}{\mathcal{R} T_P} \right] \left[h_H(T_P) + \Delta h_{f,H}^0 \right] +$$

$$+ \left[\frac{P_{N_2} V_P M_{m,N_2}}{\mathcal{R} T_P} \right] [h_{N_2}(T_P) + \Delta h_{f,N_2}^0] +$$

$$+ \left[\frac{P_N V_P M_{m,N}}{\mathcal{R} T_P} \right] [h_N(T_P) + \Delta h_{f,N}^0] - P V_P$$

El siguiente término que hay que desarrollar es U_{θ_2} de la Expresión (5.14a). Este término es fácil de formular ya que es exactamente igual que (5.14d) pero sustituyendo m_R por m_T , ya que al final del proceso de compresión (punto 2 del ciclo termodinámico) todos los gases que hay en la cámara son aire y combustible sin productos de reacción:

$$U_{\theta_2} = \frac{m_T}{\left(1 + \lambda \frac{M_{m,comb}}{M_{m,aire}}\right)} [h_{aire}(T_2) + \Delta h_{f,aire}^0] + \quad (5.14j)$$

$$+ \frac{\lambda m_T}{\left(1 + \lambda \frac{M_{m,comb}}{M_{m,aire}}\right)} \left(\frac{M_{m,comb}}{M_{m,aire}}\right) [h_{comb}(T_2) + \Delta h_{f,comb}^0] - P V_2$$

Por último, hay que desarrollar el término integral de la Expresión (5.14a). Para el primer incremento de giro de cigüeñal, a partir del punto de conocimiento del proceso de combustión:

$$- \int_{\theta_2}^{\theta_2 + \Delta\theta} P dV(\theta) = - \int_{\theta_2}^{\theta_2 + \Delta\theta} P \frac{dV}{d\theta} d\theta \sim$$

$$\sim - \left[\frac{P(\theta_2 + \Delta\theta) + P(\theta_2)}{2} \right] [V(\theta_2 + \Delta\theta) - V(\theta_2)] \quad (5.14k)$$

En donde $V(\theta_2 + \Delta\theta)$ y $V(\theta_2)$ se obtienen de la Expresión (4.9).

En otro punto distinto del ciclo, por ejemplo en $\theta = \theta_i > (\theta_2 + \Delta\theta)$, la Expresión (5.14k) contiene la integral:

$$- \int_{\theta_2}^{\theta_i} P dV(\theta) \quad (5.14m)$$

Que se ha ido calculando desde todos los ángulos de giro anteriores. Esto es: la Ecuación de la energía (5.14a) es una ecuación integral que se va resolviendo punto a punto (incremento a incremento de θ) durante todo el proceso de combustión.

En resumen, la Ecuación de la energía (5.14a) en un instante θ_{i+1} queda:

$$\frac{m_R}{\left(1 + \lambda \frac{M_{m,comb}}{M_{m,aire}}\right)} [h_{aire}(T_R) + \Delta h_{f,aire}^0] + \quad (5.14n)$$

$$+ \frac{\lambda m_R}{\left(1 + \lambda \frac{M_{m,comb}}{M_{m,aire}}\right)} \left(\frac{M_{m,comb}}{M_{m,aire}}\right) [h_{comb}(T_R) + \Delta h_{f,comb}^0] - P V_R +$$

$$+ \left[\frac{P_{CO_2} V_P M_{m,CO_2}}{\mathcal{R} T_P} \right] [h_{CO_2}(T_P) + \Delta h_{f,CO_2}^0] +$$

$$+ \left[\frac{P_{H_2O} V_P M_{m,H_2O}}{\mathcal{R} T_P} \right] [h_{H_2O}(T_P) + \Delta h_{f,H_2O}^0] +$$

$$+ \left[\frac{P_{O_2} V_P M_{m,O_2}}{\mathcal{R} T_P} \right] [h_{O_2}(T_P) + \Delta h_{f,O_2}^0] +$$

$$\begin{aligned}
& + \left[\frac{P_{CO} V_P M_{m,CO}}{\mathcal{R} T_P} \right] [h_{CO}(T_P) + \Delta h_{f,CO}^0] + \\
& + \left[\frac{P_{H_2} V_P M_{m,H_2}}{\mathcal{R} T_P} \right] [h_{H_2}(T_P) + \Delta h_{f,H_2}^0] + \\
& + \left[\frac{P_O V_P M_{m,O}}{\mathcal{R} T_P} \right] [h_O(T_P) + \Delta h_{f,O}^0] + \\
& + \left[\frac{P_{OH} V_P M_{m,OH}}{\mathcal{R} T_P} \right] [h_{OH}(T_P) + \Delta h_{f,OH}^0] + \\
& + \left[\frac{P_H V_P M_{m,H}}{\mathcal{R} T_P} \right] [h_H(T_P) + \Delta h_{f,H}^0] + \\
& + \left[\frac{P_{N_2} V_P M_{m,N_2}}{\mathcal{R} T_P} \right] [h_{N_2}(T_P) + \Delta h_{f,N_2}^0] + \\
& + \left[\frac{P_N V_P M_{m,N}}{\mathcal{R} T_P} \right] [h_N(T_P) + \Delta h_{f,N}^0] - P V_P - \\
& - \frac{m_T}{\left(1 + \lambda \frac{M_{m,comb}}{M_{m,aire}}\right)} [h_{aire}(T_2) + \Delta h_{f,aire}^0] - \\
& - \frac{\lambda m_T}{\left(1 + \lambda \frac{M_{m,comb}}{M_{m,aire}}\right)} \left(\frac{M_{m,comb}}{M_{m,aire}} \right) [h_{comb}(T_2) + \Delta h_{f,comb}^0] + P V_2 =
\end{aligned}$$

$$= - \int_{\theta_2}^{\theta_1} P dV(\theta) - \left[\frac{P(\theta_{i+1}) + P(\theta_i)}{2} \right] [V(\theta_{i+1}) - V(\theta_i)]$$

5.4. EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MODELO

A continuación se va a presentar un ejemplo de aplicación del modelo de combustión. Las características y parámetros de operación se eligen para un motor típico de automoción de 2 litros y 4 cilindros:

- Cilindrada: $V_d = 500$ cc.
- Diámetro del pistón: $b = 86$ mm.
- Carrera del pistón: $s = 86$ mm.
- Longitud de la manivela: $r_2 = 43$ mm.
- Longitud de la biela: $r_3 = 172$ mm.
- Relación de compresión: $r = 10$.
- Ángulo de comienzo de la combustión: $\theta_s = 30$ grados.
- Duración de la combustión: $\theta_d = 60$ grados.
- Los valores de la presión y temperatura del punto 2 (final de la compresión) son los calculados en el Capítulo 4. Termodinámica. Ciclos Reales.

La Figura 5.2 muestra el resultado obtenido de presión y temperatura del ciclo termodinámico tras resolver las 17 ecuaciones del problema.

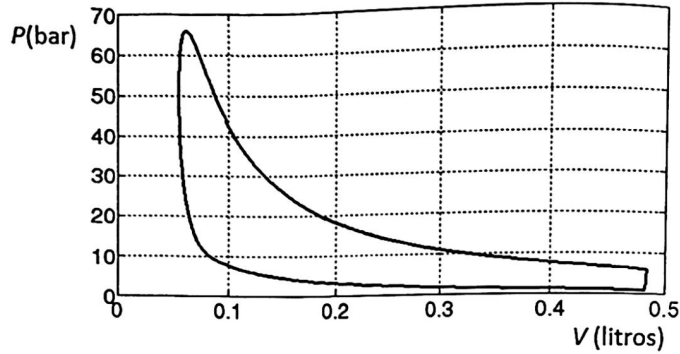


Figura 5.2. Diagrama P-V del ciclo termodinámico propuesto. V, en litros.

Ese mismo resultado, pero utilizando como abscisa el volumen adimensional (V/V_{min}) se muestra en la Figura 5.3

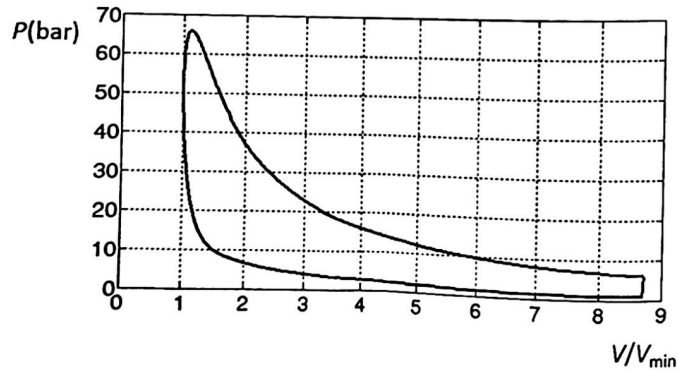


Figura 5.3. Diagrama P-V del ciclo termodinámico propuesto

La Figura 5.4 muestra la evolución de la temperatura media T_m de los gases que viene definida como:

$$T_m = \frac{n_R T_R + n_P T_P}{n_R + n_P} \quad (5.15)$$

que es una media ponderada con el número de moles de los reactantes n_R y de los productos n_P .

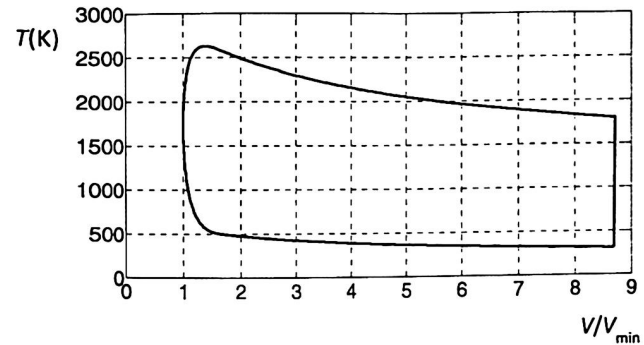


Figura 5.4. Diagrama T-V del ciclo termodinámico propuesto.

En la Figura 5.5 se muestra la presión y la temperatura media, adimensionalizadas, con sus valores máximos durante los procesos de compresión, combustión, y expansión, en función del ángulo de giro del cigüeñal. Es importante hacer notar que tras pasar el punto muerto superior del pistón ($\theta = 360^\circ$, en la Figura 5.5) la presión decrece significativamente debido a que se está generando trabajo mecánico, pero la temperatura de los gases permanece alta, lo que implica que una cantidad grande de energía se va a desperdiciar en forma de calor durante el siguiente proceso.

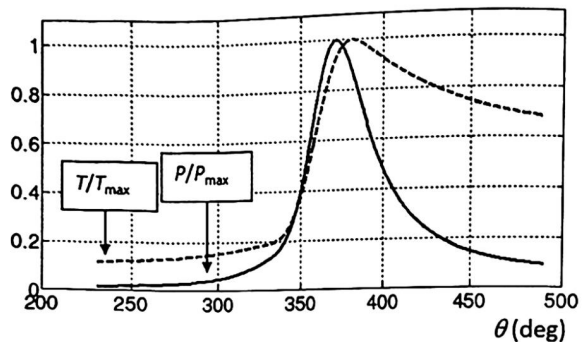


Figura 5.5. Presión y temperatura media adimensionalizadas con sus valores máximos en función del ángulo de giro del cigüeñal (en grados)

La Figura 5.6 muestra la evolución temporal de la masa de reactantes y de productos durante el proceso de combustión.

En las Figuras 5.7, 5.8 y 5.9 se muestra la evolución de las masas de las especies N_2 , CO_2 , H_2O , CO , O_2 y OH . Lo que puede observarse es que existen cuatro niveles en cuanto a la presencia de las especies químicas en la cámara de combustión, que son:

- Nivel 0: la especie dominante es N_2 , con una masa cercana a la masa total de productos de reacción.
- Nivel 1: con masas del orden de una décima de gramo: CO_2 y H_2O .
- Nivel 2: con masas en el rango de una milésima a una centésima de gramo: CO , O_2 y OH .
- Nivel 3: con masas inferiores a la diezmilésima de gramo: O , H_2 , H y N .

Es importante notar que las masas de CO_2 y H_2O (que serían los únicos productos si se tratase de una combustión perfecta) crecen monótonamente en

función del tiempo. Sin embargo, otras especies tales como el CO (que tiene efectos contaminantes) alcanzan un máximo que está retrasado respecto al punto muerto superior del pistón ($\theta = 360^\circ$, en la Figura 5.9) lo que sugiere que es posible influir en la emisión de contaminantes actuando sobre los parámetros que gobiernan el comportamiento del ciclo termodinámico.

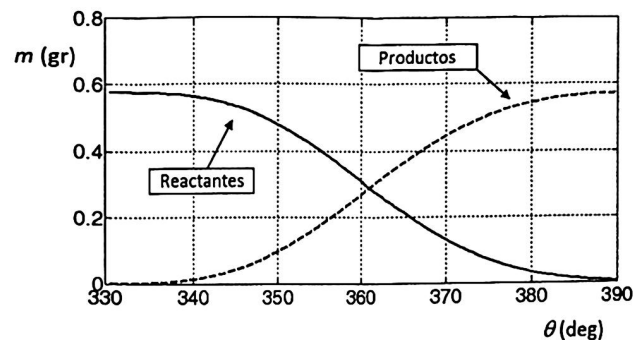


Figura 5.6. Masa (en gramos) de reactantes y de productos en función del ángulo de giro del cigüeñal (en grados)

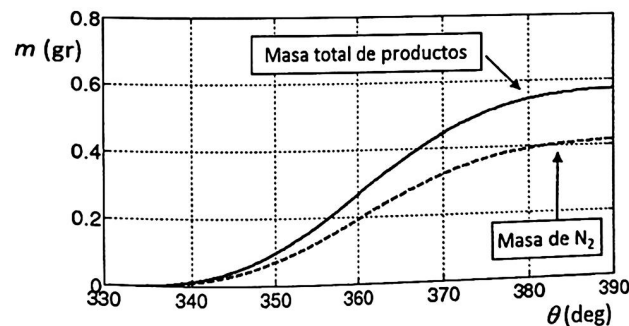


Figura 5.7. Masa total de productos y masa de N_2 en función del ángulo de giro del cigüeñal (en grados)

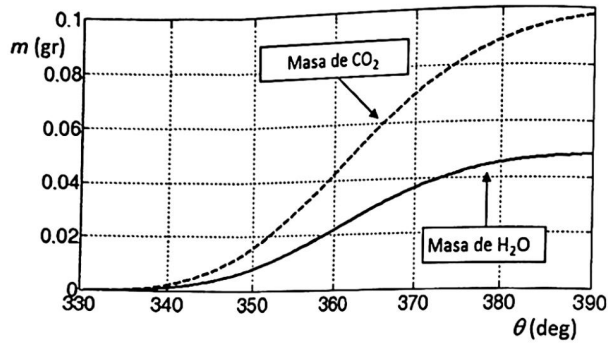


Figura 5.8. Masa de H₂O y CO₂ en función del ángulo de giro del cigüeñal (en grados)

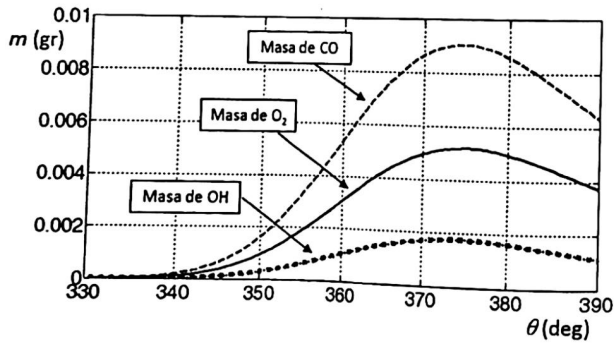


Figura 5.9. Masa de O₂, CO y OH en función del ángulo de giro del cigüeñal (en grados)

A continuación se muestra la comparación entre distintos tipos de ciclos, que son:

- Comparación entre dos ciclos con los mismos parámetros, pero uno de ellos con modelo de deposición de calor, y otro, con un modelo de cinética química con dosado estequiométrico (Figuras 5.10 y 5.11).

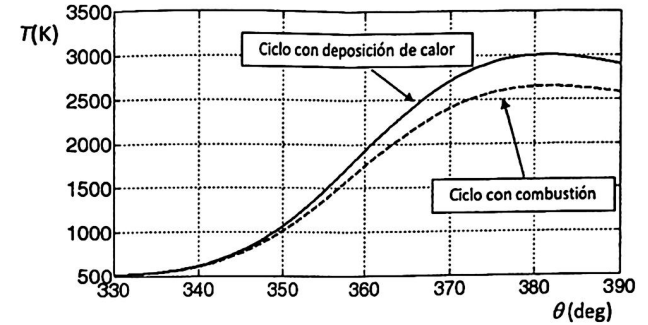


Figura 5.10. Comparación de la evolución de la temperatura en la cámara de combustión en el entorno del punto muerto superior para un ciclo real con deposición de calor y para otro con combustión

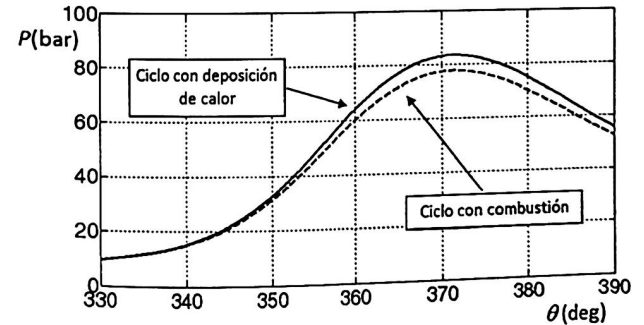


Figura 5.11. Comparación de la evolución de la presión en la cámara de combustión en el entorno del punto muerto superior para un ciclo real con deposición de calor y para otro con combustión

- Comparación entre dos ciclos con los mismos parámetros. Uno de ellos con modelo de deposición de calor y otro con modelo de cinética química, con exceso de combustible. En ambos ciclos, el calor total disponible es el mismo.

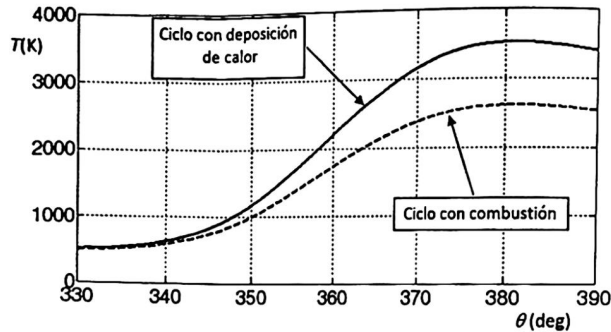


Figura 5.12. Comparación de la evolución de la temperatura en la cámara de combustión en el entorno del punto muerto superior para dos ciclos, con deposición de calor y con cinética química, con exceso de combustible.

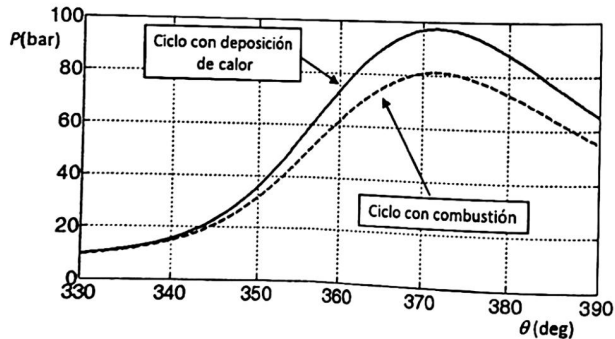


Figura 5.13. Comparación de la evolución de la presión en la cámara de combustión en el entorno del punto muerto superior para dos ciclos, con deposición de calor y con cinética química, con exceso de combustible.

En el caso de la Figura 5.10 se observa que las temperaturas máximas que se alcanzan con el modelo de combustión son del orden de 2.600 K, mientras que con el modelo de deposición de calor éstas suben a 3.000 K.

La diferencia está asociada al hecho de que con el modelo de combustión parte de la energía (julios) que se introduce en la cámara de combustión se dedica a la formación de especies (entalpías de formación), por lo que a igualdad de energía depositada la temperatura será menor.

En el caso de las Figuras 5.12 y 5.13, el hecho de aumentar la cantidad de calor depositada en la cámara en el ciclo con deposición de calor, tiene un efecto directo sobre la temperatura y la presión máximas obteniéndose, en particular, un incremento apreciable de las mismas (comparar con las Figuras 5.10 y 5.11).

Sin embargo, en el ciclo con modelo de combustión, el aporte de una mayor cantidad de combustible tiene un efecto menor, ya que la cantidad de oxígeno no ha variado y el exceso de combustible no se quema completamente. Pese a esto, en motores reales que operan a plena carga se utilizan mezclas ricas, ya que presentan ventajas adicionales respecto al proceso de combustión (pero que no se pueden detallar y analizar aquí con este modelo cero dimensional).

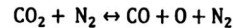
En resumen, puede decirse que al disponer de un modelo de comportamiento del ciclo, pueden compararse diferentes hipótesis y estudiar cuál es su influencia en las variables termodinámicas del motor.

De esta manera, podría orientarse una primera fase de diseño conceptual del motor, en la que es más importante evaluar, de manera rápida (aunque no sea con la mayor precisión posible), el impacto asociado a la elección de los distintos parámetros de diseño.

ANEXO 5.1: LA HIPÓTESIS DE EQUILIBRIO QUÍMICO

En la formulación del modelo matemático de un fluido que se mueve y que reacciona químicamente aparecen parámetros adimensionales (los números de Damkohler) que dependiendo de que sean mucho mayores o mucho menores que la unidad permiten al ingeniero simplificar más o menos dicha formulación. Esto, como se verá a continuación, tiene implicaciones prácticas importantes de cara a la puesta a punto de un modelo de motor razonablemente realista y fácil de utilizar.

Con el fin de ilustrar cómo se adoptan los límites distinguidos en las ecuaciones y cómo esto afecta a la formulación del modelo, se va considerar una de las reacciones del sistema seleccionado al principio del capítulo. En concreto, se va a considerar la disociación de la molécula de dióxido de carbono de la forma:



Obsérvese que a ambos lados de la reacción se ha añadido la molécula N_2 para indicar que la disociación requiere la presencia de una molécula adicional que permanece inalterada pero que facilita dicha disociación. Esto, como se verá más adelante, no afecta a la formulación del modelo del motor.

Si no hay movimiento, la tasa de destrucción/formación de la especie CO_2 se escribe de acuerdo con la ley de Arrhenius como:

$$\frac{d[\text{CO}_2]}{dt} = -k_d[\text{CO}_2][\text{N}_2] + k_r[\text{CO}][\text{O}][\text{N}_2] \quad (\text{A5.1.1})$$

En donde los corchetes indican concentraciones molares y k_d y k_r que, en general, dependen de la temperatura, son las constantes conocidas de disociación y recombinación, respectivamente. Si el gas está en movimiento la deriva-

da temporal es la derivada convectiva y, este caso la ecuación de continuidad de la especie CO_2 se escribe como:

$$\frac{\partial \rho_{\text{CO}_2}}{\partial t} + \nabla(\rho_{\text{CO}_2} \vec{v}) = M_{\text{CO}_2}[-k_d[\text{CO}_2][\text{N}_2] + k_r[\text{CO}][\text{O}][\text{N}_2]] \quad (\text{A5.1.2})$$

En donde ρ_{CO_2} es la densidad del dióxido de carbono, M_{CO_2} su masa molecular, y \vec{v} la velocidad del fluido.

Para facilitar la discusión, la Ecuación (A5.1.2) se puede reformular enteramente en términos de densidades quedando:

$$\frac{\partial \rho_{\text{CO}_2}}{\partial t} + \nabla(\rho_{\text{CO}_2} \vec{v}) = -\frac{k_d}{M_{\text{N}_2}} \rho_{\text{CO}_2} \rho_{\text{N}_2} + \frac{k_r M_{\text{CO}_2}}{M_{\text{CO}} M_{\text{O}} M_{\text{N}_2}} \rho_{\text{CO}} \rho_{\text{O}} \rho_{\text{N}_2} \quad (\text{A5.1.2})$$

En donde M_{CO} , M_{O} y M_{N_2} son las masas moleculares del monóxido de carbono, oxígeno atómico y nitrógeno molecular, respectivamente. Lo que se observa es que esta ecuación de continuidad de la especie N es bastante más complicada que la ecuación de continuidad de un fluido que no reacciona ya que, en primer lugar, aparecen términos en la parte derecha de la ecuación que antes no aparecían y, en segundo lugar, se trata de términos fuertemente no lineales. En concreto, dado que las constantes de disociación y recombinación dependen de la temperatura, los nuevos términos presentan no-linealidades de orden tres y cuatro, respectivamente, que son mayores que el orden de las no-linealidades (de orden dos) que aparecen en las ecuaciones de Navier-Stokes de un fluido ideal.

En la práctica, esto se traduce en que los algoritmos numéricos de resolución de estas nuevas ecuaciones tienen restricciones mucho más exigentes de estabilidad que las ecuaciones originales de Navier-Stokes (que ya son bastante exigentes de por sí). Además, por cada nueva especie química hay que añadir

una nueva ecuación de continuidad con lo que el problema se complica enormemente.

Por todo ello, se comprende el interés que tiene explorar la posibilidad de simplificar la formulación matemática de las nuevas ecuaciones de conservación manteniendo una precisión razonable en los valores que se predicen de las variables. La metodología para hacer esta tarea es bien conocida en la Mecánica de los Medios Continuos y consiste en escribir las ecuaciones en forma adimensional y ver si los valores típicos de los parámetros adimensionales que aparecen permiten algún tipo de simplificación.

Los valores de referencia para adimensionalizar la Ecuación (A5.1.2) son la densidad del gas al final del proceso de compresión ρ_2 (que se puede estimar, por ejemplo, a partir del proceso de compresión isentrópica), la velocidad media del pistón \bar{U}_p , que es representativa de la velocidad del gas en la cámara y la carrera s , que da una idea del tamaño de la cámara (ver Ecuación 4.9 del Capítulo 4). La velocidad media del pistón se obtiene dividiendo la longitud de dos carreras por el tiempo necesario para recorrerlas (el tiempo de una vuelta de cigüeñal):

$$\bar{U}_p = \frac{2s}{t_{1.vuelta}} = \frac{2s}{(2\pi/\omega_2)} \quad (\text{A5.1.3})$$

En donde ω_2 es la velocidad de giro del cigüeñal.

Así pues, las nuevas variables adimensionales son:

$$\bar{\rho}_{CO_2} = \rho_{CO_2} / \rho_2$$

$$\bar{\rho}_{CO} = \rho_{CO} / \rho_2$$

$$\bar{\rho}_O = \rho_O / \rho_2$$

$$\bar{\rho}_{N_2} = \rho_{N_2} / \rho_2$$

$$\bar{v} = \tilde{v} / \bar{U}_p$$

$$\bar{x} = x / s$$

$$\bar{y} = y / s$$

$$\bar{t} = t \bar{U}_p / s$$

Y la Ecuación (A5.1.2) se reescribe:

$$\frac{\partial \bar{\rho}_{CO_2}}{\partial \bar{t}} + \nabla(\bar{\rho}_{CO_2} \bar{v}) = -D_1 \bar{\rho}_{CO_2} \bar{\rho}_{N_2} + D_2 \bar{\rho}_{CO} \bar{\rho}_O \bar{\rho}_{N_2} \quad (\text{A5.1.4})$$

En donde aparecen dos parámetros adimensionales D_1 y D_2 (los números de Damkohler) que son:

$$D_1 = \frac{k_d \rho_2 s}{M_{N_2} \bar{U}_p} \quad (\text{A5.1.5})$$

$$D_2 = \frac{k_r M_{CO_2} \rho_2^2 s}{M_{CO} M_O M_{N_2} \bar{U}_p} \quad (\text{A5.1.6})$$

En este punto, es interesante notar que ambos parámetros adimensionales contienen el término s/\bar{U}_p que puede interpretarse físicamente como el tiempo

de residencia t_f de las partículas fluidas dentro de la cámara de combustión y que, por tanto, los términos restantes:

$$\frac{M_{N_2}}{k_d \rho_2}$$

y

$$\frac{M_{CO} M_O M_{N_2}}{k_r M_{CO_2} \rho_2^2}$$

también tienen dimensiones de tiempo y pueden interpretarse como el tiempo característico (dependiente de k_d y k_r) de los procesos químicos de disociación y recombinación.

Así pues, los números de Damkohler se interpretan físicamente como un cociente de tiempos característicos y la Ecuación (A5.1.4) se escribe como:

$$\frac{\partial \bar{\rho}_{CO_2}}{\partial \bar{t}} + \nabla(\bar{\rho}_{CO_2} \bar{v}) = -\frac{t_f}{t_{q_1}} \bar{\rho}_{CO_2} \bar{\rho}_{N_2} + \frac{t_f}{t_{q_2}} \bar{\rho}_{CO} \bar{\rho}_O \bar{\rho}_{N_2} \quad (A5.1.7)$$

en donde,

$$t_f = \frac{s}{\bar{U}_p} \quad (A5.1.8)$$

$$t_{q_1} = \frac{M_{N_2}}{k_d \rho_2} \quad (A5.1.9)$$

$$t_{q_2} = \frac{M_{CO} M_O M_{N_2}}{k_r M_{CO_2} \rho_2^2} \quad (A5.1.10)$$

Ejemplo A5.1

A continuación se van a estimar los valores de t_f , t_{q_1} , y t_{q_2} en una situación representativa de los modelos de motor que se están considerando. En particular, se va a tomar:

$$s = 0,1 \text{ m.}$$

$$\omega_2 = 314 \text{ rad/s (3.000 rpm).}$$

$$\rho_2 = 10 \text{ kg/m}^3.$$

$$T = 2.800 \text{ K.}$$

El valor de k_d hay que buscarlo en la literatura especializada y lo que se encuentra es:

$$k_d(T) = 5,3 \times 10^{11} T^{1/2} \exp\left(-\frac{79.600}{RT}\right) \frac{\text{cm}^3}{\text{mol s}} \quad (A5.1.11)$$

Y ya en sistema internacional:

$$k_d(2.800 \text{ K}) = 9,2 \times 10^8 \frac{\text{m}^3}{\text{kmol s}}$$

Para obtener k_r hay que tener en cuenta que la constante de equilibrio químico en función de las concentraciones K_T , k_d y k_r están ligadas por la relación:

$$K_T = \frac{[CO][O]}{[CO_2]} = \frac{k_d}{k_r} \quad (A5.1.12)$$

y K_T se obtiene a partir de la Expresión (5.7) (el valor de K_{P_2} , 2.800 K, se obtiene en el Anexo 5.2), sin más que pasar de presiones parciales a concentraciones, utilizando la ley de los gases ideales, con lo que es posible despejar k_r de la relación (A5.1.12), quedando:

$$k_r(2.800\text{ K}) = 2,4 \times 10^{13} \frac{\text{m}^6}{\text{kmol}^2 \text{ s}}$$

Y ahora ya es posible obtener todos los valores de los tiempos característicos y de los dos números de Damkohler del problema:

$$t_f = 1,0 \times 10^{-2} \text{ s}$$

$$t_{q_1} = 3,0 \times 10^{-9} \text{ s}$$

$$t_{q_2} = 1,1 \times 10^{-13} \text{ s}$$

$$D_1 = 3,3 \times 10^6$$

$$D_2 = 9,1 \times 10^{10}$$

Con lo que la Ecuación (A5.1.4) puede escribirse:

$$\frac{\partial \widetilde{\rho}_{CO_2}}{\partial \bar{t}} + \nabla(\widetilde{\rho}_{CO_2} \bar{v}) = -3,3 \times 10^6 \widetilde{\rho}_{CO_2} \widetilde{\rho}_{N_2} + 9,1 \times 10^{10} \widetilde{\rho}_{CO} \widetilde{\rho}_O \widetilde{\rho}_{N_2} \quad (\text{A5.1.13})$$

En esta expresión se observan tres aspectos:

1. En una combustión perfecta de un hidrocarburo los productos de reacción son CO_2 y H_2O . Por tanto, cabe esperar que $\widetilde{\rho}_{CO_2} \sim O(1)$, lo cual implica que el término de la izquierda de la Ecuación (A5.1.13) también sea de orden unidad.
2. El nitrógeno molecular es la especie más abundante en la cámara de combustión por lo que $\widetilde{\rho}_{N_2} \sim O(1)$ y, por tanto, puede suponerse razonablemente que $3,3 \times 10^6 \widetilde{\rho}_{CO_2} \widetilde{\rho}_{N_2} \gg 1$.
3. Parece que, en principio, el término $9,1 \times 10^{10} \widetilde{\rho}_{CO} \widetilde{\rho}_O \widetilde{\rho}_{N_2}$ es también un buen candidato a ser considerado como $\gg 1$, aunque no puede asegurarse debido a la presencia del producto $\widetilde{\rho}_{CO} \widetilde{\rho}_O$, que es desconocido *a priori* y que va a ser pequeño.

