

Diseño de Elementos de Máquinas

Joaquín Cedillo Cárdenas



Director Editorial:
Marcelo Grillo Giannetto
mgrillo@alfaomega.com.mx

Jefe de Edición:
Francisco Javier Rodríguez Cruz
jrodriguez@alfaomega.com.mx

Diseño de elementos de máquinas

Joaquín Cedillo Cárdenas

Derechos reservados © Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V., México

Primera edición: Alfaomega Grupo Editor, México, septiembre 2017

© 2018 Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V.

Dr. Isidoro Olvera (Eje 2 sur) No. 74, Col. Doctores, 06720. Ciudad de México

Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana
Registro No. 2317

Pág. Web: <http://www.alfaomega.com.co>
E-mail: cliente@alfaomegacolombiana.com

ISBN: 978-958-778-405-3

Derechos reservados:

Esta obra es propiedad intelectual de su autor y los derechos de publicación en lengua española han sido legalmente transferidos al editor. Prohibida su reproducción parcial o total por cualquier medio sin permiso por escrito del propietario de los derechos del copyright.

Nota importante:

La información contenida en esta obra tiene un fin exclusivamente didáctico y, por lo tanto, no está previsto su aprovechamiento a nivel profesional o industrial. Las indicaciones técnicas y programas incluidos, han sido elaborados con gran cuidado por el autor y reproducidos bajo estrictas normas de control. ALFAOMEGA GRUPO EDITOR, S.A. de C.V. no será jurídicamente responsable por: errores u omisiones; daños y perjuicios que se pudieran atribuir al uso de la información comprendida en este libro, ni por la utilización indebida que pudiera dársele.

Edición autorizada para venta en todo el mundo.

Impreso en Colombia, Abril de 2018. Printed in Colombia.

Carvajal Soluciones de Comunicación S.A.S.

Empresas del grupo:

México: Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V. – Dr. Isidoro Olvera (Eje 2 sur) No. 74, Col. Doctores, C.P. 06720, Del. Cuauhtémoc, Ciudad de México – Tel.: (52-55) 5575-5022 – Fax: (52-55) 5575-2420 / 2490. Sin costo: 01-800-020-4396 – E-mail: atencionalcliente@alfaomega.com.mx

Colombia: Alfaomega Colombiana S.A. – Calle 62 No. 20-46, Barrio San Luis, Bogotá, Colombia, Tels.: (57-1) 746 0102 / 210 0122 – E-mail: cliente@alfaomegacolombiana.com

Chile: Alfaomega Grupo Editor, S.A. – Av. Providencia 1443. Oficina 24, Santiago, Chile
Tel.: (56-2) 2235-4248 – Fax: (56-2) 2235-5786 – E-mail: agechile@alfaomega.cl

Argentina: Alfaomega Grupo Editor Argentino, S.A. – Av. Córdoba 1215, piso 10, CP: 1055, Buenos Aires, Argentina. – Tel/Fax: (54-11) 4811-0887 y 4811 7183 – E-mail: ventas@alfaomegaeditor.com.ar

Datos catalográficos

Cedillo, Joaquín
Diseño de elementos de máquinas
Primera Edición
Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V., México

ISBN: 978-607-622-978-1

Formato: 16.8 x 23 cm

Páginas: 292

Acerca del autor

Joaquín Cedillo Cárdenas es originario de la Ciudad de México. Egresó de la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica del Instituto Politécnico Nacional (IPN) como Ingeniero Mecánico Industrial.

Dentro de las instituciones educativas en las que ha participado se encuentran el Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec, la Universidad Tecnológica de Tecámac, el Centro de Estudios Científicos y Tecnológicos del Estado de México y el Colegio de Bachilleres.

Formó parte del grupo de profesionistas que fundaron el Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Coacalco.

Actualmente es catedrático titular de tiempo completo en el IPN en la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica Unidad Ticomán.

También ha trabajado en el área administrativa bajo la normatividad institucional, lo que le ha permitido dirigir y coordinar departamentos dependientes de la Subdirección Administrativa del IPN, refrendando así sus capacidades y formación adquiridas en el sector público educativo y en su momento del sector privado.

Dedicatoria

Para mi Padre, por permitirme soñar.

Para mi Madre, la primera persona que me enseñó que menos por menos es más.

Para mi Familia, que son mis alas, ya que sin ellos no estaría aquí.

Porque vivir entre recuerdos es ya tan importante como imaginar el futuro.

Mensaje del editor

Una de las convicciones fundamentales de Alfaomega es que los conocimientos son esenciales en el desempeño profesional, ya que sin ellos es imposible adquirir las habilidades para competir laboralmente. El avance de la ciencia y de la técnica hace necesario actualizar continuamente esos conocimientos, y de acuerdo con esto Alfaomega publica obras actualizadas, con alto rigor científico y técnico, y escritas por los especialistas del área respectiva más destacados.

Consciente del alto nivel competitivo que debe de adquirir el estudiante durante su formación profesional, Alfaomega aporta un fondo editorial que se destaca por sus lineamientos pedagógicos que coadyuvan a desarrollar las competencias requeridas en cada profesión específica.

De acuerdo con esta misión, con el fin de facilitar la comprensión y apropiación del contenido de esta obra, cada capítulo inicia con el planteamiento de los objetivos del mismo y con una introducción en la que se plantean los antecedentes y una descripción de la estructura lógica de los temas expuestos, asimismo a lo largo de la exposición se presentan ejemplos desarrollados con todo detalle y cada capítulo concluye con un resumen y una serie de ejercicios propuestos.

Además de la estructura pedagógica con que están diseñados nuestros libros, Alfaomega hace uso de los medios impresos tradicionales en combinación con las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC) para facilitar el aprendizaje. Correspondiente a este concepto de edición, todas nuestras obras tienen su complemento en una página Web en donde el alumno y el profesor encontrarán software relacionado con temas específicos de la obra.

Los libros de Alfaomega están diseñados para ser utilizados en los procesos de enseñanza aprendizaje, y pueden ser usados como textos en diversos cursos o como apoyo para reforzar el desarrollo profesional, de esta forma Alfaomega espera contribuir a la formación y al desarrollo de profesionales exitosos para beneficio de la sociedad, y espera ser su compañera profesional en este viaje de por vida por el mundo del conocimiento.

Contenido

Plataforma de contenidos interactivos	XI
Introducción	XII
Capítulo I. Introducción al diseño mecánico	1
1.1. Introducción	2
1.2. ¿Qué es el diseño mecánico?	4
1.3. Proceso del diseño mecánico	4
1.4. Enfoques del diseño	6
1.4.1. Enfoque del diseño tradicional	6
1.5. Organización del proceso de diseño	7
1.6. Tipos de diseño mecánico	8
1.7. Ciclo de desarrollo de un elemento mecánico (etapas de definición, preliminar de diseño, desarrollo detallado y documentación)	9
Capítulo II. Introducción a la cinemática de mecanismos	21
2.1. Introducción	22
2.2. Cinemática y cinética	22
2.3. Mecanismos y máquinas	23
2.4. Movimiento relativo	24
2.4.1. Movimiento relativo entre dos partículas en un mismo referencial	25
2.4.2. Movimiento relativo de una partícula en dos referenciales	27
2.5. Diagramas cinemáticos	28
2.6. Grados de libertad	29
2.7. Clasificación de mecanismos	37
Capítulo III. Análisis de desplazamientos y velocidades	47
3.1. Introducción	48
3.2. Determinación de las velocidades por el método de los planos	49
3.2.1. Velocidades para el grupo II clase, tipo 1	49
3.3. Métodos gráfico y analítico	53
3.3.1. Métodos algebraicos clásicos	53
3.4. Análisis de velocidades por el método gráfico y analítico	54
3.4.1. Mecanismos de cuatro barras	55
3.4.2. Mecanismo biela-manivela	57
3.5. Velocidad mediante ecuaciones de cierre y números complejos	61
3.5.1. Centros instantáneos	63
3.6. Ventaja mecánica	68
Capítulo IV. Análisis de aceleraciones	71
4.1. Introducción	72
4.2. Aceleración relativa	74
4.3. Aceleración de Coriolis	75
Capítulo V. Análisis de fuerzas	79
5.1. Definiciones básicas para estudiar las fuerzas estáticas y dinámicas	80
5.2. Fuerzas estáticas y dinámicas	81
5.3. Método de superposición	101

5.3.1. Principio de superposición. Fuerzas estáticas	101
5.3.2. Principio de superposición. Fuerzas dinámicas	101
5.4. Método matricial	102
5.4.1. Características de los métodos matriciales	102
5.4.2. Modelización del problema	103
5.4.3. Métodos de cálculo matricial	104
Capítulo VI. Introducción a la síntesis de mecanismos	111
6.1. Introducción	112
6.2. Tipos de síntesis	112
6.3. Síntesis gráfica, generación de movimiento (dos y tres posiciones prescritas)	114
6.3.1. Dos posiciones prescritas	114
6.3.2. Tres posiciones prescritas	116
6.4. Síntesis gráfica, generación de trayectorias	117
6.4.1. Generación de función	119
6.4.2. Síntesis analítica	125
Capítulo VII. Cargas en los elementos mecánicos (Impacto, vibración, dinámicas)	129
7.1. Introducción	130
7.2. Cargas en los elementos mecánicos	130
7.2.1. Cargas por impacto	130
7.2.2. Cargas por vibración	132
7.2.3. Fuerzas dinámicas	135
7.3. Tipos de esfuerzos en los elementos mecánicos	135
7.3.1. Concentración de esfuerzos	137
7.4. Teorías de falla por fatiga	139
7.4.1. Etapas del proceso de fallas por fatiga	141
7.4.2. Variación de los esfuerzos	141
7.4.3. Mecanismos de falla por fatiga	143
7.5. Ajustes y tolerancias	145
7.5.1. Tolerancia de fabricación	145
7.5.2. Valores de tolerancia	145
7.5.3. Campos de tolerancias	146
7.5.4. Ajuste	147
7.5.5. Tipos de ajuste	147
7.5.6. Simbología	148
7.5.7. Tipos de tolerancias	149
Capítulo VIII. Introducción a las uniones	155
8.1. Introducción	156
8.2. Uniones remachadas	157
8.3. Uniones atornilladas	162
8.3.1. Generalidades	162
8.3.2. Clases de tornillos	162
8.3.3. Coeficientes parciales de seguridad	162
8.3.4. Agujeros para tornillos	163
8.3.5. Disposiciones en el montaje	164
8.3.6. Separación entre agujeros	165

8.3.7. Categorías de uniones atornilladas	166
8.3.8. Cálculo de la resistencia de un tornillo	169
8.3.9. Torque o par de apriete de tornillos	173
8.3.10. Tipos de las uniones atornilladas	178
8.4. Uniones soldadas	180
8.4.1. Generalidades	180
8.4.2. Diferentes tipos de uniones por soldadura	180
8.5. Uniones pegadas	185
8.5.1. Introducción	185
8.5.2. Ventajas de la unión con adhesivos	185
8.5.3. Limitaciones	186
Capítulo IX. Acoplamientos	187
9.1. Introducción	188
9.2. Acoplamiento mecánico	188
9.2.1. Funciones	189
9.3. Tipos y clasificación de acoplamientos	189
9.3.1. Acoplamientos rígidos	190
9.3.2. Acoplamientos flexibles	190
9.3.3. Acoplamientos de elementos deslizantes	190
9.3.4. Acoplamientos de elementos flexionantes	192
9.3.5. Acoplamientos articulados	194
9.4. Embragues y frenos	196
9.4.1. Embrague	196
9.4.2. Freno	196
9.5. Tipos y clasificación de embragues	200
9.5.1. Embrague de fricción de disco simple	201
9.5.2. Embragues de fricción de disco doble	201
9.5.3. Embrague hidráulico	202
Capítulo X. Cojinetes y lubricación	203
10.1. Introducción	204
10.2. Cojinetes	204
10.2.1. Lubricación de cojinetes	205
10.2.2. Tipos de lubricantes	205
10.2.3. Viscosidad	205
10.2.4. Lubricación inicial de cojinetes	206
10.2.5. Determinación del coeficiente de rozamiento en cojinetes de deslizamiento lubricados	206
10.2.6. Materiales para cojinetes	209
10.2.7. Espesor mínimo de la película de aceite	209
10.2.8. Presión crítica del funcionamiento	210
10.2.9. Capacidad de carga y vida de un rodamiento	210
10.3. Lubricación de los elementos de máquinas	211
10.3.1. Fricción	211
10.3.2. Desgaste	212
10.3.3. Tipos de desgaste	212
10.3.4. Lubricación	212
10.3.5. Tipos de lubricantes	214

10.3.6. Propiedades y pruebas fisicoquímicas de los lubricantes.....	214
10.3.7. Aspectos a considerar en la selección de un lubricante.....	215
10.3.8. Factores nocivos para el desempeño de los lubricantes	216
10.4. Cojinetes de contacto deslizante.....	216
10.5. Cojinetes de contacto rodante.....	217
10.5.1. Características de los rodamientos	218
10.5.2. Tipos de rodamientos	219
10.5.3. Fallas de los rodamientos	224
10.5.4. Materiales de rodamiento.....	224
10.6. Selección de rodamientos.....	225
10.6.1. Procedimiento de la selección.....	225
Capítulo XI. Árboles y ejes	231
11.1. Introducción.....	232
11.2. Conceptos y aplicaciones	233
11.2.1. Ejes.....	233
11.2.2. Árboles.....	236
11.2.3. Diámetros normalizados	238
11.2.4. Materiales para ejes y árboles	238
11.3. Árboles y ejes flexibles.....	240
11.3.1. Componentes de un eje flexible	240
11.4. Resortes.....	242
11.4.1. Introducción	242
11.4.2. Tipos y aplicación.....	243
11.4.3. Diseño de un resorte (helicoidales de compresión y de tensión).....	243
Capítulo XII. Clasificación y tipos de transmisión	255
12.1. Introducción.....	256
12.2. Transmisiones de tipo flexibles	256
12.3. Poleas y bandas.....	257
12.3.1. Poleas	257
12.4. Cadenas.....	258
12.5. Cables	258
12.6. Transmisiones de tipo rígida.....	259
12.6.1. Engranés.....	259
12.6.2. Teoría de los dientes de engrane	259
12.7. Engranajes de dientes rectos y helicoidales.....	265
12.7.1. Engranaje recto	265
12.7.2. Carga sobre engranes rectos.....	266
12.8. Engranajes cónicos de dientes rectos y helicoidales	270
12.9. Tornillo sin fin y de potencia	270
12.10. Trenes de engranes.....	272
12.10.1. Clasificación y tipos.....	273
Índice analítico	275
Anexo.....	277
Factores de conversión	278

Plataforma de contenidos interactivos

Para tener acceso al material de la plataforma de contenidos interactivos de este libro, siga los siguientes pasos:

1. Ir a la página: <http://libroweb.alfaomega.com.mx>
2. Ir a la sección Catálogo y seleccionar la imagen de la portada del libro, al dar doble clic sobre ella, tendrá acceso al material descargable.

NOTA: Se recomienda respaldar los archivos descargados de la página web en un soporte físico.

Introducción

En este libro se presenta un curso de Diseño de Elementos de Máquinas que servirá para diseñar y manufacturar elementos de mecánicos. En el texto se consideran los temas tradicionales de elementos de máquinas donde se demuestra la interrelación en la práctica (sobre todo con el apoyo de los software más recientes en el diseño y manufactura de los elementos mecánicos) entre fuerzas y esfuerzos, así como el análisis de fallas.

Podemos decir que el libro se enfoca al diseño, así como a aspectos concretos de la asignatura esencial de la ingeniería mecánica y de ramas afines como la ingeniería aeronáutica, la ingeniería en sistemas automotrices y la mecatrónica, por citar algunas especialidades.