Entonces, la metodología de análisis es como sigue:

- Se supone que el término $\partial \widetilde{\rho}_{CO_2} / \partial \bar{t} + \nabla(\widetilde{\rho}_{CO_2} \bar{v})$ es de orden unidad.
- Se supone que el término $3,3 \times 10^6 \widetilde{\rho}_{CO_2} \widetilde{\rho}_{N_2}$ es de orden mucho mayor que la unidad.
- Se supone que el término $9,1 \times 10^{10} \widetilde{\rho}_{CO} \widetilde{\rho}_O \widetilde{\rho}_{N_2}$ es de orden mucho mayor que la unidad.
- En la Ecuación (A5.1.13) se retienen los términos de orden superior quedando:

$$0 = 3,3 \times 10^6 \widetilde{\rho}_{CO_2} \widetilde{\rho}_{N_2} + 9,1 \times 10^{10} \widetilde{\rho}_{CO} \widetilde{\rho}_O \widetilde{\rho}_{N_2} \quad (\text{A5.1.14})$$

- Esta Ecuación (A5.1.14) es equivalente a (ver A5.1.2):

$$0 = -k_d [\text{CO}_2][\text{N}_2] + k_r [\text{CO}][\text{O}][\text{N}_2] \quad (\text{A5.1.15})$$

O lo que es lo mismo:

$$K_T = \frac{[CO][O]}{[CO_2]} \quad (A5.1.16)$$

- Se resuelve el problema con la condición de equilibrio químico (A5.1.16) que es equivalente a la Condición (5.7). La única diferencia es que (A5.1.16) está formulada en términos de concentraciones y (5.7) está formulada en términos de presiones parciales. El paso de una a la otra es inmediato utilizando la ley de los gases ideales.
- Con los resultados obtenidos se comprueba *a posteriori* si las hipótesis realizadas en cuanto a los órdenes de magnitud de la Ecuación (A5.1.13) son correctas.

En el caso del problema concreto que se ha planteado en este capítulo, los resultados obtenidos se muestran en las Figuras 5.2, 5.7, 5.8 y 5.9. En particular, se observa que en la parte del ciclo donde tiene lugar la combustión el volumen típico de la cámara está en torno a $8,0 \times 10^{-5} m^3$ (0,08 litros), y las masas de N_2 , CO_2 , CO y O son, respectivamente, del orden de $4,0 \times 10^{-4} kg$, $1,0 \times 10^{-4} kg$, $1,0 \times 10^{-5} kg$, $1,0 \times 10^{-7} kg$.

Por tanto:

$$\tilde{\rho}_{N_2} \sim 1$$

$$\tilde{\rho}_{CO_2} \sim 10^{-1}$$

$$\tilde{\rho}_{CO} \sim 10^{-2}$$

$$\tilde{\rho}_O \sim 10^{-4}$$

Y en cuanto a las hipótesis utilizadas:

$$D_1 \tilde{\rho}_{CO_2} \tilde{\rho}_{N_2} \sim 10^5 \gg 1; \quad \text{se cumple la hipótesis.}$$

$$D_2 \tilde{\rho}_{CO} \tilde{\rho}_O \tilde{\rho}_{N_2} \sim 10^5 \gg 1; \quad \text{se cumple la hipótesis.}$$

Así pues, los resultados obtenidos son compatibles con las hipótesis de partida y, por tanto, pueden darse como consistentes. Esta metodología de hacer una serie de hipótesis de partida, formular y resolver un modelo, y comprobar *a posteriori* si los resultados obtenidos son compatibles con las hipótesis es habitual en problemas de Mecánica de los Medios Continuos y no está restringida a las aplicaciones presentadas en este texto.

Volviendo al problema general del fluido con reacciones químicas, una vez que se han adimensionalizado las ecuaciones y se han puesto de manifiesto los números de Damkohler, pueden ocurrir tres situaciones distintas:

1. **Situación 1:** $t_f \gg t_q$ (números de Damkohler de orden mucho mayor que la unidad). Es el caso descrito anteriormente. Se caracteriza porque el tiempo característico de las reacciones químicas es mucho más pequeño que el tiempo de residencia del fluido en la cámara de combustión. Podría decirse que desde el punto de vista del movimiento de una partícula fluida, las reacciones tienen lugar a su alrededor de forma prácticamente instantánea.

Desde el punto de vista matemático la formulación es algebraica y no-lineal, lo cual representa una simplificación considerable respecto al problema de partida formulado en términos de ecuaciones en derivadas parciales no-lineales. Este régimen se conoce en la literatura como *equilibrio químico*.

2. **Situación 2:** $t_f \ll t_q$ (números de Damkohler de orden mucho menor que la unidad). Es el caso opuesto al anterior y se caracteriza porque las reacciones químicas son lentas comparadas con el tiempo de residencia del fluido. Este régimen se traduce, en concreto, en que en la ecuación de conservación de la masa de la especie considerada (véanse, por ejemplo, las Ecuaciones (A5.1.2) y (A5.1.4)) todos los términos de la derecha de la ecuación (los términos de generación/destrucción) desaparecen en una primera aproximación.

En este caso, el problema matemático revierte al de un fluido ideal sin reacciones químicas con una ecuación de continuidad no-lineal escrita en derivadas parciales. Este régimen se conoce en la literatura con el nombre de *flujo congelado* que es la traducción más o menosafortunada del término inglés *frozen flow*.

3. **Situación 3:** $t_f \sim t_q$ (números de Damkohler de orden unidad). Este es el régimen intermedio entre los dos anteriores y se caracteriza porque no es posible simplificar las ecuaciones, con lo que el problema retiene toda su complejidad original. Es decir, nos encontramos con ecuaciones no-lineales en derivadas parciales y en presencia de términos de generación/destrucción con no-linealidades de alto orden. En la literatura, este régimen se conoce con el nombre de *no-equilibrio*.

En el caso de los motores alternativos, ocurre que los modelos básicos de combustión que involucran a las especies principales pueden formularse en el régimen de equilibrio químico (como se ha hecho al principio de este capítulo), lo cual es una ventaja importante desde el punto de vista de la puesta a punto de modelos de ingeniería para fases de diseño conceptual y para los primeros estadios de las fases de diseño de detalle. Sin embargo, si se quiere optimizar, por ejemplo, el rendimiento de la combustión para hacer un motor muy eficiente desde el punto de vista energético, o se quiere minimizar la emisión de contaminantes, entonces es necesario incluir más especies químicas que involucren reacciones que están en los regímenes de *flujo-congelado* o de *no-equilibrio* con lo que la formulación y resolución matemática del problema se complica de manera considerable.

ANEXO 5.2: CONSTANTES DE REACCIÓN

A continuación se muestran las constantes de reacción de las Ecuaciones (5.6) a (5.11) tabuladas en función de la temperatura.

T (K)	$K_{P,1}$ (atm)	$K_{P,2}$ (atm)	$K_{P,3}$ (atm)	$K_{P,4}$	$K_{P,5}$ (atm)	$K_{P,6}$ (atm)
1000	3,6597E-21	9,4458E-21	1,9114E-23	1,4361E+00	7,3520E-18	8,2242E-44
1100	1,7612E-18	3,2891E-18	1,4546E-20	9,8728E-01	6,5560E-16	2,7842E-39
1200	3,0055E-16	4,3151E-16	3,6575E-18	7,2887E-01	2,8185E-14	1,6699E-35
1300	2,3108E-14	2,6710E-14	3,9215E-16	5,6789E-01	6,8984E-13	2,6431E-32
1400	9,4979E-13	9,1613E-13	2,1515E-14	4,6125E-01	1,0829E-11	1,4677E-29
1500	2,3657E-11	1,9590E-11	6,9052E-13	3,8710E-01	1,1899E-10	3,5236E-27
1600	3,9232E-10	2,8535E-10	1,4334E-11	3,3345E-01	9,7760E-10	4,2784E-25
1700	4,6550E-09	3,0294E-09	2,0780E-10	2,9337E-01	6,3163E-09	2,9622E-23
1800	4,1792E-08	2,4709E-08	2,2336E-09	2,6262E-01	3,3382E-08	1,2839E-21
1900	2,9672E-07	1,6142E-07	1,8662E-08	2,3848E-01	1,4888E-07	3,7500E-20
2000	1,7260E-06	8,7317E-07	1,2586E-07	2,1916E-01	5,7452E-07	7,8303E-19
2100	8,4648E-06	4,0180E-06	7,0649E-07	2,0345E-01	1,9576E-06	1,2261E-17
2200	3,5827E-05	1,6079E-05	3,3845E-06	1,9050E-01	5,9885E-06	1,4972E-16
2300	1,3343E-04	5,6986E-05	1,4126E-05	1,7968E-01	1,6675E-05	1,4726E-15
2400	4,4431E-04	1,8161E-04	5,2264E-05	1,7054E-01	4,2756E-05	1,1985E-14
2500	1,3410E-03	5,2712E-04	1,7390E-04	1,6276E-01	1,0193E-04	8,2560E-14
2600	3,7104E-03	1,4085E-03	5,2685E-04	1,5608E-01	2,2780E-04	4,9073E-13
2700	9,5039E-03	3,4972E-03	1,4685E-03	1,5029E-01	4,8061E-04	2,5583E-12
2800	2,2725E-02	8,1320E-03	3,7995E-03	1,4525E-01	9,6307E-04	1,1862E-11
2900	5,1090E-02	1,7830E-02	9,1967E-03	1,4083E-01	1,8425E-03	4,9518E-11
3000	1,0867E-01	3,7078E-02	2,0965E-02	1,3695E-01	3,3808E-03	1,8805E-10

T (K)	$K_{P,1}$ (atm)	$K_{P,2}$ (atm)	$K_{P,3}$ (atm)	$K_{P,4}$	$K_{P,5}$ (atm)	$K_{P,6}$ (atm)
3100	2,1987E-01	7,3510E-02	4,5271E-02	1,3351E-01	5,9730E-03	6,5567E-10
3200	4,2519E-01	1,3957E-01	9,3078E-02	1,3045E-01	1,0196E-02	2,1157E-09
3300	7,8915E-01	2,5478E-01	1,8302E-01	1,2773E-01	1,6870E-02	6,3626E-09
3400	1,4108E+00	4,4871E-01	3,4556E-01	1,2529E-01	2,7123E-02	1,7944E-08
3500	2,4376E+00	7,6479E-01	6,2865E-01	1,2311E-01	4,2481E-02	4,7723E-08
3600	4,0818E+00	1,2650E+00	1,1054E+00	1,2114E-01	6,4953E-02	1,2026E-07
3700	6,6414E+00	2,0354E+00	1,8838E+00	1,1938E-01	9,7135E-02	2,8845E-07
3800	1,0524E+01	3,1930E+00	3,1194E+00	1,1778E-01	1,4232E-01	6,6101E-07
3900	1,6276E+01	4,8929E+00	5,0299E+00	1,1634E-01	2,0462E-01	1,4524E-06
4000	2,4611E+01	7,3372E+00	7,9138E+00	1,1503E-01	2,8908E-01	3,0695E-06

RESUMEN E IDEAS IMPORTANTES

- En un combustible típico de automoción hay del orden de casi cien especies químicas; por tanto al poner a punto un modelo de comportamiento del fluido en la cámara de combustión es necesario llevar a cabo una importante tarea previa de selección de una cinética química simplificada.
- Una aproximación razonable para dicha simplificación consiste en suponer un modelo con las siguientes diez especies químicas: CO_2 , H_2O , O_2 , CO , H_2 , O , OH , H , N_2 , N .
- Además, los modelos de cinética química admiten en su formulación matemática un grado adicional de simplificación al considerar los dos siguientes límites:

- 1) el tiempo de la reacción típica es mucho menor que el tiempo de residencia del fluido en la cámara de combustión (equilibrio químico), y
- 2) el tiempo de la reacción típica es mucho mayor que el tiempo de residencia del fluido en la cámara de combustión (*frozen flow*).

- En el modelo de combustión propuesto, la cámara se divide en dos zonas, perfectamente delimitadas por un frente de llama: en una zona están los reactantes y en otra los productos de reacción.
- Para conocer la evolución del frente de llama habría que resolver las ecuaciones de la fluidodinámica en la cámara de combustión (ecuaciones tridimensionales en derivadas parciales, no-lineales y no-estacionarias). Como esto no es práctico para el nivel de modelización que se está considerando, se hace la hipótesis (corroborada razonablemente por la realidad) de que la masa de productos de reacción sigue una ley del mismo tipo que la ley de Wiebe (Capítulo 4) de deposición de energía en la cámara.
- El modelo propuesto de combustión en la cámara consta de 17 ecuaciones que tienen carácter algebraico no-lineal e integrodiferencial.
- Para un caso suficientemente representativo, el modelo de combustión con cinética química da como resultado temperaturas en la cámara (2.600 K, aproximadamente) inferiores a las que proporciona el modelo con deposición de calor (3.000 K, aproximadamente). Esto es realista porque en el modelo con cinética química, una parte de la energía del combustible se invierte en las entalpías de formación de las diferentes especies químicas.

TRANSFERENCIA DE CALOR

Contenido

- 6.1. Consideraciones generales.
- 6.2. Oscilaciones de temperatura de la cámara y su efecto en el bloque del motor.
- 6.3. Modelo del coeficiente de transferencia de calor por convección.
- 6.4. Modelo del ciclo real con transferencia de calor.
 - 6.4.1. Cámara de combustión.
 - 6.4.2. Proceso de compresión.
 - 6.4.3. Proceso de expansión.
- 6.5. Modelo del ciclo con combustión y con transferencia de calor.
 - 6.5.1. Procesos de compresión y expansión.
 - 6.5.2. Proceso de combustión: ecuación de los reactantes.
 - 6.5.3. Proceso de combustión: ecuación conjunta de reactantes y productos.

6.1. CONSIDERACIONES GENERALES

En los capítulos anteriores se ha supuesto que todos los procesos termodinámicos del motor son adiabáticos. Como el lector puede suponer, esta aproximación permite simplificar apreciablemente la formulación matemática de los procesos pero, obviamente, introduce errores que hay que corregir.

Ya se ha visto que las temperaturas en la cámara de combustión están en el entorno de los 2.500 a 3.000 K y, típicamente, la temperatura en el exterior del vehículo está en torno a los 300 K. Esto significa que existe un gradiente térmico importante entre el motor y el exterior y que, asociado a ese gradiente térmico, hay un flujo de calor considerable que hay que disipar. De hecho, uno de los subsistemas más importantes en un automóvil es el circuito de refrigeración por agua que se encarga de llevar a cabo dicha disipación. Es más, es tan importante que suele haber un indicador de temperatura del agua de refrigeración a la vista del conductor. Desde el punto de vista del balance energético, este calor que se disipa no contribuye a generar trabajo mecánico y, en consecuencia, deteriora el rendimiento del motor.

En este capítulo se van a abordar tres cuestiones relacionadas entre sí que tienen que ver con el modelo de transferencia de calor en el motor:

- **Cuestión 1.** En la cámara de combustión se produce una liberación de energía que tiene carácter discontinuo. Esto es, en determinados momentos del ciclo la temperatura de los gases en la cámara de combustión es cercana a la ambiente y en otros es cercana a los 3.000 K, y esto se repite ciclo a ciclo. Entonces, la cuestión es: al abordar el desarrollo de un modelo de transferencia de calor desde la cámara al bloque del motor, ¿tiene sentido suponer que la temperatura del bloque es constante en el tiempo?
- **Cuestión 2.** ¿Cómo se puede modelar la transferencia de calor por convección desde la cámara de combustión al bloque del motor de forma razonablemente realista y sin complicar en exceso la formulación matemática?

- **Cuestión 3.** ¿Cómo se incluye el modelo desarrollado de transferencia de calor en los modelos físico-matemáticos de los procesos termodinámicos explicados hasta ahora?

6.2. OSCILACIONES DE TEMPERATURA DE LA CÁMARA Y SU EFECTO EN EL BLOQUE DEL MOTOR

Para estudiar el efecto que tienen los campos oscilatorios de temperatura de gases en la cámara de combustión en la temperatura del bloque del motor se va a formular y resolver un problema idealizado.

Se considera un medio sólido semi-infinito en el semi-espacio $x > 0$. La transferencia de calor por conducción en este medio está gobernada por la ecuación:

$$\rho c_p \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} \quad (6.1)$$

En donde:

$T(x, t)$, es la temperatura del medio.

t , es el tiempo.

ρ , es la densidad del medio.

c_p , es el calor específico del medio.

k , es la conductividad térmica del medio.

Las dos condiciones de contorno que se consideran son:

$$T(0, t) = T_{\infty} + \Delta T \sin(\omega t) \quad (6.2)$$

$$T(\infty, t) \rightarrow T_{\infty} \quad (6.3)$$

La primera condición impone una temperatura oscilatoria en el plano $x = 0$ del sólido, mientras que la segunda condición indica que en el infinito se pierde la memoria de la oscilación. Pues bien, lo interesante es que la solución de la Ecuación (6.1), que se puede encontrar en cualquier libro de transferencia de calor, con las condiciones de contorno (6.2) y (6.3), tiene la forma:

$$\frac{T(x, t) - T_{\infty}}{\Delta T} = \exp\left[-\left(\frac{\omega}{2\alpha}\right)^{1/2} x\right] \sin\left[\omega t - \left(\frac{\omega}{2\alpha}\right)^{1/2} x\right] \quad (6.4)$$

En donde $\alpha = k/\rho c_p$ es la difusividad térmica.

La Expresión (6.4) está compuesta por dos términos: uno exponencial decreciente que tiende a cero para $x \rightarrow \infty$, y otro sinusoidal que está acotado entre 0 y 1.

Ahora, se considera el caso de una condición de contorno del tipo:

$$T(0, t) = T_{pared} + \Delta T_{pared} \sin(\omega t) \quad (6.5)$$

En donde, ω es equivalente a tener un motor girando a 3.000 rpm (1.500 ciclos termodinámicos por minuto). En este caso, ω se puede aproximar como:

$$\omega \sim 1500 \frac{\text{ciclos}}{\text{min}} \frac{2\pi \text{ rad}}{\text{ciclo}} \frac{\text{min}}{60 \text{ s}} = 157 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (6.6)$$

La difusividad térmica del material de fundición (que es, normalmente, el material del cual está fabricado el bloque del motor) es $23 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. Por tanto, la solución (6.4) para este caso concreto se puede escribir:

$$\frac{T(x, t) - T_{pared}}{\Delta T_{pared}} = \exp[-1847 x] \sin[157 t - 1847 x] \quad (6.7)$$

Y ahora se calcula el orden de magnitud de la variación de $T(x, t)$ a diferentes profundidades (valores de x) por debajo de la superficie del material:

- A 1 mm de profundidad:

$$T(t) \sim T_{pared} \pm (0.1577 \times \Delta T_{pared})$$

- A 2 mm de profundidad:

$$T(t) \sim T_{pared} \pm (0.0248 \times \Delta T_{pared})$$

- A 5 mm de profundidad:

$$T(t) \sim T_{pared} \pm (0.0001 \times \Delta T_{pared})$$

Esto es, si T_{pared} y ΔT_{pared} son del mismo orden, a tan sólo 2 mm por debajo de la superficie del sólido, las variaciones de temperatura son del orden de $\pm 2\%$ de la temperatura media en la condición de contorno, y a 5 mm por debajo de la superficie estas variaciones son ya completamente despreciables.

MOTORES ALTERNATIVOS

Obviamente, el análisis que se ha realizado está muy idealizado pero sirve para obtener un orden de magnitud de las variables de interés que es de lo que se trata.

Así que en un bloque de motor que tiene espesores del orden de centímetros está justificado suponer que existe una temperatura que varía espacialmente pero cuyas oscilaciones temporales pueden despreciarse sin cometer errores importantes.

6.3. MODELO DEL COEFICIENTE DE TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN

La mayoría de los modelos de transferencia de calor desde la cámara de combustión hacia el bloque del motor son modelos convectivos en los que el coeficiente de transferencia de calor se relaciona con los parámetros que gobiernan el comportamiento del problema mediante una formulación semiempírica. En particular, en la literatura especializada se encuentran correlaciones distintas, que han sido obtenidas por diferentes investigadores, cuyo uso depende del tipo de motor, condiciones de operación, etc. Así pues, este tipo de formulación no es universal sino que depende de la aplicación concreta y cada ley semiempírica tiene su propio rango de aplicación: a veces amplio y a veces restrictivo. En general, el flujo de calor \dot{Q} se modela como:

$$\dot{Q} = h_g A(\theta) [T_m(\theta) - T_w] \quad (6.8)$$

En donde:

h_g , es el coeficiente de transferencia de calor por convección.

$A(\theta)$, es el área de transferencia que cambia en función del tiempo debido al movimiento alternativo del émbolo.

T_m , es una temperatura media del gas, función de T_R (temperatura de reactivantes).

T_p , temperatura de productos de reacción, en la cámara de combustión que se definirá más adelante.

T_w , es la temperatura de pared del sólido que se considera constante en el tiempo.

La clave de la Ecuación (6.8) es h_g , que es un coeficiente para el que existen distintos tipos de modelos.

En este texto se va a utilizar la correlación de Woschni que se emplea con mucha frecuencia en el sector de la automoción. Esta correlación es:

$$h_g = 0,013 P^{0,8} U_m^{0,8} b^{-0,2} T_m^{-0,55} \frac{W}{m^2 K} \quad (6.9)$$

En donde U_m es una velocidad típica del gas en la cámara de combustión, influenciada por la velocidad media del émbolo \bar{U}_p y por los cambios en las magnitudes termodinámicas asociados al proceso de combustión, y b es el diámetro del émbolo.

En concreto, U_m se modela de manera semiempírica ajustando con datos experimentales, como:

$$U_m = 2,28 \bar{U}_p + 0,00324 T_0 \frac{V_d \Delta P_{cb}}{V_0 P_0} \quad (6.10)$$

En donde:

T_0 , es la temperatura conocida de los gases cuando se cierra la válvula de admisión.

V_d , es el volumen de desplazamiento (diferencia entre el volumen máximo y mínimo de la cámara).

V_0 , es el volumen conocido de la cámara de combustión en el momento en que se cierra la válvula de admisión.

$\Delta P_{cb}(\theta)$, es el incremento de presión en la cámara debido a la presencia de la combustión. En concreto es la diferencia entre la presión, P en la cámara, tal como se ha definido hasta ahora, y la presión que habría si no hubiera combustión (que hay que calcular).

P_0 , es la presión conocida en la cámara de combustión en el momento en que se cierra la válvula de admisión.

La velocidad media del pistón se calcula como:

$$\overline{U}_p = \frac{4 r_2}{t_1 \text{ vuelta}} = \frac{4 r_2}{(2\pi/w_2)} \quad (6.11)$$

En donde:

r_2 , es la longitud de la manivela (o la mitad de la carrera s).

$t_1 \text{ vuelta}$, es el tiempo que el cigüeñal tarda en dar una vuelta.

w_2 , es la velocidad de giro del cigüeñal.

T_m es un promedio másico de la temperatura de productos y de reactantes que se define como:

$$T_m = \frac{n_R T_R + n_P T_P}{n_R + n_P} \quad (6.12)$$

En el caso de considerar procesos en los que no hay combustión, tales como la admisión, la compresión, o el escape, se sigue utilizando la Ecuación (6.10) pero reteniendo únicamente el primer término de la misma:

$$U_m = 2,28 \overline{U}_p$$

que es el que está relacionado con la velocidad media del pistón.

6.4. MODELO DEL CICLO REAL CON TRANSFERENCIA DE CALOR

El objetivo de esta sección es mostrar cómo se implementa el modelo de transferencia de calor descrito en la sección anterior en la formulación de ciclo real desarrollada en el Capítulo 4.

6.4.1. Cámara de combustión

En esta sección se va a modelar el efecto que tiene la transferencia de calor desde los gases en la cámara de combustión hacia el bloque motor.

La idea básica es que en la Ecuación (4.5) del capítulo dedicado a ciclos reales (en condiciones adiabáticas), se realizó un balance entre calor depositado debido a la combustión, trabajo mecánico e incremento de energía interna:

$$\delta Q = \delta W + dU \quad (4.5)$$

Ahora, a dicha ecuación de conservación hay que añadirle el término de transferencia de calor por convección, dQ_{out} , con lo que obtenemos:

$$\delta Q = \delta W + dU + dQ_{out} \quad (6.13)$$

Que, de acuerdo con lo visto anteriormente (Ecuación (6.8)), se modela como:

$$dQ_{out} = \mathcal{A}_g(\theta) A(\theta) [T_m(\theta) - T_w] dt \quad (6.14)$$

Entonces, teniendo en cuenta que:

$$d\theta/dt = w_2 \text{ (velocidad de giro del cigüeñal),}$$

la Ecuación (6.13) queda:

$$Q_{total} \frac{dX_b(\theta)}{d\theta} = P \frac{dV(\theta)}{d\theta} + \frac{c_v}{R} \left(P \frac{dV(\theta)}{d\theta} + V(\theta) \frac{dP}{d\theta} \right) + \frac{\mathcal{A}_g(\theta) A(\theta) [T_m(\theta) - T_w]}{w_2} \quad (6.15)$$

Esta Ecuación (6.15) es la nueva ecuación de evolución que sustituye a la Ecuación (4.8) del capítulo de ciclos reales.

A efectos de la elección del parámetro T_w (temperatura de pared de la cámara) en la Ecuación (6.15), esta se considera conocida y es un dato del problema. Esto en realidad no es así ya que la temperatura del bloque del motor depende de la temperatura de los gases, de la transferencia de calor en la cámara y de la temperatura y el modo de funcionamiento del sistema de refrigeración del motor. Esto significa que para determinar T_w hay que llevar a cabo un proceso iterativo de balances de flujos de calor entre cámara, bloque del motor, circuito de refrigeración y aire exterior. En la práctica, para hacer un primer cálculo de

los flujos de calor, existe la opción de entrada de suponer una temperatura razonable para el bloque del motor que para motores de automoción típicos está en torno a los 450 K.

6.4.2. Proceso de compresión

Durante el proceso de compresión el gas se calienta y, por tanto, también existe una transferencia de calor hacia las paredes de la cámara. Por tanto, ya no se puede utilizar la Ecuación (4.10) de evolución isentrópica sino que hay que plantear una Ecuación como la (6.13) de conservación de la energía, teniendo en cuenta que:

- δQ de combustión, que es cero.
- El trabajo $\delta W = PdV$ es negativo ya que lo ejerce el exterior sobre el sistema.

En estas condiciones, la evolución de las variables termodinámicas, P y T durante el proceso de compresión viene dada por dicha Ecuación de la energía (6.16) y por la Ecuación de estado del gas (6.17):

$$0 = P(\theta) \frac{dV(\theta)}{d\theta} + mc_v \frac{dT(\theta)}{d\theta} + \frac{\mathcal{A}_g(\theta) A(\theta) [T(\theta) - T_w]}{w_2} \quad (6.16)$$

$$P(\theta)V(\theta) = mRT(\theta) \quad (6.17)$$

En la Ecuación (6.16), en el término $\mathcal{A}_g(\theta)$, que está modelado como en la Ecuación (6.9).

Hay que tener en cuenta que la velocidad típica del gas en la cámara se define como $U_m = 2,28 \bar{U}_p$ ya que el otro término de la Ecuación (6.10) asociado al proceso de combustión desaparece en este proceso que es, únicamente, de compresión (ver Ecuación 6.16).

6.4.3. Proceso de expansión

El proceso de expansión de los gases se modela exactamente igual que el proceso de compresión teniendo en cuenta, únicamente, que en este caso el trabajo es positivo (lo ejerce el sistema sobre el exterior) por lo que las ecuaciones del proceso son:

$$0 = P(\theta) \frac{dV(\theta)}{d\theta} + mc_v \frac{dT(\theta)}{d\theta} + \frac{\mathcal{A}_g(\theta) A(\theta) [T(\theta) - T_w]}{w_2} \quad (6.18)$$

$$P(\theta)V(\theta) = mRT(\theta) \quad (6.19)$$

Y el término $\mathcal{A}_g(\theta)$ se modela exactamente igual que en el proceso de compresión (Ecuación 6.16).

6.5. MODELO DEL CICLO CON COMBUSTIÓN Y CON TRANSFERENCIA DE CALOR

El objetivo de esta sección es mostrar cómo se implementa el modelo de transferencia de calor descrito en las secciones anteriores en la formulación de ciclo con combustión desarrollada en el Capítulo 5.

6.5.1. Procesos de compresión y expansión

Los procesos de compresión y expansión se modelan igual que en el caso de ciclo real:

- Proceso de compresión: ver Ecuaciones (6.16) y (6.17).
- Proceso de expansión: ver Ecuaciones (6.18) y (6.19).

Desde un punto de vista formal habría que tener en cuenta que durante el proceso de expansión todavía siguen produciéndose reacciones químicas en el gas. Sin embargo, ocurre que en esta fase la temperatura ya ha bajado apreciablemente y la importancia de la cinética química no es comparable a la que tuvo durante el proceso de combustión. Por eso, en este nivel de modelización del motor se mantienen las Ecuaciones (6.18) y (6.19) para describir el proceso de escape.

6.5.2. Proceso de combustión: ecuación de los reactantes

Lo primero que hay que modificar es la ecuación de evolución isentrópica (5.13) de los reactantes y sustituirla por la ecuación de la energía en forma integral:

$$U_R(\theta) - U_R(\theta_2) = - \int_{\theta_2}^{\theta} P dV_R(\theta) - \int_{\theta_2}^{\theta} Q_{out} dt + \int_{\theta_2}^{\theta} h_R dm_R \quad (6.20)$$

La primera integral modela el trabajo mecánico.

La segunda integral en la Ecuación (6.20) modela la transferencia de calor hacia la pared de la cámara y se escribe como:

$$- \int_{\theta_2}^{\theta} Q_{out} dt = - \int_{\theta_2}^{\theta} \mathcal{A}_R(\theta) A_R(\theta) [T_R(\theta) - T_w] dt \quad (6.21)$$

En donde,

$$\mathcal{A}_R = 0,013 P^{0,8} U_m^{0,8} b^{-0,2} T_R^{-0,55} \quad (6.22)$$

$$U_m = 2,28 \bar{U}_p \quad (6.23)$$

$$A_R(\theta) = \frac{V_R(\theta)}{V_T(\theta)} A(\theta) \quad (6.24)$$

La Ecuación (6.24) que relaciona el área de transferencia de calor de los reactantes $A_R(\theta)$ con el área total de la cámara $A(\theta)$ introduce un cierto grado de arbitrariedad en el modelo. En particular se ha supuesto que dichas áreas son directamente proporcionales y que la constante de proporcionalidad es la relación de volúmenes $(V_R(\theta))/(V_T(\theta))$.

Esto, obviamente, no es más que una aproximación a la realidad y se podrían haber hecho varias hipótesis distintas más. Lo que ocurre es que en un modelo cero-dimensional como el que se está desarrollando aquí se renuncia a conocer los detalles de lo que ocurre en el interior de los volúmenes de control y cuando estos detalles son importantes, como, por ejemplo, en la definición de $A_R(\theta)$, se hacen hipótesis de carácter global que necesariamente son arbitrarias. Si se desea corregir los errores asociados a dichas hipótesis, entonces es necesario ir un paso más allá en el nivel del modelo e introducir, por ejemplo, derivadas espaciales en el mismo. En este sentido, la definición de la temperatura media, T_m , de la Ecuación (6.12), también es arbitraria y en vez de un promediado con el número de moles, se podría haber elegido, por ejemplo, uno volumétrico.

La tercera integral en la Ecuación (6.20) modela la pérdida de entalpía asociada a que ahora se considera un sistema abierto (los reactantes) que va perdiendo masa. Dicho término, en donde h_R es la entalpía por unidad de masa de los reactantes, depende de la temperatura.

El incremento de energía interna,

$$U_R(\theta) - U_R(\theta_2),$$

se escribe como en las Ecuaciones (5.14h) y (5.14j) del Capítulo 5. Esto es:

$$U_{\theta R} = \frac{m_R}{\left(1 + \lambda \frac{M_{m,comb}}{M_{m,aire}}\right)} [h_{aire}(T_R) + \Delta h_{f,aire}^0] + \quad (5.14h)$$

$$+ \frac{\lambda m_R}{\left(1 + \lambda \frac{M_{m,comb}}{M_{m,aire}}\right)} \left(\frac{M_{m,comb}}{M_{m,aire}}\right) [h_{comb}(T_R) + \Delta h_{f,comb}^0] - PV_R$$

$$U_{\theta 2} = \frac{m_T}{\left(1 + \lambda \frac{M_{m,comb}}{M_{m,aire}}\right)} [h_{aire}(T_2) + \Delta h_{f,aire}^0] + \quad (5.14j)$$

$$+ \frac{\lambda m_T}{\left(1 + \lambda \frac{M_{m,comb}}{M_{m,aire}}\right)} \left(\frac{M_{m,comb}}{M_{m,aire}}\right) [h_{comb}(T_2) + \Delta h_{f,comb}^0] - PV_2$$

En cuanto a la resolución de la Ecuación (6.20), los términos integrales se escriben:

$$- \int_{\theta_2}^{\theta} P dV_R(\theta) = - \int_{\theta_2}^{\theta_i} P dV_R(\theta) - \left[\frac{P(\theta_{i+1}) + P(\theta_i)}{2} \right] [V_R(\theta_{i+1}) - V_R(\theta_i)] \quad (6.25)$$

$$- \int_{\theta_2}^{\theta} Q_{out} dt = - \int_{\theta_2}^{\theta_i} \frac{h_R(\theta) A_R(\theta) [T_R(\theta) - T_w]}{\omega_2} d\theta - \quad (6.26)$$

$$- \left(\frac{\Phi(\theta_{i+1}) + \Phi(\theta_i)}{2 \omega_2} \right) (\theta_{i+1} - \theta_i)$$

donde:

$$\Phi(\theta_k) = h_R(\theta_k) A_R(\theta_k) [T_R(\theta_k) - T_w] \quad (6.27)$$

Y por último:

$$\begin{aligned} + \int_{\theta_2}^{\theta_{i+1}} h_R dm_R = + \int_{\theta_2}^{\theta_i} h_R dm_R + \\ + \frac{h_R(T_R(\theta_{i+1})) + h_R(T_R(\theta_i))}{2} [m_R(\theta_{i+1}) - m_R(\theta_i)] \end{aligned} \quad (6.28)$$

6.5.3. Proceso de combustión: ecuación conjunta de reactantes y productos

La ecuación conjunta de reactantes y productos es como la Ecuación (5.14i) del Capítulo 5 (Combustión) pero añadiendo el término de transferencia de calor en el lado derecho de dicha ecuación. En concreto, en este caso el término que se añade es:

$$\begin{aligned} - \int_{\theta_2}^{\theta} Q_{out} dt = - \int_{\theta_2}^{\theta} \frac{h_g(\theta) A(\theta) [T(\theta) - T_w]}{\omega_2} d\theta - \\ - \left(\frac{\Phi(\theta_{i+1}) + \Phi(\theta_i)}{2 \omega_2} \right) (\theta_{i+1} - \theta_i) \end{aligned} \quad (6.29)$$

donde:

$$\Phi(\theta_k) = h_g(\theta_k) A(\theta_k) [T(\theta_k) - T_w] \quad (6.30)$$

RESUMEN E IDEAS IMPORTANTES

- Un modelo razonable de motor tiene que tener en cuenta la transferencia de calor debido a que existen gradientes importantes de temperatura entre la cámara de combustión y el aire exterior.
- Los modelos prácticos de transferencia de calor no se obtienen de primeros principios (leyes de conservación) sino que hay que recurrir a leyes semi-empíricas. Estas leyes están limitadas a rangos concretos de motores y de puntos de operación por lo que su utilización debe ser cuidadosa y sabiendo cuando dejan de valer las hipótesis en las que están basadas.
- Al modelar la transferencia de calor es necesario hacer algunas hipótesis de comportamiento acerca de detalles del campo fluido, lo cual está en contradicción con la propia naturaleza del modelo cero-dimensional que se desarrolla. Esto significa que dichas hipótesis son necesariamente arbitrarias y que reducir los errores asociados a su uso implicaría ir un paso más allá en la naturaleza del modelo incluyendo, por ejemplo, derivadas espaciales.
- Unos milímetros por debajo de la superficie de la cámara de combustión, el perfil de temperatura en el bloque del motor ya no guarda prácticamente, memoria de las oscilaciones de temperatura del gas en el interior de dicha cámara.
- El coeficiente de transferencia de calor por convección en la cámara depende de manera no-lineal de la presión y temperatura en el interior de la misma, de la velocidad media del pistón y del diámetro del mismo. O dicho de otra manera: depende de las variables termodinámicas, de la fluido-dinámica y de la geometría.
- Al incluir un modelo de transferencia de calor, las ecuaciones de los procesos de compresión y expansión pasan a ser diferenciales.

CAPÍTULO 7

FLUIDODINÁMICA

Contenido

- 7.1. Introducción.
- 7.2. Modelo de flujo en el sistema colector de admisión-válvula-cilindro.
- 7.3. Modelo de flujo en el sistema colector de escape-válvula-cilindro.

7.1. INTRODUCCIÓN

En los capítulos anteriores, una de las hipótesis básicas de funcionamiento del modelo de motor fue que la masa de gas en la cámara de combustión era conocida. Esta hipótesis sirve como una primera aproximación pero, claro, si se desea poner a punto un modelo razonablemente realista del motor es necesario calcular dicha masa teniendo en cuenta los aspectos de la fluidodinámica que influyen en el problema. En particular, dicha masa depende la diferencia de presiones que existe entre el cilindro y la entrada del colector y de los detalles locales del campo fluido en el entorno de las válvulas de admisión (en donde las restricciones al flujo son importantes) y en la propia geometría del colector.

El problema planteado así es muy difícil porque se trata del análisis del flujo tridimensional, compresible, no-estacionario y turbulento en una geometría complicada. De ahí que, manteniendo la consistencia con lo desarrollado hasta ahora, el modelo de flujo que se presentará a continuación también es cero-dimensional y atiende a las magnitudes globales y no a los detalles locales del campo fluido.

Uno de los aspectos más importantes del flujo en el colector de admisión es que el flujo es compresible. Esto es, la velocidad del flujo no es despreciable frente a la velocidad de propagación de las ondas (velocidad del sonido o velocidad de propagación de la información).

Ejemplo 7.1

Considérese un colector típico con una longitud de 0,5 m; en este caso el tiempo que tarda una onda de sonido en recorrer dicha longitud es de:

$$t = \frac{0,5 \text{ m}}{340 \text{ m/s}} = 0,0015 \text{ s} \quad (7.1)$$

Si el régimen de giro es de 3.000 rpm (314 rad/s), el cigüeñal, durante esos 0,0015 s ha girado un ángulo $\Delta\theta_2$ de:

$$\Delta\theta_2 = 314 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \times 0,0015 \text{ s} = 0,471 \text{ rad} = 27 \text{ grados} \quad (7.2)$$

Si el régimen de giro es de 6.000 rpm (628 rad/s), que es típico de una aceleración o de un tránsito en marchas cortas, el cigüeñal, durante esos 0,0015 s, ha girado un ángulo $\Delta\theta_2$ de:

$$\Delta\theta_2 = 628 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \times 0,0015 \text{ s} = 0,942 \text{ rad} = 54 \text{ grados} \quad (7.3)$$

Es decir, que cuando el fluido situado en una sección a la entrada del colector se ha enterado de cuál es la velocidad del pistón en la cámara (que es su condición de contorno en el otro extremo del dominio fluido) resulta que el cigüeñal ha girado un ángulo apreciable y que la velocidad del pistón (la condición de contorno) es ya otra muy distinta.

Esto, por ejemplo, tiene efectos en la prescripción del instante en el que se cierra la válvula de admisión ya que si, en teoría, la fase de admisión termina cuando el pistón se encuentra situado en el punto muerto inferior, en la realidad los fabricantes de motores mantienen abierta la válvula de admisión un tiempo adicional porque la información de que el pistón se empieza a mover en la dirección de comprimir el gas (tras pasar por el punto muerto inferior) tarda en llegar al fluido que viaja por el colector y que sigue llenando la cámara.

Recuérdese que es muy importante conseguir un buen llenado de la cámara porque esto implica que va a haber más energía (Julios) disponible durante el proceso de combustión para poder generar más trabajo mecánico. El tiempo (medido en grados de ángulo de giro del cigüeñal) que se retrasa el cierre de la válvula de admisión se denomina en la literatura especializada **Retardo al Cierre de Admisión (RCA)** y suele adoptar valores de entre 45 y 75 grados de ángulo de giro del cigüeñal.

Con un criterio parecido, los fabricantes también suelen adelantar la apertura de la válvula de admisión en un rango de entre 5 y 30 grados de ángulo de giro del cigüeñal respecto al punto muerto superior del pistón con lo que en la práctica el proceso de admisión dura entre 230 y 285 grados de ángulo de giro del cigüeñal en vez de los 180 grados teóricos de un ciclo ideal.

Los mismos argumentos (pero invertidos) se utilizan para el caso del proceso de escape con la consecuencia de que los fabricantes adelantan la apertura de la válvula de escape entre 45 y 70 grados respecto al punto muerto inferior y retrasan su cierre entre 10 y 35 grados respecto al punto muerto superior con lo que el proceso de escape en un motor real dura entre 235 y 285 grados de ángulo de giro del cigüeñal.

Si se considera una secuencia de procesos de escape-admisión, ocurre que con los valores descritos anteriormente hay una parte del ciclo en torno al punto muerto superior, en el que las válvulas de admisión y escape están abiertas al mismo tiempo. Esto genera efectos fluidodinámicos que tienen consecuencias positivas y negativas a la vez, y es el diseño fluidodinámico de detalle el que tiene que conseguir que el balance neto de dichos efectos sea positivo.

7.2. MODELO DE FLUJO EN EL SISTEMA COLECTOR DE ADMISIÓN-VÁLVULA-CILINDRO

En esta sección se va a desarrollar un modelo para incorporar como una nueva incógnita la masa del gas que entra en la cámara de combustión.

La parte crítica en cuanto al modelado de este sistema es la válvula ya que es ahí donde la sección de paso entre el colector y el cilindro es mínima, y el lector recordará de la asignatura de Mecánica de Fluidos, que dependiendo de la diferencia de presiones aguas arriba y aguas abajo, en dicha sección (que se puede asemejar a la garganta de un tobera ideal convergente-divergente), pueden alcanzarse condiciones sónicas.

Se considera, primero, la descarga ideal (isentrópica) al ambiente de un depósito a través de una tobera convergente de área A_v en la garganta. En esta situación idealizada, el flujo másico \dot{m}_{isen} que descarga al ambiente es:

$$\dot{m}_{isen} = \rho_v A_v \left\{ 2 \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{P_0}{\rho_0} \left[1 - \left(\frac{P_v}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (7.4)$$

en donde:

- ρ_0 , es la densidad de remanso del depósito.
- ρ_v , es la densidad en la garganta.
- P_0 , es la presión de remanso en el *plenum* (presión de admisión).
- P_v , es la presión en la garganta.

Sin embargo, en la práctica, las válvulas no son como la garganta de una tobera convergente ideal sino que se asemejan más a la configuración mostrada en la Figura 7.1

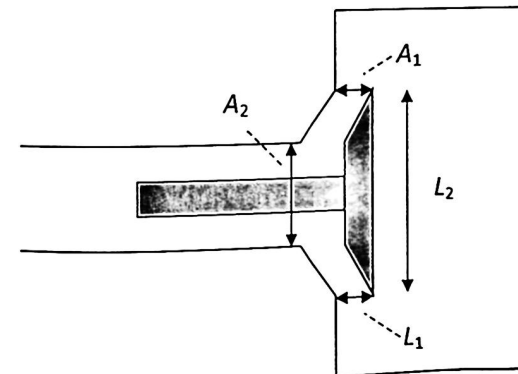


Figura 7.1. Esquema general de una válvula típica

Entre otras cosas, esta válvula se caracteriza porque la configuración del flujo a través de ella es compleja (hay pérdidas de presión, posibles recirculaciones, etc.), de modo que, para una misma diferencia de presiones, el flujo de gas es más pequeño que en el caso idealizado representado por la Ecuación (7.4). Dado que las válvulas son componentes industriales bastante comunes, lo que se hace es caracterizar su diferencia de comportamiento con respecto a la descarga isentrópica mediante un coeficiente de flujo Ψ_v , que se encuentra tabulado habitualmente en función del cociente L_1/L_2 .

De esta manera, el flujo másico \dot{m}_v , en kg/s, que pasa por la válvula es:

$$\dot{m}_v = \Psi_v \rho_0 A_v c_0 \left\{ \frac{2}{\gamma - 1} \left[\left(\frac{P_v}{P_0} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{P_v}{P_0} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (7.5)$$

donde,

Ψ_v , es conocido y depende de la geometría de la válvula.

A_v , es igual a A_2 , y

c_0 , es la velocidad de sonido en las condiciones de remanso.

En la Ecuación (7.5), la densidad en la garganta se ha relacionado con la densidad de remanso y con las presiones en la garganta y la presión de remanso.

En esta Ecuación (7.5) es habitual establecer la hipótesis adicional de que P_v es igual a la presión en el cilindro P , por lo que dicha Ecuación (7.5) proporciona una relación entre \dot{m}_v y P .

Desde el punto de vista del modelo, esto implica que hay dos incógnitas (las magnitudes de remanso del fluido son conocidas) y que, por tanto, hay que escribir una ecuación adicional.

En este caso, la ecuación integral adicional que se escribe es la de conservación de la energía U_θ en la cámara de combustión, considerada ésta como un sistema abierto al que le está entrando masa por el colector de admisión.

$$U_\theta - U_{\theta_5} = - \int_{\theta_5}^{\theta} P dV + \int_{\theta_5}^{\theta} c_p T_\infty dm_{camara} \quad (7.6)$$

siendo θ_5 es el ángulo de cigüeñal en el que comienza el proceso de admisión (ver Figura 3.2 del esquema del ciclo Otto ideal).

La primera integral de la Ecuación (7.6) describe el trabajo realizado y la segunda la entalpía que entra al volumen de control.

La masa total que, en un instante determinado θ , existe en la cámara se puede escribir como:

$$m_{camara} - m_5 = \int_{\theta_5}^{\theta} dm_{camara} = \int_{t_5}^t \dot{m}_v dt = \int_{\theta_5}^{\theta} \frac{\dot{m}_v}{\omega_2} d\theta \quad (7.7)$$

Donde m_5 es la masa conocida de gases residuales del ciclo anterior.

Como ocurre que U_θ depende de la temperatura T del gas en la cámara de combustión:

$$U_\theta = m_{camara} c_v T \quad (7.8)$$

Es necesario incluir una ecuación adicional que es la de estado del gas:

$$PV = m_{camara} R T \quad (7.9)$$

Con lo que las tres incógnitas del problema son la presión y la temperatura en la cámara P , T , y el flujo másico (\dot{m}_v) en el instante $i + 1$ correspondiente al ángulo θ_{i+1} de giro del cigüeñal. Entonces, las tres Ecuaciones (7.5), (7.6), y (7.8) se pueden escribir como:

$$\dot{m}_{v_{i+1}} = \Psi_v \rho_0 A_v c_0 \left\{ \frac{2}{\gamma - 1} \left[\left(\frac{P_{i+1}}{P_0} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{P_{i+1}}{P_0} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (7.10)$$

$$c_p T_{i+1} \left[\left(m_5 + \int_{\theta_5}^{\theta_i} \frac{\dot{m}_v}{\omega_2} d\theta \right) + \frac{\dot{m}_{v_{i+1}} + \dot{m}_{v_i}}{2\omega_2} (\theta_{i+1} - \theta_i) \right] - U_{\theta_5} = - \int_{\theta_5}^{\theta_i} P dV - \left[\frac{P_{i+1} + P_i}{2} (V_{i+1} - V_i) \right] + \quad (7.11)$$

$$+ c_p T_{\infty} \left[\left(\int_{\theta_5}^{\theta_i} \frac{\dot{m}_v}{\omega_2} d\theta \right) + \frac{\dot{m}_{v_{i+1}} + \dot{m}_{v_i}}{2\omega_2} (\theta_{i+1} - \theta_i) \right]$$

$$\frac{P_{i+1} V_{i+1}}{R T_{i+1}} = \left[\left(m_5 + \int_{\theta_5}^{\theta_i} \frac{\dot{m}_v}{\omega_2} d\theta \right) + \frac{\dot{m}_{v_{i+1}} + \dot{m}_{v_i}}{2\omega_2} (\theta_{i+1} - \theta_i) \right] \quad (7.12)$$

En la Ecuación (7.11), el término U_{θ_5} es la energía interna del gas en la cámara al comienzo del proceso de admisión. Esta energía interna es conocida del final del proceso de integración del ciclo termodinámico anterior.

El sistema de Ecuaciones (7.10), (7.11) y (7.12) está basado en la hipótesis de que no se alcanzan condiciones sónicas en la garganta de la tobera y que, en consecuencia, el flujo másico está dado por la Ecuación (7.5). Si el cociente entre la presión aguas arriba de la válvula y la presión en el cilindro excede el valor:

$$\Delta P_{critica} = \left(\frac{\gamma + 1}{2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (7.13)$$

El flujo másico en la garganta es el flujo crítico que es constante y ya no depende del valor de la presión P en el cilindro:

$$\dot{m}_v = \Psi_v \rho_0 A_v c_0 \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (7.14)$$

Con lo que la Ecuación (7.10) se escribiría:

$$\dot{m}_{v_{i+1}} = \Psi_v \rho_0 A_v c_0 \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (7.15)$$

7.3. MODELO DE FLUJO EN EL SISTEMA COLECTOR DE ESCAPE-VÁLVULA-CILINDRO

El tipo de modelo que se utiliza para el estudio del sistema colector de escape-válvula-cilindro es igual que el desarrollado en la sección anterior para el colector de admisión-válvula-cilindro. Únicamente hay que tener en cuenta los siguientes puntos:

- El coeficiente de flujo Ψ_v para una válvula no es el mismo durante el proceso de admisión que durante el proceso de escape, ver Figura (7.1), ya que el patrón de flujo es distinto.

De todos modos, Ψ_v sigue siendo conocido puesto que sus valores, tanto para admisión como para escape, están caracterizados y tabulados por los fabricantes de válvulas en función de la geometría de las mismas.

- En las Ecuaciones (7.10), (7.12) y (7.15) del proceso de admisión, el fluido se movía desde unas condiciones de remanso P_0 , ρ_0 , y c_0 en el *plenum* aguas arriba del colector de admisión hasta las condiciones en el cilindro.

En el caso del escape, el fluido se mueve desde las condiciones de remanso en el cilindro, que van cambiando en función del ángulo de giro del cigüeñal, hasta las condiciones atmosféricas aguas abajo del colector de admisión.

Dado que las velocidades del pistón son del orden de los m/s, la presión dinámica $\rho u^2/2$ es pequeña comparada con la estática y en la formulación pueden sustituirse las magnitudes de remanso por las estáticas

Entonces, las tres ecuaciones del problema que permiten calcular las tres incógnitas \dot{m}_v , P , y T , son ahora:

$$\dot{m}_{v_{i+1}} = -\Psi'_v \rho_l A_v c_l \left\{ \frac{2}{\gamma - 1} \left[\left(\frac{P_\infty}{P_{i+1}} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{P_\infty}{P_{i+1}} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (7.15)$$

$$c_v T_{i+1} \left[\left(m_4 + \int_{\theta_4}^{\theta_l} \frac{\dot{m}_v}{\omega_2} d\theta \right) + \frac{\dot{m}_{v_{i+1}} + \dot{m}_{v_i}}{2\omega_2} (\theta_{i+1} - \theta_i) \right] -$$

$$-U_{\theta_4} = - \int_{\theta_4}^{\theta_l} P dV - \left[\frac{P_{i+1} + P_l}{2} (V_{i+1} - V_l) \right] + \quad (7.16)$$

$$+ \left[\left(\int_{\theta_4}^{\theta_l} \frac{\dot{m}_v}{\omega_2} c_p T d\theta \right) + \frac{\dot{m}_{v_{i+1}} c_p T_{i+1} + \dot{m}_{v_i} c_p T_i}{2\omega_2} (\theta_{i+1} - \theta_i) \right]$$

$$\frac{P_{i+1} V_{i+1}}{R T_{i+1}} = \left[\left(m_4 + \int_{\theta_4}^{\theta_l} \frac{\dot{m}_v}{\omega_2} d\theta \right) + \frac{\dot{m}_{v_{i+1}} + \dot{m}_{v_i}}{2\omega_2} (\theta_{i+1} - \theta_i) \right] \quad (7.17)$$

donde,

m_4 , es la masa conocida de gases al final del proceso de expansión y el subíndice ∞ denota las condiciones ambientales. En la Ecuación (7.15) el flujo másico es negativo para tener en cuenta que sale del volumen de control.

Ψ'_v , es el coeficiente de flujo en la válvula de escape (Ψ_v era el coeficiente en la válvula de admisión).

La densidad de los gases ρ_i en el instante anterior es conocida puesto que se conoce el volumen de la cámara en ese instante i y la masa que había en ese instante se calcula como:

$$m_{\text{camara}_t} = m_4 + \int_{\theta_4}^{\theta_t} \frac{\dot{m}_v}{\omega_2} d\theta \quad (7.18)$$

La velocidad del sonido c_t es conocida ya que se conoce la temperatura T_t del instante anterior:

$$c_t = \sqrt{\gamma RT_t} \quad (7.19)$$

RESUMEN E IDEAS IMPORTANTES

- En el modelo básico de ciclo, la masa de gas en la cámara es un dato del problema. Sin embargo, cuando se introduce un modelo fluidodinámico (aunque sea muy sencillo) del proceso de admisión, la masa de gas pasa a ser un incógnita que hay que calcular.
- Las válvulas son, desde el punto de vista fluidodinámico, constricciones en el camino de un fluido compresible por lo que es normal que se alcancen condiciones sónicas en la garganta de las mismas.
- En el modelo de motor hay que prever que las condiciones fluidodinámicas en la garganta sean sónicas o no; esto es, hay que implementar en paralelo dos formulaciones alternativas.
- En el proceso de escape, la presión dinámica en la cámara (que escala con la velocidad media del pistón elevada al cuadrado multiplicada por la densidad del gas) es pequeña comparada con la presión estática. Esto permite simplificar apreciablemente la formulación del modelo en el conducto de escape puesto que se supone que el gas evoluciona desde unas condiciones estáticas en la cámara hasta otras condiciones estáticas (distintas) en la atmósfera.

CAPÍTULO 8

EL MODELO DE MOTOR

Contenido

- 8.1. Introducción.
- 8.2. Definición de las características del motor elegido y de su punto de operación.
- 8.3. Solución del ciclo termodinámico del motor.
 - 8.3.1. Proceso de admisión.
 - 8.3.2. Proceso de compresión.
 - 8.3.3. Proceso de combustión.
 - 8.3.4. Proceso de expansión.
 - 8.3.5. Proceso de escape.
 - 8.3.6. Resumen del ciclo.
- 8.4. Balance de energía en el motor.
- 8.5. Programa de cálculo del modelo de motor

8.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se va a proceder a integrar los sub-modelos desarrollados en los capítulos anteriores, ciclos, fluidodinámica y transferencia de calor en un sólo modelo que es el *modelo de motor*.

Esto se va a hacer resolviendo un caso concreto para que el lector vea cual es la metodología y porque, en última instancia, la mejor manera de asimilar una teoría es resolviendo problemas. La aproximación va a ser doble: en primer lugar se va a considerar un ciclo real con adición de calor y, en segundo, un ciclo con combustión.

8.2. DEFINICIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS DEL MOTOR ELEGIDO Y DE SU PUNTO DE OPERACIÓN

Se va a elegir un motor típico de automoción de 2 litros con las siguientes características (un cilindro):

- Cilindrada: $V_d = 500 \text{ cc}$.
- Diámetro del pistón: $b = 86 \text{ mm}$.
- Carrera del pistón: $s = 86 \text{ mm}$.
- Longitud de la manivela: $r_2 = 43 \text{ mm}$.
- Longitud de la biela: $r_3 = 172 \text{ mm}$.
- Relación de compresión: $r = 10$.
- Retraso al cierre de admisión: 50 deg .
- Adelanto a la apertura del escape: 50 deg .
- Adelanto al encendido: $\theta_s = 30 \text{ deg}$.
- Duración de la combustión: $\theta_d = 60 \text{ deg}$.

El punto de funcionamiento va a ser el siguiente:

- Régimen de giro del motor: $\omega_2 = 3.000 \text{ rpm} = 314 \text{ rad/s}$.
- Velocidad del vehículo: $u_\infty = 120 \text{ km/h} = 33,3 \text{ m/s}$.
- Presión ambiente: $P_\infty = 1 \text{ bar} = 100.000 \text{ Pa}$.
- Temperatura ambiente: $T_\infty = 300 \text{ K}$.
- Densidad del aire ambiente: $\rho_\infty = 1,16 \text{ kg/m}^3$.
- Velocidad del sonido en el aire ambiente: $c_\infty = 347 \text{ m/s}$.
- Constante de la ecuación del estado del aire: $R = 287 \text{ J/kgK}$.

La integración de las ecuaciones se va a hacer durante dos vueltas de ángulo de giro del cigüeñal:

$$\theta = 0 \text{ grados} \rightarrow 720 \text{ grados}$$

El origen de la integración, $\theta = 0$, va a estar en el punto muerto superior del pistón inmediatamente previo al comienzo del proceso de admisión.

8.3. SOLUCIÓN DEL CICLO TERMODINÁMICO DEL MOTOR

A continuación se formulan y resuelven de manera sencilla los diferentes procesos del ciclo del motor descrito en la Sección 8.2.

8.3.1. Proceso de admisión

Este proceso va a durar desde el punto muerto superior, $\theta = 0$, hasta el siguiente punto muerto inferior, $\theta = 180$, más otros 50 grados adicionales de retraso al cierre de admisión. Es decir, el proceso de admisión se va a integrar desde $\theta = 0$ hasta $\theta = 230$.

Las tres incógnitas del proceso son:

- Flujo másico que entra a la cámara de combustión: \dot{m}_v .
- Presión en la cámara de combustión: P .
- Temperatura en la cámara de combustión: T .

Las tres ecuaciones del problema son:

$$\dot{m}_{v_{i+1}} = \Psi_v \rho_0 A_v c_0 \left\{ \frac{2}{\gamma-1} \left[\left(\frac{P_{i+1}}{P_0} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{P_{i+1}}{P_0} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (8.1)$$

$$c_v T_{i+1} \left[\left(m_5 + \int_{\theta_5}^{\theta_i} \frac{\dot{m}_v}{\omega_2} d\theta \right) + \frac{\dot{m}_{v_{i+1}} + \dot{m}_{v_i}}{2\omega_2} (\theta_{i+1} - \theta_i) \right] -$$

$$-U_{\theta 5} = - \int_{\theta_5}^{\theta_i} P dV - \left[\frac{P_{i+1} + P_i}{2} (V_{i+1} - V_i) \right] + \quad (8.2)$$

$$+ c_p T_{\infty} \left[\left(\int_{\theta_5}^{\theta_i} \frac{\dot{m}_v}{\omega_2} d\theta \right) + \frac{\dot{m}_{v_{i+1}} + \dot{m}_{v_i}}{2\omega_2} (\theta_{i+1} - \theta_i) \right]$$

$$\frac{P_{i+1} V_{i+1}}{R T_{i+1}} = \left[\left(m_5 + \int_{\theta_5}^{\theta_i} \frac{\dot{m}_v}{\omega_2} d\theta \right) + \frac{\dot{m}_{v_{i+1}} + \dot{m}_{v_i}}{2\omega_2} (\theta_{i+1} - \theta_i) \right] \quad (8.3)$$

Si se comprueba que en algún instante se producen condiciones de bloqueo sónico en la garganta de la tobera, la Ecuación (8.1) se sustituye por la Ecuación (8.4).

$$\dot{m}_{v_{i+1}} = \Psi_v \rho_0 A_v c_0 \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (8.4)$$

En cuanto al coeficiente de flujo, Ψ_v , hay que considerar lo siguiente:

- Ψ_v , es una función conocida de L_1/L_2 , ver Figura (7.1). Dicha función está dada por la Expresión (8.5) (y luego habrá otra distinta para el escape):

$$\Psi_v = 2,4 (L_1/L_2) \quad (8.5)$$

- En la práctica, las válvulas no se abren ni se cierran instantáneamente sino que lo hacen con una determinada ley encaminada a que las aceleraciones no sean grandes. Una ley representativa del movimiento de la válvula de admisión (representada como $L_1/L_2 = f(\theta)$) es la que se muestra en la Expresiones (8.6a), (8.6b) y (8.6c).

$$\theta = 0 \rightarrow 90; \quad \frac{L_1}{L_2} = 0,25 \frac{1 - \cos\left(\pi \frac{\theta}{90}\right)}{2} \quad (8.6a)$$

$$\theta = 90 \rightarrow 140; \quad \frac{L_1}{L_2} = 0,25 \quad (8.6b)$$

$$\theta = 140 \rightarrow 230; \quad \frac{L_1}{L_2} = 0,25 \frac{1 - \cos\left[\pi \left(1 + \frac{\theta-140}{90}\right)\right]}{2} \quad (8.6c)$$

- El gas en la admisión se considera ideal y, por tanto, $\gamma = 1.4$. Por otro lado, la presión dinámica, P_{din} en la toma es del orden de:

$$P_{din} = \frac{1}{2} \rho_{\infty} u_{\infty}^2 = \frac{1}{2} 1,17 \frac{kg}{m^3} \left(33,3 \frac{m}{s}\right)^2 = 665 Pa \quad (8.7)$$

Que es mucho menor que los 100.000 Pa de la presión estática, por lo que en las ecuaciones (8.1), (8.2), (8.3) y (8.4), $\rho_0, c_0,$ y P_0 se sustituyen por $\rho_{\infty}, c_{\infty},$ y P_{∞} , respectivamente.

- En la Ecuación (8.2) tenemos que:

$$c_v = 717 J/kgK \text{ y } c_p = 1.004 J/kgK.$$

- El punto de comienzo de la integración es $\theta_5 = 0$.
- La energía interna U_{θ_5} en la cámara al principio del comienzo del proceso de admisión se estima sabiendo que la masa de gases en la cámara al final de proceso de escape es de 0,02 gr y que la temperatura es 1.000 K, aproximadamente.