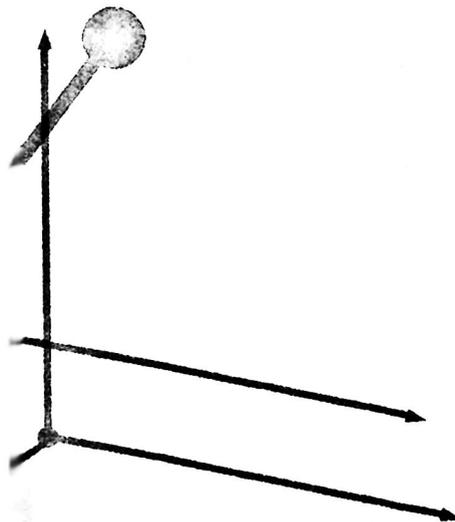
El libro ha sido dividido en dos partes: la primera presenta lo fundamental del diseño mecánico: materiales, teorías de fallas esfuerzos y deformaciones, y se hace una introducción a la mecánica de la fractura. En la segunda parte se estudia el diseño de elementos específicos como engranes, árboles de transmisión y resortes, así como un enfoque a la carga de fatiga de varios ciclos que experimentan partes o ensambles de máquinas.

Una ventaja que el lector encontrará en este texto es la introducción del desarrollo, paso a paso, de un par de prácticas en el diseño de elementos mecánicos en el capítulo 1, apoyándose en el software Mastercam, lo cual es una novedad en un libro de texto de este perfil.

CAPÍTULO I

Introducción al diseño mecánico

- 1.1 Introducción
- 1.2 ¿Qué es el diseño mecánico?
- 1.3 Proceso del diseño mecánico
- 1.4 Enfoques del diseño
- 1.5 Organización del proceso de diseño
- 1.6 Tipos de diseño mecánico
- 1.7 Ciclo de desarrollo de un elemento mecánico (etapas de definición, preliminar de diseño, desarrollo detallado y documentación)



1.1 Introducción

El objetivo de este primer capítulo es proporcionar una o varias soluciones para definir un producto de forma que satisfaga los requisitos y restricciones establecidas.

El proceso de diseño en productos complejos tiene las siguientes características:

- Es multidisciplinar (se emplean técnicas diversas).
- Es colaborativo (lo realizan diferentes equipos de trabajo).
- Es iterativo (se ejecuta de forma recurrente hasta obtener la solución ideal).

Comenzaremos este capítulo con algunos conceptos importantes en lo referente al diseño mecánico.



Diseño

El diseño como tarea consiste en pensar (idear) y describir una estructura que aparece como una portadora de características deseadas (particularmente funciones); el diseño como proceso consiste en transformar información de las condiciones, necesidades y requisitos a la descripción de una estructura que la satisfaga. De esta manera, se podría apreciar al individuo que diseña como un medio de transformación de información, que proviene inicialmente del cliente pero que se alimenta también del conocimiento propio del diseñador y del adquirido durante el proceso, para dar lugar a una estructura imaginada que, una vez hecha realidad, confirma las características con las que se pensó.



Diseño mecánico

El diseño mecánico es el diseño de objetos y sistemas de naturaleza mecánica, piezas, estructuras, mecanismos, máquinas y dispositivos e instrumentos diversos. En su mayor parte, este tipo de diseño hace uso de la matemática, las ciencias de uso de materiales y las ciencias mecánicas aplicadas a la ingeniería.

El diseño está caracterizado por el hecho de que ni la necesidad ni el problema a resolver han sido identificados. Obsérvese también que el caso puede implicar muchos problemas.

Es posible además clasificar el diseño, por ejemplo:

- De vestuario
- De interiores de casas
- De carreteras
- De paisajes
- De edificios
- De barcos
- De puentes
- Por computadora
- De sistemas de calefacción
- De máquinas
- En ingeniería
- De procesos

Para que el diseño mecánico pueda llevarse a cabo es importante seguir una serie de pasos con la finalidad de obtener un mejor resultado y, además, si éste no cumple con los requerimientos necesarios es posible rediseñar dicho producto, esto mediante una evaluación y pruebas a las que se debe someter si es necesario.

Consideraciones o factores de diseño

A veces, la resistencia de un elemento es muy importante para determinar su configuración geométrica y sus dimensiones, en tal caso se dice que la resistencia es un factor importante de diseño.

La expresión factor de diseño implica alguna característica o consideración que influye en el diseño de algún elemento o, quizá, en todo el sistema. Por lo general, se tienen que tomar en cuenta varios factores en un caso de diseño determinado. En ocasiones, alguno de esos factores será crítico y, si se satisfacen sus condiciones, ya no será necesario contemplar los demás. Los factores a tomarse en cuenta son los siguientes:

- Resistencia
- Confiabilidad
- Condiciones térmicas
- Corrosión
- Desgaste
- Fricción o rozamiento
- Procesamiento
- Utilidad

- Costo
- Seguridad
- Peso
- Tamaño
- Flexibilidad
- Control
- Rigidez
- Acabado de superficies
- Lubricación
- Mantenimiento
- Volumen

1.2 ¿Qué es el diseño mecánico?

Es el proceso de dar forma, dimensiones, materiales, tecnología de fabricación y funcionamiento de una máquina para que cumpla unas determinadas funciones o necesidades; también es la concepción original de un objeto u obra destinados a la producción en serie.

El diseño se diferencia del análisis en que en éste se toma de un diseño ya existente para estudiarlo y verificar que cumpla con las necesidades para las que fue diseñado.

El diseño de ingeniería mecánica incluye el mecánico, pero es un estudio de mayor amplitud que abarca todas las disciplinas de la ingeniería mecánica, incluso las ciencias térmicas y de los fluidos. Aparte de las ciencias fundamentales, se requieren las bases del diseño de ingeniería mecánica que son las mismas que las del diseño mecánico.

1.3 Proceso del diseño mecánico

El proceso del diseño mecánico implica el desarrollo de los siguientes pasos:

1. Conceptualización (ideas)
2. Síntesis (agrupación de elementos)
3. Análisis (elementos finitos)
4. Evaluación (costes)
5. Representación (planos)

En general, podemos decir que el proceso de diseño de una máquina obedece al siguiente diagrama de flujo, con sus diversas etapas:

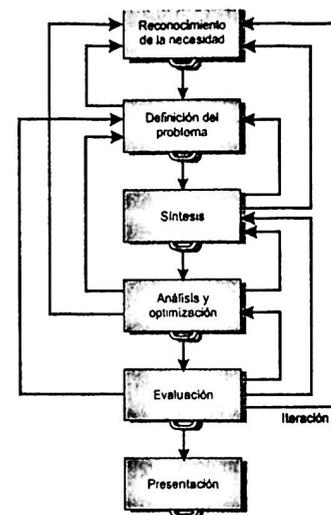


Figura 1.1. Diagrama de flujo del proceso de diseño.

- **Reconocimiento de la necesidad:** el diseño comienza cuando el ingeniero, su jefe o su cliente, detecta la necesidad de una máquina y decide hacer algo para conseguirla. Esta necesidad debe ser breve y sin detalles. Por ejemplo, tener una máquina de pegar etiquetas en las botellas de vino envasadas.
- **Definición del problema:** el problema se diferencia de la necesidad en que el primero es algo más específico. Así, si la necesidad era tener una máquina de pegar etiquetas en las botellas de vino envasadas, el problema será que las etiquetas se puedan intercambiar en las líneas de envasado, que tengan la misma cadencia que éstas, que la máquina admita las distintas gamas de botellas, que sea fácilmente adaptable, que tenga un fácil mantenimiento, etc.
- **Síntesis, análisis y optimización:** una vez definido el problema y obtenidas las especificaciones de requisitos, el siguiente paso, tal como se indicó en el diagrama anterior, será la síntesis de una solución que sea óptima. Ahora bien, esta síntesis no podrá ser óptima si antes no se realiza el análisis, ya que éste revelará que la solución a la que hemos llegado no cumple con las especificaciones de requisitos, o que dicha solución no es la mejor posible. Si el diseño no resulta satisfactorio en alguna de dichas pruebas, o en ambas, el procedimiento de síntesis debería iniciarse de nuevo. Por tanto, el procedimiento de síntesis, junto con el de análisis y optimización, es un proceso iterativo.

- **Evaluación:** en esta etapa hay que ser sobre todo analíticos y objetivos, ya que evaluación significa el análisis crítico del total de las ideas generadas y de los productos similares y sustitutos ya existentes, donde cada idea debe responder a una necesidad, manifiesta o latente, del mercado. La etapa de la evaluación por tanto es muy significativa dentro del proceso de diseño, pues es la demostración definitiva de que un diseño es acertado. Normalmente, se requiere realizar pruebas con un prototipo en el laboratorio.

1.4 Enfoques del diseño

1.4.1 El enfoque del diseño tradicional

Este enfoque está basado en el hecho de comparar el esfuerzo aplicado contra el esfuerzo de fluencia para predecir el momento en que la rotura se presentaría; sucedía a veces que el esfuerzo aplicado debía ser menor que el esfuerzo de fluencia, pero aun así, aunque en la práctica se cumpliera, la rotura se presentaba.

Los diferentes enfoques de diseño se pueden definir como sigue:

- **Diseño social:** se especializa en crear objetos para personas con bajos recursos económicos. El mercado es grandísimo, más de 90% de la población a nivel mundial pertenecemos a este grupo.
- **Diseño sustentable:** su especialidad es crear objetos para las personas que sienten culpa por el daño ambiental que causan al comprar sin control. El sistema capitalista inhibe la culpa y estimula la compra, por lo que el diseño sustentable tendría que asociarse con los otros enfoques.
- **Diseño de experiencias:** se especializa en crear objetos que causan placer a las personas. El mercado potencial es grande, todos somos hedonistas; sin embargo, comprar placer es costoso.
- **Diseño estratégico:** las personas dedicadas a este rubro no diseñan, por lo que se dedican a administrar proyectos.
- **Diseño inclusivo:** se especializa en crear objetos para poblaciones vulnerables considerando que si las soluciones cumplen satisfactoriamente su función con dicha población, automáticamente otras podrán adoptarla. Por ejemplo, si un producto está enfocado para adultos mayores, los jóvenes podrán usarlo también; sin embargo, es complejo compartir necesidades estéticas y simbólicas.
- **Diseño centrado en el usuario:** se especializa en extraer ideas de los consumidores para después vendérselas transformadas en objetos. El mercado potencial está determinado por las características del usuario al que se entrevistó y observó para extraer la idea.

- **Diseño de servicios:** es el diseño que no se ve, se especializa en mejorar la atención al consumidor. Un banco es ejemplo de un mal servicio, mejorarlo tendría un gran impacto en la población, aunque el reto es complejo considerando que este tipo de instituciones son indiferentes a los consumidores, y por tanto no se sabe si invertirían en el diseño de servicios.
- **Diseño para la interacción:** se especializa en crear conceptos que, si son bien desarrollados, deslumbran al consumidor. Si el consumidor desea comprarlos tendría que esperar varios años hasta que estén en el mercado.
- **Codiseño:** se especializa en crear objetos incluyendo en el equipo de diseño a un consumidor, con la esperanza de que éste sea representativo del mercado y así asegurar el éxito del producto. Generalmente, el consumidor no es representativo y la historia no aparece en los casos de éxito de las revistas más aclamadas de negocios.
- **Diseño sistémico:** se especializa en crear y vender soluciones integrales. Si se desarrolla un reproductor DVD, considera los elementos propios del reproductor (láser, botones, pantalla) y también los elementos con los que se relaciona: televisión, bocinas, etc. De tal forma, el consumidor podrá comprar toda la familia de productos para tener un sistema óptimo.
- **Diseño de mobiliario:** se especializa en crear objetos para un mercado exclusivo, galerías de arte y coleccionistas. La transacción puede ser muy lucrativa.
- **Diseño con perspectiva de género:** se especializa en crear objetos en donde se toman en cuenta las diferencias entre hombres y mujeres. Un caso donde debería emplearse son los sanitarios, generalmente se asume que los dos sexos tienen necesidades similares, cuando no es así. Es común observar filas largas en los sanitarios de mujeres, mientras que esto no sucede en los de los hombres; esto es porque no se consideran las diferencias entre los géneros y su impacto en la solución proyectada.

1.5 Organización del proceso de diseño

El proceso y las etapas de diseño varían dependiendo de diversos factores que incluyen el tipo de proyecto en el que se esté trabajando, qué tan grande o pequeño sea y para quién está destinado. Las fases asociadas con el diseño gráfico son muy diferentes a las relacionadas con la construcción y el diseño arquitectónico. Sin embargo, cada tipo de proyecto incluye un hilo conductor de etapas que los constructores, diseñadores y artistas, ingenieros mecánicos y otros deben pasar, como las fases de investigación, planificación y conceptualización del proyecto, las cuales se describen a continuación:

- **Investigación:** el proceso de diseño comienza con la investigación. Casi todos los proyectos requieren que los realizadores o responsables se formulen una serie de preguntas —a sí mismos o a los clientes— sobre el propósito del proyecto y las necesidades a satisfacer. Por ejemplo, los arquitectos o empresas constructoras de

viviendas preguntan a los clientes acerca del tamaño de los espacios interiores, los tipos de personas para las cuales se construirá el edificio y cualquier pedido especial. Durante esta fase, entran en juego también los estilos. Otras preguntas durante la investigación son acerca del presupuesto y el tiempo de conclusión del proyecto. El fabricante o el cliente pueden examinar proyectos similares que se hayan completado exitosamente.

- **Conceptualización:** la fase de conceptualización del proceso de diseño consiste en esbozar el proyecto. Durante esta etapa, los diseñadores pueden tener una lista de características o requisitos que se incluirán en el proyecto. Llevan a cabo sesiones de lluvia de ideas para generar alternativas. Algunos dibujan un boceto en papel o por computadora, el cual abarca todos los requisitos y características del proyecto y muestra cómo se verá el resultado. En la conceptualización, los diseñadores suelen modificar el boceto o esquema para satisfacer las necesidades o preferencias de sus clientes.
- **Desarrollo del diseño:** la fase de desarrollo de diseño consiste en hacer una mirada más cercana y pormenorizada del proyecto. Esta etapa implica la creación de planos, dibujos y bocetos detallados, además de prestar atención a cada característica o especificación. Por ejemplo, los arquitectos, diseñadores y constructores usan programas por computadora para modelar un nuevo edificio a escala, garantizar el diseño y medir y colocar las puertas, escaleras y pasillos. Los diseñadores de proyectos de arte, como los diseñadores gráficos y de logotipos, construyen varios borradores o pruebas. Esta etapa permite una retroalimentación adicional de parte de los clientes y la posibilidad de realizar cambios de último momento. Durante esta fase, los diseñadores o constructores a menudo evalúan los costos finales del proyecto.
- **Desarrollo y terminación:** la etapa de desarrollo implica la creación y construcción del proyecto en sí. El diseñador debe reunir los suministros para completar el proyecto. Los grandes diseños y trabajos requieren la participación continua de todo el equipo, incluyendo directores, líderes e ingenieros, para garantizar que el trabajo se desarrolle según lo planeado. Un proyecto arquitectónico puede requerir visitas del propietario al terreno para asegurar su satisfacción. Cualquier cambio de última hora o requisitos añadidos durante esta etapa pueden resultar en gastos adicionales. Cuando el desarrollo se haya completado, el diseñador evalúa el proyecto y muestra el resultado a sus clientes.

1.6 Tipos de diseño mecánico

Algunos tipos de diseño mecánico son los siguientes:

- **Conceptual:** idea, etapa 1.
- **Básico:** desarrollo de la idea, etapas 2 y 3.

- **Detallado:** plasmación concreta, etapas 4 y 5.
- **Otros tipos de diseño:**
 - **Industrial:** orientado a la forma (estética) del producto.
 - **Axiomático:** utiliza métodos matriciales para analizar sistemáticamente la transformación de las necesidades del cliente en requisitos funcionales.
 - **Analógico:** está basado en el desarrollo de soluciones similares a las ya existentes.

1.7 Ciclo de desarrollo de un elemento mecánico (etapas de definición, preliminar de diseño, desarrollo detallado y documentación)

Tabla 1.1.