Obviamente, estos valores no son conocidos *a priori* sino que es necesario llevar a cabo un proceso iterativo de resolución de todo el modelo hasta que dichos parámetros converjan a su valor final. En una situación real, dichos valores de partida para empezar a iterar pueden estimarse a partir de una hipótesis de ciclo ideal.

$$U_{\theta_5} = 0,02 \times 10^{-3} kg \times 717 \frac{J}{kgK} \times 1000 K = 14,3 J \quad (8.8)$$

- Con los valores especificados de los parámetros del mecanismo biela-manivela, el volumen (en m^3) de la cámara de combustión es:

$$\frac{V(\theta)}{5 \times 10^{-4}} = \left\{ 0,111 + \frac{1}{2} \left[4 + 1 - \cos(\theta) - (16 - \sin^2(\theta))^{1/2} \right] \right\} \quad (8.9)$$

En estas condiciones, la resolución de las ecuaciones (8.1), (8.2) y (8.3) (y/o (8.4)) permite obtener los perfiles de flujo másico que entra en la cámara, presión, temperatura y número de Mach, que se muestran en las figuras (8.1), (8.2), (8.3) y (8.4).

En la Figura 8.1 puede observarse que, de acuerdo con el modelo, la evolución del flujo másico de gas hacia la cámara de combustión dista mucho de ser constante, de hecho, tiene un máximo hacia los 80° de ángulo de giro del cigüeñal y presenta valores negativos (el flujo sale de la cámara hacia el colector de admisión) para ángulos de giro del cigüeñal posteriores al momento en que el pistón alcanza el punto muerto inferior.

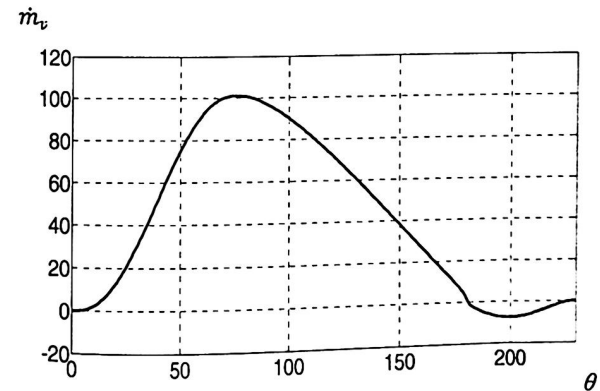


Figura 8.1. Flujo másico de gas hacia la cámara durante la admisión (gr/s) en función del ángulo de giro del cigüeñal (grados)

El perfil de presiones (Figura 8.2), muestra una depresión muy acentuada hacia los 40° de ángulo de giro del cigüeñal, que está asociada al aumento rápido del volumen de la cámara de combustión, debido al descenso del pistón. A partir de ahí, el pistón va decelerando hasta llegar al punto muerto inferior y el gas sigue llenando la cámara, por lo que la presión aumenta.

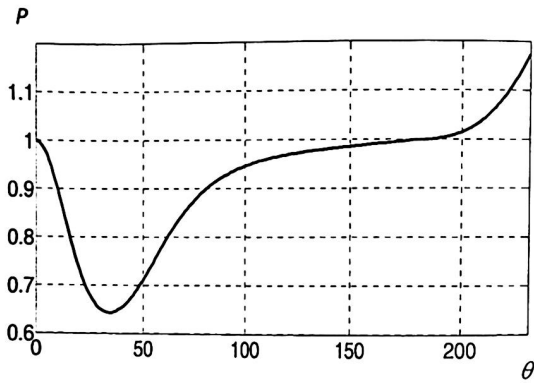


Figura 8.2. Presión en la cámara durante la admisión (bar) en función del ángulo de giro del cigüeñal (grados)

En cuanto a la temperatura (Figura 8.3) hay que tener en cuenta que al principio del proceso de admisión en la cámara existen gases residuales a alta temperatura que provienen del ciclo termodinámico anterior. La masa de estos gases es pequeña y a medida que entra gas a temperatura ambiente al colector de admisión, la temperatura media del gas en la cámara decrece rápidamente.

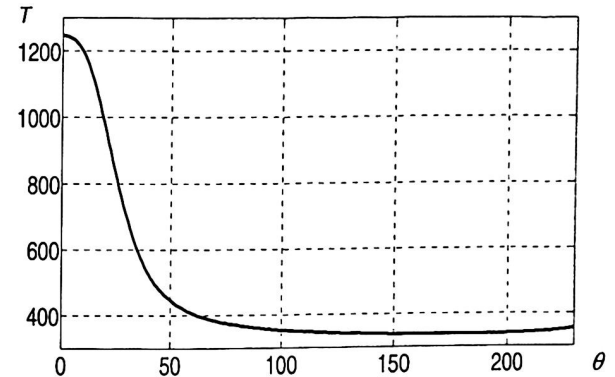


Figura 8.3. Temperatura la cámara durante la admisión (K) en función del ángulo de giro del cigüeñal (grados)

Por último, se observa que para el ejemplo propuesto, no se alcanzan condiciones sónicas en la válvula de admisión (Figura 8.4).

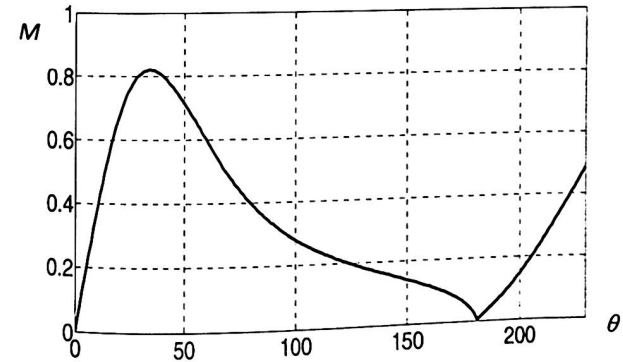


Figura 8.4. Número de Mach en la válvula durante la admisión en función del ángulo de giro del cigüeñal (grados)

La masa total de gas que hay en la cámara se calcula mediante la expresión:

$$m_{\text{camara}} = m_5 + \int_0^{230} \frac{\dot{m}_v(\theta)}{\omega_2} d\theta \quad (8.10)$$

Y en este caso concreto, vale 0,54 gr.

8.3.2. Proceso de compresión

Las incógnitas de este proceso son dos: presión P y temperatura T en la cámara. En la integración, dicha presión y temperatura arrancan desde los valores obtenidos al final del proceso de admisión.

La duración de este proceso de compresión es desde $\theta = 230$ (final de la admisión hasta $\theta = 330$ (comienzo de la adición de calor-combustión). Nótese que la combustión va a empezar 30 grados, $\theta_s = 30$, antes del punto muerto superior del pistón ($360 - 30 = 330$).

Las dos ecuaciones del problema son:

$$0 = P \frac{dV}{d\theta} + m_c c_v \frac{dT}{d\theta} + \frac{\dot{A}_g A(\theta) [T - T_w]}{\omega_2} \quad (8.11)$$

y

$$PV = m_c RT \quad (8.12)$$

donde,

- La masa de gases en la cámara m_c es conocida del final del proceso de admisión.
- $c_v = 717$ J/kgK y $R = 287$ J/kgK, respectivamente (que son los del gas ideal)
- \dot{A}_g viene dada por la expresión:

$$\dot{A}_g = 0,013 P^{0,8} U_m^{0,8} b^{-0,2} T^{-0,55} \quad (8.13)$$

siendo,

$$U_m = 2,28 \bar{U}_p \quad (8.14)$$

donde, \bar{U}_p es la velocidad media del pistón:

$$\bar{U}_p = \frac{4 \times 0,043}{(2\pi/314)} \frac{m}{s} = 8,6 \frac{m}{s} \quad (8.15)$$

- El área lateral de la cámara $A(\theta)$ se obtiene a partir del volumen $V(\theta)$:

$$A(\theta) = \frac{\pi b^2}{2} + \frac{4V(\theta)}{b} \quad (8.16)$$

- La temperatura T_w de las paredes de la cámara se considera que es de 450 K. Este es un valor realista para el tipo de motor considerado pero, en cualquier caso, el valor exacto debería obtenerse de manera iterativa

mediante un balance de flujos de calor entre el calor transferido en la cámara, la conducción a través del bloque del motor y el calor disipado en el circuito de refrigeración.

La integración de las ecuaciones (8.11) y (8.12) puede realizarse mediante un simple método de Euler, o bien, utilizando cualquier programa de resolución de ecuaciones diferenciales disponible en la universidad.

La evolución de los perfiles de presión, temperatura, coeficiente de transferencia de calor por convección y flujo de calor cedido por el gas en la cámara al bloque del motor se muestran en las Figuras 8.5, 8.6, 8.7 y 8.8, respectivamente.

Como cabe esperar en un proceso de compresión, tanto la presión Figura 8.5) como la temperatura del gas (Figura 8.6), aumentan progresivamente en función del tiempo.

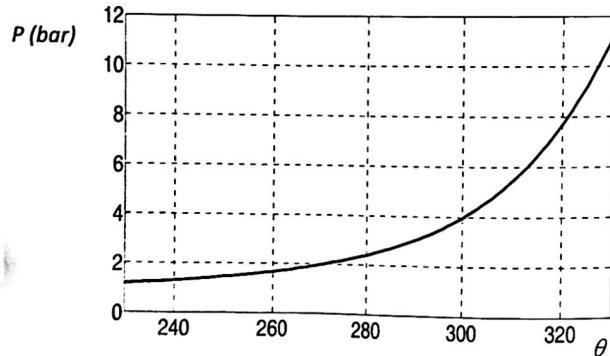


Figura. 8.5. Presión en la cámara durante la compresión (bar) en función del ángulo de giro del cigüeñal (grados)

De la misma manera, el coeficiente de transferencia de calor por convección también crece de manera continua, ya que (ver Expresión 6.9) este depende de manera casi lineal de la presión (que se multiplica por 10 durante el proceso de compresión, Figura 8.5) y es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la temperatura (que solo se multiplica por un factor de 2, Figura 8.6).

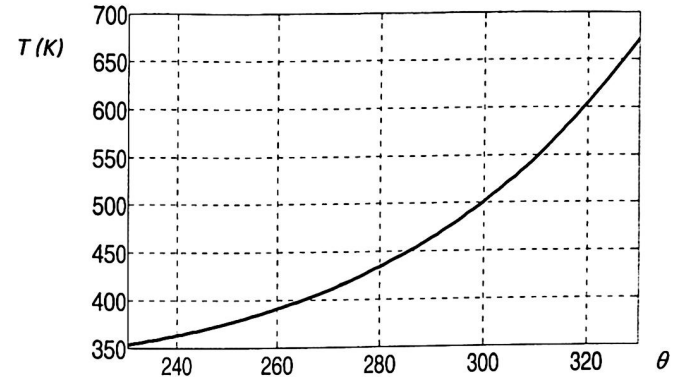


Figura. 8.6. Temperatura en la cámara durante la compresión (K) en función del ángulo de giro del cigüeñal (grados)

Por último, en cuanto al flujo de calor (Figura 8.8) se observa que al principio del proceso las paredes de la cámara están a mayor temperatura que el gas y, por tanto, el flujo de calor se dirige desde estas hacia la cámara; mientras que a partir de los 290°, aproximadamente, de ángulo de giro del cigüeñal, el gas ya está a mayor temperatura que el bloque del motor y el sentido de la transferencia de calor se invierte.

Durante el proceso de integración es posible almacenar el calor evacuado durante cada incremento de ángulo y sumar al final. En este caso, el calor neto trans-

ferido al bloque del motor es prácticamente nulo (0,8 J) ya que como se observa en la Figura 8.8, hay calor que entra (negativo) y calor que sale (positivo).

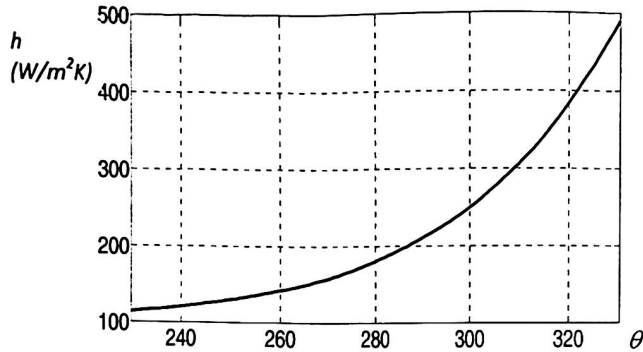


Figura. 8.7. Coeficiente de transferencia de calor por convección (W/m²K) en función del ángulo de giro del cigüeñal (grados)

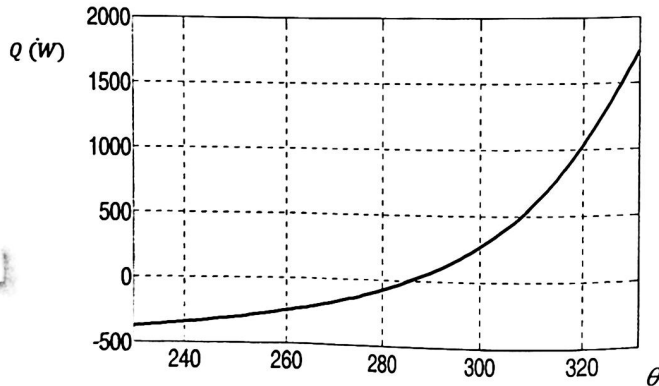


Figura. 8.8. Flujo de calor (W) cedido por el gas al bloque del motor en función del ángulo de giro del cigüeñal (grados). Los valores negativos indican que el bloque cede calor al gas.

8.3.3. Proceso de combustión

Se considera que $Q_{total} = 1.650 J$ por ciclo termodinámico. Esto corresponde a suponer que los gases en la cámara son una mezcla estequiométrica compuesta por 0,037 gr de combustible y 0,54 gr de aire.

El proceso dura 60 grados de ángulo de giro de cigüeñal ($\theta_d = 60$) y comienza 30 grados antes del punto muerto superior ($\theta_s = 30$). Esto significa que el proceso de integración se realiza desde $\theta_c = 330$, hasta $\theta = 390$.

La relación de calores específicos que se considera durante este proceso (típica de los gases en situación de combustión) es $\gamma = 1,27$. Para una mezcla estequiometría, la relación másica aire-combustible es 15/1, por lo que para simplificar se puede suponer que la R de la mezcla es igual a la R del aire (287 J/kgK).

Las incógnitas del problema son dos: presión, P y temperatura, T en la cámara. Al comienzo de la integración, dicha presión y temperatura toman los valores del final del proceso de compresión.

Las ecuaciones del proceso son:

$$Q_{total} \frac{dX_b(\theta)}{d\theta} = P \frac{dV}{d\theta} + \frac{c_v}{R} \left(P \frac{dV}{d\theta} + V \frac{dP}{d\theta} \right) + \frac{\dot{h}_g A(\theta) [T - T_w]}{w_2} \quad (8.17)$$

$$PV = m_c RT \quad (8.18)$$

En la Ecuación (8.17) Q_{total} es conocido y $X_b(\theta)$ también:

$$X_b(\theta) = \left[1 - \exp \left[-a \left(\frac{\theta - \theta_c}{\theta_d} \right)^n \right] \right] \quad (8.19)$$

El término c_v/R se escribe en función de γ como $1/(\gamma - 1)$.

El coeficiente de transferencia de calor h_g es igual al definido en el proceso de compresión, pero ahora:

$$U_m = 2,28 \bar{U}_p + 0,00324 T_0 \frac{V_d}{V_0} \frac{\Delta P_{cb}}{P_0} \quad (8.20)$$

Utilizando el argumento empleado con anterioridad, las magnitudes de remanso (subíndice 0) se sustituyen por las estáticas y ΔP_{cb} se define como:

$$\Delta P_{cb} = P - P_2 \left[\frac{V_2}{V(\theta)} \right]^\gamma \quad (8.21)$$

Donde el subíndice 2 indica los valores obtenidos al final del proceso de compresión.

La integración de las diferentes ecuaciones permite obtener la evolución de la presión (Figura 8.9), temperatura (Figura 8.10), coeficiente de transferencia de calor (Figura 8.11), flujo de calor cedido al bloque del motor (Figura 8.12) y flujo de calor liberado por el combustible (Figura 8.13).

En el ejemplo propuesto se observa que la presión en la cámara (Figura 8.9) alcanza casi los 80 bar con un desfase de 10° respecto al punto muerto superior del pistón ($\theta = 370^\circ$).

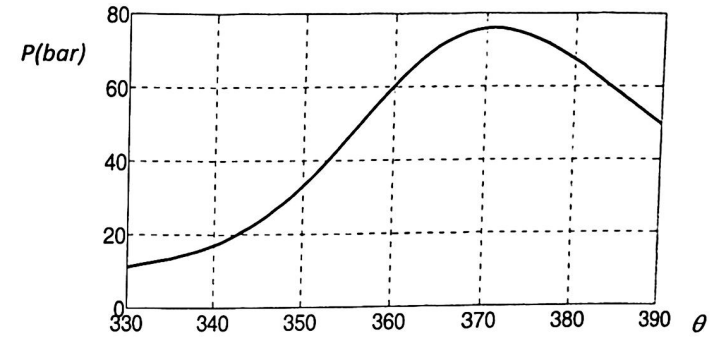


Figura 8.9. Presión en la cámara durante la adición de calor (bar) en función del ángulo de giro del cigüeñal (grados)

La temperatura (Figura 8.10) supera los 3.000 K con un desfase ligeramente mayor ($\theta = 380^\circ$).

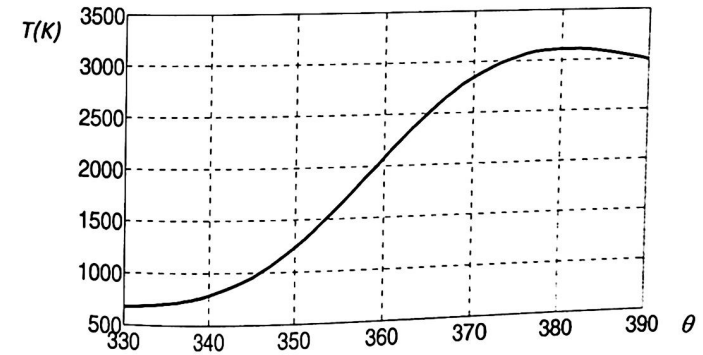


Figura 8.10. Temperatura en la cámara durante la compresión (K) en función del ángulo de giro del cigüeñal (grados)

En cuanto al valor máximo del coeficiente de transferencia de calor (Figura 8.11) hay que resaltar que este alcanza un valor superior a los $1.000 \text{ W/m}^2\text{K}$, que es del orden de 200 veces mayor que los coeficientes de transferencia de calor típicos de la convección natural (en el rango de $5 \text{ W/m}^2\text{K}$ a $10 \text{ W/m}^2\text{K}$).

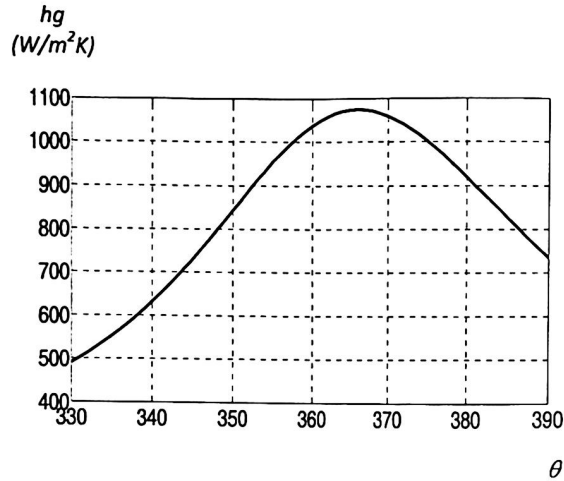


Figura 8.11. Coeficiente de transferencia de calor por convección ($\text{W/m}^2\text{K}$) en función del ángulo de giro del cigüeñal (grados)

El pico de flujo de calor cedido al bloque motor (Figura 8.12) es del orden de 30 kW a 40 kW . Este valor es, puntualmente muy alto, pero se mantiene solo durante unos 30° de ángulo de giro del cigüeñal, y a 3.000 rpm equivale a un tiempo de unas 2 milésimas de segundo, por lo que la transferencia neta de energía en ese intervalo es del orden de 50 a 100 J .

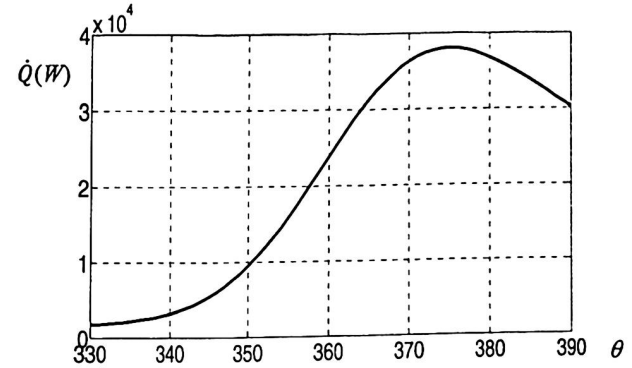


Figura 8.12. Flujo de calor (W) cedido por el gas al bloque del motor en función del ángulo de giro del cigüeñal (grados).

Por último, el calor cedido por el combustible (Figura 8.13), es muy alto (con un pico del orden de MW) pero ocurre en un intervalo pequeño de ángulo de giro del cigüeñal por lo que la liberación neta de energía del combustible está en torno a los 1.500 J .

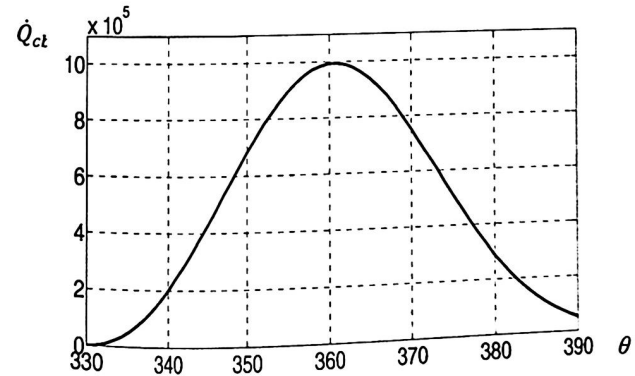


Figura 8.13. Flujo de calor (W) liberado por el combustible en la cámara en función del ángulo de giro del cigüeñal (grados).

Igual que en el proceso de compresión, también es posible calcular el calor transferido al bloque del motor, que en este caso vale 70,4 J.

8.3.4. Proceso de expansión

De nuevo, las incógnitas de este proceso son dos: presión P y temperatura T en la cámara. En la integración, dicha presión y temperatura arrancan desde los valores obtenidos al final del proceso de combustión.

La duración de este proceso de expansión es, desde $\theta = 390$ (final de la combustión, hasta $\theta = 490$ (comienzo del proceso de escape). Como puede observarse, la apertura de la válvula de escape tiene un adelanto de 50 grados respecto a punto muerto inferior ($540 - 50 = 490$).

Las ecuaciones son:

$$0 = P \frac{dV}{d\theta} + mc_v \frac{dT}{d\theta} + \frac{A_g A(\theta) [T - T_w]}{w_2} \quad (8.22)$$

$$PV = mRT \quad (8.23)$$

- El término $A_g(\theta)$ (ver Ecuación 8.13) se modela igual que en el proceso de compresión.
- c_v (que es igual a $R/(\gamma - 1)$), vale 1.063 J/kgK.

La evolución temporal de la presión, temperatura, coeficiente de transferencia de calor y flujo de calor cedido, se muestra en las Figuras 8.14, 8.15, 8.16 y 8.17, respectivamente. En este caso, se comprueba que todas estas variables decrecen monótonamente.

En cuanto a la evolución concreta de la temperatura de los gases en la cámara, es importante notar que esta tiene un valor cercano a los 1.800 K al final del proceso de expansión, lo que significa que toda esta energía en forma de calor se va a desaprovechar, enviándola al exterior durante el proceso de escape.

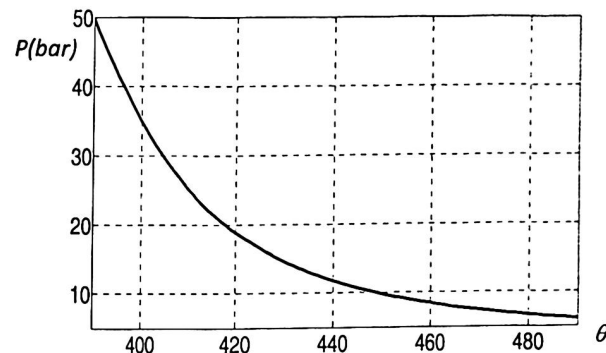


Figura. 8.14. Presión en la expansión (bar) en función del ángulo de giro del cigüeñal (grados)

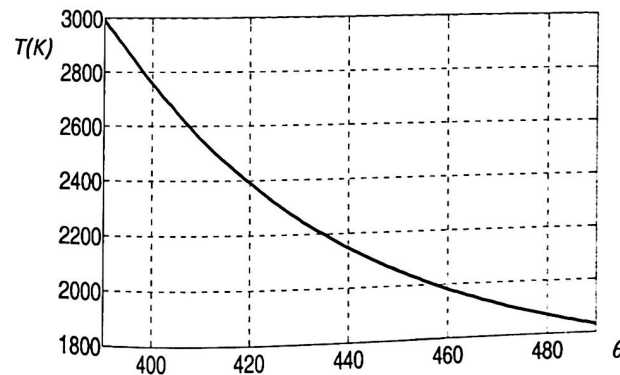


Figura. 8.15. Temperatura en la expansión (K) en función del ángulo de giro del cigüeñal (grados)

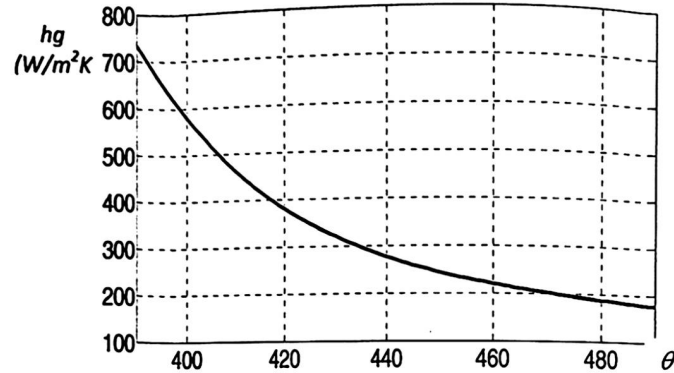


Figura. 8.16. Coeficiente de transferencia de calor por convección (W/m²K) en la expansión en función del ángulo de giro del cigüeñal (grados)

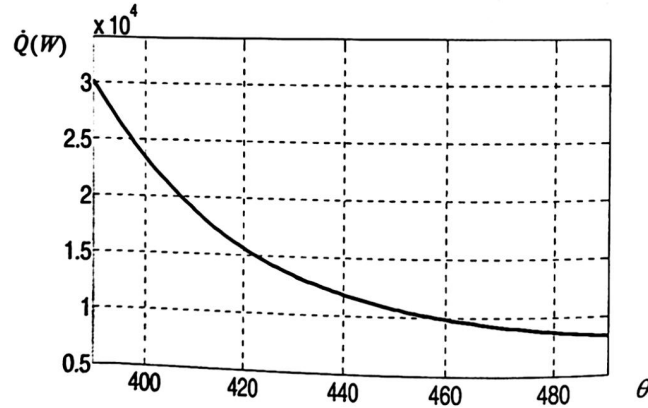


Figura. 8.17. Flujo de calor (W) cedido por el gas al bloque del motor en función del ángulo de giro del cigüeñal (grados)

El calor total transferido al bloque del motor es ahora 78,1 J.

8.3.5. Proceso de escape

Durante el proceso de escape, las variables termodinámicas a obtener de la resolución de las ecuaciones del modelo son:

- Flujo másico que sale de la cámara de combustión: \dot{m}_p .
- Presión en la cámara de combustión: P .
- Temperatura en la cámara de combustión: T .

El proceso se integra desde $\theta = 490$ hasta $\theta = 720$.

Las tres ecuaciones son:

$$\dot{m}_{v_{i+1}} = -\Psi'_v \rho_l A_v c_l \left\{ \frac{2}{\gamma - 1} \left[\left(\frac{P_\infty}{P_{i+1}} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{P_\infty}{P_{i+1}} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (8.24)$$

$$c_v T_{i+1} \left[\left(m_4 + \int_{\theta_4}^{\theta_i} \frac{\dot{m}_v}{\omega_2} d\theta \right) + \frac{\dot{m}_{v_{i+1}} + \dot{m}_{v_i}}{2\omega_2} (\theta_{i+1} - \theta_i) \right] - \quad (8.25)$$

$$-U_{\theta_4} = - \int_{\theta_4}^{\theta_i} P dV - \left[\frac{P_{i+1} + P_i}{2} (V_{i+1} - V_i) \right] +$$

$$+ \left[\left(\int_{\theta_4}^{\theta_i} \frac{\dot{m}_v}{\omega_2} c_p T d\theta \right) + \frac{\dot{m}_{v_{i+1}} c_p T_{i+1} + \dot{m}_{v_i} c_p T_i}{2\omega_2} (\theta_{i+1} - \theta_i) \right]$$

$$\frac{P_{i+1}V_{i+1}}{R T_{i+1}} = \left[\left(m_4 + \int_{\theta_4}^{\theta_i} \frac{\dot{m}_v}{\omega_2} d\theta \right) + \frac{\dot{m}_{v_{i+1}} + \dot{m}_{v_i}}{2\omega_2} (\theta_{i+1} - \theta_i) \right] \quad (8.26)$$

De la misma manera que durante la admisión el coeficiente de flujo, Ψ'_v de la válvula de admisión seguía una determinada ley temporal, ahora el coeficiente de flujo Ψ'_v de la válvula de escape sigue la ley prescrita por las Expresiones (8.27), (8.28a), (8.28b) y (8.28c). Estas leyes que se implementan en el diseño del árbol de levas y en la geometría de la propia válvula, las selecciona el fabricante del motor para optimizar la fluidodinámica del proceso de escape.

$$\Psi'_v = 2,8 (L_1/L_2) \quad (8.27)$$

$$\theta = 490 \rightarrow 580, \quad \frac{L_1}{L_2} = 0,25 \frac{1 - \cos\left(\pi \frac{\theta - 490}{90}\right)}{2} \quad (8.28a)$$

$$\theta = 580 \rightarrow 630, \quad \frac{L_1}{L_2} = 0,25 \quad (8.28b)$$

$$\theta = 630 \rightarrow 720, \quad \frac{L_1}{L_2} = 0,25 \frac{1 - \cos\left[\pi \left(1 + \frac{\theta - 630}{90}\right)\right]}{2} \quad (8.28c)$$

- Los valores de $\gamma, R, c_v, y c_p$ son los mismos que en la expansión.
- ρ_i , se calcula a partir de la masa que hay en la cámara en el instante i , y del volumen de la cámara, que también es conocido.

- c_i se calcula a partir de la temperatura calculada en el instante anterior i .
- θ_5 , vale ahora 490 grados.
- U_{θ_5} , es la energía interna de los gases al final del proceso de combustión y se calcula a partir de la masa, c_v y la temperatura en ese instante (todos conocidos).

Las Figuras 8.18, 8.19, 8.20 y 8.21 muestran la evolución del flujo másico del gas hacia fuera de la cámara, la presión, la temperatura y el número de Mach en la garganta de la válvula de escape, respectivamente.

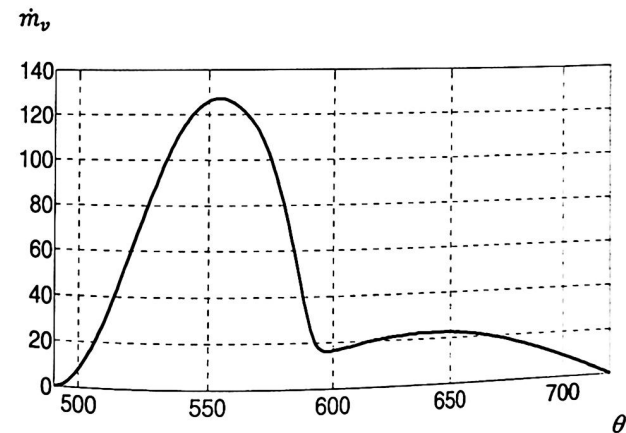


Figura. 8.18. Flujo másico de gas hacia fuera de la cámara durante el escape (gr/s) en función del ángulo de giro del cigüeñal (grados)

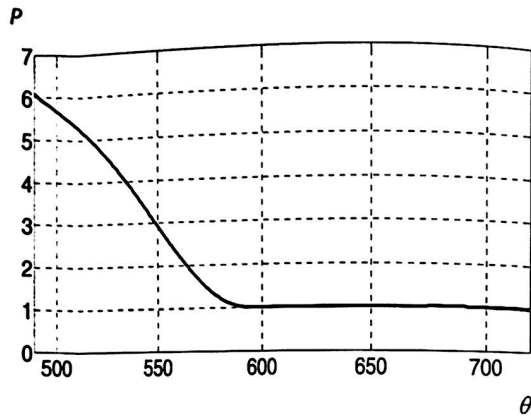


Figura. 8.19. Presión en el escape (bar) en función del ángulo de giro del cigüeñal (grados)

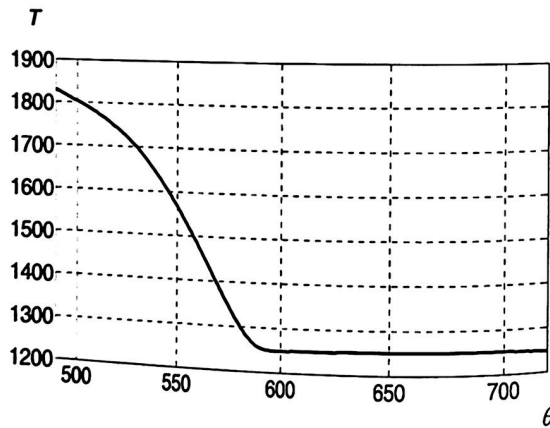


Figura. 8.20. Temperatura en el escape (K) en función del ángulo de giro del cigüeñal (grados)

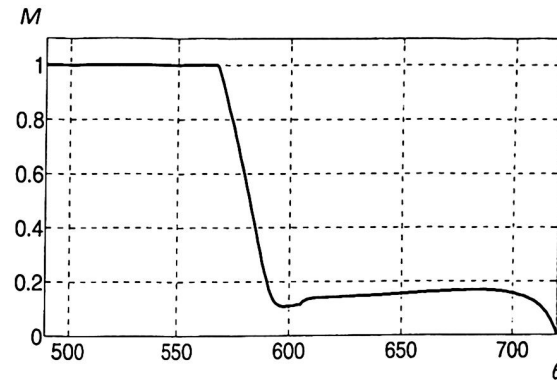


Figura. 8.21. Número de Mach en la válvula durante el escape en función del ángulo de giro del cigüeñal (grados)

En este proceso es importante notar que durante, aproximadamente 90° de ángulo de giro del cigüeñal (ver Figura 8.21), el flujo a través de la válvula de escape se encuentra en condiciones de bloqueo sónico ($m = 1$). Sin embargo, el flujo másico (Figura 8.18) sigue variando porque el área de la garganta de la válvula varía (ver Ecuación 8.28b). Es decir, se produce una sucesión de estados de bloqueo sónico para cada una de las áreas crecientes de apertura de la válvula de escape.

Desde el punto de vista físico, este bloqueo sónico se debe a que al final del proceso de expansión (Figura 8.14), la presión en la cámara era del orden de 5 bar que es bastante mayor que la presión atmosférica que existe al final del conducto de escape.

En este caso, la integral del flujo másico vale 0,54 gr lo cual significa que la masa que queda en la cámara al final del proceso de escape es: 0,02 gr.

8.3.6. Resumen del ciclo

A modo de resumen, en las Figuras 8.22 y 8.23, se muestra la composición de la evolución de los perfiles de presión y temperatura a lo largo de los 5 procesos:

1. Admisión.
2. Compresión
3. Combustión.
4. Expansión.
5. Escape,

que integran el ciclo termodinámico del motor que dura 2 vueltas de ángulo de giro del cigüeñal (720°).

El fenómeno (Figura 8.22) de que la presión sea baja (casi la ambiente) durante la mayor parte del ciclo y que exista un pico de casi 80 bar, anticipa el hecho, que se detallará en el Capítulo 10, de que el diseño mecánico del motor tiene que ser muy robusto porque las cargas máximas son muy altas y las cargas de fatiga (asociadas a la variación cíclica de las cargas máximas) también lo son.

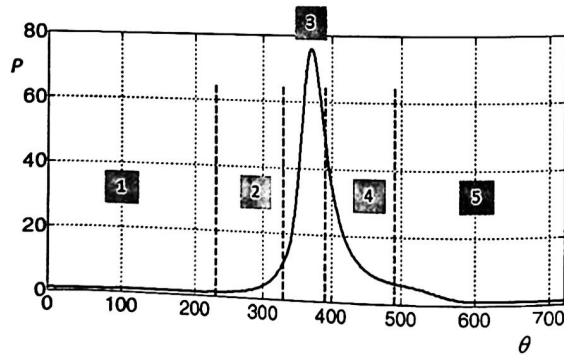


Figura 8.22. Presión a lo largo del ciclo según los procesos. 1: admisión, 2: compresión, 3: combustión, 4: expansión, 5: escape.

En el caso de aplicación que se ha mostrado, esa presión de aproximadamente 80 bar, da lugar a una fuerza sobre el pistón de diámetro 86 mm (ver Sección 8.2) de algo más de 4 toneladas, que se repite cada 4 centésimas de segundo, que es lo que dura un ciclo completo de motor a 3.000 rpm.

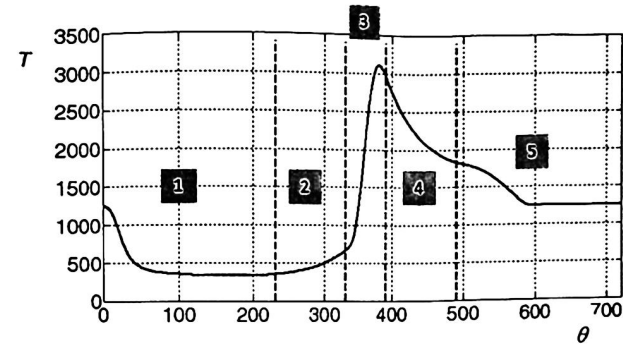


Figura 8.23. Temperatura a lo largo del ciclo según los procesos. 1: admisión, 2: compresión, 3: combustión, 4: expansión, 5: escape.

Por último, el diagrama $P-V$ del ciclo de motor desarrollado se muestra en la Figura 8.24 a efectos de comparación con el ciclo de la Figura 8.25.

Este último ciclo se ha calculado para el mismo motor en el mismo punto de operación pero con el modelo de cinética química en la formulación del proceso de combustión (tal como se desarrolló en el Capítulo 5) en vez de utilizar el modelo de deposición de calor. Lo más relevante de dicha comparación es el valor máximo que alcanza la presión en la cámara que es menor cuando se utiliza el modelo de cinética química.

Como ya se explicó en el Capítulo 5, esto se debe a que, en este caso, parte de la energía del combustible se invierte en la formación de las distintas especies químicas.

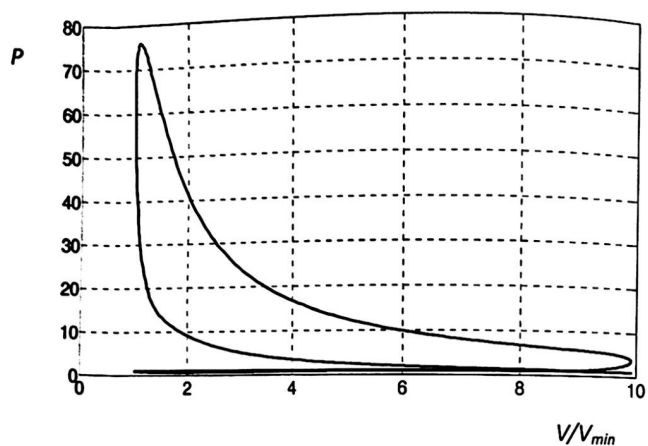


Figura. 8.24. Diagrama P-V del ciclo con deposición de calor.

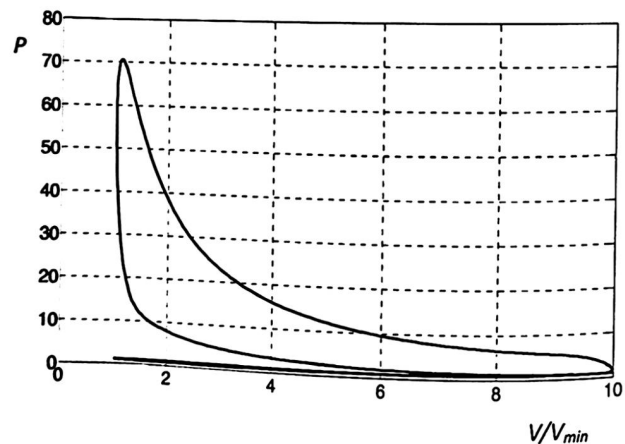


Figura. 8.25. Diagrama P-V del ciclo con combustión.

En las Figuras 8.26 y 8.27 se muestra la comparación en detalle de los perfiles de presión y temperatura a lo largo del ciclo en función del ángulo de giro del cigüeñal.

Las diferencias relativas en los perfiles de temperatura son mayores que en los perfiles de presión. Por ejemplo, la discrepancia en la temperatura máxima durante la combustión es del 17%, y del orden del 8% durante la expansión y el escape. La razón principal para estas diferencias es que en el ciclo con deposición de calor, el gas se considera ideal con γ constante, mientras que en ciclo con combustión esta hipótesis ya no se mantiene.

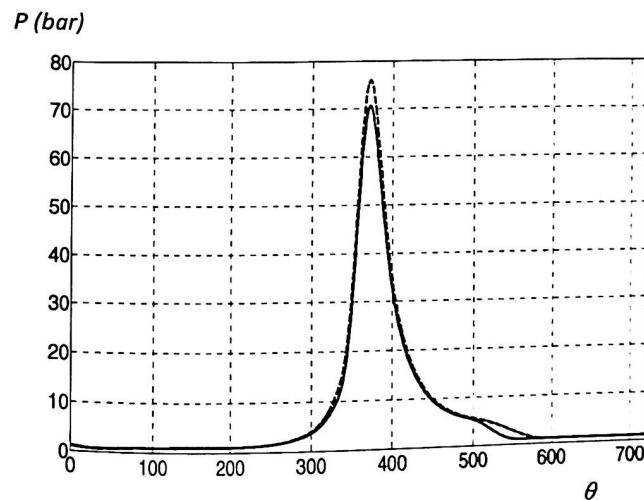


Figura. 8.26. Evolución de la presión en la cámara en función del ángulo de giro del cigüeñal. Ciclo con deposición de calor: línea discontinua. Ciclo con combustión: línea continua.

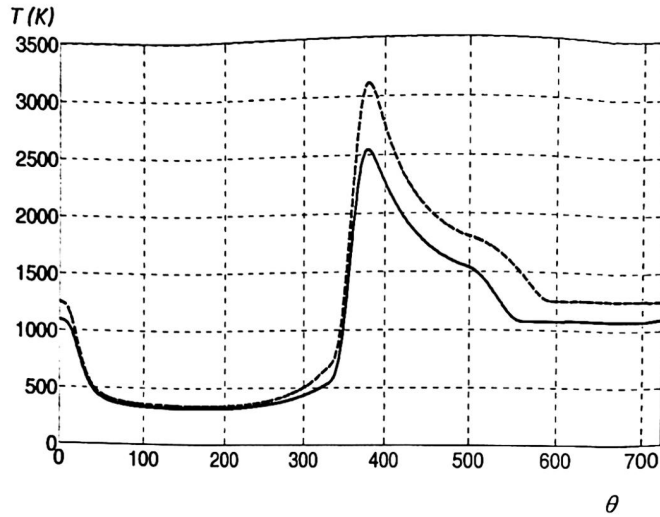


Figura. 8.27. Evolución de la temperatura en la cámara en función del ángulo de giro del cigüeñal. Ciclo con deposición de calor: línea discontinua. Ciclo con combustión: línea continua.

8.4. BALANCE DE ENERGÍA DEL MOTOR

Por último, es de interés comparar los balances de trabajo producido y calor intercambiado en ambos ciclos.

En primer lugar se considera el balance en el ciclo con deposición de calor. En este caso, hay que notar que el conjunto de ecuaciones asociadas a todos los procesos tiene una discontinuidad en el paso del proceso de compresión al proceso de combustión.

En particular, se ha supuesto que el gas es ideal con $\gamma = 1,4$ durante la compresión y que durante la deposición de calor, aunque sigue siendo ideal, el valor de γ es el típico de un proceso de combustión (por ejemplo $\gamma = 1,3$) lo que implica que el conjunto de todas las ecuaciones no tiene carácter de ley de conservación aunque los modelos para cada uno de los procesos por separado sí lo tengan. Entonces, esto significa que no va a haber un balance exacto de calor y trabajo sino que hay que esperar diferencias.

En concreto, los resultados (por ciclo) que se han obtenido son:

- Calor liberado por el combustible: 1.639 J.
- Calor contenido en el gas de admisión: 163 J.
- Calor contenido en el gas de escape: 1.031 J.
- Calor neto cedido al bloque durante la compresión: 1 J.
- Calor cedido al bloque durante la adición de calor: 170 J.
- Calor cedido al bloque durante la expansión: 72 J.

Estos mismos resultados resumidos y escritos en porcentajes y referidos al calor liberado por el combustible, son:

- Calor liberado por el combustible: 1.639 J.
- Calor perdido neto en escape-admisión: 868 J (53 %).
- Calor cedido al bloque del motor: 243 J (15 %).
- Trabajo mecánico (calculado como la diferencia entre calor liberado y perdido/cedido): 528 J (32 %).
- Rendimiento: 32 %.

En cuanto al cálculo de trabajo mecánico asociado a los diferentes procesos, se tiene:

- Trabajo durante proceso de admisión: 36 J.
- Trabajo durante proceso de compresión: - 128 J.
- Trabajo durante proceso de adición de calor: 176 J.
- Trabajo durante proceso de expansión: 583 J.
- Trabajo durante proceso de escape: - 18 J.

Lo cual da un trabajo neto de 648 J y un rendimiento del 39% que difiere del calculado anteriormente del 32% debido a la discontinuidad ya explicada en el modelo matemático. La discrepancia en el balance calor-trabajo es de 120 J que representa un 7% del calor liberado por el combustible.

En resumen, con este modelo se calcula un rendimiento del motor que está situado dentro del rango del 32% al 39%. Si se hubiera hecho la hipótesis de ciclo ideal y el rendimiento se hubiera calculado según la Expresión (3.13) del Capítulo 3, éste hubiera sido del 60%, si $\gamma = 1,4$ y del 50%, si $\gamma = 1,3$.

Una de las ventajas de disponer de un modelo es que es fácil realizar modificaciones o explorar rangos paramétricos y, en este sentido, se muestran a continuación los resultados que se obtienen considerando que la γ del gas en los dos procesos de compresión y adición de calor es la misma y vale 1,3. Esta hipótesis tampoco está muy alejada de la realidad porque la γ de un combustible vaporizado típico es cercana a 1 (por ejemplo, la del n-octano es 1,04) de modo que la mezcla aire-combustible en la admisión va a tener un valor de γ inferior a 1,4.

Estos resultados han sido obtenidos considerando que la relación de calores específicos, γ es la misma para los procesos de compresión y combustión y vale 1,3.

- Calor liberado por el combustible: 1.639 J.
- Calor contenido en el gas de admisión: 203 J.
- Calor contenido en el gas de escape: 907 J.
- Calor neto cedido al bloque durante la compresión: 1 J.
- Calor cedido al bloque durante la adición de calor: 184 J.
- Calor cedido al bloque durante la expansión: 72 J.

Estos mismos resultados resumidos y escritos en porcentajes y referidos al calor liberado por el combustible, son:

- Calor liberado por el combustible: 1.639 J.
- Calor perdido neto en escape-admisión: 704 J (43%).
- Calor cedido al bloque del motor: 257 J (16%).
- Trabajo mecánico (calculado como la diferencia entre calor liberado y perdido/cedido): 678 J (41%).
- Rendimiento: 41%.

Por otro lado, el cálculo del trabajo mecánico asociado a los diferentes procesos proporciona los siguientes resultados:

- Trabajo durante proceso de admisión: 37 J.
- Trabajo durante proceso de compresión: - 117 J.

- Trabajo durante proceso de adición de calor: 192 J.
- Trabajo durante proceso de expansión: 585 J.
- Trabajo durante proceso de escape: - 19 J.

Lo cual da un trabajo neto de 678 J y un rendimiento del 41% exactamente igual al calculado mediante el balance de calores liberados y cedidos. Es decir, en este caso el conjunto de todas las ecuaciones tiene el carácter de ley de conservación.

Hasta ahora los cálculos del modelo del motor que se han realizado en esta sección se han realizado con el modelo de deposición de calor (Ecuación 8.17), en el proceso de combustión.

Entonces, lo que queda por hacer ahora es repetir dichos cálculos utilizando el modelo de cinética química, desarrollado en el Capítulo 5, para evaluar las diferencias asociadas al caso de los dos modelos.

Así, cuando se utiliza el modelo de cinética química, los resultados obtenidos son:

- Calor liberado por el combustible: 1.660 J.
- Calor contenido en el gas de admisión: 199 J.
- Calor contenido en el gas de escape: 1.051 J.
- Calor neto cedido al bloque durante la compresión: 2 J.
- Calor cedido al bloque durante la adición de calor: 124 J.
- Calor cedido al bloque durante la expansión: 92 J.

En resumen:

- Calor liberado por el combustible: 1.660 J.
- Calor perdido neto en escape-admisión: 852 J (51%).
- Calor cedido al bloque del motor: 218 J (13%).
- Trabajo mecánico (calculado como la diferencia entre calor liberado y perdido/cedido): 590 J (36%).
- Rendimiento: 36%.

Si se calculan los trabajos realizados por separado en cada proceso, se tiene:

- Trabajo durante proceso de admisión: 36 J.
- Trabajo durante proceso de compresión: - 117 J.
- Trabajo durante proceso de adición de calor: 176 J.
- Trabajo durante proceso de expansión: 584 J.
- Trabajo durante proceso de escape: - 17 J.

Lo cual da un trabajo neto de 662 J y un rendimiento del 40%.

La discrepancia con los 590 J calculados con el balance de calores liberados y cedidos es de 72 J (un 4% del calor liberado por el combustible) y está, de nuevo, asociada a la discrepancia que existe en el modelo entre los parámetros termodinámicos al final del proceso de compresión y al principio del proceso de combustión.

En resumen, los resultados obtenidos (sujetos a variaciones en las hipótesis) han sido los siguientes:

Tabla 8.1. Rango de rendimientos de ciclo obtenidos con los tres tipos de modelos desarrollados: ciclo ideal, ciclo con deposición de calor y con ciclo con módulo de cinética química

Modelo	Rendimiento
Ciclo ideal	50% a 60%
Motor con modelo de deposición de calor en la combustión	32% a 41%
Motor con modelo de cinética química en la combustión	36% a 40%

Lo que puede observarse en el resumen de los datos mostrados en la Tabla 8.1 es que el rendimiento calculado de ciclo tiende a disminuir cuando se abandona la hipótesis de ciclo ideal, y que el rango de incertidumbre asociado al hecho de que haya discontinuidades en algunos de los parámetros de los procesos también decrece a medida que el modelo que se implementa es más sofisticado.

En este sentido, una evolución natural del modelo desarrollado que reduciría aún más el rango de incertidumbres del mismo, sería suponer que las propiedades del gas no son constantes durante los procesos de compresión y expansión, si no que dependen de la temperatura.

8.5. PROGRAMA DE CÁLCULO DEL MODELO DE MOTOR

El lector interesado podrá descargar los programas de cálculo asociados al modelo de motor explicado, tanto en su versión de 32 bits como de 64 bits. Estos programas recogen el modelo de motor con cinética química, así como el modelo con deposición de calor y sus correspondientes manuales de uso.

Estos programas están disponibles en la dirección URL de la Universidad Politécnica de Madrid: oa.upm.es/30469, así como en la de la editorial Garceta <http://www.garceta.es>.

RESUMEN E IDEAS IMPORTANTES

- El modelo propuesto presenta (en aras de la simplicidad y de que el alumno pueda resolverlo fácilmente) una discontinuidad en el valor de la relación de calores específicos: 1.4 durante la compresión y 1.3 durante la combustión. Esto hace que aunque las ecuaciones de cada proceso por separado sean conservativas, el conjunto no lo sea.
- Los resultados obtenidos con el modelo muestran que, en situaciones típicas, aproximadamente la mitad de la energía (medida en julios) introducida en la cámara se pierde por el sistema de escape, un 15 % se cede en forma de calor al bloque del motor, y el (aproximadamente) 35 % restante se convierte en trabajo mecánico.
- En esas mismas situaciones típicas, representativas de un motor de automoción, el contenido energético del gas en cámara es del orden de 1,500 julios por cada ciclo termodinámico (a 3,000 rpm tienen lugar 25 ciclos por segundo).
- Los resultados obtenidos muestran que cuando se aumenta el nivel de sofisticación del modelo de motor tiende a disminuir tanto el rendimiento calculado como la banda de incertidumbre de dicho rendimiento debido al uso de hipótesis simplificadoras.

CAPÍTULO 9

CINEMÁTICA

Contenido

- 9.1. Introducción.
- 9.2. Cinemática del mecanismo biela-manivela.
- 9.3. Soluciones en forma de desarrollos en serie.

9.1. INTRODUCCIÓN

En los capítulos 1 a 8 se ha descrito un modelo de motor que, en última instancia, permite obtener una distribución de presiones en el cilindro en función del ángulo de giro del cigüeñal (que equivale al tiempo). Ahora, la cuestión es analizar como esa evolución temporal de la presión se traduce en una evolución temporal del momento torsor en el eje del motor (cigüeñal).

Este problema se puede resolver de muchas maneras distintas, tal como el lector puede comprobar consultando cualquier libro de cinemática y dinámica de mecanismos. La aproximación que se va a seguir aquí es la de utilizar el *Método de los Trabajos Virtuales*, que el lector ya conoce de otras asignaturas, para relacionar el momento torsor en el eje y la distribución de presiones en el cilindro.

El Método de los Trabajos Virtuales lo que hace, en el fondo, es formular una ley de conservación que dice que el trabajo en un mecanismo ni se crea ni se destruye y, en este sentido, debe verse como otra ley de conservación más del tipo de las que se han descrito ya en otras asignaturas.

Por otro lado, al tratarse de una formulación que involucra el cálculo de trabajos es obvio que, como paso previo, debe conocerse toda la cinemática del mecanismo, o lo que es lo mismo: todas las velocidades y aceleraciones de sus componentes. Por eso, este capítulo va estar dedicado a la cinemática del mecanismo biela-manivela y será en el siguiente donde se aplique el Método de los Trabajos Virtuales para obtener la dinámica del mismo.

9.2. CINEMÁTICA DEL MECANISMO BIELA-MANIVELA

El mecanismo biela-manivela es un mecanismo muy sencillo de un solo grado de libertad cuya cinemática es posible formularla en función del ángulo de giro del cigüeñal. Un esquema de dicho mecanismo y el sistema de referencia que se va a utilizar en su análisis se muestran en la Figura 9.1

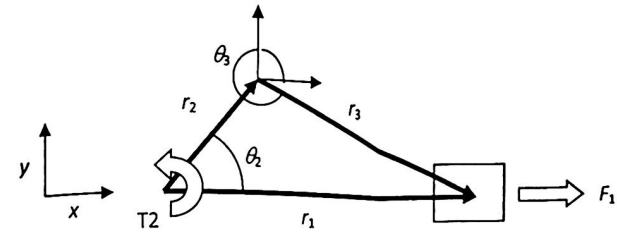


Figura 9.1. Mecanismo biela-manivela

La nomenclatura utilizada en la Figura 9.1 para los tres componentes que forman el mecanismo es:

- Elemento 1: pistón.
- Elemento 2: manivela.
- Elemento 3: biela.
- Momento 2: Momento torsor en el cigüeñal (positivo en el sentido contrario a las agujas del reloj, sistema internacional).
- F_1 , Fuerza 1: fuerza de los gases en el pistón (positiva a la derecha, sistema internacional).
- θ_2 : Ángulo que forma la manivela con respecto al eje x (es positivo en el sentido contrario a las agujas del reloj, sistema internacional).
- θ_3 : Ángulo que forma la biela con respecto al eje x (es positivo en el sentido contrario a las agujas del reloj, sistema internacional).

En concreto, de lo que se trata es de obtener los valores $r_1(t)$, $\dot{r}_1(t)$, $\ddot{r}_1(t)$, $\theta_2(t)$, $\dot{\theta}_2(t)$, $\ddot{\theta}_2(t)$ y $\dot{\theta}_3(t)$ como funciones de $r_2, r_3, \theta_2(t)$ y $\dot{\theta}_2(t) = \omega_2$.

La relación geométrica que existe entre los distintos componentes del mecanismo se expresa en forma de una ecuación vectorial que se denomina *ligadura cinemática* y que en este caso se escribe como:

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_2 + \vec{r}_3 \quad (9.1)$$

Esta Ecuación (9.1) es una ecuación vectorial que también puede escribirse:

$$r_1(t) = r_2 e^{i\theta_2(t)} + r_3 e^{i\theta_3(t)} \quad (9.2)$$

En donde se ha utilizado la notación de números complejos y se ha tenido en cuenta lo siguiente:

- La posición del pistón r_1 es una función del tiempo y no tiene componente en dirección y.
- Las longitudes de la manivela (r_2) y de la biela (r_3) son constantes.
- Los ángulos θ_2 y θ_3 que forman la manivela y la biela con el eje x son función del tiempo.

La Ecuación vectorial (9.2) contiene dos ecuaciones escalares que son:

$$r_1 = r_2 \cos(\theta_2) + r_3 \cos(\theta_3) \quad (9.3)$$

$$0 = r_2 \sen(\theta_2) + r_3 \sen(\theta_3) \quad (9.4)$$

Los parámetros conocidos en estas Ecuaciones (9.3) y (9.4) son:

r_2 , longitud de la manivela,

r_3 , longitud de la biela, y

$\theta_2(t)$, ya que a revoluciones por minuto (rpm) constantes, $\theta_2(t)$ es un factor conocido:

$$\theta_2(t) = \omega_2 \times t$$

en donde ω_2 es la velocidad angular de giro del cigüeñal.

En la realidad esto no es exactamente así, puesto la velocidad angular del cigüeñal ω_2 tiene variaciones con el tiempo debido a que el momento torsor también las tiene y esta es la razón por la que se ponen volantes de inercia en los motores. Pero en una primera aproximación si puede considerarse ω_2 constante.

Por tanto es posible despejar r_1 y θ_3 de las Ecuaciones (9.3) y (9.4) quedando:

$$\theta_3 = \text{asen}[-\lambda \sen(\theta_2)] \quad (9.5)$$

$$r_1 = r_3 [\lambda \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)] \quad (9.6)$$

En donde se ha definido $\lambda = r_2/r_3$.

Ahora, para obtener los campos de velocidades basta con derivar respecto al tiempo las Ecuaciones (9.3) y (9.4):

$$\dot{r}_1 = -r_2 \dot{\theta}_2 \operatorname{sen}(\theta_2) - r_3 \dot{\theta}_3 \operatorname{sen}(\theta_3) \quad (9.7)$$

$$0 = r_2 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_2) + r_3 \dot{\theta}_3 \cos(\theta_3) \quad (9.8)$$

En estas dos ecuaciones las incógnitas a despejar son \dot{r}_1 y $\dot{\theta}_3$ puesto que todos los demás parámetros y variables son conocidos ($\dot{\theta}_2(t) = \omega_2$):

$$\dot{\theta}_3 = \omega_3 = -\omega_2 \lambda \frac{\cos(\theta_2)}{\cos(\theta_3)} \quad (9.9)$$

$$\dot{r}_1 = -r_3 [\lambda \omega_2 \operatorname{sen}(\theta_2) + \omega_3 \operatorname{sen}(\theta_3)] \quad (9.10)$$

Derivando ahora las Expresiones (9.7) y (9.8), suponiendo que la velocidad angular de la manivela ω_2 es constante, y reorganizando los términos se obtienen los campos de aceleraciones:

$$\ddot{\theta}_3 = \alpha_3 = \lambda (\omega_2)^2 \frac{\operatorname{sen}(\theta_2)}{\cos(\theta_3)} + (\omega_3)^2 \frac{\operatorname{sen}(\theta_3)}{\cos(\theta_3)} \quad (9.11)$$

$$\ddot{r}_1 = -r_2 (\omega_2)^2 \cos(\theta_2) - r_3 [\ddot{\theta}_3 \operatorname{sen}(\theta_3) + (\omega_3)^2 \cos(\theta_3)] \quad (9.12)$$

- $r_3 = 0,172 \text{ m.}$
- $r_2 = 0,043 \text{ m.}$
- $\lambda = 0,25$

En las Figuras 9.2, 9.3, y 9.4, se muestran los valores del ángulo de giro de la biela, velocidad angular y aceleración en función del ángulo de giro del cigüeñal.

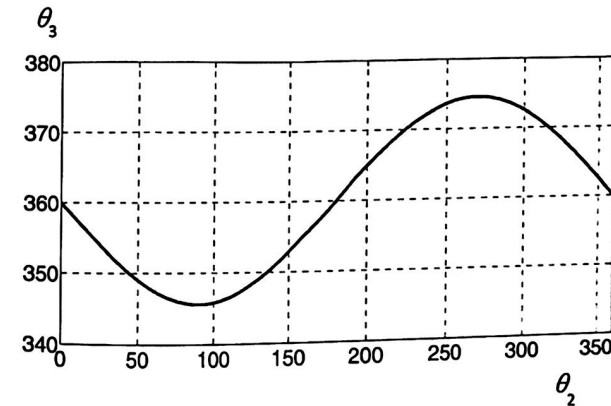


Figura 9.2. θ_3 (grados) en función de θ_2 (grados)

Ejemplo 9.1

A fin de que el lector tenga una apreciación cuantitativa de la información contenida en las soluciones anteriores, se ha seleccionado un mecanismo en el que la manivela (el cigüeñal) gira a 3.000 rpm (314 rad/s) con los siguientes parámetros geométricos que son típicos de motores de cuatro cilindros y cilindrada de 2 litros:

Y en las Figuras 9.5, 9.6, y 9.7 se muestran la posición del pistón, su velocidad, y su aceleración en función, también, del ángulo de giro del cigüeñal.