Realizaciones	Criterios de realización
1.1 Participar en la definición de productos, aportando soluciones constructivas y determinando las especificaciones, características, disposición, dimensionamiento y coste de componentes y conjuntos	<p>Las aportaciones al diseño resuelven los problemas constructivos y posibilitan la fabricación, adaptándose a los medios de producción disponibles.</p> <p>Los materiales elegidos para el producto diseñado permiten obtenerlo con la resistencia, acabados, costes y calidad establecidos.</p> <p>La elección de materiales tiene en cuenta la garantía de suministro, el grado de aprovechamiento posible y el coste final del producto.</p> <p>El dimensionado de componentes se realiza de acuerdo con el método establecido y la normativa vigente, contemplando las solicitaciones requeridas y adoptando los factores de seguridad pertinentes (mayoración de cargas y minoración de resistencias) que garanticen su resistencia.</p> <p>Los elementos susceptibles de normalización son debidamente identificados, analizados y modificados, optimizando la fabricación sin perjuicio de los requerimientos de diseño.</p>

	<p>Los diferentes subconjuntos y piezas son identificados, dimensionados, cuantificados y valorados siguiendo los criterios establecidos en la empresa a tal efecto y la información precisa se recoge claramente en los documentos apropiados.</p> <p>La valoración económica de los conjuntos contempla los trabajos necesarios para su ejecución o instalación, con el nivel de desglose, identificación de componentes y estructura de costes requeridos.</p> <p>Las aportaciones al diseño garantizan la maquinabilidad, montaje y mantenibilidad del producto.</p>
1.2 Realizar operaciones de cálculos técnicos, a partir de datos previos que sirven de soporte al proyecto	<p>Los tipos de materiales, cálculos, tablas de datos, dimensiones estándar, aspectos constructivos y elementos normalizados, previos a la aplicación del cálculo, se obtienen del manual de diseño de la empresa, del anteproyecto, de las indicaciones del responsable del proyecto o de otros proyectos similares.</p> <p>Las solicitudes de esfuerzo o carga se determinan analizando el fenómeno que las provoca.</p> <p>La aplicación del cálculo (torsión, flexión, cizalladura, compresión, rotura, etcétera) responde a las solicitudes requeridas.</p> <p>Los coeficientes de seguridad (rotura, vida, etcétera) empleados en la aplicación de cálculos de elementos son los requeridos por las especificaciones técnicas.</p> <p>La forma y dimensión de los elementos que componen los productos desarrollados (estructuras, elementos de unión, engranajes, embragues, etcétera) se establecen teniendo en cuenta los resultados de los cálculos obtenidos.</p>

	<p>La selección de los elementos normalizados (tornillos, pasadores, chavetas, guías, ...) se realiza teniendo en cuenta las solicitudes a las que están sometidos y las características aportadas por el fabricante.</p> <p>La aplicación de equipos y programas informáticos permite la optimización del procedimiento de cálculo.</p> <p>Los cálculos y simulación de los productos se realizan aplicando los procedimientos idóneos y utilizando las herramientas informáticas adecuadas.</p>
1.3 Elaborar los planos de conjunto para la definición del producto, partiendo de las especificaciones técnicas y consiguiendo la calidad adecuada	<p>Los planos se realizan aplicando las normas de dibujo (formatos de planos, líneas de dibujo, acotación, tolerancias, vistas, secciones, etcétera) adecuadas y, en su caso, se respetan las normas internas de la empresa en la representación gráfica del producto y las instrucciones del responsable del proyecto.</p> <p>Los planos de conjunto del producto contienen información suficiente, son interpretables por los destinatarios de los mismos y válidos para realizar la fabricación del producto, teniendo en cuenta las especificaciones previamente establecidas y las limitaciones y posibilidades de los medios de producción de la empresa.</p> <p>El nivel de definición del producto contenido en la información gráfica es suficiente para su determinación inequívoca, posibilita su fabricación y se materializa claramente en los planos necesarios, garantizando la maquinabilidad, la mantenibilidad y el montaje (accesibilidad, utilización de herramientas normalizadas, facilidad de montaje, posibilidad de automatización, etcétera).</p>

	<p>Las especificaciones técnicas aportadas por los planos de conjunto cumplen con los requisitos de funcionalidad (capacidad, fuerza, dimensiones, funciones, velocidades, potencias, etcétera).</p> <p>El producto definido cumple con la normativa vigente referente a seguridad de personas, equipos e instalaciones y medio ambiente.</p> <p>Las especificaciones técnicas de capacidades de máquina, materiales, ajustes, mecanismos, etcétera, se establecen ajustándose a los requerimientos del manual de diseño de la empresa y/o de las especificaciones del proyecto.</p> <p>Los materiales determinados para cada órgano o elemento son los exigidos para la aplicación correspondiente, en función de las solicitudes requeridas y del coste. Se elaboran e incorporan a la documentación técnica las pautas de control precisas (cotas que hay que verificar y certificar en autocontrol y verificación) para asegurar la calidad del producto.</p> <p>El producto definido permite su transporte y manipulación con seguridad, determinándose las dimensiones máximas de transporte, los elementos de sujeción, las protecciones en el transporte, el peso, etc.</p> <p>Se tiene en cuenta el AMFE (análisis modal de fallos y efectos) de diseño y se mantiene actualizado.</p> <p>La disposición de paneles hidráulicos, neumáticos, eléctricos y sus conductores de conexión posibilitan su montaje y situación adecuada, teniendo en cuenta la seguridad de los mismos, de las personas y de los equipos.</p> <p>Los planos de definición del producto establecen las especificaciones necesarias para la automatización del mismo (modos de alimentación, funciones del mecanismo, elementos de conexión mecánica, solicitudes, etcétera).</p>
--	--

<p>1.4 Elaborar los planos de despiece, listas de materiales y elementos normalizados, a partir de los planos de conjunto, atendiendo al proceso de fabricación y consiguiendo la calidad adecuada</p>	<p>Los planos se realizan aplicando las normas de dibujo (formatos de planos, líneas de dibujo, acotación, tolerancias, vistas, secciones, etcétera) adecuados y, en su caso, se respetan las normas internas de la empresa en la representación gráfica del producto.</p> <p>La forma constructiva definida por los planos se ajusta al manual de diseño de la empresa (entalladuras, biseles, elementos normalizados, materiales, dimensión estándar, etcétera).</p> <p>Los materiales definidos para cada órgano o elemento son los requeridos para la aplicación correspondiente, tanto en calidad como en el tratamiento térmico y/o superficial exigido.</p> <p>Los elementos normalizados cumplen con las solicitudes de las especificaciones técnicas del producto (fuerza, dimensiones, funciones, velocidades, potencias, etcétera).</p> <p>Los ajustes y tolerancias se establecen de acuerdo con la función que desempeñan las piezas y el tipo de fabricación prevista.</p> <p>Se tiene en cuenta el AMFE del proceso.</p> <p>El elemento de despiece definido permite su transporte y manipulación con seguridad, determinándose las dimensiones máximas de transporte, los elementos de sujeción, las protecciones en el transporte, el peso, etc.</p> <p>Se establecen las pautas de control precisas (cotas que hay que verificar y certificar en autocontrol o en verificación) para asegurar la calidad del producto.</p> <p>Los planos de despiece se realizan teniendo en cuenta las condiciones de fabricación y de montaje</p>
--	---

	<p>(formas, dimensiones, tolerancias, accesibilidad de los elementos en el conjunto montado, utilización de herramientas normalizadas, facilidad de montaje, posibilidad de automatización, etcétera).</p> <p>Se utilizan formas constructivas estandarizadas (entallas, estriados, tomillos, etcétera) con el fin de normalizar el producto y facilitar su fabricación e intercambiabilidad.</p> <p>Se establecen los puntos y tipos de lubricación, así como sus canales y circuitos dentro del mecanismo, determinando sus dimensiones.</p> <p>Se tienen en cuenta las características técnicas de los elementos normalizados descritas por los proveedores (prestaciones, instrucciones de montaje, productos auxiliares de mantenimiento, etcétera).</p>
<p>1.5 Elaborar el dossier técnico del producto (instrucciones de uso y mantenimiento, planos de conjunto, esquemas, listado de repuestos, etcétera) e informes técnicos concretos que le sean requeridos,</p>	<p>El dossier es fiel reflejo del proyecto, recogiendo todas las modificaciones que tienen lugar en el transcurso de la fabricación.</p> <p>Se elaboran las instrucciones y manuales necesarios para el uso y mantenimiento del producto desarrollado.</p> <p>La documentación (memorias, planos, esquemas, planos de montaje, de mantenimiento, presentación, etcétera) está ordenada y completa, cumpliendo las normas internas de la empresa en materia de presentación.</p> <p>El dossier contiene el listado de elementos que, bien por su desgaste o por otras causas, se recomiendan como elementos de repuesto.</p>

<p>relacionados con la factibilidad del diseño, necesidades de fabricación y, en su caso, puesta en servicio</p>	<p>El procedimiento de elaboración del dossier se optimiza, empleando medios informáticos (bases de datos, procesador de texto, editores, etcétera).</p> <p>El informe se elabora contemplando los requisitos del proyecto o necesidades de fabricación, en lo referente a:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Especificaciones técnicas • Materiales y productos • Funcionalidad • Mantenibilidad • AMFE del producto y proceso • Normativa y reglamentación específica • Seguridad • Costes • Calidad • Medios de manipulación, almacenaje y transporte • Garantía de suministros <p>El informe escrito es sintético y expresa de forma clara y ordenada las conclusiones obtenidas, ajustándose a las instrucciones recibidas.</p>
<p>1.6 Supervisar la fabricación del prototipo, resolviendo, a su nivel, los problemas de interpretación técnica, verificando la calidad y elevando</p>	<p>La supervisión asegura el cumplimiento del programa de construcción (orden de los procesos, plazos de construcción, aprovisionamiento, fases en las que se debe consultar con los responsables, útiles y necesidades de materiales auxiliares) del prototipo.</p> <p>La realización del prototipo permite obtener datos válidos aplicables al futuro proceso de fabricación con los medios de producción previstos, los controles y autocontroles necesarios, la evaluación del coste del prototipo y la estimación del coste de producción.</p>

<p>el informe correspondiente al responsable del proyecto</p>	<p>La supervisión del proceso de fabricación del prototipo asegura la correcta interpretación por parte del prototipista de la información técnica, realización de las operaciones de fabricación y utilización de los medios y materiales adecuados, así como la factibilidad de la fabricación.</p> <p>La supervisión resuelve las contingencias de fabricación, aportando las modificaciones necesarias a la información técnica del prototipo, sin perjuicio de la calidad.</p> <p>Las modificaciones aportadas son estudiadas con los responsables del diseño y fabricación del producto, y, en su caso, permiten aportar mejoras al desarrollo del producto.</p> <p>Las modificaciones incorporadas se reflejan en la información técnica del prototipo.</p>
<p>1.7 Supervisar o realizar los ensayos de homologación del(los) prototipo(s) conforme a las especificaciones del proyecto y/o a las prescripciones de ensayo, interpretando, a su nivel, los resultados, proponiendo, en su caso, las medidas correctivas y elaborando el correspondiente informe para el responsable del proyecto</p>	<p>Los ajustes y medidas de los parámetros del prototipo se efectuarán siguiendo el protocolo establecido.</p> <p>El proceso que se debe seguir para efectuar las pruebas de calidad y fiabilidad del prototipo están determinadas con suficiente precisión.</p> <p>Las condiciones de ensayo están delimitadas y controladas convenientemente.</p> <p>La documentación necesaria para la realización de las pruebas y ensayos de calidad y fiabilidad se selecciona a partir de la documentación de diseño, solicitando las aclaraciones y/o puntualizaciones necesarias.</p> <p>Los equipos de medida y prueba se seleccionan siguiendo las prescripciones establecidas en las especificaciones de pruebas.</p>

<p>1.8 Mantener actualizada y organizada la documentación técnica necesaria para el desarrollo del producto</p>	<p>Se actualizan los "históricos" (AMFE, etcétera), añadiendo las observaciones de calidad y fabricación y las modificaciones del producto a lo largo de su fabricación y vida.</p> <p>La actualización y organización de la documentación técnica permite conocer la vigencia de la documentación existente (catálogos, revistas, manual de calidad, planos, etcétera) e incorpora sistemáticamente las modificaciones que afecten a los planos y documentos técnicos.</p> <p>La documentación se clasifica según normas establecidas facilitando su localización y acceso.</p> <p>Se establecen las pautas para la revisión y actualización de planos (inserción de modificaciones, responsabilidad, gestión de las modificaciones, etcétera).</p> <p>Las modificaciones en los planos se realizan indicando elemento o cota modificada, fecha o revisión de la modificación e identificación de la persona que lo realiza.</p> <p>La información y la documentación disponibles son adecuadas y suficientes para mantener informados a los departamentos de la empresa sobre el desarrollo de los productos, posibilitando que las personas que deben utilizar la documentación (planos, revistas, fichas técnicas, programas, etcétera) conozcan su existencia y disponibilidad.</p>
<p>1.9 Crear, mantener e intensificar relaciones de trabajo en el</p>	<p>Se difunden los procedimientos de la empresa entre los miembros que la constituyen, para que estén informados de la situación y marcha de la misma, fundamentalmente en los aspectos de calidad y productividad.</p>

entorno de producción, resolviendo los conflictos interpersonales que se presenten y participando en la puesta en práctica de procedimientos de reclamaciones y disciplinarios

En la toma de cualquier decisión que afecte a los procedimientos se tiene en cuenta y se respeta la legislación laboral.

Son promovidas y, en su caso, aceptadas las mejoras propuestas por cualquier miembro de la empresa, en los aspectos de calidad, productividad y servicio.

El estilo de dirección adoptado potencia las relaciones personales, generando actitudes positivas entre las personas y entre éstas y su actividad o trabajo.

Se establece un plan de formación continuada para conseguir la formación técnica del personal.

Se identifican los conflictos que se originan en el ámbito de trabajo y se toman las medidas para resolverlos con prontitud.

Se recaba información adecuadamente, antes de tomar una decisión, para resolver problemas de relaciones personales, consultando, si fuera preciso, al inmediato superior.

Se informa a los trabajadores de sus derechos y deberes recogidos en la legislación vigente y en el reglamento específico de su entorno laboral.

Cuando se inicia un procedimiento disciplinario o una queja se aporta la información discutible con la mínima demora.



Material complementario

El estudiante practicará el diseño de elementos con el software Mastercam.

Lleve a cabo la **práctica 1: Diseño de molde** que se encuentra en la página web de este libro.



Material complementario

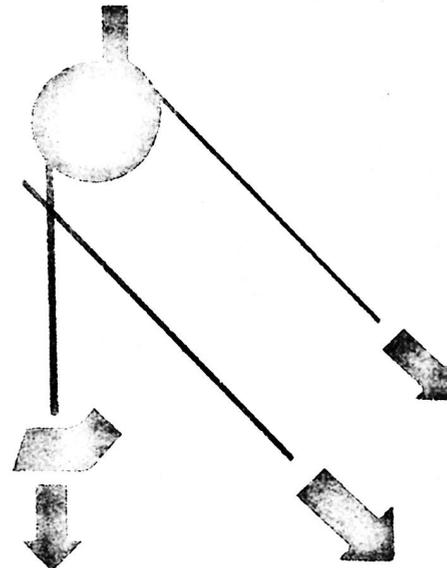
El estudiante practicará el diseño de elementos con el software Mastercam.

Lleve a cabo la **práctica 2: Diseño de hélice** que se encuentra en la página web de este libro.

CAPÍTULO II

Introducción a la cinemática de mecanismos

- 2.1 Introducción
- 2.2 Cinemática y cinética
- 2.3 Mecanismos y máquinas
- 2.4 Movimiento relativo
- 2.5 Diagramas cinemáticos
- 2.6 Grados de libertad
- 2.7 Clasificación de mecanismos



2.1 Introducción

En este texto se explora la cinemática y la dinámica de maquinaria con respecto a la síntesis de mecanismos para lograr los movimientos o tareas requeridas, así como el análisis de mecanismos para determinar su comportamiento dinámico de cuerpo rígido. Estos temas son fundamentales para el diseño de máquinas. Sobre la premisa de que no se puede analizar algo hasta que sea sintetizado dentro de su existencia, primero se partirá de la exploración del tema de síntesis de mecanismos. Luego, se investigarán técnicas de análisis de mecanismos. Todo ello con el propósito de desarrollar la habilidad para diseñar mecanismos viables de solución de problemas en ingeniería no estructurados mediante el proceso de diseño. Por lo anterior, se comenzará con definiciones precisas de los términos utilizados en estos temas.

2.2 Cinemática y cinética



Cinemática

Estudio del movimiento sin considerar las fuerzas.



Cinética

Estudio de las fuerzas sobre sistemas en movimiento.