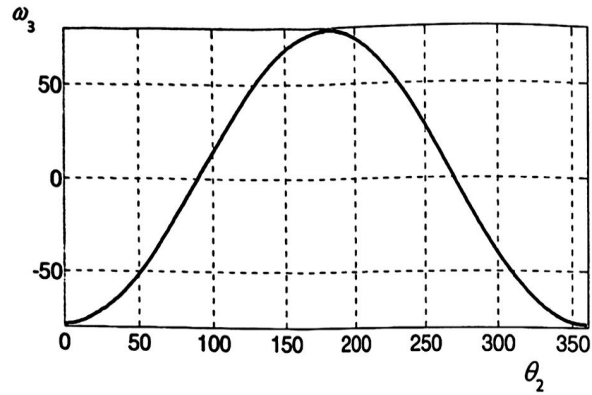


Figura 9.3. ω_3 (rad/s) en función de θ_2 (grados)

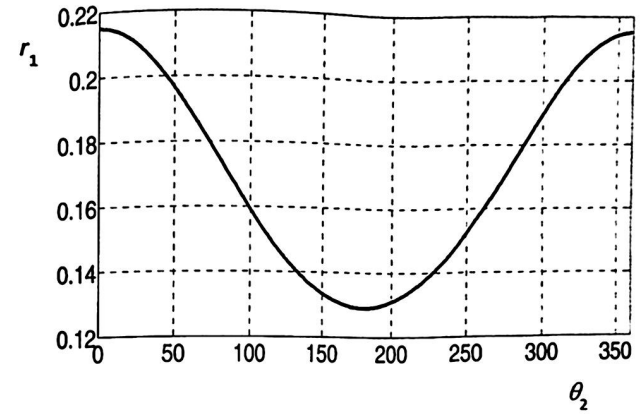


Figura 9.5. r_1 (m) en función de θ_2 (grados)

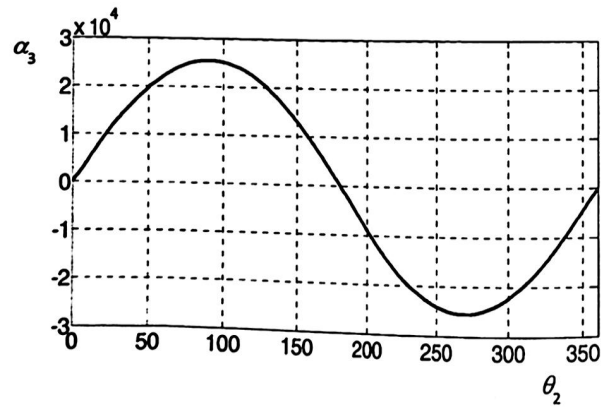


Figura 9.4. α_3 (rad/s^2) en función de θ_2 (grados)

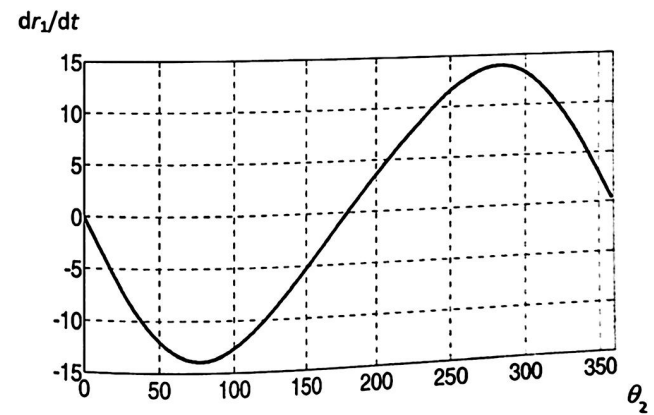


Figura 9.6. dr_1/dt (m/s) en función de θ_2 (grados)

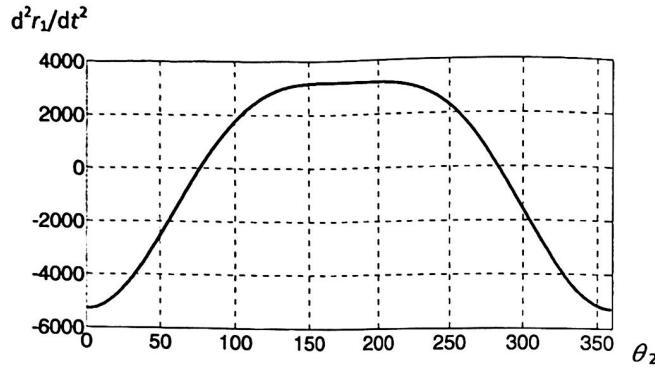


Figura 9.7. d^2r_1/dt^2 (m/s^2) en función de θ_2 (grados)

A la vista de los resultados mostrados en estas figuras, es importante resaltar que para un régimen de giro habitual (3.000 rpm) y unas longitudes de biela y manivela representativas de muchos vehículos de gama media, los valores máximos de las aceleraciones de las partes móviles del mecanismo biela-manivela son enormes. Por ejemplo, la aceleración angular máxima de la biela es del orden de 25.000 rad/s^2 , mientras que la aceleración máxima del pistón es del orden de 5.000 m/s^2 . Asimismo, las fuerzas de inercia asociadas a estas aceleraciones también son enormes y esto da lugar a cargas mecánicas muy fuertes sobre la estructura del motor y de sus componentes; de ahí la robustez mecánica de todos estos sistemas. Si en este caso el pistón pesa alrededor de 1 Kg (que es lo habitual) habrá instantes en el ciclo en los que las fuerzas de inercia asociadas al pistón será de 5.000 N o, lo que es lo mismo, media tonelada.

Además, es importante observar, Ecuaciones (9.11) y (9.12), que las aceleraciones escalan con el cuadrado de la velocidad de giro del cigüeñal de modo que si multiplicamos ésta por dos (por ejemplo, pasando de 3.000 rpm a 6.000 rpm) las aceleraciones y las fuerzas de inercia se multiplican por cuatro. En este caso, la fuerza de inercia asociada al pistón en el ejemplo anterior sería del or-

den de dos toneladas. De ahí que sea importante de cara a que el motor tenga una vida útil larga que el régimen normal de funcionamiento sea a un número moderado de revoluciones.

Por otra parte, la aceleración del pistón también escala linealmente con el tamaño del mecanismo (longitud de la manivela r_2) de modo que en un motor, por ejemplo de aeromodelismo, el efecto de la velocidad angular de giro se ve compensado (en cuanto a las cargas mecánicas) por la longitud de manivela más pequeña y por el menor peso del pistón. De hecho, la fuerza de inercia del pistón escala con el producto de la aceleración y la masa del pistón de modo que:

$$F_{inercia} \sim \text{aceleración} \times \text{masa} \sim [r_2 (\omega_2)^2] \times [\rho \text{ Volumen}] \quad (9.13)$$

En donde ρ es la densidad del material.

En un pistón normal el volumen escala con el área del pistón multiplicada por un factor bastante menor que su altura (que es del orden de la carrera $2 \times r_2$) puesto que los pistones suelen estar huecos para reducir peso y son las nervaduras las que proporcionan la rigidez necesaria, por lo que en última instancia:

$$F_{inercia} \sim (r_2)^4 (\omega_2)^2 \quad (9.14)$$

Como las cargas mecánicas son proporcionales al cociente entre fuerza y área (que escala con $(r_2)^2$), dichas cargas dependerán del tamaño del mecanismo y de la velocidad de giro del cigüeñal de la forma:

$$\text{Cargas}_{mecánicas} \sim (r_2)^2 (\omega_2)^2 \quad (9.15)$$

O sea, que si desea mantener un nivel de cargas parecido para un pistón del mismo material, los aumentos en el régimen de giro tienen que estar compensa-

dos por una disminución proporcional en el tamaño del mecanismo y viceversa. Por ejemplo, en la Tabla 9.1 se muestra el valor del factor ($\omega_2 r_2$) para tres tipos de motores comerciales muy distintos en régimen normal de operación:

Tabla 9.1. Factor ($\omega_2 r_2$) para distintos tipos de motores

Parámetro	Tipo de motor		
	Aeromodelo	Automóvil	Buque
Longitud de manivela r_2 (m)	0,00655	0,04	0,508
Revoluciones ω_2 (rpm)	11.400	2.500	160
Revoluciones ω_2 (rad/s)	1.193	261	16,7
Factor ($\omega_2 r_2$)	7,81	10,44	8,48

En la Tabla 9.1 se puede comprobar que dicho factor ($\omega_2 r_2$) está en el entorno de 8 a 10 para un rango amplísimo de motores muy diferentes. O sea, que las leyes de escala sí se cumplen en la práctica del diseño en ingeniería.

9.3. SOLUCIONES EN FORMA DE DESARROLLOS EN SERIE

Las expresiones obtenidas hasta ahora para los desplazamientos, velocidades y aceleraciones de las distintas partes móviles del mecanismo biela-manivela son muy fáciles de representar utilizando cualquier hoja de cálculo con la que el lector esté familiarizado. Sin embargo, están fuertemente acopladas entre sí y no es fácil hacerse una idea intuitiva de su comportamiento cualitativo. Es, pues, en este contexto, muy útil intentar obtener expresiones analíticas aproximadas que relacionen dichas magnitudes cinemáticas con el ángulo de giro del cigüeñal. Esto se consigue aprovechando el hecho de que el valor de $\lambda = r_2/r_3$ en las cadenas cinemáticas más habituales está en el rango de 1/3 a 1/4 y, por tanto, es

factible hacer un desarrollo en serie de las expresiones obtenidas en el apartado anterior en función del parámetro λ .

Obviamente, puede argumentarse que este valor no es muy pequeño y que, por tanto, las aproximaciones en serie no van a ser muy precisas y va a ser necesario utilizar varios términos del desarrollo. Pues bien, esto es lo que se va a desarrollar a continuación sin perder de vista que la utilidad principal de esta sección es relacionar analíticamente de una manera limpia las magnitudes cinemáticas con el ángulo de giro del cigüeñal y con otros parámetros del problema.

La Expresión (9.5),

$$\theta_3 = \text{asen}[-\lambda \text{sen}(\theta_2)],$$

relaciona el ángulo de giro de la biela θ_3 con el ángulo de giro del cigüeñal θ_2 mediante una función arco-seno. En el argumento de dicha función hay dos términos:

- un término pequeño que es λ , y
- otro término que es $\text{sen}(\theta_2)$ de orden unidad.

Por tanto, se puede hacer un desarrollo en serie de Taylor de la Expresión (9.3) tomando λ como parámetro pequeño. Para ello, hay que recordar que para x pequeños la función arco-seno se desarrolla:

$$\text{asen}(x) \sim x + \frac{1}{2} \frac{x^3}{3} + \dots \quad (9.16)$$

De modo que:

$$\theta_3 = \text{asen}[-\lambda \text{sen}(\theta_2)] \sim -\lambda \text{sen}(\theta_2) - \frac{1}{6} \lambda^3 [\text{sen}(\theta_2)]^3 \quad (9.17)$$

Y así se obtiene una relación directa y analítica (pero aproximada) entre θ_3 y θ_2 .

En concreto, se observa que θ_3 evoluciona con el seno de θ_2 y que el segundo término del desarrollo ya es del orden de λ^3 .

Este proceso se puede repetir para el resto de las magnitudes cinemáticas y los resultados que se obtienen son:

$$r_1 \sim r_3 \left[1 + \lambda \cos(\theta_2) - \frac{1}{2} \lambda^2 [\text{sen}(\theta_2)]^2 \right] \quad (9.18)$$

$$\dot{\theta}_3 \sim -\omega_2 \lambda \cos(\theta_2) - \frac{1}{4} \lambda^3 \omega_2 \text{sen}(\theta_2) \text{sen}(2\theta_2) \quad (9.19)$$

$$\ddot{r}_1 \sim -r_3 \left[\lambda \omega_2 \text{sen}(\theta_2) + \frac{1}{2} \lambda^2 \omega_2 \text{sen}(2\theta_2) \right] \quad (9.20)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_3 \sim & \lambda (\omega_2)^2 \text{sen}(\theta_2) - \frac{1}{4} \lambda^3 (\omega_2)^2 [\cos(\theta_2) \text{sen}(2\theta_2)] \\ & - \frac{1}{4} \lambda^3 (\omega_2)^2 [2\cos(2\theta_2) \text{sen}(\theta_2)] \end{aligned} \quad (9.19)$$

$$\ddot{r}_1 \sim -r_3 [\lambda (\omega_2)^2 \cos(\theta_2) + \lambda^2 (\omega_2)^2 \cos(2\theta_2)] \quad (9.20)$$

En las Figuras 9.8 a 9.13 se muestra la solución exacta de las magnitudes cinemáticas del ejemplo descrito en la sección anterior y su comparación con las soluciones aproximadas reteniendo el primer término del desarrollo en serie de Taylor.

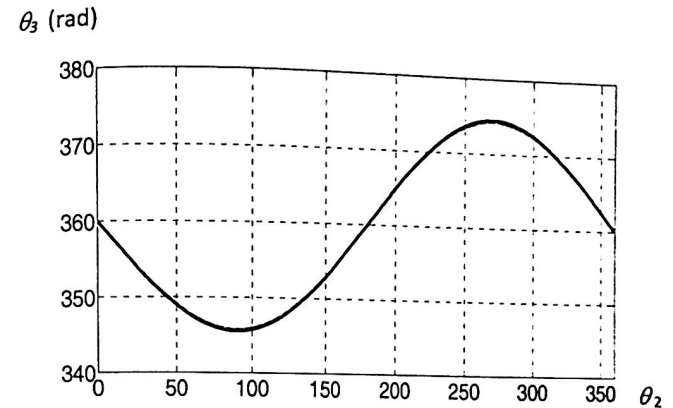


Figura 9.8. Comparación entre la solución exacta de θ_3 (línea continua) y la obtenida reteniendo el primer término de su desarrollo en serie (línea discontinua). Ambas líneas se superponen

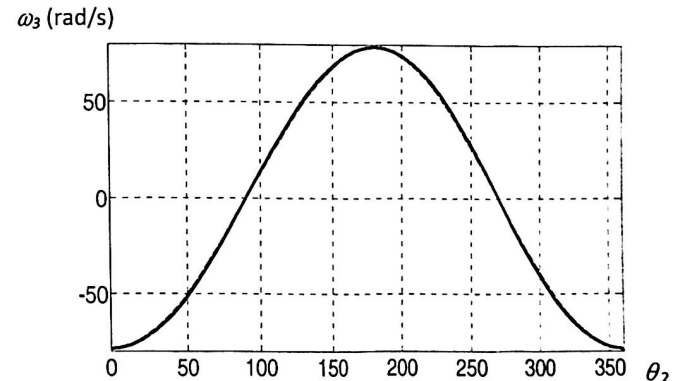


Figura 9.9. Comparación entre la solución exacta de ω_3 (línea continua) y la obtenida reteniendo el primer término de su desarrollo en serie (línea discontinua). Ambas líneas se superponen

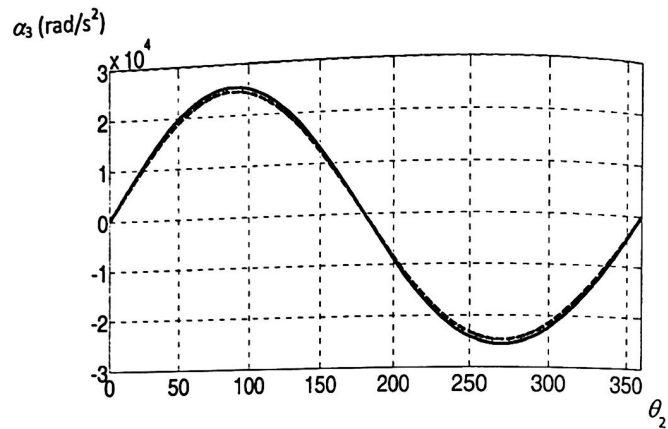


Figura 9.10. Comparación entre la solución exacta de α_3 (línea continua) y la obtenida reteniendo el primer término de su desarrollo en serie (línea discontinua)

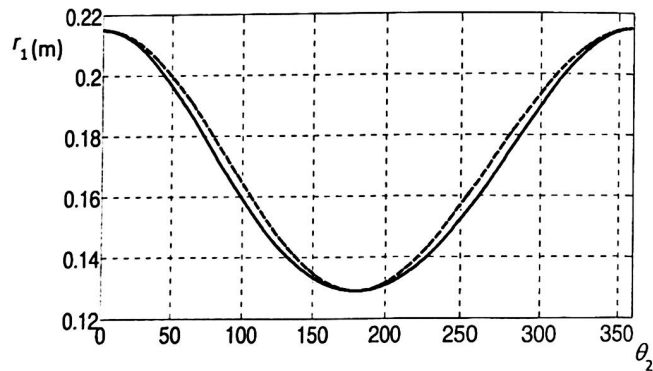


Figura 9.11. Comparación entre la solución exacta de r_1 (línea continua) y la obtenida reteniendo el primer término de su desarrollo en serie (línea discontinua)

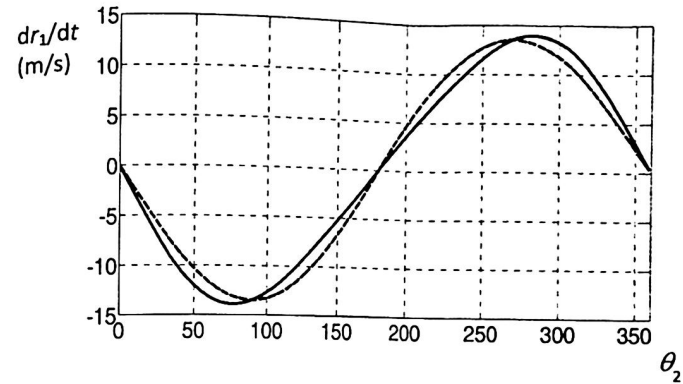


Figura 9.12. Comparación entre la solución exacta de dr_1/dt (línea continua) y la obtenida reteniendo el primer término de su desarrollo en serie (línea discontinua)

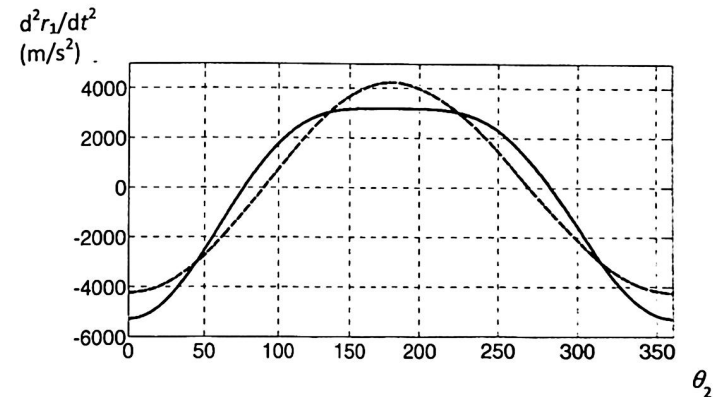


Figura 9.13. Comparación entre la solución exacta de dr_1/dt (línea continua) y la obtenida reteniendo el primer término de su desarrollo en serie (línea discontinua)

Como puede observarse, utilizar el primer término del desarrollo en serie de Taylor de las magnitudes cinemáticas proporciona una aproximación a la solución exacta que tiene la precisión suficiente para un primer dimensionamiento del motor; con la ventaja de que al ser expresiones analíticas, se observan directamente las relaciones funcionales con respecto a los parámetros de diseño del mismo.

En el caso de desviaciones algo mayores, como cuando se trata la aceleración del pistón d^2r_1/dr^2 , basta con retener dos términos del desarrollo, tal como se muestra en la Figura 9.14 para que el acuerdo sea casi perfecto.

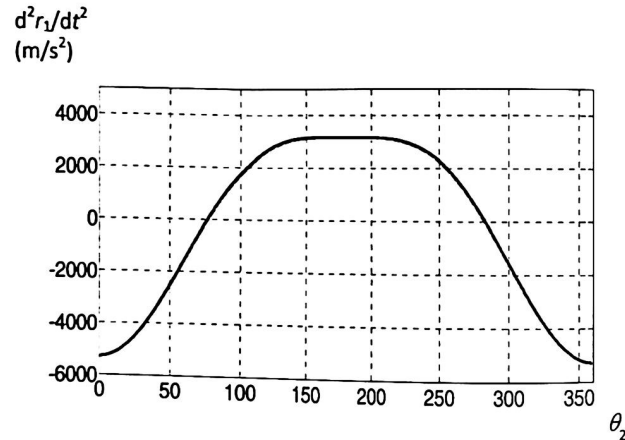


Figura. 9.14. Comparación entre la solución exacta de dr_1/dt (línea continua) y la obtenida reteniendo los dos primeros términos de su desarrollo en serie (línea discontinua). Ambas líneas se superponen

Un aspecto importante de las expresiones aproximadas anteriores es que proporcionan directamente el comportamiento de las magnitudes cinemáticas

del mecanismo en función de los senos y los cosenos del ángulo de giro del cigüeñal y esto permite, entre otras cosas, prediseñar un sistema que amortigüe las vibraciones del motor puesto que es posible formular una relación directa entre las fuerzas de inercia asociadas al movimiento de las partes móviles del mecanismo y los armónicos (senos, cosenos, y senos y coseno de los ángulos dobles) del ángulo de giro del cigüeñal. Además, como se verá en el próximo capítulo, estas soluciones analíticas permiten obtener una expresión, también analítica, para el momento torsor en el cigüeñal (el par motor).

RESUMEN E IDEAS IMPORTANTES

- Con el modelo de motor propuesto lo que se obtiene es, entre otras variables, la evolución temporal de la presión del gas en la cámara, pero la evolución temporal del momento torsor en el eje del motor (el cigüeñal) hay que calcularla a partir del comportamiento dinámico del mecanismo biela-manivela-pistón.
- La dinámica del mecanismo biela-manivela-pistón se puede calcular de diferentes maneras siendo una de ellas, bastante práctica, la basada en el Método de los Trabajos Virtuales. Esta aproximación relaciona entre sí fuerzas y momentos exteriores en el mecanismo (en particular: la presión en la cámara con el momento torsor) pero requiere el cálculo *a priori* de toda la cinemática del mecanismo (campos de velocidades y aceleraciones de todos los componentes).
- Una manera muy práctica de calcular los campos de velocidades y aceleraciones del mecanismo es formular su cadena cinemática asociada y derivar sucesivamente hasta obtener todas las variables deseadas.
- En un mecanismo típico de automoción, la aceleración del pistón alcanza valores del orden de 5.000 m/s^2 a tan sólo 3.000 rpm.

MOTORES ALTERNATIVOS

- Tanto la aceleración lineal del pistón como la aceleración angular de la biela escalan con el cuadrado de la velocidad de giro del cigüeñal. Por tanto, las fuerzas de inercia también escalan con dicho cuadrado, por lo que para no deteriorar el motor prematuramente es importante que éste funcione con un régimen de giro bajo.
- Desarrollar las soluciones obtenidas de desplazamientos, velocidades y aceleraciones en series de Taylor permite obtener soluciones semianalíticas que son muy útiles a la hora de evaluar comportamientos y tendencias.

CAPÍTULO 10

DINÁMICA

Contenido

- 10.1. Introducción.
- 10.2. Formulación del método de los trabajos virtuales y cálculo del momento torsor.
- 10.3. Formulación aproximada del momento torsor.
- 10.4. Cargas mecánicas en el motor.

10.1. INTRODUCCIÓN

El objetivo de este capítulo es formular la relación existente entre la evolución temporal de la fuerza de los gases en la cámara de combustión y el momento torsor en el cigüeñal. O dicho de otra manera, el objetivo de este capítulo es estudiar como el proceso de combustión en el cilindro genera potencia mecánica (momento torsor multiplicado por velocidad angular) en el eje del motor.

A la vista de lo ya estudiado en los capítulos anteriores, la secuencia de eventos es como sigue:

- En la cámara de combustión el gas alcanza una presión y temperatura muy elevadas.
- Dicha presión (que depende del tiempo) multiplicada por la superficie del pistón genera una *fuerza*.
- La integral de la fuerza multiplicada por el diferencial de desplazamiento es un *trabajo mecánico*, y el trabajo mecánico por unidad de tiempo es lo que se llama *potencia*.
- El conjunto cigüeñal-biela-manivela-pistón es un sistema dinámico de masas móviles que se mueven, por lo que la ley temporal del momento torsor en el cigüeñal es función de la evolución de la presión en el cilindro y de las inercias de todas las partes móviles del mecanismo.

La forma en la que se va a obtener el momento torsor es utilizando el *Método de los Trabajos Virtuales* que, en el fondo, es la expresión de una ley de conservación que dice que la suma de las potencias cedidas o absorbidas (fuerzas por velocidades o momentos por velocidades angulares) de:

- las fuerzas exteriores,
- los momentos exteriores,
- las fuerzas de inercia, y
- los momentos de inercia, es cero.

O sea, que un mecanismo ni crea ni destruye potencia.

Una vez obtenido de esta forma el momento torsor, es posible formular ecuaciones de equilibrio de fuerzas y momentos en los distintos componentes del mecanismo y calcular las fuerzas y los momentos que actúan sobre cada uno de dichos componentes.

10.2. FORMULACIÓN DEL MÉTODO DE LOS TRABAJOS VIRTUALES Y CÁLCULO DEL MOMENTO TORSOR

La forma concreta de expresar la ley general enunciada en la sección anterior es como sigue:

$$\sum_i \vec{F}_i \cdot \vec{v}_i + \sum_j \vec{T}_j \cdot \vec{\omega}_j + \sum_k \vec{F}_{k_{inercia}} \cdot \vec{v}_{k_{cdg}} + \sum_m \vec{T}_{m_{inercia}} \cdot \vec{\omega}_{m_{cdg}} = 0 \quad (10.1)$$

en donde,

- el primer y segundo sumatorios son las potencias (fuerza por velocidad y momento por velocidad angular) de las fuerzas y momentos exteriores, respectivamente.
- El tercer y cuarto sumatorios son los equivalentes para las fuerzas y momentos de inercia. Las velocidades y velocidades angulares de estos últimos son las del centro de gravedad (cdg) del componente en cuestión de la cadena cinemática.

Es importante señalar que la Ecuación (10.1) involucra el producto escalar (\cdot) de magnitudes vectoriales por lo que éstas deben ser escritas con todos sus componentes.

Existen además dos fuerzas exteriores que no están incluidas en la formulación (10.1) porque no proporcionan trabajo:

- La primera es la *reacción del bloque del motor sobre el pistón*. Esta fuerza es perpendicular a la cara lateral del émbolo y, por tanto, perpendicular a la dirección del movimiento de éste, por lo que el producto escalar de esta fuerza multiplicada por la velocidad del pistón es cero.
- La otra fuerza es la *reacción en el cigüeñal*. Ocurre que el punto de aplicación de esta fuerza no se mueve (siempre está en el eje del cigüeñal) y, de nuevo, el producto escalar de dicha fuerza multiplicado por la velocidad de desplazamiento del punto de aplicación es cero.

Para desarrollar la Ecuación (10.1) se utiliza la siguiente nomenclatura y sistema de ejes coordenados:

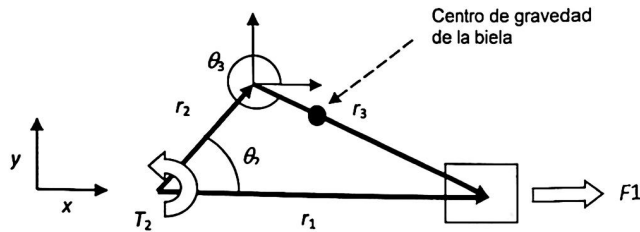


Figura 10.1. Nomenclatura y sistema de ejes coordenados del mecanismo biela-manivela. Los ángulos positivos son en sentido anti-horario.

En la Figura 10.1 los ángulos se miden en el sentido contrario a las agujas del reloj (sistema internacional) y a la fuerza de los gases (que va en la dirección de derecha a izquierda en el dibujo) que se obtiene del cálculo del ciclo termodinámico hay que ponerle un signo negativo ya que esta fuerza que pre-

siona sobre el pistón es negativa según los ejes de coordenadas de la Figura 10.1. Entonces, con esta nomenclatura, la Ecuación (10.1) se escribe:

$$\begin{aligned}
 &(0,0,T_2) \cdot (0,0,\omega_2) + (F_1,0,0) \cdot (v_1,0,0) + \\
 &+(0,0,-I_3\alpha_3) \cdot (0,0,\omega_3) + \\
 &+ (-m_3a_{3x_{cdg}}, -m_3a_{3y_{cdg}}, 0) \cdot (v_{3x_{cdg}}, v_{3y_{cdg}}, 0) + \\
 &+ (-m_1a_1, 0,0) \cdot (v_1, 0,0) = 0
 \end{aligned}
 \tag{10.2}$$

en donde:

T_2 , momento torsor en el cigüeñal (la incógnita del problema). Este es el momento externo que se ejerce sobre el mecanismo biela-manivela. El par motor, que es el que el mecanismo ejerce sobre el cigüeñal, es el mismo pero cambiado de signo ($-T_2$).

ω_2 , velocidad angular del cigüeñal. Es un dato del que se dispone (revoluciones del motor).

F_1 , fuerza de los gases (que depende del tiempo), es conocida de los capítulos anteriores.

v_1 , velocidad del pistón, es conocida a partir de la Ecuación (9.10).

I_3 , momento de inercia de la biela, es un dato conocido.

α_3 , aceleración angular de la biela, es conocida a partir de la Ecuación (9.11).

ω_3 , velocidad angular de la biela, es conocida a partir de la Ecuación (9.9).

m_3 , masa de la biela, es un dato conocido.

$a_{3x_{cdg}}$, aceleración según el eje x del centro de gravedad de la biela.

$a_{3y,cdg}$, aceleración según el eje y del centro de gravedad de la biela.

$v_{3x,cdg}$, velocidad según el eje x del centro de gravedad de la biela.

$v_{3y,cdg}$, velocidad según el eje y del centro de gravedad de la biela.

m_1 , masa del pistón, es un dato conocido.

a_1 , aceleración del pistón, es conocida a partir de la Ecuación (9.12).

La aceleración y velocidad del centro de gravedad de la biela se obtienen fácilmente a partir de los resultados obtenidos en el Capítulo 9, en las Ecuaciones 9.5, 9.9 y 9.11 que describen el campo de ángulos de giro, velocidades angulares y aceleraciones angulares de la biela..

Llamando r_b a la distancia que hay entre la articulación manivela-biela y la posición del centro de gravedad de la biela, se puede escribir:

$$r_{3x,cdg} = r_2 \cos(\theta_2) + r_b \cos(\theta_3) \quad (10.3)$$

$$r_{3y,cdg} = r_2 \sin(\theta_2) + r_b \sin(\theta_3) \quad (10.4)$$

Y derivando sucesivamente:

$$\dot{r}_{3x,cdg} = -r_2 \omega_2 \sin(\theta_2) - r_b \omega_3 \sin(\theta_3) \quad (10.5)$$

$$\dot{r}_{3y,cdg} = r_2 \omega_2 \cos(\theta_2) + r_b \omega_3 \cos(\theta_3) \quad (10.6)$$

$$\ddot{r}_{3x,cdg} = -r_2(\omega_2)^2 \cos(\theta_2) - r_b \alpha_3 \sin(\theta_3) - r_b(\omega_3)^2 \cos(\theta_3) \quad (10.7)$$

$$\ddot{r}_{3y,cdg} = -r_2(\omega_2)^2 \sin(\theta_2) + r_b \alpha_3 \cos(\theta_3) - r_b(\omega_3)^2 \sin(\theta_3) \quad (10.8)$$

Típicamente, en bielas normales de automoción, r_b está situada a una distancia del orden del 25% de la longitud de la biela contando a partir de la articulación manivela-biela.