Estos dos conceptos en realidad no se pueden separar. Se dividieron de manera arbitraria por razones didácticas en la educación de ingeniería. En la práctica de diseño de ingeniería también es válido considerar primero los movimientos cinemáticos deseados y sus consecuencias, y subsecuentemente investigar las fuerzas cinéticas asociadas con esos movimientos. El estudiante debe considerar que la división entre cinemática y cinética es bastante arbitraria, y en gran medida se hace por conveniencia. La mayoría de los sistemas mecánicos dinámicos no pueden diseñarse sin considerar a fondo ambos temas. Es bastante lógico considerarlos en el orden en que aparecen, puesto que por la Segunda Ley de Newton, $F = ma$, en general se requiere conocer la aceleración (a) para calcular las fuerzas dinámicas (F) generadas por el movimiento de la masa (m) del sistema. También existen situaciones en las que se conocen las fuerzas aplicadas y se tienen que encontrar las aceleraciones resultantes.

Un objetivo fundamental de la cinemática es crear (diseñar) los movimientos deseados de las partes mecánicas y luego calcular matemáticamente las posiciones, velocidades y aceleraciones que los movimientos crearán en las partes. Como para la mayoría de los sistemas mecánicos ligados a la Tierra, la masa en esencia permanece constante con el tiempo, la definición de aceleraciones como función del tiempo también definirá las fuerzas dinámicas como una función de este tipo. Los esfuerzos, a su vez, serán una función tanto de las fuerzas aplicadas

como de las inerciales (ma). Como el diseño de ingeniería implica crear sistemas libres de falla durante su vida de servicio esperada, el objetivo es mantener los esfuerzos dentro de límites aceptables para los materiales elegidos y las condiciones ambientales encontradas. Esto, obviamente y en consecuencia, requiere que todas las fuerzas que actúan en el sistema sean definidas y se mantengan dentro de los límites deseados.

En maquinaria que se mueve (la única interesante), con frecuencia, las fuerzas más grandes encontradas son las generadas por la dinámica de la misma máquina. Estas fuerzas dinámicas son proporcionales a la aceleración, la cual lleva de nuevo a la cinemática, el fundamento del diseño mecánico. Las decisiones básicas y tempranas en el proceso de diseño que implican principios cinemáticos pueden ser cruciales para el éxito de cualquier diseño mecánico. Un diseño con cinemática deficiente resultará problemático y funcionará mal.

2.3 Mecanismos y máquinas

Un mecanismo es un dispositivo que transforma el movimiento en un patrón deseable, y por lo general desarrolla fuerzas muy bajas y transmite poca potencia. Hunt define un mecanismo como un medio de transmisión, control o restricción del movimiento relativo. Una máquina, en general, contiene mecanismos que están diseñados para producir y transmitir fuerzas significativas. Algunos ejemplos comunes de mecanismos pueden ser un sacapuntas, un obturador de cámara fotográfica, un reloj análogo, una silla plegable, una lámpara de escritorio ajustable y un paraguas. Algunos ejemplos de máquinas que poseen movimientos similares a los mecanismos antes mencionados son un procesador de alimentos, la puerta de la bóveda de un banco, la transmisión de un automóvil, una niveladora, un robot y un juego mecánico de un parque de diversiones. No existe una clara línea divisoria entre mecanismos y máquinas. Difieren en su grado y no en su clase. Si las fuerzas o niveles de energía en el dispositivo son significativos, se considerará como una máquina; si no es así, será considerado como un mecanismo.



Figura 2.1.

Una definición útil de trabajo de un mecanismo es que es un sistema de elementos acomodados para transmitir movimiento de una forma predeterminada. Ésta puede ser convertida en una definición de una máquina si se le agregan las palabras “y energía” después de la palabra movimiento.

Los mecanismos, si se cargan en exceso y funcionan a bajas velocidades, en ocasiones se pueden tratar de manera estricta como dispositivos cinemáticos; es decir, se pueden analizar cinemáticamente sin considerar las fuerzas. Las máquinas (y mecanismos que funcionan a altas velocidades), por otra parte, primero deben tratarse como mecanismos, sus velocidades y aceleraciones deben ser analizadas cinemáticamente y después como sistemas dinámicos en los que sus fuerzas estáticas y dinámicas producidas por esas aceleraciones son analizadas mediante principios de cinética.

La primera parte de este libro se ocupa de la cinemática de mecanismos y la segunda parte de la dinámica de maquinaria. Las técnicas de síntesis de mecanismos presentadas en la primera parte son aplicables al diseño tanto de mecanismos como de máquinas, puesto que en cada caso se debe crear algún conjunto de miembros móviles para generar y controlar los movimientos y la geometría deseados.

2.4 Movimiento relativo

Decimos que un movimiento es relativo cuando un objeto se mueve; es decir, tiene movimiento si cambia de posición a través del tiempo. El movimiento es relativo porque depende del punto de referencia desde donde se mide.

Lo anterior se puede ejemplificar con una persona y un tren. Si la persona está en el andén y se utiliza a sí misma como punto de referencia, el tren se mueve. En cambio, si la persona está en el tren y se utiliza a sí misma como punto de referencia, el andén se mueve (figura 2.2). Por lo que no existe ningún punto de referencia absoluto, por tanto todo movimiento es relativo.

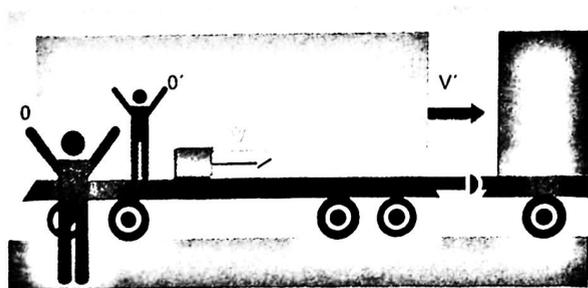


Figura 2.2.

Para describir el estado de movimiento de un cuerpo es necesario establecer un marco de referencia, pues tanto el reposo como el movimiento tienen un carácter relativo. Por ejemplo, si nos encontramos parados en la calle, consideramos a los árboles y edificios en estado de reposo con respecto a nosotros; en cambio, para nosotros mismos, las personas que viajan en un automóvil guardan un estado de movimiento. Pero si viajamos en el coche, podemos considerar que las personas y los objetos que van con nosotros permanecen en reposo y que los árboles y los edificios son los que se mueven.

Así, un mismo cuerpo puede estar en reposo o movimiento con respecto al marco de referencia que se considere; por tanto, al analizar y describir el movimiento de un cuerpo, es necesario especificar una relación con que otros objetos tienen movimiento. Éstos constituirán el marco de referencia

El movimiento siempre es un concepto relativo porque debe tratar sobre un sistema de referencia o referencial particular escogido por el observador. Puesto que diferentes observadores pueden utilizar referenciales distintos, es importante relacionar las observaciones de todos ellos.

Para efectos prácticos, podemos distinguir dos formas de movimiento relativo:

1. Movimiento relativo entre dos partículas en un mismo referencial.
2. Movimiento relativo de una partícula en dos referenciales distintos en movimiento relativo entre sí.

2.4.1 Movimiento relativo entre dos partículas en un mismo referencial

Consideremos dos partículas, A y B , que se mueven en el espacio y sean r_A y r_B sus vectores de posición con respecto al origen O de un referencial dado. Las velocidades de A y B medidas en ese referencial serán:

$$\mathbf{v}_A = \frac{dr_A}{dt} \quad \mathbf{v}_B = \frac{dr_B}{dt} \quad (2.1)$$

Los vectores de posición (relativa) de la partícula B con respecto a la A y de la A con respecto a la B están definidos por:

$$\mathbf{r}_{BA} = \overrightarrow{AB} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A \quad \mathbf{r}_{AB} = \overrightarrow{BA} = \mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B \quad (2.2)$$

y las velocidades (relativas) de B con respecto a A y de A con respecto a B son:

$$\mathbf{v}_{BA} = \frac{dr_{BA}}{dt} \quad \mathbf{v}_{AB} = \frac{dr_{AB}}{dt} \quad (2.3)$$

Puesto que $r_{BA} = -r_{AB}$ también resulta que $v_{BA} = -v_{AB}$, de modo que las velocidades relativas de B con respecto a A y de A con respecto a B son iguales y opuestas.

Efectuando las derivadas, resulta:

$$\frac{dr_{BA}}{dt} = \frac{dr_B}{dt} - \frac{dr_A}{dt} \quad \frac{dr_{AB}}{dt} = \frac{dr_A}{dt} - \frac{dr_B}{dt} \quad (2.4)$$

o sea que:

$$v_{BA} = v_B - v_A \quad v_{AB} = v_A - v_B \quad (2.5)$$

De modo que obtendremos la velocidad relativa entre las dos partículas restando vectorialmente sus velocidades con respecto a un mismo referencial.

Derivando de nuevo las expresiones, tenemos para las aceleraciones relativas:

$$\frac{dv_{BA}}{dt} = \frac{dv_B}{dt} - \frac{dv_A}{dt} \quad \frac{dv_{AB}}{dt} = \frac{dv_A}{dt} - \frac{dv_B}{dt} \quad (2.6)$$

Los primeros miembros de los vectores son las aceleraciones relativas de B con respecto a A y de A con respecto a B . Los otros términos son las aceleraciones de A y de B con respecto a un mismo observador O xyz.

$$\text{Tenemos: } a_{BA} = a_B - a_A \quad a_{AB} = a_A - a_B \quad (2.7)$$

Siguiéndose para las aceleraciones relativas la misma regla que para las velocidades.

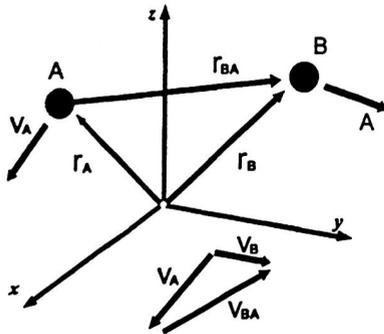


Figura 2.3. Movimiento relativo entre dos partículas en movimiento respecto a un mismo referencial xyz.

2.4.2 Movimiento relativo de una partícula en dos referenciales

En este caso, el movimiento relativo hace referencia al que presenta una partícula con respecto a un sistema de referencia (xyz), llamado referencial relativo o móvil por estar en movimiento con respecto a otro sistema de referencia (XYZ) considerado éste como referencial absoluto o fijo.

El movimiento de un referencial respecto al otro puede ser una traslación, una rotación o una combinación de ambas (movimiento rototraslatorio).

Velocidad: la velocidad v_F de una partícula en un referencial fijo o absoluto y su velocidad v_M en un referencial móvil o relativo, están relacionadas mediante esta expresión:

$$v_F = v_M + v_o + \omega \times r \quad (2.8)$$

siendo:

- v_F = La velocidad de la partícula en el referencial fijo (velocidad absoluta)
- v_M = La velocidad de la partícula en el referencial móvil (velocidad relativa)
- v_o = La velocidad del origen del referencial móvil en el referencial fijo (arrastre de traslación)
- ω = La velocidad angular del referencial móvil respecto del referencial fijo (velocidad angular de arrastre)
- $\omega \times r$ = La velocidad de arrastre de rotación

Los dos últimos términos representan la velocidad de arrastre total, de modo que podemos escribir:

$$v_{arr} = v_o + \omega \times r \quad (2.9)$$

que coincide con la velocidad correspondiente a un punto de un sólido rígido en movimiento.

Podemos expresar la velocidad de la partícula en el referencial fijo en la forma:

$$v_F = v_M + v_{arr} \quad (2.10)$$

Aceleración: la aceleración a_F de una partícula en un referencial fijo o absoluto y su aceleración a_M en un referencial móvil o relativo están relacionadas mediante la expresión:

$$a_F = a_M + a_o + \dot{\omega} \times r + \omega \times (\omega \times r) + 2\omega \times v_M \quad (2.11)$$

siendo:

- a_F = La aceleración de la partícula en el referencial fijo (aceleración absoluta)
- a_M = La aceleración de la partícula en el referencial móvil (aceleración relativa)
- v_M = La velocidad de la partícula en el referencial móvil (velocidad relativa)

a_o = La aceleración del origen del referencial móvil en el referencial fijo (arrastrado de traslación)

$\dot{\omega} \times r$ = La aceleración tangencial (arrastrado de rotación)

$\omega \times (\omega \times r)$ = La aceleración normal o centrípeta (arrastrado de rotación)

$2\omega \times v_M$ = La aceleración complementaria o aceleración de Coriolis

Si la partícula se encuentra en reposo en el referencial móvil, esto es, si $v_M = 0$ y $a_M = 0$, la aceleración en el referencial fijo es la aceleración de arrastre, que viene dada por:

$$a_{arr} = a_o + \dot{\omega} \times r + \omega \times (\omega \times r) \quad (2.12)$$

que coincide con la aceleración correspondiente a un punto de un sólido rígido en movimiento.

Podemos expresar la aceleración de la partícula en el referencial fijo en la forma:

$$a_F = a_M + a_{arr} + a_C \quad (2.13)$$

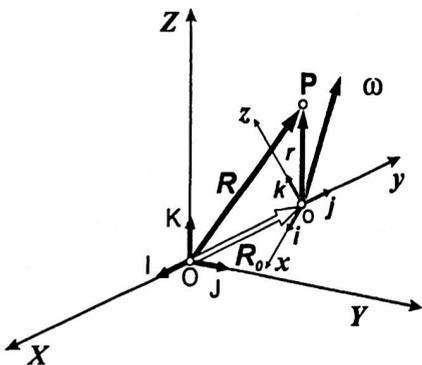


Figura 2.4. Sistema de referencia fijo o absoluto (XYZ) y sistema de referencia móvil o relativo (xyz) en movimiento general (rototraslatorio) respecto al referencial absoluto.

2.5 Diagramas cinemáticos

El análisis de mecanismos requiere que se dibujen diagramas cinemáticos claros, simples y esquemáticos de los eslabones y juntas con los que están formados dichos mecanismos. Algunas veces puede ser difícil identificar los eslabones y juntas cinemáticos en un mecanismo complicado. A menudo, los alumnos principiantes en este tema tienen esta dificultad. En la presente sección se define un enfoque para elaborar diagramas cinemáticos simplificados.

Los eslabones reales pueden tener cualquier forma, pero un eslabón “cinemático”, o borde de eslabón, se define como una línea entre juntas que permite el movimiento relativo entre eslabones adyacentes. Las juntas pueden permitir rotación, traslación o ambos movimientos entre los eslabones unidos. Los movimientos posibles de la junta deben ser claros y obvios en el diagrama cinemático.

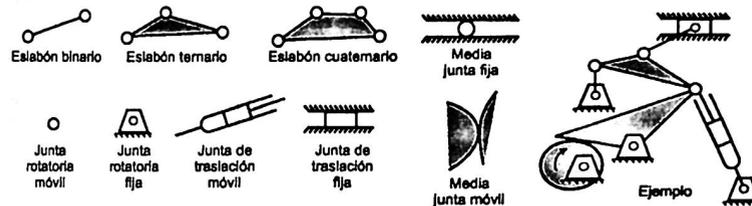


Figura 2.5. Notación esquemática para diagramas cinemáticos.

En la figura se muestran las notaciones esquemáticas que se recomiendan para los eslabones binarios, ternarios y de orden superior, y para las juntas móviles y fijas con libertades de rotación y traslación, además de un ejemplo de su combinación. Son posibles muchas otras notaciones, pero independientemente de la que se utilice, es crucial que el diagrama indique cuáles eslabones o juntas están fijos y cuáles pueden moverse. En caso contrario, nadie será capaz de interpretar la cinemática del diseño. Se debe usar el sombreado o achurado para indicar que un eslabón es sólido.

2.6 Grados de libertad

El concepto de **grado de libertad (GDL)** es fundamental tanto para la síntesis como para el análisis de mecanismos. Es necesario ser capaz de determinar rápidamente el GDL de cualquier conjunto de eslabones o juntas que pueda ser sugerido como solución a un problema. El grado de libertad (también llamado **movilidad M**) de un sistema se define como:



Grado de libertad

Número de entradas que se necesita proporcionar para crear una salida predecible.

Número de coordenadas independientes requerido para definir su posición.