Adicionalmente, en la formulación de la Ecuación (10.2) se ha hecho la hipótesis de que la manivela está equilibrada y por tanto su centro de gravedad está situado en el eje del motor (el cigüeñal). Por tanto, en dicha Ecuación (10.2) no aparecen términos asociados ni a fuerzas ni a momentos de inercia de la manivela porque su centro de gravedad no se mueve. El equilibrado de la manivela es una práctica habitual que los fabricantes de motores hacen con el objetivo de minimizar las vibraciones, básicamente consiste en desplazar el centro de gravedad hacia una posición fija. En la práctica, dicho desplazamiento se consigue fácilmente durante el proceso de fabricación añadiendo (ver Figura 10.2) masa al lado opuesto de la manivela, hasta conseguir que el centro de gravedad se sitúe sobre el cigüeñal.

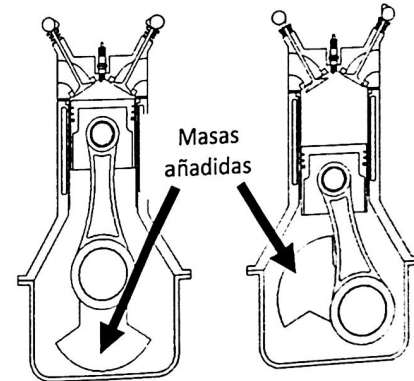


Figura 10.2. Sistema de equilibrado de las manivelas para que su centro de gravedad esté en el eje (cigüeñal).

Este equilibrado tan fácil no es posible hacerlo con la biela (que se desplaza y gira en el plano) ni con el pistón, por lo que en estos casos es necesario diseñar e instalar otros mecanismos que rotan acoplados al cigüeñal y que producen unos desequilibrios que cancelan, en la medida de lo posible, los desequilibrios causados por el sistema biela-pistón.

En este punto, es posible despejar el momento torsor de la Ecuación escalar (10.2) quedando:

$$T_2 \omega_2 = -F_1 v_1 + I_3 \alpha_3 \omega_3 + m_3 a_{3x_{cdg}} v_{3x_{cdg}} + m_3 a_{3y_{cdg}} v_{3y_{cdg}} + m_1 v_1 a_1 \quad (10.9)$$

En esta Ecuación (10.9), F_1 es la evolución temporal de la fuerza de los gases en la cámara de combustión (que se obtiene del modelo del motor), y el resto de las magnitudes son, o bien, datos del problema (por ejemplo, las masas de los componentes o sus momentos de inercia), o bien magnitudes cinemáticas que se han formulado y resuelto en el capítulo anterior.

O sea que, en cierto sentido, la Ecuación (10.9) representa el resumen de todos los capítulos expuestos hasta ahora ya que relaciona la cinemática y la dinámica del mecanismo biela-manivela con el modelo termo-fluido-dinámico del motor.

Ejemplo 10.1

En la Figuras 10.3 y 10.4 se muestra la evolución temporal (en función del ángulo de giro del cigüeñal) de la fuerza de gases y del momento torsor T_2 para un mecanismo biela-manivela y una cámara de combustión representativa de un motor de una berlina familiar con las siguientes características:

- ω_2 , velocidad angular del cigüeñal: 3.000 rpm.
- I_3 , momento de inercia de la biela: 0,01 kg m².

- m_3 , masa de la biela: 0,56 kg.
- r_3 , longitud de la biela: 0,172 m.
- r_2 , longitud de la manivela: 0,043 m.
- r_b , distancia de la articulación manivela-biela al centro de gravedad de la biela: 0,043 m.
- m_1 , masa del pistón: 0,9 kg.
- volumen de la cámara de combustión: 500 cc.
- Relación de compresión: 10.
- Parámetros del modelo de deposición de calor: los mismos que los del ejemplo desarrollado en el Capítulo 8 (modelo de motor).

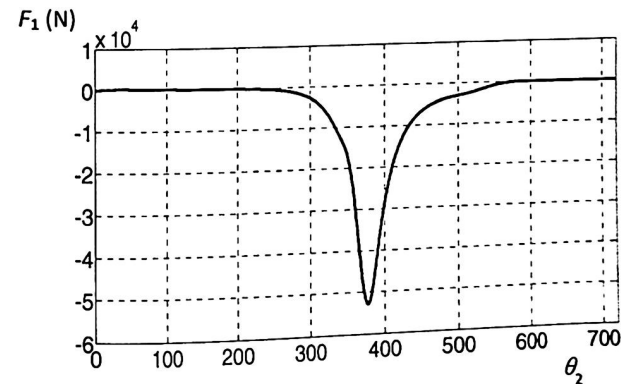


Figura 10.3. Fuerza de los gases (N) en función del ángulo de giro del cigüeñal (grados) durante las dos revoluciones completas (720 grados) de un ciclo de generación de potencia.

En este caso, el par motor medio definido como:

$$\overline{-T_2} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{4\pi} -T_2(\theta_2) d\theta_2 \quad (10.10)$$

vale 75,5 Nm, por lo que la potencia media que se obtiene a lo largo del ciclo es $75,5 \text{ Nm} \times 314 \text{ rad/s} = 23.707 \text{ W} \sim 24 \text{ kW}$.

En la Figura 10.4 se observa que hay ocho picos de par motor (positivos y negativos). Estos picos están asociados a la composición de los distintos términos que integran el par motor (Expresión 10.9) y hay que recordar que sólo el término $-F_1 v_1 / \omega_2$, tiene una integral no nula a lo largo de las dos revoluciones del ciclo de generación de potencia. Esto es, los otros términos de la Expresión 10.9 contribuyen a generar cargas mecánicas en el interior del ciclo pero no contribuyen a generar potencia neta.

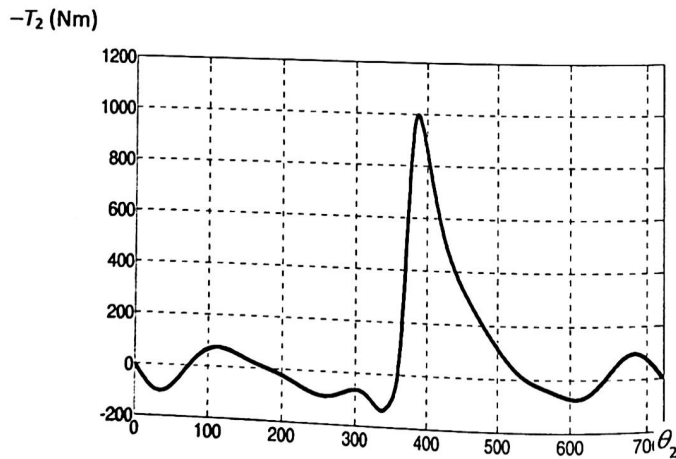


Figura 10.4. Evolución del par motor (Nm) en función del ángulo de giro del cigüeñal (grados) durante las dos revoluciones completas (720 grados) de un ciclo de generación de potencia.

Desde el punto de vista del diseño mecánico, para un tamaño fijo del mecanismo, estos términos dependen de la masa y momento de inercia de la biela y de la masa del pistón (Expresión 10.9). Por ejemplo, si se considera el mismo motor en el mismo punto de funcionamiento pero con un diseño mecánico menos optimizado como, por ejemplo:

- I_3 , momento de inercia de la biela: $0,06 \text{ kg m}^2$.
- m_3 , masa de la biela: $0,7 \text{ kg}$.
- m_1 , masa del pistón: $0,1 \text{ kg}$.

los picos de par motor serían mayores (como muestra la línea discontinua de la Figura 10.5) y las cargas mecánicas, por tanto, también mayores, aunque el par motor medio seguiría siendo el mismo: $75,5 \text{ Nm}$ y la potencia media también.

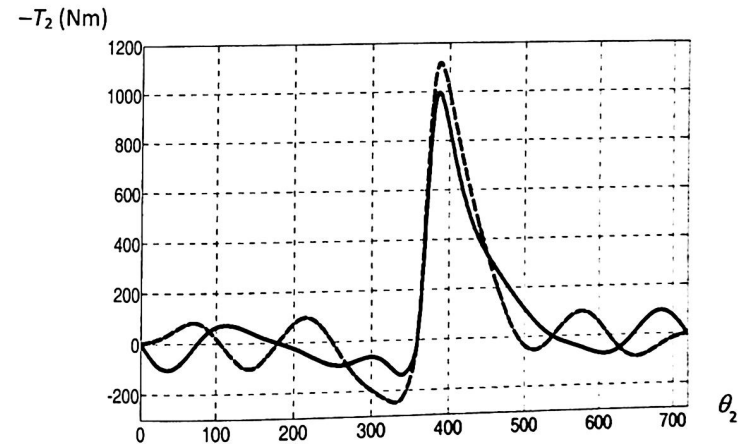


Figura 10.5. Comparación de la evolución del par motor para dos diseños distintos.
Línea continua: $I_3 = 0,01 \text{ Kg m}^2$; $m_3 = 0,560 \text{ kg}$; $m_1 = 0,9 \text{ kg}$.
Línea discontinua: $I_3 = 0,06 \text{ Kg m}^2$; $m_3 = 0,7 \text{ kg}$; $m_1 = 1,0 \text{ kg}$

De hecho, es interesante evaluar cómo sería la forma del par motor en el caso idealizado de que la biela y el pistón fuesen de un material que proporcionase rigidez infinita con masa nula. En este caso, dicha evolución se muestra en línea discontinua en la Figura 10.6 y se compara con el resultado de referencia de la Figura 10.4 (en línea continua).

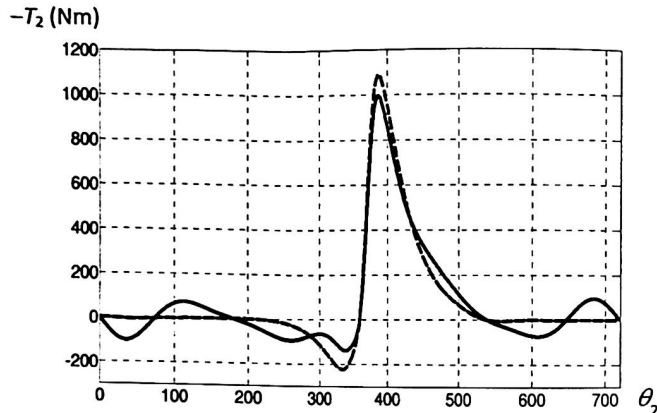


Figura 10.6. Comparación de la evolución del par motor para el caso límite de mecanismo con masa nula.
 Línea continua: $I_3 = 0,01 \text{ Kg m}^2$; $m_3 = 0,56 \text{ kg}$; $m_1 = 0,9 \text{ kg}$.
 Línea discontinua: $I_3 = 0$; $m_3 = 0$; $m_1 = 0$

Así pues, sí que es importante invertir esfuerzo en lograr un diseño mecánico lo más optimizado posible.

También, hay que resaltar que la información contenida en las Figuras (10.3) y (10.4) se refiere a un sólo cilindro. En el caso de, por ejemplo, cuatro cilindros tanto la fuerza de gases como el momento torsor resultante se obtienen superponiendo con el desfase adecuado (π radianes) las curvas de cada una de dichas magnitudes. Ahora, lo importante es que el lector tome nota de los siguientes aspectos:

- La diferencia entre el momento torsor máximo a lo largo de un ciclo y el momento torsor medio a lo largo del mismo es de un orden de magnitud (el pico de par motor es del orden de 1.000 Nm y el par motor medio es del orden de 100 Nm, ver Figura 10.9). Aunque cueste trabajo creerlo, esta diferencia ha sido el origen de muchas confusiones respecto al diseño de motores pretendidamente *revolucionarios* y es que, a veces, los inventores han tendido a confundir ambas magnitudes con la consecuencia de prever potencias teóricas mucho mayores que las realmente obtenidas en la práctica.
- Esta variación tan grande en la evolución temporal del momento torsor sugiere que la irregularidad de la marcha puede ser considerable, de ahí que sea necesario diseñar soluciones (sistemas de equilibrado, volantes de inercia, etc.), que mitiguen dicho efecto.
- La inercia de las partes móviles del motor, aunque no contribuyen a la generación de trabajo neto en un ciclo, dan lugar a picos de momento torsor cuya magnitud puede llegar mucho mayor que el momento torsor medio.
- En el ejemplo presentado, que es representativo de muchas situaciones prácticas de automoción, el momento torsor máximo es de unos 1.200 Nm, mientras que el momento torsor medio es de tan sólo 75 Nm, que no es una magnitud demasiado grande (un peso de 7,5 kilos apoyado sobre una palanca de 1 m). Es decir, que la potencia, en esta configuración de motor, se consigue a base de revoluciones, no de momento torsor.

Es importante hacer notar que las aceleraciones de las partes móviles del mecanismo biela-manivela escalan con el cuadrado de la velocidad angular del giro del cigüeñal (ver capítulo 9 dedicado a la cinemática). Por tanto, las fuerzas de inercia asociadas a dichas partes móviles tienen la misma dependencia funcional con ω_2 y esto hace que a altas revoluciones el momento torsor instantáneo debido a estas fuerzas puede ser incluso mayor que el debido a la fuerza de los gases en la cámara de combustión.

Ejemplo 10.2

En la Figura 10.7 se muestra la evolución del par motor en el caso de referencia de la Figura 10.4 pero girando a 6.000 rpm en vez de 3.000 rpm.

En el caso de 6.000 rpm la potencia es de 48 kW, en vez de 24 kW (el doble), pero los picos de par motor son apreciablemente mayores.

Por ejemplo, en el pico que existe alrededor de $\theta_2 = 1.000$ grados, el par motor a 3.000 rpm es de 73 Nm, mientras que a 6.000 rpm es de 292 Nm (cuatro veces mayor).

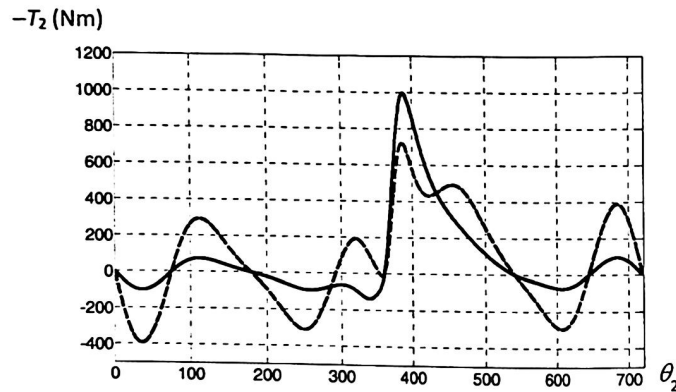


Figura 10.7. Comparación de la evolución del par motor para dos regímenes distintos: 3.000 (línea continua) y 6.000 rpm (línea discontinua)

Por último, para considerar un motor de cuatro cilindros basta con solapar cuatro veces con desfases sucesivos de 180 grados el momento torsor asociado a uno de los cilindros. En el caso del ejemplo del motor de referencia anterior girando a 3.000 rpm (Figura 10.4) el resultado se muestra en la Figura 10.8.

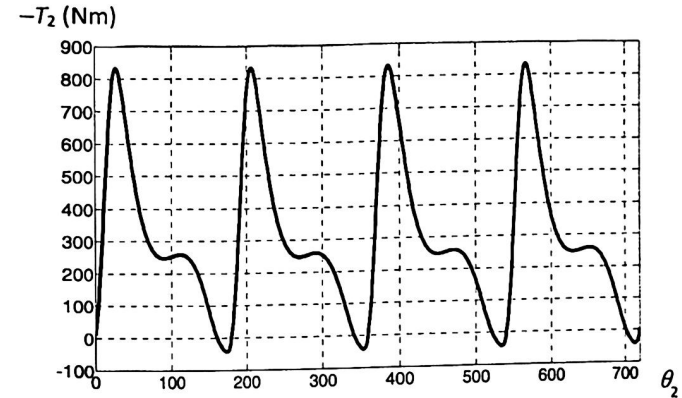


Figura 10.8. Composición del par motor para cuatro cilindros para el motor de referencia de la Figura 10.4.

10.3. FORMULACIÓN APROXIMADA DEL MOMENTO TORSOR

A la vista de la Ecuación (10.9) es obvio que se pueden sustituir los valores de las magnitudes cinemáticas por sus expresiones aproximadas en forma de desarrollo en serie de Taylor, tal como se hizo en el capítulo anterior, con lo que de esta forma es posible obtener una expresión, también aproximada pero analítica, del momento torsor. Esta expresión (en donde se ha definido $\delta = r_b/r_2$, que es de orden unidad) consta de términos de orden λ , λ^2 , y λ^3 .

Por tanto, definiendo:

$$A = [F_1 r_3] \text{sen}(\theta_2) \quad (10.11)$$

$$B = \frac{1}{2} [F_1 r_3 - I_3 \omega_2 + m_1 r_3^2 \omega_2^2] \text{sen}(2\theta_2) \quad (10.12)$$

$$C = [m_3 r_3^2 \delta \omega_2^2] \text{sen}(2\theta_2) + [m_1 r_3^2 \omega_2^2] \left[\text{sen}(\theta_2) \cos(2\theta_2) + \frac{1}{2} \text{sen}(2\theta_2) \cos(\theta_2) \right] \quad (10.13)$$

queda:

$$T_2 \sim \lambda A + \lambda^2 B + \lambda^3 C \quad (10.14)$$

A continuación, se muestra en la Figura 10.9 la comparación entre la solución exacta del par motor, proporcionada por la Expresión (10.9) y la aproximada por la Expresión (10.14) para la configuración de referencia, mostrada en la Figura 10.4. Como puede observarse, la el ajuste de las curvas es bastante bueno y esto permite utilizar la Expresión (10.14) en tareas de diseño conceptual preliminar.

Al utilizar dicha expresión es necesario retener los tres términos de orden λ , λ^2 , y λ^3 ya que la información relativa a los parámetros mecánicos de la cadena cinemática se encuentra distribuida por los tres términos.

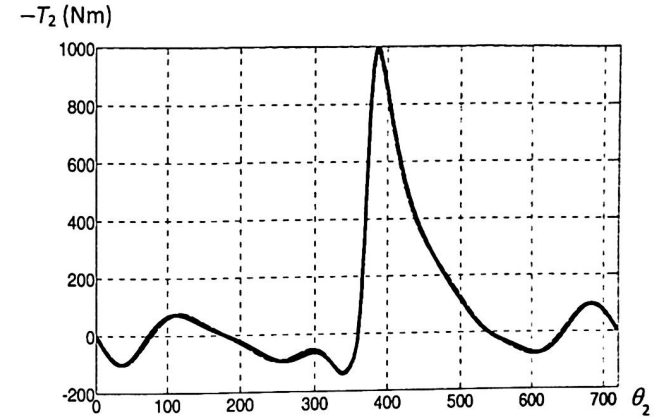


Figura 10.9. Comparación entre la solución exacta Expresión 10.9 (línea continua) y aproximada Expresión 10.14 (línea discontinua) de la evolución del par motor en el motor de referencia de la Figura 10.4

A partir de la Expresión (10.14) ya es fácil obtener la potencia instantánea $W(\theta_2)$ del motor, que no es más que:

$$W(\theta_2) = T_2(\theta_2) \omega_2 \quad (10.15)$$

Para obtener la potencia media \bar{W} a lo largo de un ciclo, $\theta_2 = 0 \rightarrow 4\pi$, basta con integrar la Expresión (10.15) teniendo, además en cuenta, que la integral de todos los términos que involucran el producto de constantes por funciones trigonométricas del ángulo θ_2 y del ángulo doble $2\theta_2$ son cero.

Entonces, puede escribirse:

$$\bar{W} \sim \frac{\omega_2}{4\pi} \lambda r_3 \int_0^{4\pi} F_1(\theta_2) \text{sen}(\theta_2) d\theta_2 + \frac{\omega_2}{8\pi} \lambda^2 r_3 \int_0^{4\pi} F_1(\theta_2) \text{sen}(2\theta_2) d\theta_2 \quad (10.16)$$

De la Expresión (10.16) pueden extraerse, básicamente, tres conclusiones:

1. La potencia media escala con la velocidad angular de giro del cigüeñal. Esta es la solución obvia; basta con cambiar a una marcha más corta cuando se quiere aumentar la potencia de un motor, aunque, como ya se ha visto, las cargas mecánicas escalan con ω_2^2 . Por tanto, el aumento de potencia por estos medios lleva aparejada una disminución considerable del tiempo de vida del motor.
2. Para conseguir mayor potencia hay que incrementar el área de la curva $F_1(\theta_2)$. Esto se consigue aumentando la cantidad de energía (julios) que se introducen en cada ciclo termodinámico con lo que el valor máximo de $F_1(\theta_2)$ crecerá.
3. Para una longitud fija de biela (r_3) se extrae más potencia del mecanismo aumentando λ ; o sea: aumentando la longitud de la manivela (r_2). Este efecto tiene que ver con el hecho de cuanto más larga es la manivela mayor es el momento. Esto, sin embargo, no se puede hacer de forma indefinida ya que hay limitaciones en la compatibilidad geométrica del mecanismo y, por otro lado, manivelas mayores implican secciones frontales mayores del motor (en una configuración de cilindros en línea) y, en consecuencia, mayor peso del bloque del motor.

10.4. CARGAS MECÁNICAS EN EL MOTOR

La manera de conocer las cargas mecánicas en los diferentes componentes del mecanismo biela-manivela es estableciendo equilibrios de fuerzas en el pistón y la biela, y de momentos en la manivela. La idea es que una vez calculada la cinemática y el momento torsor exterior T_2 , vía la aplicación del método de los trabajos virtuales, es posible utilizar esta información para resolver por separado las fuerzas y momentos que actúan sobre cada uno de los componentes que forman la cadena cinemática.

Por ejemplo, ver Figura 10.10, las fuerzas que actúan sobre el pistón son:

- la fuerza \vec{F}_1 de los gases,
- la reacción \vec{F}_R del bloque del motor sobre el pistón (que no contribuía en la formulación del método de los trabajos virtuales porque era perpendicular al movimiento y, por tanto, daba un trabajo nulo), y
- la fuerza \vec{R}_a (de componentes R_{ax} y R_{ay}) que ejerce la biela sobre el pistón.

En el caso de la manivela las fuerzas que actúan son:

- un momento torsor exterior \vec{T}_2 , y
- la fuerza \vec{R}_b que la biela ejerce sobre la manivela.

Por último, las fuerzas que se ejercen sobre la biela son:

- $-\vec{R}_a$, y
- $-\vec{R}_b$.

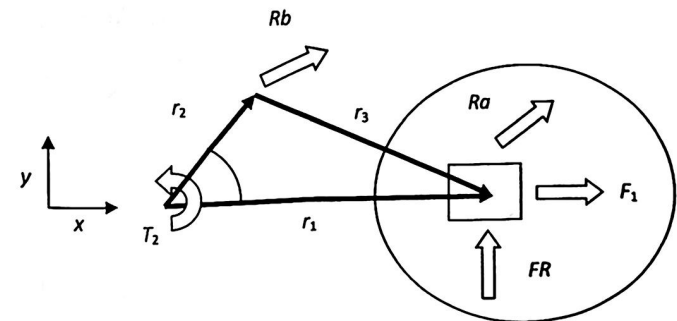


Figura 10.10. Esquema y nomenclatura para el cálculo de cargas.

Entonces, las cinco ecuaciones de equilibrio corresponden a dos ecuaciones de fuerzas del pistón, dos ecuaciones de fuerzas de la biela, y una ecuación de momentos de la manivela, que son:

$$F_1 + R_{ax} = m_1 a_1 \quad (10.17)$$

$$F_R + R_{ay} = 0 \quad (10.18)$$

$$-R_{ax} - R_{bx} = m_3 a_{3x\text{cdg}} \quad (10.19)$$

$$-R_{ay} - R_{by} = m_3 a_{3y\text{cdg}} \quad (10.20)$$

$$-R_{bx} r_2 \text{sen}(\theta_2) + R_{by} r_2 \text{cos}(\theta_2) + T_2 = 0 \quad (10.21)$$

Y, a partir de estas ecuaciones, es posible despejar las cinco incógnitas del sistema:

$$R_{ax} = m_1 a_1 - F_1 \quad (10.22)$$

$$R_{bx} = -R_{ax} - m_3 a_{3x\text{cdg}} \quad (10.23)$$

$$R_{by} = \frac{-T_2 + R_{bx} r_2 \text{sen}(\theta_2)}{r_2 \text{cos}(\theta_2)} \quad (10.24)$$

$$R_{ay} = -R_{by} - m_3 a_{3y\text{cdg}} \quad (10.25)$$

$$F_R = -R_{ay} \quad (10.26)$$

La Solución (10.24) tiene singularidades en todos los puntos en los que $\text{cos}(\theta_2) = 0$. Estas singularidades del tipo 0/0 se resuelven fácilmente aplicando la regla de L'Hopital para calcular el límite cuando $\theta_2 \rightarrow n\pi/2$.

Por último, la fuerza F_{cig} que el mecanismo ejerce sobre el eje del motor (cigüeñal) es $-R_{bx}$, que se obtiene de hacer un equilibrio de fuerzas en la manivela.

En las Figuras 10.11 y 10.12 se muestran los valores de F_R y F_{cig} para el mismo caso descrito en la Figura 10.7, con el motor de referencia operando a 3.000 rpm (línea continua) y a 6.000 rpm (línea discontinua), respectivamente.

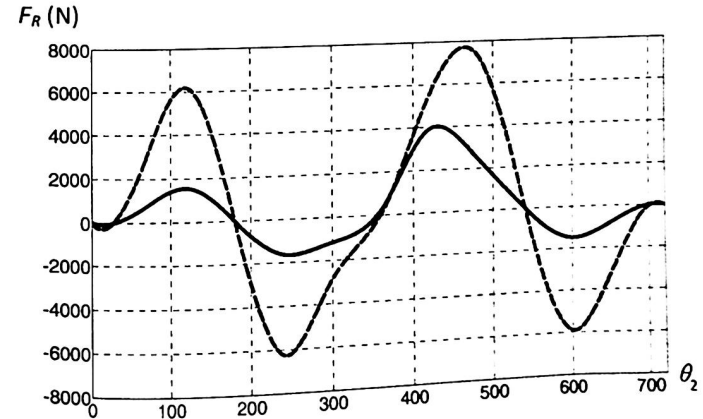


Figura 10.11. Comparación de la fuerza F_R (N) para dos regímenes distintos: 3.000 rpm (línea continua) y 6.000 rpm (línea discontinua).

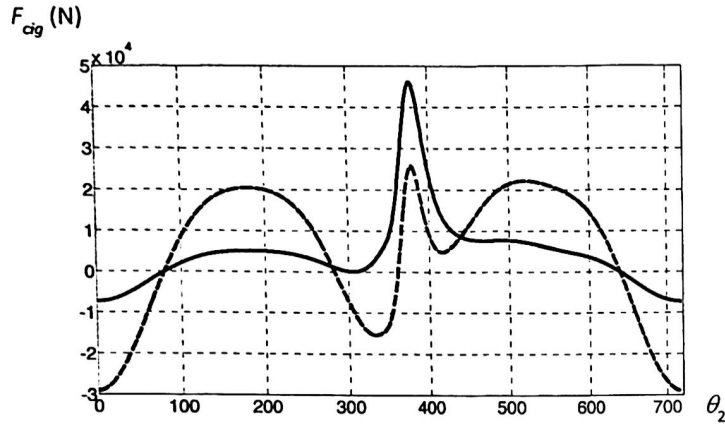


Figura 10.12. Comparación de la fuerza F_{cig} (N) para dos regímenes distintos: 3.000 rpm (línea continua) y 6.000 rpm (línea discontinua).

Lo que se observa en estas dos figuras es que los valores máximos de la F_R y la F_{cig} son del orden de las decenas de miles de Newton (del orden de toneladas) y que hay varios picos de fuerza por cada dos vueltas de giro del cigüeñal (720°). Esto se traduce en que el diseño del bloque del motor y de la bancada que lo soporta tan importante es utilizar el criterio de cargas máximas como el de cargas de fatiga.

Si se aumenta el peso y los momentos de inercia de los distintos componentes, las cargas mecánicas también se ven afectadas. En la Figura 10.13 se muestran (a 3.000 rpm) los resultados del caso de referencia y los obtenidos con los parámetros siguientes, utilizados ya en el ejemplo de la Figura 10.5:

$$I_3 = 0,06 \text{ Kgm}^2.$$

$$m_3 = 0,7 \text{ kg.}$$

$$m_1 = 1,0 \text{ kg.}$$

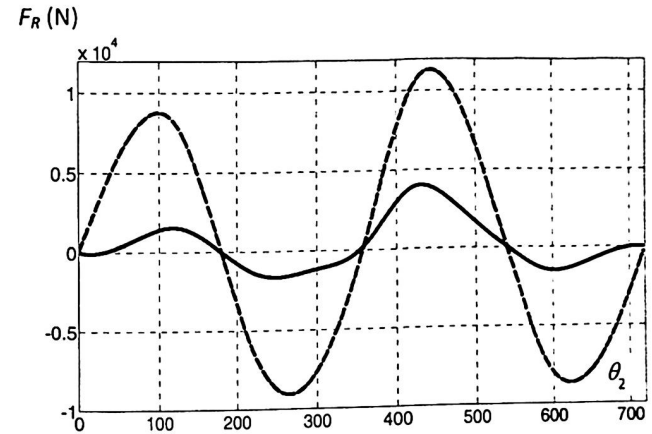


Figura 10.13. Comparación de la fuerza F_R (N) para dos cadenas cinemáticas distintas a 3.000 rpm.

Línea continua: $I_3 = 0,01 \text{ Kgm}^2$, $m_3 = 0,560 \text{ kg}$, $m_1 = 0,9 \text{ kg}$.

Línea discontinua: $I_3 = 0,06 \text{ Kgm}^2$, $m_3 = 0,7 \text{ kg}$, $m_1 = 1,0 \text{ kg}$.

En esta Figura 10.13 se observa que a efectos de la reacción sobre el bloque del motor, es importante que el momento de inercia de la biela, su peso y el peso del pistón, sean los menores posibles. De esta manera, con motores más ligeros se consiguen cargas mecánicas apreciablemente menores lo que va en la línea de alargar la vida del motor.

RESUMEN E IDEAS IMPORTANTES

- La integral del trabajo de las fuerzas y los momentos de inercia a lo largo de una vuelta de cigüeñal es nula. Este resultado era esperable puesto que dichas fuerzas y momentos no pueden producir trabajo mecánico neto.

- Dentro de cada ciclo, dichas fuerzas y momentos contribuyen de manera importante a la variación del momento torsor y, de forma añadida, a las fuerzas y reacciones que aparecen en el bloque del motor como consecuencia del movimiento del mecanismo biela-manivela-pistón.
- En una configuración típica de automoción, estas fuerzas y momentos de inercia dan lugar del orden de ocho máximos y mínimos relativos del momento torsor a lo largo de un ciclo de dos vueltas de cigüeñal (si las masas de los componentes de la cadena cinemática fuesen nulas, sólo habría un máximo y un mínimo de momento torsor). Es decir, este efecto contribuye de manera significativa al deterioro del motor por cargas de fatiga.
- El Método de los Trabajos Virtuales sólo aplica a fuerzas y momentos exteriores y a fuerzas y momentos de inercia. Es decir, para calcular las reacciones manivela-biela y biela-pistón (que son fuerzas interiores) hay que resolver primero el Método de los Trabajos Virtuales y luego plantear un equilibrio de fuerzas componente a componente. De esta manera, también se calculan las fuerzas exteriores (reacción del bloque del motor sobre el pistón y reacciones sobre los apoyos) que no dan contribución, por una u otra razón, al Método de los Trabajos Virtuales.
- A 3.000 rpm, una cadena cinemática típica de automoción genera unas fuerzas máximas sobre el bloque del motor y sobre el cigüeñal del orden de toneladas.
 - Al utilizar los desarrollos en serie de Taylor ya mencionados en otro capítulo se obtiene una expresión cuasianalítica de la evolución del momento torsor que depende, básicamente, de los armónicos del ángulo de giro del cigüeñal.

CAPÍTULO 11

PARÁMETROS GLOBALES

Contenido

- 11.1. Introducción.
- 11.2. Parámetros representativos.
- 11.3. Ejemplos concretos.
- Anexo 11.1.