Al inicio del proceso de diseño, casi siempre se dispone de alguna definición general del movimiento de salida deseado. El número de entradas necesario para obtener esa salida puede o no ser especificado. En este caso, el costo es la restricción principal. Cada entrada requerida necesitará algún tipo de accionador, ya sea un operador humano o un "esclavo" en la forma de un motor, solenoide, cilindro neumático u otro dispositivo convertidor de energía. Las acciones de estos dispositivos de entrada deberán ser coordinadas por un "controlador", el cual debe contar con algo de inteligencia. Ahora, con frecuencia, este control es proporcionado por una computadora, pero también puede ser mecánicamente programado en el diseño del mecanismo. No existe un requerimiento de un mecanismo que tenga sólo un GDL, aunque ello es a menudo deseable por simplicidad. Algunas máquinas tienen muchos GDL.

Las cadenas cinemáticas o mecanismos pueden ser abiertos o cerrados. Un mecanismo cerrado no tendrá puntos de fijación abiertos o nodos, y puede tener uno o más grados de libertad. Un mecanismo abierto con más de un eslabón siempre tendrá más de un GDL, por lo que requerirá tantos actuadores (motores) como GDL tenga.

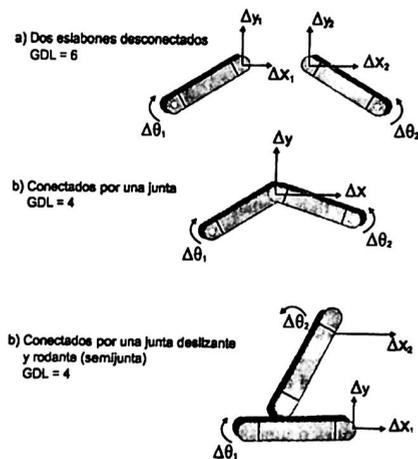


Figura 2.6.

$$M = 3L - 2J - 3G \quad (2.14)$$

siendo:

M = Grado de libertad o movilidad
 L = Número de eslabones

J = Número de juntas
 G = Número de eslabones conectados a tierra

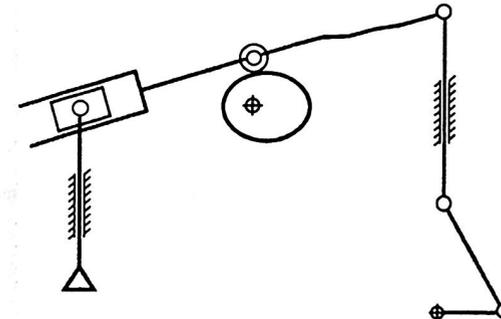
Hay que observar que en cualquier mecanismo real, aun cuando más de un eslabón de la cadena cinemática esté conectado a tierra, el efecto neto será crear un eslabón conectado a tierra de mayor orden y más grande, ya que sólo puede haber un plano de tierra.

Problemas

Grados de libertad

Problema 2.1

En la figura se muestra un mecanismo de guiado de la válvula (barra 9) de un motor de combustión interna: identificar las barras que componen dicho mecanismo así como los pares cinemáticos y determinar también el número de grados de libertad.



Resolución:

Resolvemos el problema con la ecuación de grado de libertad de Kutzbach para un mecanismo con movimiento plano:

$$n = 3 \cdot (n_b - 1) - 2 \cdot P_1 - P_2$$

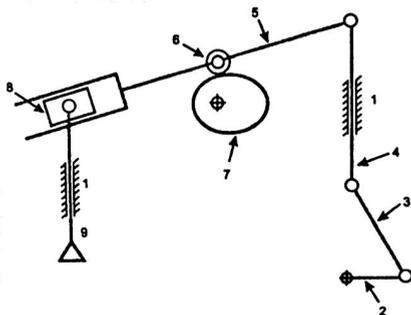
siendo:

n_b = El número de barras

P_1 = Los pares cinemáticos que admiten un grado de libertad

P_2 = Los pares cinemáticos que admiten dos grados de libertad

Numeramos las barras como se muestra en la figura:



Número de barras: 9

Pares cinemáticos de tipo 1: 10 (7 cilíndricos y 3 prismáticos)

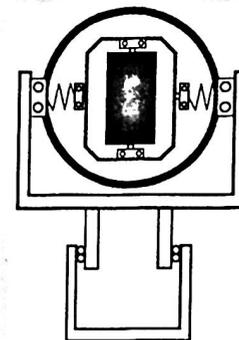
Pares cinemáticos de tipo 2: 1 (entre las piezas 6 y 7)

Aplicando estos valores a la fórmula para obtener el siguiente resultado:

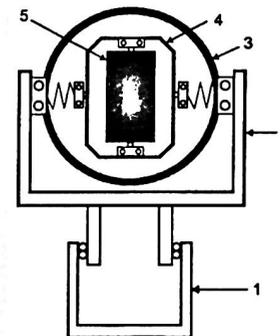
$$n = 3(9 - 1) - 2 \cdot 10 - 1 = 3$$

Problema 2.2

La figura muestra un mecanismo para captación de imágenes mediante cámaras CCD (cuerpo gris oscuro): identificar el número de barras del mecanismo, pares cinemáticos y grados de libertad.



Resolución:



Número de barras: 5

Pares cinemáticos de tipo 1: 4 (entre 1 y 2, 2 y 3, 3 y 4, 4 y 5)

Pares cinemáticos de tipo 2: 0

$$n = 3 \cdot (n_b - 1) - 2 \cdot P_1 - P_2$$

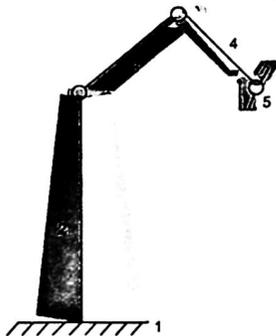
$$n = 3 \cdot (5 - 1) - 2 \cdot 4 - 0 = 4$$

Problema 2.3

La figura muestra un brazo robotizado para captación de objetos mediante pinzas: identificar el número de barras del mecanismo, así como los pares cinemáticos y grados de libertad.



Resolución:



Aplicamos la expresión de Kutzbach para el caso de tres dimensiones:

$$n = 6 \cdot (n_b - 1) - 5 \cdot P_1 - 4 \cdot P_2 - 3 \cdot P_3 - 2 \cdot P_4 - P_5$$

Número de barras: 5

Pares cinemáticos de tipo 1: 3 (entre 3 y 4, 4 y 5 [uno por cada brazo de la pinza])

Pares cinemáticos de tipo 2: 0

Pares cinemáticos de tipo 3: 1 (entre 2 y 3)

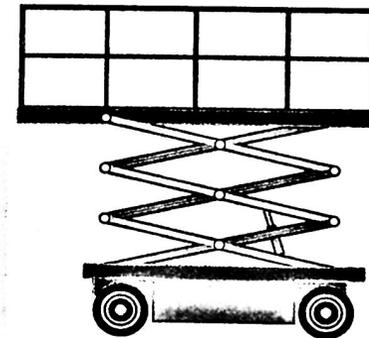
Pares cinemáticos de tipo 4: 0

Pares cinemáticos de tipo 5: 0

$$n = 6 \cdot (5 - 1) - 5 \cdot 3 - 4 \cdot 0 - 3 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 0 = 6$$

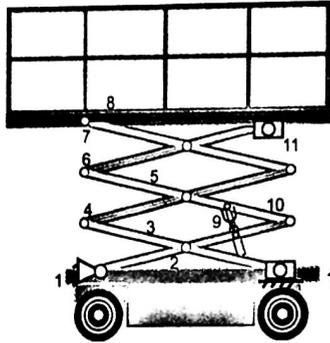
Problema 2.4

La figura muestra una plataforma elevadora con un mecanismo de tijera ayudado por un actuador hidráulico: determinar el número de barras, pares cinemáticos y grados de libertad.



Resolución:

Una primera posibilidad es hacer la siguiente configuración de barras:



Número de barras: 10

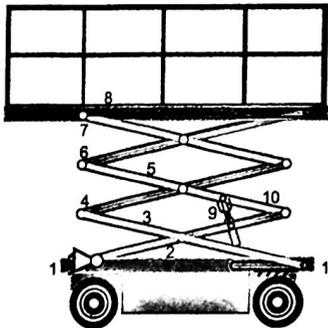
Pares cinemáticos de tipo 1: 11 de rotación (entre 1 y 2, 2 y 3, 2 y 10, 2 y 5, 3 y 4, 4 y 5, 4 y 7, 5 y 6, 5 y 9, 6 y 7, 7 y 8)

3 pares prismáticos (entre 1 y 12, 8 y 11, 9 y 10)

Pares cinemáticos de tipo 2: 0

$$n = 3 \cdot (n_b - 1) - 2 \cdot P_1 - P_2$$

Otra forma de resolver este problema es con la siguiente configuración de barras:



Número de barras: 10

Pares cinemáticos de tipo 1:

11 de rotación (entre 1 y 2, 2 y 3, 2 y 10, 2 y 5, 3 y 4, 4 y 5, 4 y 7, 5 y 6, 5 y 9, 6 y 7, 7 y 8)

2 pares prismáticos (entre 9 y 10)

Pares cinemáticos de tipo 2: 2 (entre 3 y 11, 8 y 6)

$$n = 3 \cdot (n_b - 1) - 2 \cdot P_1 - P_2$$

$$n = 3 \cdot (10 - 1) - 2 \cdot 13 - 2 = 1$$

2.7 Clasificación de mecanismos



Mecanismo

Elementos que permiten modificar una fuerza, una velocidad de entrada y/o un movimiento de entrada en otros diferentes de salida.

Los mecanismos se pueden clasificar en cuatro grupos diferentes:

Grupo 1. Mecanismos que se utilizan para modificar la fuerza de entrada:

- Balancín
- Polea simple
- Polea móvil o compuesta
- Polipasto
- Manivela-torno

Grupo 2. Mecanismos que se utilizan para modificar la velocidad:

- Ruedas de fricción
- Sistema de poleas
- Engranajes (ruedas dentadas)
- Sistemas de engranajes con cadena
- Tornillo sin fin-rueda dentada

Grupo 3. Mecanismos que se utilizan para modificar el movimiento:

- Tornillo-tuerca
- Piñón-cremallera
- Biela-manivela
- Cigüeñal-biela
- Excéntrica
- Leva
- Trinquete

Grupo 4. Otros mecanismos:

- Los frenos se utilizan para regular el movimiento. Tenemos tres tipos: de disco, cinta y de tambor.
- Mecanismos para acoplar o desacoplar ejes: embrague de fricción, embrague de dientes, juntas oldham y junta cardán.
- Mecanismos que acumulan energía: los muelles y los amortiguadores.
- Mecanismos que se usan de soporte: cojinetes y rodamientos.

Palanca-balancín:

- Ahorra esfuerzo levantando pesos.
- Condición de equilibrio.

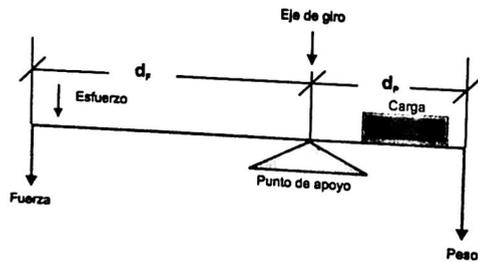


Figura 2.7. Polea-balancín.

$$F \cdot d_f = P \cdot d_p \quad (2.15)$$

Quando se cumple la ecuación, el balancín está en equilibrio. Con esta ecuación podemos calcular la fuerza a partir de la cual levantaremos un peso determinado.

Polea simple: ahorra el esfuerzo al subir o bajar cargas pesadas. Cambia el sentido de la fuerza. En este tipo de poleas se cumple que:

$$Fuerza = Peso \quad (2.16)$$

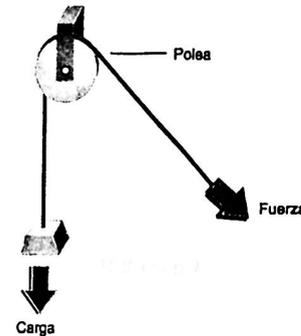


Figura 2.8. Polea simple.

Polea móvil o compuesta: en este tipo de poleas tenemos las dos ventajas de la polea simple; además, la fuerza que necesitamos para levantar el peso es la mitad.

Su fórmula es la siguiente:

$$Fuerza = \frac{Peso}{2} \quad (2.17)$$

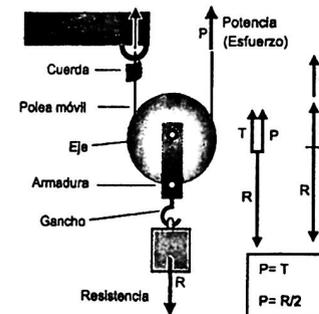


Figura 2.9. Polea móvil.

Polipasto: es un conjunto de poleas fijas y móviles. Cuando tenemos más de una polea móvil le llamamos polipasto.

Su fórmula es la siguiente:

$$Fuerza = \frac{Peso}{2 * n} \tag{2.18}$$

siendo n el número de poleas móviles.

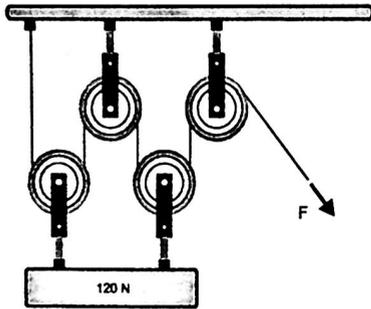


Figura 2.10. Polipasto.

Manivela-torno:

$$F * d = P * r \tag{2.19}$$

Ruedas de fricción: el movimiento se transmite de una rueda a otra mediante fricción (rozamiento).

Su fórmula es la siguiente:

$$D_1 * V_1 = D_2 * V_2 \tag{2.20}$$

siendo:

- D_1 = Diámetro de la rueda 1
- D_2 = Diámetro de la rueda 2
- V_1 = Velocidad de la rueda 1
- V_2 = Velocidad de la rueda 2

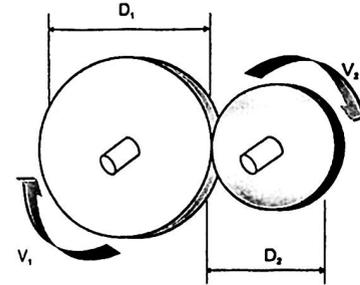


Figura 2.11. Esquema ruedas de fricción.

En la figura 2.12 podemos observar cómo mediante los diámetros de las ruedas varía o se mantiene la velocidad.

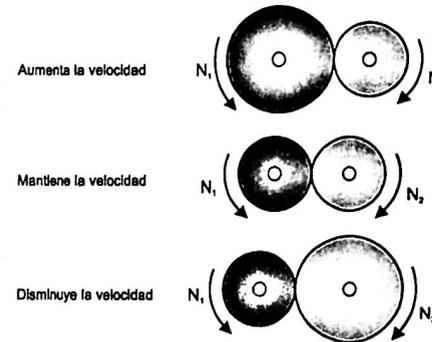


Figura 2.12. Ruedas de fricción de distintos diámetros.

Polea de transmisión: se transmite el movimiento circular a través de una correa de transmisión. Una polea se mueve (motriz = la del motor) y otra es movida (conducida).

Puede ser cruzada o sin cruzar. En estos mecanismos lo que nos interesa es la relación de velocidades, por eso siempre que se trabaje con mecanismos de este tipo la velocidad que se usa es en rpm (revoluciones por minuto); es decir, las vueltas que daría la polea o el eje sobre el que va la polea por cada minuto.

Su fórmula es la siguiente:

$$D_{P1} * V_{P1} = D_{P2} * V_{P2} \tag{2.21}$$

siendo:

- D_{P1} = Diámetro de la polea 1
- D_{P2} = Diámetro de la polea 2
- V_{P1} = Velocidad de la polea 1
- V_{P2} = Velocidad de la polea 2

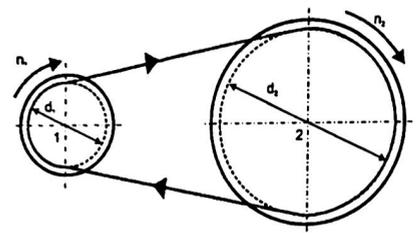


Figura 2.13. Polea de transmisión.

Engranajes: consta de varias ruedas dentadas entre sí. Los engranajes de ruedas se calculan exactamente igual que las poleas, cambiando los diámetros por número de dientes. Su fórmula es la siguiente:

$$D_{R1} * V_{R1} = D_{R2} * V_{R2} \quad (2.22)$$

siendo:

- D_{R1} = Dientes de la rueda 1
- D_{R2} = Dientes de la rueda 2
- V_{R1} = Velocidad de la rueda 1
- V_{R2} = Velocidad de la rueda 2

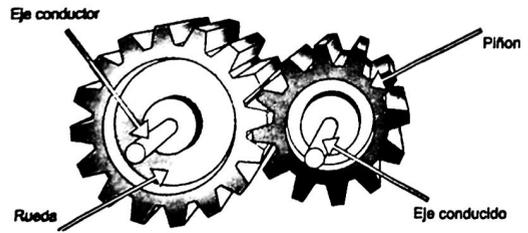


Figura 2.14. Engranajes.

Sistema de engranajes con cadena: los cálculos son iguales que en los engranajes:

$$D_{R1} * V_{R1} = D_{R2} * V_{R2} \quad (2.23)$$

La diferencia o ventaja es que podemos tener los ejes de las ruedas dentadas separados gracias a la cadena.

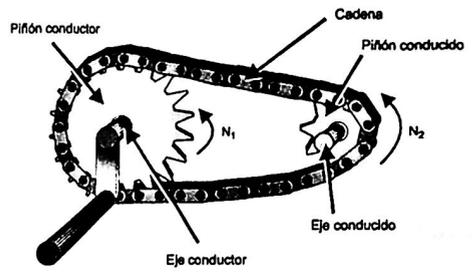


Figura 2.15. Sistema de engranajes por cadena.

Tornillo sin fin-rueda dentada: este mecanismo es un gran reductor de velocidad ya que, por cada vuelta que da el tornillo, hace girar la rueda solo diente. Su fórmula es la siguiente:

$$V_s = \frac{V_m}{D_r} \quad (2.24)$$

siendo:

- V_s = Velocidad de salida
- V_m = Velocidad del motor
- D_r = Dientes de la rueda

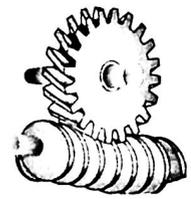


Figura 2.16. Tornillo sin fin-rueda dentada.

Tornillo-tuerca: se emplea en la conversión de un movimiento giratorio lineal. Este mecanismo probablemente sea de los más reductores. Al girar a la varilla roscada (tornillo, si mantenemos fija la varilla roscada, la tuerca se desplaza linealmente transformando el movimiento giratorio en rectilíneo y viceversa.

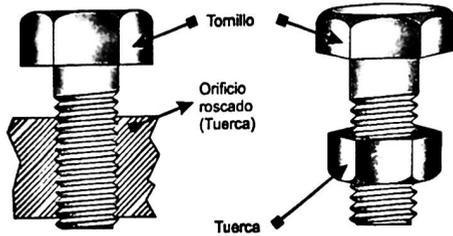


Figura 2.17. Mecanismo tornillo-tuerca.

Piñón-cremallera: es una rueda dentada enganchada a una cremallera (barra lineal dentada). Al girar la rueda, el movimiento giratorio se transforma en lineal en la cremallera o viceversa.

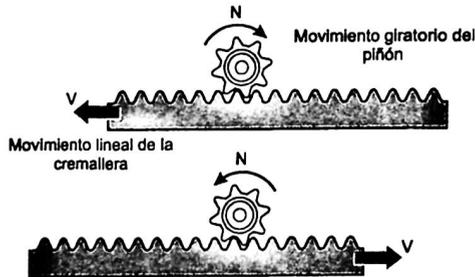


Figura 2.18. Mecanismo piñón-cremallera.

Biela-manivela: es un mecanismo de transmisión y transformación de movimiento giratorio lineal.

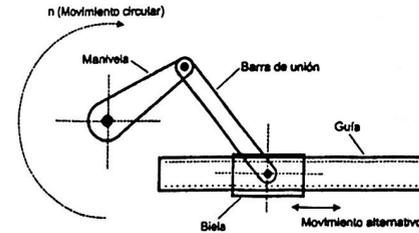


Figura 2.19. Mecanismo biela-manivela.

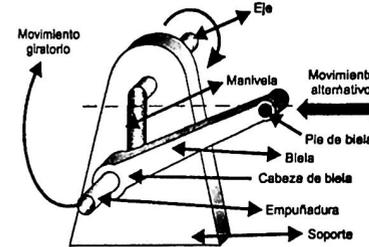


Figura 2.20. Esquema biela-manivela.

Cigüeñal: es un eje acodado, que al girar el codo describe una circunferencia. El codo se llama muñequilla, el cigüeñal puede tener varios codos.

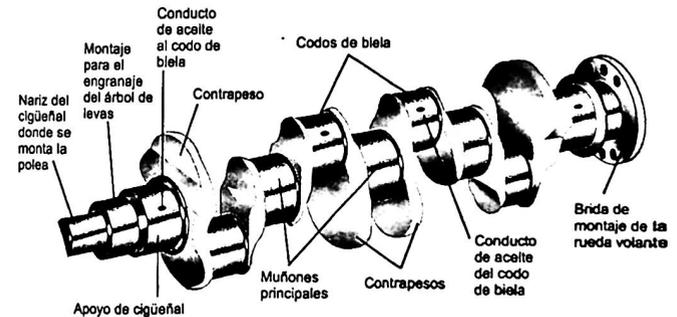


Figura 2.21. Cigüeñal.

Biela-cigüeñal: normalmente no se usa solo, se suele acoplar a él una barra llamada biela. En este mecanismo el movimiento circular se transforma en rectilíneo en la biela, o si vemos la biela de forma rectilínea, hace girar el cigüeñal.

Excéntrica: tiene forma de rueda con un resalte. Al girar el resalte empuja una pieza llamada seguidor, que se mueve en línea hacia arriba y hacia abajo. La excéntrica es circular, la leva no (si es circular tiene un saliente).

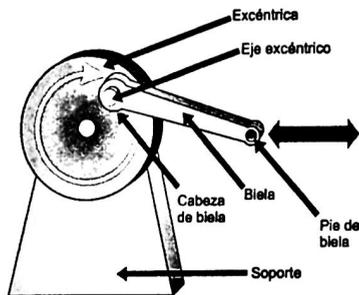


Figura 2.22. Mecanismo excéntrica.

Trinquete: básicamente está formado por una rueda dentada y una uñeta que puede estar accionada por su propio peso o por un mecanismo de resorte. La uñeta hace de freno, impidiendo el giro de la rueda dentada en el sentido no permitido. Posibilita el giro de un eje en un solo sentido.

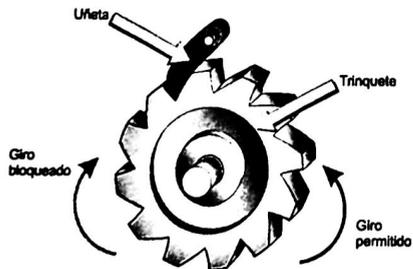
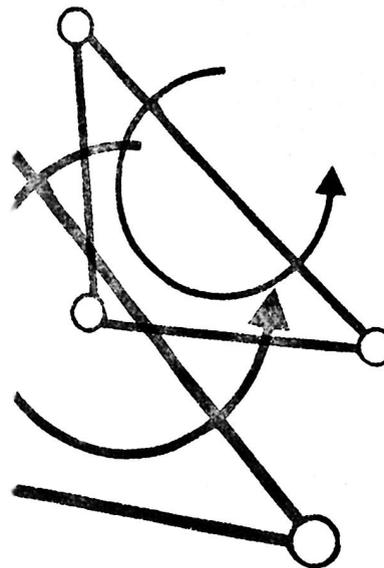


Figura 2.23.
Mecanismo trinquete.

CAPÍTULO III

Análisis de desplazamientos y velocidades

- 3.1 Introducción
- 3.2 Determinación de las velocidades por el método de los planos
- 3.3 Métodos gráfico y analítico
- 3.4 Análisis de velocidades por el método gráfico y analítico
- 3.5 Velocidad mediante ecuaciones de cierre y números complejos
- 3.6 Ventaja mecánica



3.1 Introducción

El análisis cinemático de los mecanismos, es decir el estudio del movimiento de los eslabones sin tener en cuenta las fuerzas que condicionan el movimiento, comprende básicamente la solución de los tres problemas siguientes:

1. Determinación de los desplazamientos de los eslabones y las trayectorias descrita por los puntos del eslabón.
2. Determinación de las velocidades de ciertos puntos de los eslabones y las velocidades angulares de los eslabones.
3. Determinación de las aceleraciones de ciertos puntos de los eslabones y las aceleraciones angulares de los eslabones.

Si el mecanismo posee un grado de libertad, entonces los desplazamientos, las velocidades y las aceleraciones de los eslabones están en función de los desplazamientos, las velocidades y las aceleraciones del eslabón escogido como primario. Si el mecanismo posee varios grados de libertad, entonces los desplazamientos, las velocidades y las aceleraciones de los eslabones están en función de los desplazamientos, las velocidades y las aceleraciones de los eslabones escogidos como primarios. En este caso, el número de eslabones primarios debe ser igual al número de grados de libertad del mecanismo o, lo que es lo mismo, igual al número de coordenadas generalizadas del mecanismo.

La función de desplazamiento puede ser dada, por ejemplo, en forma analítica como la correspondiente función que relaciona el desplazamiento del eslabón primario con el tiempo.

Si el eslabón primario forma una junta giratoria con el bastidor (figura 3.1a), se expresa la función $\varphi = f(t)$, donde φ es el ángulo de giro del eslabón primario con respecto a un sistema fijo de coordenadas xOy , unido al bastidor y t es el tiempo. Si el eslabón primario forma una junta de desplazamiento con el bastidor (figura 3.1b), se expresa la función $s = f(t)$, donde s es el desplazamiento de un punto cualquiera A , que pertenece al eslabón primario con respecto a un sistema fijo de coordenadas xOy , unido al bastidor y t es el tiempo.

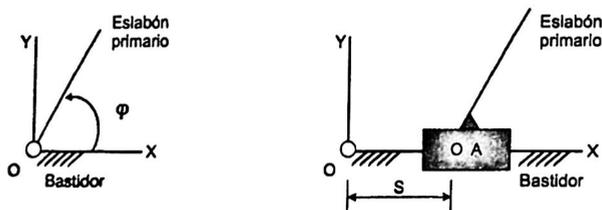


Figura 3.1. a) Eslabón primario y b) eslabón secundario.

3.2 Determinación de las velocidades por el método de los planos

3.2.1 Velocidades para el grupo II clase, tipo 1

La determinación de las velocidades de los grupos de II clase puede realizarse por el método de los planos de velocidades. Ya que los mecanismos de II clase están formados por la unión en serie de grupos, entonces es posible describir el método de los planos para los distintos tipos de grupos de II clase. De manera análoga a la construcción de los planos de posición, deben ser conocidas las velocidades de los elementos de los eslabones que "entran" en los pares cinemáticos con los cuales el grupo se une al mecanismo base. Se busca entonces establecer las velocidades de determinados puntos del grupo y las velocidades angulares de los eslabones.

Miremos el grupo de II clase del primer tipo, el cual está formado por dos eslabones que conforman tres pares cinemáticos (figura 3.2a).

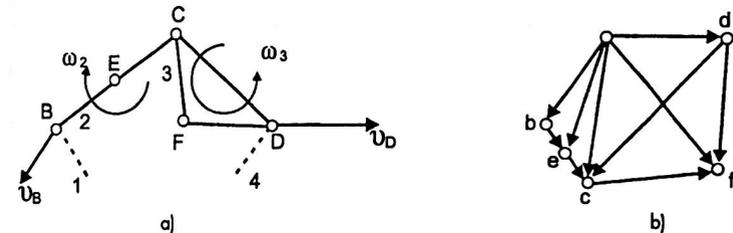


Figura 3.2. a) Grupo de II clase y b) plano de velocidades.

De manera análoga al problema de las posiciones del grupo, aquí son conocidos los vectores de las velocidades de los puntos B y D de los elementos extremos del grupo, con los cuales los eslabones 2 y 3 "entran" en pares cinemáticos con los eslabones 1 y 4 del mecanismo base (velocidades v_B y v_D). Se pide determinar el vector v_C de la velocidad del punto C .

El desplazamiento total complejo del punto C puede ser siempre descompuesto en un movimiento de traslación con la velocidad del punto B o del punto D , y en una rotación relativa alrededor del punto B o del punto D , correspondientemente. Entonces, las ecuaciones vectoriales para la velocidad v_C del punto C tendrán la siguiente forma:

$$v_C = v_B + v_{CB} \quad v_C = v_D + v_{CD} \quad (3.1)$$

Siendo v_C , v_B y v_D los vectores de las velocidades absolutas de los puntos C , B y D , correspondientemente. v_{CB} y v_{CD} son los vectores de las velocidades relativas del punto C con respecto a los puntos B y D .

De las ecuaciones (3.1) obtenemos:

$$v_B + v_{CB} = v_D + v_{CD} \quad (3.2)$$

En las ecuaciones (3.1) son conocidas la magnitud y la dirección de los vectores v_B y v_D . De los vectores v_{CB} y v_{CD} sólo se conoce su dirección. El vector v_{CB} de la velocidad relativa de C con respecto al punto B está dirigido perpendicularmente a BC , y el vector v_{CD} de la velocidad relativa de C con respecto al punto D está dirigido perpendicularmente a DC .

De esta manera, en la ecuación (3.2) son desconocidas solamente las magnitudes de los vectores de las velocidades v_{CB} y v_{CD} , las cuales pueden ser determinadas mediante la construcción del plano de velocidades (figura 3.2b).

Escogemos en calidad de polo del plano de velocidades un punto cualquiera p , trazamos partiendo de éste los segmentos pb y pd , los cuales representan las velocidades B y D de los puntos B y D en cualquier escala arbitrariamente escogida μ_v de manera que $1 \text{ mm} \rightarrow \mu_v \text{ m/s}$. Para escoger el factor de escala la única regla a seguir es la comodidad de cálculos y construcciones en el dibujo.

Para obtener las magnitudes verdaderas de las velocidades de los puntos B y D tomamos las longitudes de los segmentos pb y pd medidas en milímetros y las multiplicamos por el factor de escala μ_v escogido, el cual muestra cuántas unidades de velocidad pertenecen a 1 mm del segmento correspondiente. Obtenemos la respuesta en m/s .

$$v_B = \mu_v \cdot pb \quad v_D = \mu_v \cdot pd \quad (3.3)$$

Después de trazar los segmentos pb y pd , trazamos a través del punto b y d rectas con las direcciones de los vectores de las velocidades relativas v_{CB} y v_{CD} , perpendiculares a BC y DC . El punto c de intersección de estas dos rectas determina el final del vector de la velocidad absoluta del punto C del grupo. La velocidad v_C de acuerdo con las ecuaciones (3.1) está representado por el segmento pc , el cual une el punto p con el punto hallado c . La magnitud de esta velocidad será igual a:

$$v_C = \mu_v \cdot pc \quad (3.4)$$

Los segmentos bc y dc representan las velocidades relativas v_{CB} y v_{CD} en la misma escala, es decir:

$$v_{CB} = \mu_v \cdot bc \quad v_{CD} = \mu_v \cdot dc \quad (3.5)$$

Las flechas de los vectores en el plano de velocidades deben ser puestas de tal manera que satisfagan las ecuaciones (3.1)

Los triángulos pbC y pdC se llaman planos de velocidades de los eslabones 2 y 3, y la figura $pbcdp$ se llama plano de velocidades del grupo BCD . El punto p del plano se llama polo del plano de velocidades.

Por medio del plano de velocidades es posible establecer las velocidades angulares ω_2 y ω_3 de los eslabones 2 y 3. Las magnitudes de estas velocidades se determinan con las igualdades.

$$|\omega_2| = \frac{v_{CB}}{l_2} \quad |\omega_3| = \frac{v_{CD}}{l_3} \quad (3.6)$$

Siendo l_2 y l_3 las longitudes BC y DC de los eslabones 2 y 3.

Si el plano de posición del grupo BCD está construida con un factor de escala μ_l y reemplazamos en las ecuaciones (3.5) las magnitudes de las velocidades v_{CB} y v_{CD} , expresadas a través del factor de escala μ_v , como los segmentos correspondientes del plano de velocidades y las longitudes de los eslabones BC y DC , expresadas a través del factor de escala μ_l , obtenemos:

$$|\omega_2| = \frac{\mu_v \cdot bc}{\mu_l \cdot BC} \quad |\omega_3| = \frac{\mu_v \cdot dc}{\mu_l \cdot DC} \quad (3.7)$$

La razón $\frac{\mu_v}{\mu_l}$ posee unidades de s^{-1} .