11.1. INTRODUCCIÓN

En los Capítulos 1 a 10 se ha desarrollado un modelo de motor que incluye aspectos de termodinámica, combustión, transferencia de calor, fluidodinámica, cinemática y dinámica. Este modelo proporciona la evolución temporal de las variables de interés y, en particular, permite calcular la potencia producida y el rendimiento del ciclo termodinámico.

Sin embargo, si se desea hacer una comparación rápida del comportamiento y las características de motores distintos a fin de, por ejemplo, tomar la decisión de cual elegir para una situación concreta, e ir comparando variables termo-fluidodinámicas punto a punto a lo largo del ciclo, no es la opción más práctica. Por eso, en el mundo de la ingeniería de motores se definen una serie de parámetros globales de comportamiento que sirven para caracterizar de forma práctica las características de una determinada configuración. A continuación, lo que se hace es definir algunos de estos parámetros y ver qué valores típicos toman para configuraciones de interés.

11.2. PARÁMETROS REPRESENTATIVOS

Los principales parámetros globales que caracterizan un motor son:

P1) Relación de compresión r

Es el cociente entre el volumen máximo y mínimo de la cámara de combustión. Este parámetro tiene una incidencia clara en el rendimiento del ciclo termodinámico (ver Ecuación 3.13). Siguiendo la nomenclatura utilizada en el Capítulo 3 (ver Ecuación 3.10) se tiene:

$$r = \frac{V_1}{V_2} \quad (11.1)$$

En los motores de ciclo Otto de automoción r suele oscilar entre 8 y 11., mientras que en motores de ciclo Diésel r oscila entre 12 y 24. En este último caso, r suele ser menor en los motores de inyección directa y mayor en los de inyección indirecta (el combustible se inyecta en una pre-cámara).

P2) Volumen de desplazamiento V_d

Es la diferencia entre el volumen máximo y mínimo de la cámara de combustión (ver Expresión 4.9). Proporciona una idea del volumen de gas que hay en cada ciclo y, por tanto, de la cantidad de energía (julios) disponibles para realizar trabajo mecánico. Se define como:

$$V_d = \frac{\pi}{4} b^2 s \quad (11.2)$$

Donde b es el diámetro del pistón y s la carrera. En motores típicos de automoción V_d tiene valores del orden de los centenares de centímetros cúbicos.

P3) Velocidad media del pistón \overline{U}_p

Ofrece una idea de la velocidad típica del gas en la cámara de combustión e influye en el valor del coeficiente de transferencia de calor desde dicho gas hacia el bloque del motor. Se definió en la Expresión (6.11) y su valor es:

$$\overline{U}_p = \frac{4 r_2}{(2\pi/\omega_2)} \quad (11.3)$$

Donde r_2 es la longitud de la manivela y ω_2 la velocidad angular de giro del cigüeñal.

P4) Potencia en el freno \dot{W}_b

Es la potencia, medida con un dinamómetro, que da el motor estando colocado en un banco de ensayo. Se denomina *potencia al freno* porque muchos de los dinamómetros antiguos eran mecanismos de freno. Una vez medida la potencia al freno es posible obtener el momento T_2 en el eje del motor, ya que:

$$\dot{W}_b = T_2 \omega_2 \quad (11.4)$$

P5) Potencia indicada \dot{W}_i

Es la potencia calculada a partir del ciclo termodinámico del motor. Obviamente difiere de la potencia al freno en el hecho de que esta (\dot{W}_b) está afectada por todas las pérdidas mecánicas del motor.

P6) Presión media efectiva en el freno b_{mep}

Es el trabajo medido en el eje del motor (situado éste en un banco de ensayos) dividido por el volumen de desplazamiento.

P7) Presión media efectiva mep

Es el trabajo calculado en cada ciclo termodinámico dividido por el volumen de desplazamiento.

P8) Consumo específico en el freno $bsfc$

Es el gasto de combustible por unidad de tiempo dividido por la potencia en el freno. Proporciona una medida bastante intuitiva de la eficiencia del motor y suele utilizarse bastante en el mundo de la ingeniería en lugar del rendimiento del ciclo termodinámico.

P9) Rendimiento volumétrico η_v

Es el cociente entre la masa de aire y el combustible introducida realmente en el cilindro y la masa que habría en el mismo si se llenara todo el volumen de desplazamiento a la densidad del gas en el colector de admisión. Este parámetro, en cierto modo, sustituye de manera empírica a todo el modelo de la fluidodinámica del conducto de admisión y es la alternativa ingenieril a resolver un sistema de ecuaciones en derivadas ordinarias (o parciales) para conocer la masa de gas que entra por unidad de tiempo a la cámara de combustión. Dicho de otra manera, es un parámetro muy práctico y fácil de utilizar pero que no tiene el carácter general que tiene un modelo de mayor nivel de complejidad.

Una vez conocido de forma experimental el rendimiento volumétrico de un determinado motor, es posible formular la potencia indicada del mismo de la siguiente forma:

$$\dot{W}_i = \frac{m_a F L \eta_e}{t_{2,vueltas}} \quad (11.5)$$

En donde,

- m_a , es la masa de aire (kg) que hay en la cámara de combustión.
- F , es el dosado (relación másica aire/combustible) dimensional.
- L , es el poder calorífico del combustible (J/kg).
- η_e , es el rendimiento efectivo (rendimiento del ciclo termodinámico incluyendo las pérdidas mecánicas, rozamientos, etc.).
- $t_{2,vueltas}$, es el tiempo que tarda el eje del motor en dar dos vueltas (un ciclo termodinámico).

A su vez, m_a se puede escribir como:

$$m_a = \rho_a Q \eta_v \quad (11.6)$$

En donde,

- ρ_a , es la densidad del gas en el colector de admisión (kg/m^3).
- Q , es la cilindrada (m^3).
- η_v , es el rendimiento volumétrico.

Y en resumen, puede escribirse:

$$\dot{W}_t = \rho_a Q \eta_v F L \eta_e \frac{\omega_2}{4\pi} \quad (11.7)$$

La Expresión (11.7) muestra de forma muy intuitiva que las posibilidades para aumentar la potencia son:

- Aumentar la densidad en el colector de admisión ρ_a utilizando un turbocompresor. Esto es válido tanto para ciclos Otto como para Diésel. Por otro lado, en el caso de un motor de ciclo Otto, al pisar el acelerador lo que se hace es girar la mariposa situada dentro del colector de admisión favoreciendo el paso de aire de manera que la densidad en el colector de admisión se parece más a la densidad ambiente. A carga parcial (con el acelerador a medio pisar) la obstrucción mecánica en el colector de admisión (la mariposa) es mayor y la pérdida de carga (perdida de presión) también lo es, por lo que en este caso la densidad ρ_a es menor y la potencia, en consecuencia, también lo será. Esto es, en un motor Otto la potencia se con-

trola actuando (vía acelerador y mariposa) sobre la presión/densidad en el colector de admisión.

- Aumentar la cilindrada Q .
- Mejorar el rendimiento volumétrico η_v haciendo un mejor diseño fluidodinámico del colector de admisión y del sistema de válvulas.
- Mejorar el rendimiento η del ciclo termodinámico disminuyendo, por ejemplo, las pérdidas térmicas o aumentando la relación de compresión.
- Aumentar el régimen de giro ω_2 (cambiando a una marcha más baja).
- En el caso de un ciclo Diésel, aumentar el dosado F inyectando más combustible en la cámara. De hecho, ésta es la forma de controlar la potencia en este tipo de ciclo ya que lo que ocurre cuando se pisa el acelerador es que aumenta la cantidad de combustible que se inyecta en cada ciclo termodinámico. Esta opción no es práctica en un motor de ciclo Otto ya que la combustión en estos tipos de motor opera dentro de un margen estrecho de valores de dosado.

A igualdad de otros parámetros, el rendimiento volumétrico de un motor típico suele escalar con la velocidad media del pistón. Por ejemplo, una expresión empírica que representa razonablemente el comportamiento del rendimiento volumétrico, (η_v) en un motor de automoción normal, es:

$$\eta_v = 0,84 \left[1 + 0,09 \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{2} \frac{U_p}{11} \right) \right] \quad (11.8)$$

En el Anexo 11.1 se muestra en ejemplo práctico, vía el planteamiento y resolución de un problema concreto, de cómo se utilizan estos parámetros globales.

11.3. EJEMPLOS CONCRETOS

A continuación se muestran los valores paramétricos de dos vehículos representativos con motor de ciclo Otto:

- Vehículo A: Automóvil de 4 cilindros y 2.000 cc de cilindrada.
- Vehículo B: Moto deportiva de 4 cilindros y 1.000 cc de cilindrada.

Parámetro	Vehículo A	Vehículo B	
r	10,5	12	Geometría
V_d (cc)	499	250	
s (mm)	90	55	
b (mm)	84	76	
\dot{W}_b (kW)	110	130	Punto de potencia máxima
n (rpm)	6.000	12.000	
\bar{U}_p (m/s)	18	22	
b_{mep} (bar)	11	13	
T_2 (Nm)	200	112	Punto de par motor máximo
n (rpm)	3.500	8.500	
\bar{U}_p (m/s)	10,5	15,6	
b_{mep} (bar)	12,6	14,1	

ANEXO 11.1. Planteamiento y resolución de un problema de operación del motor utilizando parámetros globales

Se considera un motor de ciclo Otto de cuatro cilindros y cuatro tiempos definido por los siguientes parámetros:

- Cilindrada total: 1.800 cm³.
- Relación de compresión: 10.
- Rendimiento volumétrico a 6.000 rpm y plena carga: 0,85.
- Rendimiento volumétrico a 3.000 rpm y plena carga: 0,92.
- Dosado a plena carga: 1/12.
- Dosado a carga parcial: 1/14,7.
- Poder calorífico del combustible: 45 × 10⁶ J/kg.

Se desea calcular:

1. Gasto de aire y potencia desarrollada por el motor a plena carga (condiciones en el colector de admisión iguales a las ambientales) cuando el motor gira a un régimen de 6.000 rpm. El consumo específico en dichas condiciones es de 260 g/kwh (7,22 × 10⁻⁸ kg/J)

$$\rho_a = \frac{P_a}{RT_a} = \frac{10^5 \text{ Pa}}{287 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} 298 \text{ K}} = 1,17 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$m_a = \left(1,17 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) (1.800 \times 10^{-6} \text{ m}^3) (0,85) = 1,8 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

$$t_{2_vueltas} = \frac{4\pi}{628 \text{ rad s}^{-1}} = 0,02 \text{ s}$$

$$\dot{m}_a = \frac{1,8 \times 10^{-3} \text{ kg}}{0,02 \text{ s}} = 0,090 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 90 \frac{\text{g}}{\text{s}}$$

$$bsfc = 7,22 \times 10^{-8} \frac{\text{kg}}{\text{J}} = \frac{0,090 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \times \frac{1}{12}}{\dot{W}_i} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \dot{W}_i = 103.000 \text{ W} = 103 \text{ kW}$$

2. Gasto de aire a plena carga y par motor (condiciones en el colector de admisión iguales a las ambientales) cuando el motor gira a un régimen de 3.000 rpm. El rendimiento efectivo en dichas condiciones es de 0,39.

$$\dot{m}_a = \left(1,17 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) (1.800 \times 10^{-6} \text{ m}^3) (0,92) = 1,9 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

$$t_{2_vueltas} = \frac{4\pi}{314 \text{ rad s}^{-1}} = 0,04 \text{ s}$$

$$\dot{m}_a = \frac{1,9 \times 10^{-3} \text{ kg}}{0,04 \text{ s}} = 0,048 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 48 \frac{\text{g}}{\text{s}}$$

$$\begin{aligned} \dot{W}_i &= \dot{m}_a F L \eta_e = \left(0,048 \frac{\text{kg}}{\text{s}}\right) \left(\frac{1}{12}\right) \left(45 \times 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kg}}\right) (0,39) = \\ &= 70.200 \text{ W} = 70,2 \text{ kW} \end{aligned}$$

3. Se instala un turbocompresor para aumentar la presión de admisión. Este, aparte de aumentar la presión, también calienta el gas por lo que se suele instalar un intercambiador de calor (*intercooler*) para reducir dicha temperatura de admisión.

Calcular, a 6.000 rpm, el gasto de aire y la potencia obtenida si las presiones de admisión y escape fueran de 2,0 bar y la temperatura de admisión de 333 K (considerar que se mantiene constante el consumo específico del apartado 1). El comportamiento del rendimiento volumétrico η'_v se aproxima por la expresión:

$$\eta'_v = \eta_v \left[\frac{\gamma - 1}{\gamma} + \frac{r - \left(\frac{P_{\text{escape}}}{P_{\text{admisión}}}\right)}{\gamma(r - 1)} \right] \left(\frac{T'_a}{T_a}\right)^{1/2}$$

Obteniéndose:

$$\eta'_v = 0,85 \left[\frac{1,4 - 1}{1,4} + \frac{10 - \left(\frac{2 \times 10^5}{2 \times 10^5}\right)}{1,4(10 - 1)} \right] \left(\frac{333}{298}\right)^{1/2} = 0,90$$

$$\rho_a = \frac{P_a}{RT_a} = \frac{2 \times 10^5 \text{ Pa}}{287 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} 333 \text{ K}} = 2,09 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\dot{m}_a = \left(2,09 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) (1.800 \times 10^{-6} \text{ m}^3) (0,90) = 3,4 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

$$t_{2_vueltas} = \frac{4\pi}{628 \text{ rad s}^{-1}} = 0,02 \text{ s}$$

$$\dot{m}_a = \frac{3,4 \times 10^{-3} \text{ kg}}{0,02 \text{ s}} = 0,170 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 170 \frac{\text{g}}{\text{s}}$$

$$bsfc = 7,22 \times 10^{-8} \frac{\text{kg}}{\text{J}} = \frac{0,170 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \times \frac{1}{12}}{\dot{W}_i} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \dot{W}_i = 196.000 \text{ W} = 196 \text{ kW}$$

4. Calcular el gasto de aire y la potencia producida por el motor a 3000 rpm y en funcionamiento a carga parcial. En este caso se reduce la presión de admisión a 0,45 bar y se mantiene la temperatura de admisión en 298 K. La presión de escape es 1 bar.

Se considera que en estas condiciones el rendimiento efectivo del motor sufre una reducción del 15%. Suponer que la dependencia funcional del rendimiento volumétrico es la misma que la del apartado 3 anterior.

$$\eta'_v = 0,92 \left[\frac{1,4 - 1}{1,4} + \frac{10 - \left(\frac{1 \times 10^5}{0,45 \times 10^5} \right)}{1,4(10 - 1)} \right] \left(\frac{298}{298} \right)^{1/2} = 0,83$$

$$\rho_a = \frac{P_a}{RT_a} = \frac{0,45 \times 10^5 \text{ Pa}}{287 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} 298 \text{ K}} = 0,53 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$m_a = \left(0,53 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (1.800 \times 10^{-6} \text{ m}^3) (0,83) = 7,9 \times 10^{-4} \text{ kg}$$

$$\dot{m}_a = \frac{7,9 \times 10^{-4} \text{ kg}}{0,04 \text{ s}} = 0,020 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 20 \frac{\text{g}}{\text{s}}$$

$$\dot{W}_i = \dot{m}_a F L \eta_e = \left(0,020 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \right) \left(\frac{1}{14,7} \right) \left(45 \times 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \right) (0,39 \times 0,85) \Rightarrow$$

$$\dot{W}_i = 20.300 \text{ W} = 20,3 \text{ kW}$$

RESUMEN E IDEAS IMPORTANTES

- En el mundo de las aplicaciones de ingeniería no siempre es conveniente caracterizar un motor en base al resultado de resolver 17 ecuaciones integro-diferenciales con 17 incógnitas (que es lo que se ha hecho con el modelo de motor desarrollado a lo largo del libro). Por eso, muchas veces se utilizan parámetros globales que permiten evaluar y comparar de manera práctica, rápida y sencilla las variables de interés.
- Uno de los parámetros globales más importantes en la descripción de un motor es el rendimiento volumétrico que, en cierto modo, contiene de forma aproximada la información acerca de cómo es la fluidodinámica de dicho motor.
- En un motor de ciclo Otto, la potencia se controla actuando sobre la presión/densidad del gas en el colector de admisión (al acelerador actúa sobre la mariposa y ésta modifica la presión/densidad y, por tanto, sobre el contenido energético en el colector de admisión).

En un motor de ciclo Diésel, la potencia se controla inyectando mayor o menor cantidad de combustible en la cámara de combustión (que lo que se hace al actuar sobre el acelerador).

- La otra forma (obvia) de aumentar la potencia es aumentando las revoluciones del motor (cambiando, por ejemplo, de marcha a una más corta) para que haya un mayor número de ciclos termodinámicos por unidad de tiempo.
- A igualdad de otros parámetros, el rendimiento volumétrico de un motor típico escala con la velocidad media del pistón.

CAPÍTULO 12

ANÁLISIS DIMENSIONAL

Contenido

- 12.1. Introducción.
- 12.2. Semejanza dimensional en el ciclo con deposición de calor

12.1. INTRODUCCIÓN

En los capítulos anteriores se ha puesto de manifiesto que el modelo de motor (incluyendo todas las disciplinas técnicas de Termodinámica, Mecánica de Fluidos, Combustión, Transferencia de Calor, Cinemática y Dinámica) depende de una cantidad considerable de parámetros. Esto sugiere que pudiera ser de interés utilizar técnicas de análisis dimensional para tratar de reducir la dimensión del problema en el espacio de los parámetros.

Por otra parte, el lector podría preguntarse cómo es que los grandes fabricantes de motores de automoción utilizan bancos de ensayos a escala 1:1 que cuestan millones de euros cuando, en principio, si las leyes de semejanza dimensional se mantuviesen, sería mucho más barato hacer un banco de ensayos con motores de aeromodelismo que costaría unos pocos cientos de euros. Pues bien, el objetivo de este capítulo es abordar estas cuestiones y otras parecidas que tienen que ver con la semejanza dimensional de motores.

12.2. SEMEJANZA DIMENSIONAL EN EL CICLO CON DEPOSICIÓN DE CALOR

El primer paso consiste en aplicar las leyes de semejanza al problema del ciclo termodinámico con adición de calor descrito en el Capítulo 4. De acuerdo con las ecuaciones de dicho modelo, el trabajo del ciclo W_{out} depende de los siguientes parámetros:

Parámetros que aparecen en la Ecuación (4.10)

- γ , relación de calores específicos.
- V_1 , volumen de la cámara al principio del proceso de compresión.
- P_1 , presión en la cámara al principio del proceso de compresión.
- θ_s , ángulo de finalización del proceso de compresión.

Parámetros que aparecen en la Ecuación (4.11)

- R y C_v , aparecen como cociente, el cual es función del rendimiento (γ) que ya ha sido incluido en la lista.
- El volumen de desplazamiento $V_d = (\pi b^2 s)/4$, es igual a V_1 y también está incluido.
- Q_{total} , cantidad de energía (julios) aportada a cada ciclo termodinámico.
- r , es la relación de compresión, parámetro que aparecía en la Ecuación (4.9).
- $\lambda = l/s$, relación de longitudes biela-carrera de la Ecuación (4.9).
- θ_d , ángulo de duración del proceso de adición de calor.
- a , parámetro del modelo de adición de calor.
- n , parámetro del modelo de adición de calor.

Parámetros que aparecen en la Ecuación (4.13)

No introduce parámetros nuevos.

Parámetros que aparecen en la Ecuación (4.14)

No introduce parámetros nuevos si no se desea calcular Q_{out} (o sea, si no se desea calcular el rendimiento del ciclo).

De modo que, en resumen, puede escribirse:

$$W_{out} = \Phi_0(V_1, P_1, Q_{total}, \gamma, \theta_s, r, \lambda, \theta_d, a, n) \quad (12.1)$$

En donde se observa que los tres primeros parámetros (V_1, P_1, Q_{total}) tienen dimensiones, mientras que el resto ($\gamma, \theta_s, r, \lambda, \theta_d, a, n$) son adimensionales.

Lo que dice el análisis dimensional es que la dimensión del espacio donde está definida la función Φ (dimensión 10 en el caso de la Relación (12.1)) puede reducirse dependiendo de si los parámetros dimensionales ($V_1, P_1, y Q_{total}$, en el caso de la Relación (12.1)) tienen dimensiones linealmente independientes o no.

En concreto, estos tres parámetros tienen las siguientes dimensiones:

$$[V_1] = M^0 L^3 T^0$$

$$[P_1] = M^1 L^{-1} T^{-2}$$

$$[Q_{total}] = M^1 L^2 T^{-2}$$

Y como la matriz de dimensiones:

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix}$$

tiene rango 2, esto significa que dos de los parámetros tienen dimensiones linealmente independientes y que, por tanto, la dependencia funcional (Ecuación 12.1) se puede reescribir de forma adimensional en un espacio de menor dimensión (dos dimensiones menos).

Escogiendo como parámetros independientes, por ejemplo, P_1 y Q_{total} , la relación (12.1) queda como:

$$\frac{W_{out}}{Q_{total}} = \Phi_1 \left(\frac{V_1 P_1}{Q_{total}}, \gamma, \theta_s, r, \lambda, \theta_d, a, n \right) \quad (12.2)$$

Considérense ahora dos motores “m1” y “m2” que son geoméricamente semejantes aunque de distinto tamaño, siendo m2 mayor que m1 (igual λ), funcionan con el mismo combustible/aire y tienen la misma ley de deposición de calor (iguales $\gamma, \theta_s, \theta_d, a, n$) y la misma relación de compresión (igual r). En este caso, la relación (12.2) puede escribirse:

$$\frac{W_{out}}{Q_{total}} = \Phi_2 \left(\frac{V_1 P_1}{Q_{total}} \right) \quad (12.3)$$

De modo que, si en los dos motores “m1” y “m2” se cumple que:

$$\left(\frac{V_1 P_1}{Q_{total}} \right)_{m1} = \left(\frac{V_1 P_1}{Q_{total}} \right)_{m2} \quad (12.4)$$

Entonces:

$$\left(\frac{W_{out}}{Q_{total}} \right)_{m1} = \left(\frac{W_{out}}{Q_{total}} \right)_{m2} \quad (12.5)$$

Supóngase ahora que los dos motores (uno muy grande, el “m2”, y otro muy pequeño, el “m1”) operan a presión atmosférica (igual P_1), de modo que puede escribirse:

$$(Q_{total})_{m2} = (Q_{total})_{m1} \frac{(V_1)_{m2}}{(V_1)_{m1}} \quad (12.6)$$

Y, en consecuencia:

$$(W_{out})_{m2} = (W_{out})_{m1} \frac{(Q_{total})_{m2}}{(Q_{total})_{m1}} \quad (12.7)$$

Es decir, que en la hipótesis de modelo de ciclo con adición de calor, desarrollado en el Capítulo 4, hay leyes de semejanza que se cumplen y, en consecuencia, sería posible hacer un ensayo a escala pequeña (por ejemplo, con un motor de aeromodelismo) y extraer conclusiones de diseño para el motor a escala grande. Bastaría con hacer un ensayo en el motor pequeño y a partir de ahí podría predecirse el trabajo que se obtendría en el motor grande, Ecuación (12.7), sin más que ser cuidadoso y añadir la cantidad de combustible apropiada, Ecuación (12.6).

La realidad, sin embargo, no es tan sencilla ya que una de las hipótesis más restrictivas del modelo desarrollado en el capítulo 4 es que no hay intercambio de calor con el exterior a través de las paredes del motor. Si se considera un modelo de transferencia de calor como el descrito por la Ecuación (6.9) del capítulo 6 y las ecuaciones del modelo de motor (6.15) a (6.19), la dependencia funcional de la potencia del motor \dot{W}_{out} incluye los siguientes parámetros:

Parámetros que aparecen en las ecuaciones (6.17) y (6.16)

Condición inicial del proceso de integración, Ecuación (6.17):

- P_1 , presión en la cámara en el punto de comienzo de la integración.
- V_1 , volumen de la cámara en el punto de comienzo de la integración.
- m , masa de gases en la cámara.
- R , constante del gas.

Estos valores determinan, mediante la Ecuación de estado (6.17), la temperatura T_1 de los gases en el punto de comienzo de la integración.

Ecuación del proceso de compresión, Ecuación (6.16):

- C_v , calor específico a volumen constante.
- ω_2 , velocidad angular de giro del motor.
- T_w , temperatura de pared de la cámara de combustión.
- C_h , parámetro dimensional ($0,013kg^{0,2}m^{0,2}K^{-0,5}s^{-0,6}$) que aparece en la correlación (6.9) del coeficiente de transferencia de calor por convección.
- b , diámetro del pistón (aparece en $V(\theta)$).
- s : Carrera del pistón (aparece en $V(\theta)$). En su lugar se utilizará r_2 (longitud de la manivela).
- r : Relación de compresión (aparece en $V(\theta)$).

Parámetros que aparecen en las ecuaciones (6.15)

- Q_{total} , calor depositado en cada ciclo termodinámico. En su lugar se utilizará $m \times F \times L$, que es el producto de la masa de gas por el dosado (relación aire a combustible) y por el calor latente del combustible.
- a, n, θ_d, θ_s , parámetros del modelo de adición de calor.

Por último, hay que tener en cuenta que:

- El proceso de expansión no aporta parámetros nuevos al problema.
- El parámetro V_1 es redundante con b y r_2 por lo que se utilizarán estos dos últimos en vez de dicho volumen.

MOTORES ALTERNATIVOS

De modo que, la dependencia funcional de la potencia suministrada por el ciclo \dot{W}_{out} queda:

$$\dot{W}_{out} = \Phi_3(P_1, m, R, C_v, \omega_2, T_w, C_h, FL, b, r_2, r, a, n, \theta_d, \theta_s) \quad (12.8)$$

Los cinco parámetros $r, a, n, \theta_d, \theta_s$ ya son adimensionales por lo que, de los diez restantes, hay que elegir cuatro que tengan dimensiones linealmente independientes. En concreto, es conveniente elegir los siguientes:

$$[m] = M^1 L^0 T^0 K^0$$

$$[b] = M^0 L^1 T^0 K^0$$

$$[\omega_2] = M^0 L^0 T^{-1} K^0$$

$$[T_w] = M^0 L^0 T^0 K^1$$

con los que es posible generar los siguientes parámetros adimensionales asociados a P_1, R, C_v, C_h, FL , y r_2 , respectivamente:

$$\Pi_1 = \frac{P_1 b}{m \omega_2^2}$$

$$\Pi_2 = \frac{R T_w}{b^2 \omega_2^2}$$

$$\Pi_3 = \frac{C_h T_w^{0.5}}{m^{0.2} b^{0.2} \omega_2^{0.6}}$$

$$\Pi_4 = \frac{FL}{b^2 \omega_2^2}$$

$$\Pi_5 = \frac{r_2}{b}$$

El parámetro Π para C_v tiene la misma forma que Π_2

Si los dos motores que se consideran ("m1" y "m2") utilizan el mismo combustible y el mismo dosado (necesarios para tener el mismo tipo de combustión), la semejanza en el parámetro Π_4 implica que:

$$(b \omega_2)_{m1} = (b \omega_2)_{m2} \quad (12.9)$$

Teniendo en cuenta esta relación (12.9), la semejanza en el parámetro Π_2 (los dos motores utilizan el mismo gas con la misma R) implica:

$$(T_w)_{m1} = (T_w)_{m2} \quad (12.10)$$

Si los dos motores funcionan a la misma presión ambiente P_1 la semejanza en el parámetro Π_1 obliga a que se cumpla:

$$(m)_{m1} = (m)_{m2} \left[\frac{(b)_{m1}}{(b)_{m2}} \right]^3 \quad (12.11)$$

Y por último, teniendo en cuenta las relaciones anteriores, la semejanza en el parámetro Π_3 necesita que la siguiente relación también se cumpla (nótese que C_h es un parámetro fijo de la correlación del coeficiente de transferencia de calor y, en consecuencia, no depende del motor concreto):

$$(m)_{m1} = (m)_{m2} \left[\frac{(b)_{m1}}{(b)_{m2}} \right]^2 \quad (12.12)$$

Que está en contradicción con la Ecuación (12.11).

Es decir, la presencia del parámetro C_h en el modelo da lugar a que no pueda mantenerse simultáneamente la semejanza en todos los parámetros adimensionales que aparecen en el modelo de motor. O dicho de otra manera, el banco de ensayos del motor tiene que ser a escala real porque los efectos de transferencia de calor falsearían los resultados obtenidos si se llevara a cabo un ensayo a escala.

RESUMEN E IDEAS IMPORTANTES

- El tener un modelo matemático de un fenómeno físico implica que es posible aplicarle técnicas de análisis dimensional para conseguir un mejor entendimiento del mismo. Esto es: el análisis dimensional no está restringido únicamente al mundo de la Mecánica de Fluidos sino que es una metodología muy útil en prácticamente todos los campos de la Mecánica de los Medios Continuos.
- En el modelo de motor con deposición de calor, sin fluido-dinámica de admisión/escape y sin transferencia de calor al bloque del motor, hay (a igualdad de otros parámetros) semejanza dimensional entre motores de tamaños distintos. En este caso, la relación de potencias entre los dos motores (por ejemplo: uno grande y otro pequeño) escala con la relación de energías (julios) introducidas en la cámara de combustión.

- Cuando se considera la transferencia de calor el bloque del motor, se rompe la semejanza dimensional y ya no es posible hacer experimentos con un motor a escala muy pequeño (y, por tanto, muy barato) y extrapolarlos mediante leyes dimensionales a un motor mayor. Por eso es por lo que los fabricantes de motores utilizan bancos de ensayo para experimentar a escala real.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

A continuación se lista una serie de referencias bibliográficas que serán de interés para muchos de los lectores de este texto. En cualquier caso, hay que tener en cuenta que este campo es muy activo, tanto en ingeniería como en investigación y desarrollo, y que se siguen publicando monografías continuamente.

Baumgarten C., *Mixture Formation in Internal Combustion Engines*, Springer, 2006.

Challen B. y Baranescu R., *Diesel Engine Reference Handbook*, Butterworth-Heinemann, 1999.

Chiodi M., *An Innovative 3D-CFD Approach Towards Virtual development of Internal Combustion Engines*, Vieweg Teubner, 2011.

Fergusson C. R. and Kirkpatrick A. T., *Internal Combustion Engines*, John Wiley & Sons, 2001.

Guzzella L. and Oner C. H., *Introduction to Modeling and Control of Internal Combustion Engine Systems*, Springer, 2010.

Heywood J.B., *Internal Combustion Engine Fundamentals*, McGraw Hill, 1988.

Hiereth H. and Prenzner P., *Charging the Internal Combustion Engine*, Springer, 2007.

Lejda K. y Wos P., *Internal Combustion Engines*, Intechopen 2012.

Mollenhauer K. and Tschöke H., *Handbook of Diesel Engines*, Springer, 2010.

Mollenhauer K. and Tschöke H., *Handbook of Diesel Engines*, Springer, 2010.

Payri F. y Desantes J.M., *Motores de Combustión Interna Alternativos*. Editorial Reverté y UPV, 2011.

Rakopoulos C. D. and Giakoumis E. G., *Diesel Engine Transient Operation*, Springer, 2009.

Shi Y., Ge H.W. y Reitz R. D., *Computational Optimization of Internal Combustion Engines*, Springer, 2011.

Van Basshuysen R. and Schaefer F., *Internal Combustion Engine Handbook Basics, Components, Systems, and Perspectives*, SAE International, 2004.

W.W. Pullkrabeck, *Engineering Fundamentals of the Internal Combustion Engine*, Pearson Education 2003.

Zhao H., *Advanced Direct Injection Combustion Engine Technologies and Development*, CRC Press, 2009.