Las direcciones de las velocidades angulares ω_2 y ω_3 pueden ser determinadas de la siguiente manera: aplicando mentalmente los vectores v_{CB} y v_{CD} en el punto C , vemos que el giro del eslabón 2 ocurre en dirección de las manecillas del reloj y que el giro del eslabón 3 en la dirección contraria (figura 3.1).

Para determinar la velocidad de cualquier punto E situado en el eje del eslabón BC , podemos escribir la siguiente ecuación vectorial.

$$v_E = v_B + v_{EB} \quad (3.8)$$

Atendiendo a esta ecuación desde el punto b del plano de velocidades trazamos la dirección del vector EBv de la velocidad relativa del punto E alrededor del punto B . Ya que las velocidades relativas de todos los puntos situados sobre el eje BC del eslabón 2 son perpendiculares al eje BC , es evidente que la dirección del vector de la velocidad v_{EB} coincide en dirección con la del vector de la velocidad v_{CB} ; es decir, el segmento be , del plano de velocidades, que determina la velocidad v_{EB} y coincide en dirección con el segmento bc . El tamaño del segmento que determina a v_{EB} se halla a partir de las siguientes expresiones.

Tenemos:

$$v_{CB} = \omega_2 * L_{BC} \quad (3.9)$$

$$v_{EB} = \omega_2 * L_{BE} \quad (3.10)$$

Dividiendo miembro a miembro (3.9) y (3.10) obtenemos:

$$\frac{V_{EB}}{V_{CB}} = \frac{l_{BE}}{l_{BC}} \quad (3.11)$$

De la ecuación (3.11) se puede deducir que las velocidades relativas de los puntos E y C con respecto al punto B son directamente proporcionales a las distancias de estos puntos al punto B . Sustituyendo las velocidades por sus segmentos correspondientes del plano de velocidades.

$$\frac{\mu_v * be}{\mu_v * bc} = \frac{l_{BE}}{l_{BC}}$$

De donde:

$$\begin{aligned} be \\ = bc * \frac{l_{BE}}{l_{BC}} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Es decir, para determinar la longitud del segmento del plano de velocidades que refleja la velocidad relativa v_{EB} , es necesario dividir el segmento bc , el cual representa en el plano la velocidad relativa v_{BC} , en la misma proporción en la cual el punto E divide al eslabón 2 en el esquema cinemático del grupo (figura 3.2).

Después de determinar el segmento resultante be en el plano de velocidades y unirlo con el polo del plano p , obtenemos el segmento pe . El cual representa, en la escala μ_v la velocidad v_E del desplazamiento total del punto E . Es decir, para determinar la velocidad de un punto cualquiera F del eslabón 3 debemos plantear las siguientes ecuaciones vectoriales:

$$v_E = \mu_v * pe$$

Para:

$$v_F = v_D + v_{FD}, \quad v_F = v_C + v_{FC} \quad (3.13)$$

De las ecuaciones (3.13) obtenemos:

$$v_D + v_{FD} = v_C + v_{FC} \quad (3.14)$$

Los vectores v_D y v_C de las velocidades de los punto D y C son conocidos en magnitud y dirección, pero de los vectores v_{FD} y v_{FC} se conoce solamente sus direcciones. El vector v_{FD} es

perpendicular al segmento FD y el vector v_{FC} es perpendicular a FC . Desde el punto d del plano de velocidades trazamos una recta perpendicular a FD y a través del punto c trazamos otra recta perpendicular a FC , el punto de intersección f de las dos direcciones trazadas determina el final del vector v_F de la velocidad total del punto F . El segmento del plano que representa a v_F se obtiene uniendo el polo del plano p con el punto f . Para obtener el valor numérico de la magnitud:

$$v_F = \mu_v * pf \quad (3.15)$$

Observando con detenimiento los triángulos cf del plano de velocidades y el triángulo CFD del eslabón 3 se puede ver que los segmentos cf , fd y dc son perpendiculares a los segmentos CF , FD y DC correspondientemente, es decir:

$$cf \perp CF; \quad fd \perp FD; \quad dc \perp DC$$

De manera que el triángulo cf del plano de velocidades, el cual representa las velocidades relativas v_{FC} , v_{FD} y v_{CD} es semejante al triángulo CFD en el esquema, girado en 90° . Esta propiedad de semejanza de figuras de las velocidades relativas en el plano de velocidades con respecto a la figura del eslabón en el esquema del mecanismo, permite determinar las velocidades de cualquier punto de este eslabón sin partir de las ecuaciones, sino de manera gráfica, construyendo figuras semejantes. Para comprobar la corrección de las figuras semejantes construidas, podemos revisar la correspondencia en el orden de las letras en el esquema y en el plano de velocidades. Así, si el orden de las letras en el esquema sigue el contorno del eslabón en sentido de las manecillas del reloj, es C , D y F , en el plano de velocidades este orden debe conservarse, es decir c , d y f .

Los vectores de las velocidades totales (absolutas) de los puntos de los eslabones tienen su inicio en el polo p del plano de velocidades, y los vectores de las velocidades relativas unen entre sí los finales de los vectores de las velocidades totales.

3.3 Métodos gráfico y analítico

El análisis de velocidad consiste en determinar las velocidades de los eslabones que poseen los mecanismos, a partir de la posición y velocidad de unos de ellos. A continuación, se explicará tanto el método analítico como el método gráfico para un mayor entendimiento.

3.3.1 Métodos algebraicos clásicos

Hasta ahora, hemos visto un método que nos permite conocer la velocidad en función de diversos factores para posiciones fijas y determinadas. Ahora bien, cuando se necesita un estudio continuo del mecanismo durante un ciclo completo, es necesario recurrir a los llamados mé-

todos analíticos, mediante los cuales podemos obtener los diagramas o cinemas de posición, velocidad y aceleración de salida, en función de estos mismos parámetros en la entrada. Es razonable pensar que estos módulos apoyados mediante programas de ordenador nos faciliten enormemente la solución de las complejas ecuaciones que se necesitan resolver.

Los métodos en que se basan todos ellos están en ecuaciones de cierre y adicionalmente en:

- El análisis trigonométrico
- El análisis mediante números complejos
- El análisis vectorial

3.4 Análisis de velocidades por el método gráfico y analítico



Velocidad

Se define como la razón de cambio de la posición con respecto al tiempo.

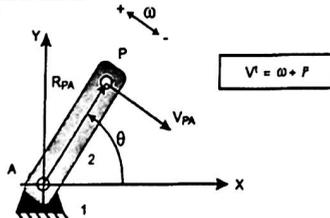
La posición (R) es una cantidad vectorial. La velocidad puede ser angular (ω) o lineal (V).

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}; \quad V = \frac{dR}{dt} \quad (3.16)$$

Derivando con respecto al tiempo, nos quedan las ecuaciones que se utilizarán para obtener el polígono de velocidades.

$$V' = \omega * \bar{r} \quad V_p = V_A + V_{P/A} \quad \text{Esta ecuación viene de la ecuación de desplazamiento relativo.}$$

La figura muestra un eslabón PA en rotación pura, pivotado en el punto A en el plano x y. Su posición se define mediante el vector de posición R_{PA} .



La V_A en la figura se denomina velocidad absoluta, ya que se refiere a A, que es donde se encuentra el centro de giro de la barra. Como tal, se podría hacer referencia a ella como V_{PA} que determina su magnitud con la ecuación.

Figura 3.3. Eslabón PA en rotación pura.

Analizando la figura 3.4 se aprecia que la velocidad se encuentra siempre en dirección (definida por el ω) perpendicular al radio de rotación y es tangente a la trayectoria del movimiento.

En la figura 3.4 se muestra un sistema diferente y ligeramente más complicado, en el cual el pivote A ya no es estacionario. Tiene una velocidad lineal conocida (V_A), y como parte del elemento de traslación, el eslabón 3.

Si ω no cambia, la velocidad del punto P con respecto a A permanece igual que en el ejemplo anterior, pero V_{PA} ya no se considera una velocidad absoluta (V_p). Ahora es una diferencia de velocidad y debe llevar el subíndice PA: V_{PA} .

Para calcularla se utiliza la ecuación:

$$V_p = V_A + V_{P/A}$$

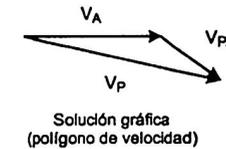
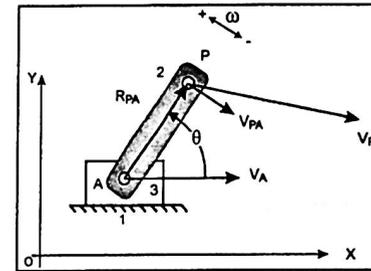


Figura 3.4. Solución gráfica o polígono de velocidad.

3.4.1 Mecanismos de cuatro barras

Supongamos un mecanismo de cuatro barras, y supongamos que el eslabón r_2 gira con una velocidad angular constante ω_2 en sentido horario, según se muestra en la figura siguiente:

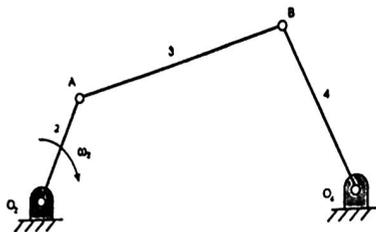


Figura 3.5.
Mecanismo de cuatro barras.

Igual que el mecanismo de cuatro barras, podemos calcular el vector V_a . El módulo de dicho vector está dado por:

$$V_a = O_2A * \omega_2 \tag{3.17}$$

Al tener la barra 2 un movimiento de rotación pura alrededor de O_2 , la dirección del vector V_a será perpendicular a O_2A , y en sentido de las agujas del reloj. Por tanto, la velocidad de A es totalmente conocida en módulo, dirección y sentido. Por otro lado, teniendo en cuenta las velocidades relativas, sabemos que vectorialmente:

$$\vec{V}_b = \vec{V}_a + \vec{V}_{ba} \tag{3.18}$$

Ahora calcularemos inicialmente el vector V_a del nodo A . El módulo de dicho vector vendrá dado analíticamente por:

$$V_a = O_2A * \omega_2$$

Al tener el eslabón 2 un movimiento de rotación pura alrededor de O_2 , también sabemos que la dirección del vector V_a será perpendicular a O_2A , y tendrá el sentido de las agujas del reloj. Por tanto, la velocidad de A es totalmente conocida en módulo, dirección y sentido.

Vamos a analizar ahora el vector V_b del nodo B . El módulo de dicho vector vendrá dado por:

$$V_b = O_4B * \omega_4 \tag{3.19}$$

Ya que la barra 4 gira en un movimiento de rotación pura alrededor de O_4 , pero en este caso desconocemos ω_4 . Ahora bien, la dirección del vector V_b si la sabemos, será perpendicular a O_4B (r_4).

Por otro lado, teniendo en cuenta las velocidades relativas, sabemos que vectorialmente:

$$\vec{V}_b = \vec{V}_a + \vec{V}_{ba}$$

De esta ecuación vectorial conocemos V_a y la dirección de V_b . Si analizamos ahora aisladamente el cuerpo rígido formado por el eslabón r_3 , tendremos que:

$$V_{ba} = AB * \omega_3 \tag{3.20}$$

Pero aquí también desconocemos el valor de ω_3 , aunque sí conocemos la dirección de V_{ba} , que será perpendicular al eslabón AB (r_3).

Todo ello nos permite construir el polígono de velocidades para resolver la ecuación vectorial (3.16).

Para construir dicho polígono, observaremos los siguientes pasos:

1. A escala y por un punto cualquiera, trazaremos V_a (al extremo de V_a le llamamos [a]).
2. Por [a] trazaremos una perpendicular a r_3 (dirección de V_{ba}).
3. Por [o] trazaremos una perpendicular a r_4 (dirección de V_b).
4. El punto de intersección de las dos perpendiculares [b] nos determina el extremo tanto de V_b como de V_{ba} .

Estos cuatro pasos son para resolver la ecuación (3.16) y con ello resolver el análisis de velocidades para el mecanismo de cuatro barras, lo cual se puede observar en la siguiente figura:

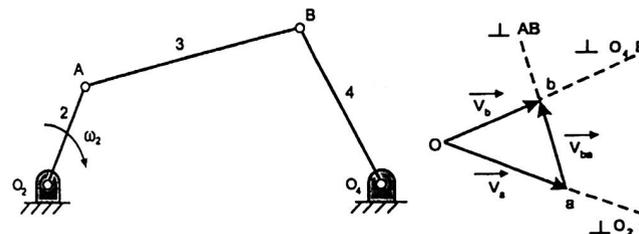


Figura 3.6. Mecanismo de cuatro barras analizado.

3.4.2 Mecanismo biela-manivela

Vamos a analizar ahora de la misma manera el mecanismo de biela-manivela, para ello nos basaremos en la figura 3.7, y supongamos que en ella el eslabón 2 (manivela) gira con una velocidad angular constante ω_2 en sentido horario.

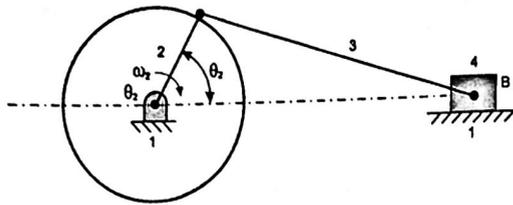


Figura 3.7.
Mecanismo
biela-manivela.

Igual que en el mecanismo de cuatro barras, podemos calcular el vector V_A . El módulo d dicho vector vendrá dado por:

$$V_A = O_2A * \omega_2$$

Al tener la barra 2 un movimiento de rotación pura alrededor de O_2 , la dirección del vector V_A será perpendicular a O_2A , y el sentido será el de las agujas del reloj. Por tanto, la velocidad de A es totalmente conocida en módulo, dirección y sentido.

Por otro lado, teniendo en cuenta las velocidades relativas, sabemos que vectorialmente:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{B/A}$$

De esta ecuación vectorial conocemos V_A y la dirección de V_B que será la recta XX' . Si analizamos ahora aisladamente el cuerpo rígido formado por la biela, tendremos que:

$$V_{B/A} = AB * \omega_3$$

Pero aquí también desconocemos el valor de ω_3 , aunque sí conocemos la dirección de $V_{B/A}$, que será perpendicular al eslabón AB (biela). Todo ello nos permite construir el polígono de velocidades, para resolver la ecuación vectorial (3.16).

Con estos datos ya conocidos, y siguiendo los mismos cuatro pasos que dimos en el mecanismo de cuatro barras, construiremos el polígono de velocidades, tal como se puede observar en la figura 3.8:

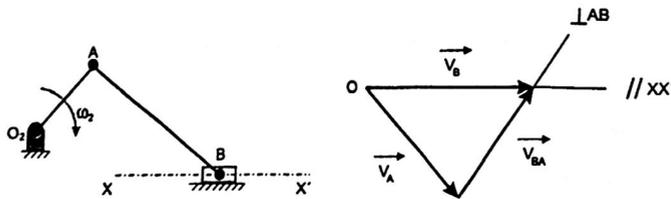
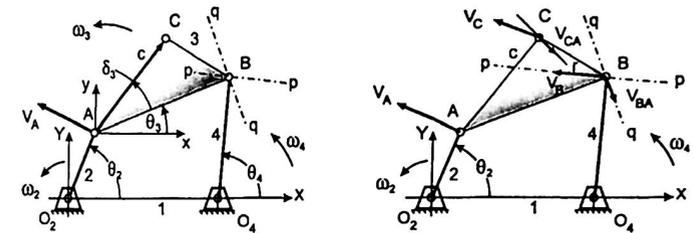


Figura 3.8. Mecanismo biela-manivela.

La siguiente figura muestra la solución gráfica para velocidades en un eslabonamiento de juntas de pasador (junta tipo revoluta).



Polígono de velocidades para los puntos A y B

Polígono de velocidades para los puntos A y C

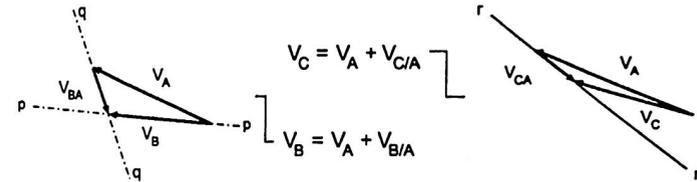


Figura 3.9. Solución para velocidades en un eslabonamiento de juntas de pasador.

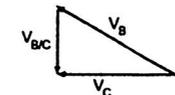
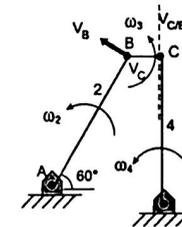


Ejemplo 3.1:

Análisis de velocidades de mecanismo de 4 barras por el método del polígono.

DATOS:
AB=4.7 cm
BC=1 cm
DC=5 cm
 $\omega_2 = 10 \text{ rad/s}$

$V_B = (10 \text{ rad/s}) * (4.7 \text{ cm})$
 $V_B = 47 \text{ cm/s}$



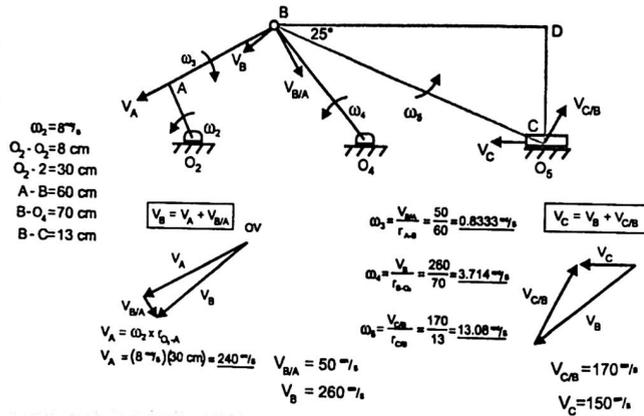
$V_C = 40 \text{ cm/s}$
 $V_{B/C} = 47 \text{ cm/s}$

$$\omega_3 = (22 \text{ cm/s}) / (1 \text{ cm/s}) \quad \omega_4 = (40 \text{ cm/s}) / (5 \text{ cm/s})$$

$$\omega_3 = 22 \text{ rad/s} \quad \omega_4 = 8 \text{ rad/s}$$

Ejemplo 3.2:

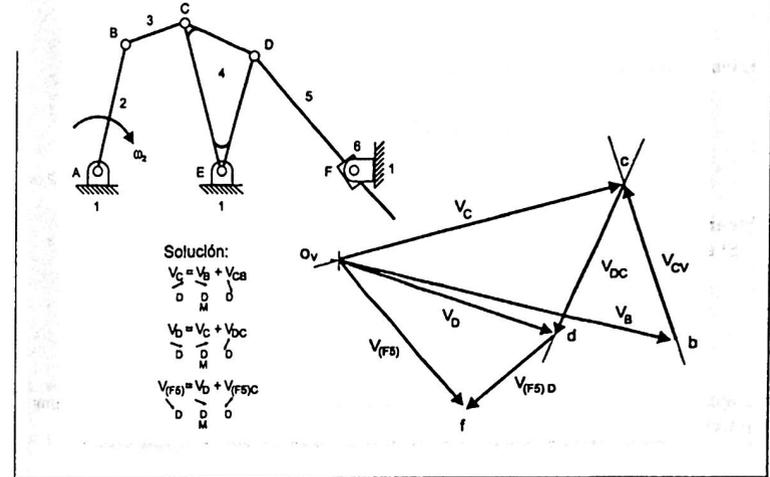
Análisis de velocidades de mecanismo de 6 barras por el método del polígono.



Ejemplo 3.3:

Análisis de velocidades de mecanismo de 6 barras con collarín por el método del polígono.

Se presenta un mecanismo de 6 barras, el eslabón de entrada 2 tiene una velocidad de rotación $\omega_2 = -186 \text{ rpm fmr}$, usando el análisis gráfico encuentre la V_D , V_{F5} y ω_3 .



3.5 Velocidad mediante ecuaciones de cierre y números complejos

En la figura 3.10 observaremos lo siguiente:

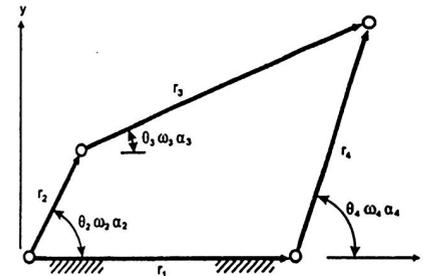


Figura 3.10. Mecanismo de cuatro barras.

La ecuación de cierre del circuito, para este mecanismo, escrita en forma de número complejo es:

$$r_2 e^{i\theta_2} + r_3 e^{i\theta_3} - r_4 e^{i\theta_4} - r_1 = 0 \quad (3.21)$$

Derivando dos veces respecto del tiempo, obtendremos:

$$i\omega_2 r_2 e^{i\theta_2} + i\omega_3 r_3 e^{i\theta_3} - i\omega_4 r_4 e^{i\theta_4} = 0 \quad (3.22)$$

$$-\omega_2^2 r_2 e^{i\theta_2} + i\alpha_2 r_2 e^{i\theta_2} - \omega_3^2 r_3 e^{i\theta_3} + i\alpha_3 r_3 e^{i\theta_3} + \omega_4^2 r_4 e^{i\theta_4} - i\alpha_4 r_4 e^{i\theta_4} \quad (3.23)$$

Obteniendo las ecuaciones complejas (3.21), (3.22) y (3.23).

Si a (3.19) la desarrollamos en su parte real e imaginaria, tendremos:

$$r_2 \cos \theta_2 + r_3 \cos \theta_3 - r_4 \cos \theta_4 - r_1 = 0$$

$$r_2 \sin \theta_2 + r_3 \sin \theta_3 - r_4 \sin \theta_4 = 0$$

Si, igual que hicimos con (3.21), ahora desarrollamos (3.22) en su parte real e imaginaria tendremos:

$$-r_2 (\sin \theta_2) \omega_2 - r_3 (\sin \theta_3) \omega_3 + r_4 (\sin \theta_4) \omega_4 = 0$$

$$r_2 (\cos \theta_2) \omega_2 + r_3 (\cos \theta_3) \omega_3 - r_4 (\cos \theta_4) \omega_4 = 0$$

En sistema de dos ecuaciones, en donde los datos son: $r_1, r_2, r_3, r_4, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ y ω_4 , los valores de θ_2 y θ_4 son datos, ya que deben ser determinados en el análisis de posición.

Las anteriores ecuaciones las podemos expresar de manera simplificada como:

$$A\omega_3 + B\omega_4 = C \quad (3.24)$$

$$D\omega_3 + E\omega_4 = F \quad (3.25)$$

siendo:

$$A = -r_3 (\sin \theta_3)$$

$$B = r_4 (\sin \theta_4)$$

$$C = r_2 (\sin \theta_2) \omega_2$$

$$D = r_3 (\cos \theta_3)$$

$$E = -r_4 (\cos \theta_4)$$

$$F = -r_2 (\cos \theta_2) \omega_2$$

Tal como se ha expresado, el sistema anterior es un sistema de ecuaciones lineales en donde, si operamos, podemos calcular las incógnitas ω_3 y ω_4 , que vendrán dadas por:

$$\omega_3 = \frac{FB - EC}{DB - EA}$$

$$\omega_4 = \frac{DC - FA}{DB - EA}$$

Que después de sustituir y operar, llegaríamos a los valores siguientes:

$$\omega_3 = -\left(\frac{r_2}{r_3}\right) * \left[\frac{\sin(\theta_2 - \theta_4)}{\sin(\theta_3 - \theta_4)}\right] * \omega_2 \quad (3.26)$$

$$\omega_4 = \left(\frac{r_2}{r_4}\right) * \left[\frac{\sin(\theta_2 - \theta_3)}{\sin(\theta_3 - \theta_4)}\right] * \omega_2 \quad (3.27)$$

Que solucionan nuestro análisis de velocidad para el mecanismo de cuatro barras.

3.5.1 Centros instantáneos

Un centro instantáneo de velocidad es un punto común a dos cuerpos en movimiento plano, cuyo punto tiene la misma velocidad instantánea en cada cuerpo. Los centros instantáneos algunas veces se denominan "centros" o "polos".

Debido a que se requieren dos cuerpos o eslabones para crear un centro instantáneo (CI), se puede predecir fácilmente la cantidad de centros que se espera de un conjunto de eslabones. La fórmula de la combinación para "n" objetos tomados "r" en cada vez:

$$C = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1)}{r!} \quad (3.28)$$

Para nuestro caso $r = 2$ y se reduce a:

$$C = \frac{n(n-1)}{2}$$

De la ecuación anterior se puede concluir que un eslabonamiento de 4 barras ($n = 4$) tiene 6 centros instantáneos, uno de 6 barras ($n = 6$) tiene 15, y uno de 8 barras ($n = 8$) tiene 28.

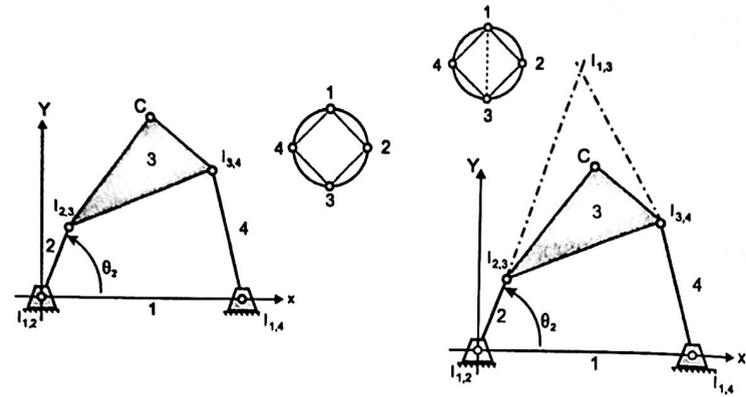


Figura 3.11. Diagrama de centros instantáneos.

Regla de Kennedy

Cualesquiera tres cuerpos en movimiento plano tendrán exactamente tres CI, y éstos se encontrarán en la misma línea recta. Una vez encontrados los CI, pueden ser utilizados para hacer un rápido análisis gráfico de velocidad del eslabonamiento.

Según la posición particular del eslabonamiento que se analiza, algunos de los CI pueden estar muy distantes de los eslabones. Por la definición de centro instantáneo, ambos eslabones que comparten el mismo centro tendrán una velocidad idéntica en su punto.

Análisis de velocidades usando centros instantáneos

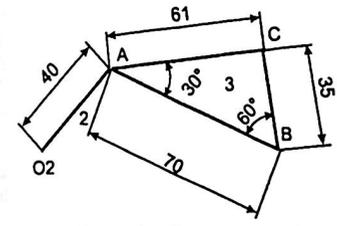
La relación de la velocidad angular VR se define como la velocidad angular de salida dividida entre la velocidad angular de entrada. Para un mecanismo de 4 barras, ésta se expresa como:

$$VR = \frac{\omega_4}{\omega_2} \tag{3.29}$$

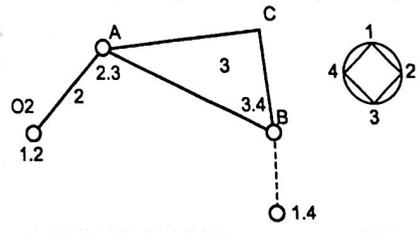


Ejemplo 3.4:

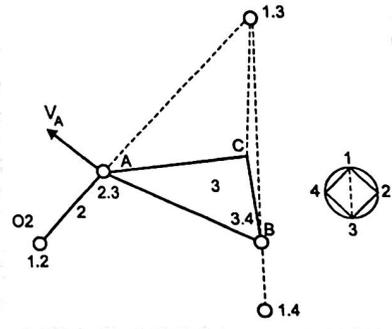
Dado el siguiente mecanismo, encuentre la velocidad en B y C. Considere $\omega_2 = 1 \text{ rad/s}$ en contra de las manecillas del reloj.



Primero encontramos los centros instantáneos permanentes $O_{12}, O_{23}, O_{34}, O_{14}$.



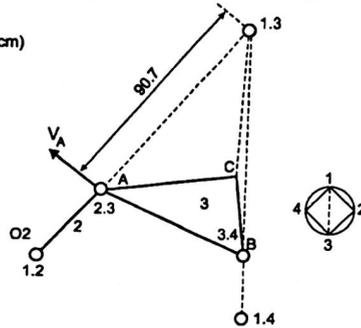
Luego, encontramos los centros instantáneos que faltan O_{13} y O_{24} .



Ahora, obtenemos V_A de acuerdo con:

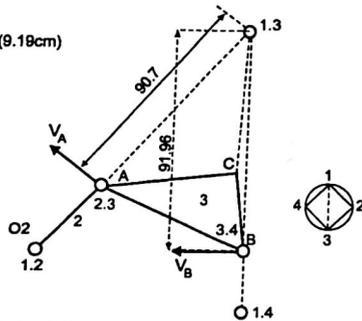
$$V_A = \omega_2 * r_{O_2 - A}$$

$$\begin{aligned}\omega_2 &= V_A / r_{A+1,3} \\ \omega_2 &= (4 \text{ cm/s}) / (9.07 \text{ cm}) \\ \omega_2 &= 0.441 \text{ rad/s}\end{aligned}$$



Luego, encontramos de la siguiente manera ω_3 :

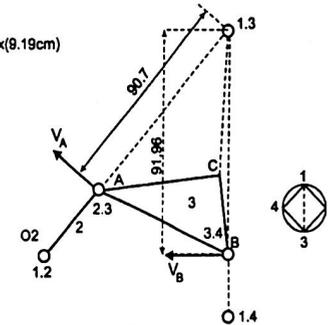
$$\begin{aligned}V_B &= \omega_3 * r_{A+1,3} \\ V_B &= (0.441 \text{ rad/s}) * (9.19 \text{ cm}) \\ V_B &= 4.05 \text{ cm/s}\end{aligned}$$



Como es conocido el radio de O_3 a B ahora se calcula $V_C = V_B$

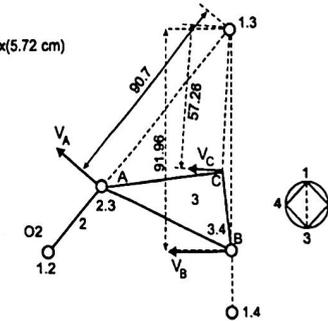
Una vez conocida ω_3 , se encuentra V_B , como a continuación se describe:

$$\begin{aligned}V_B &= \omega_3 * r_{A+1,3} \\ V_B &= (0.441 \text{ rad/s}) * (9.19 \text{ cm}) \\ V_B &= 4.05 \text{ cm/s}\end{aligned}$$



Finalmente, podemos determinar cualquier punto en el acoplador como sigue:

$$\begin{aligned}V_C &= \omega_3 * r_{C+1,3} \\ V_C &= (0.441 \text{ rad/s}) * (5.72 \text{ cm}) \\ V_C &= 2.52 \text{ cm/s}\end{aligned}$$



3.6 Ventaja mecánica

La ventaja mecánica de un mecanismo o una transmisión se define como el cociente entre la fuerza o momento disponible en el punto o eslabón de salida y la fuerza o momento que es necesario aplicar en la entrada. Representa la multiplicación de esfuerzo conseguida por ese mecanismo o transmisión.

El ejemplo más simple es el de una palanca, como la de la figura 3.12, en la que se aplica una fuerza F_e de entrada para conseguir una fuerza F_s de salida. En este caso, la ventaja mecánica se define como:

$$vm = \frac{F_s}{F_e} \quad (3.30)$$

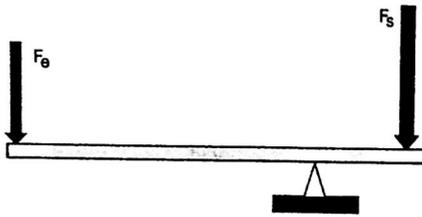


Figura 3.12. Diagrama de ventaja mecánica.

En una transmisión por fricción o engranajes entre dos ruedas giratorias, la ventaja mecánica, definida a partir de los momentos en los ejes de salida y entrada, sería:

$$vm = \frac{M_s}{M_e} \quad (3.31)$$

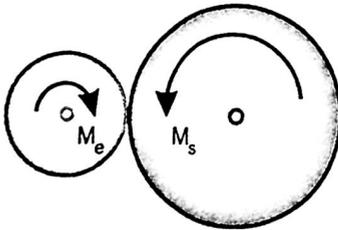


Figura 3.13. Ventaja mecánica en transmisión por engranajes.

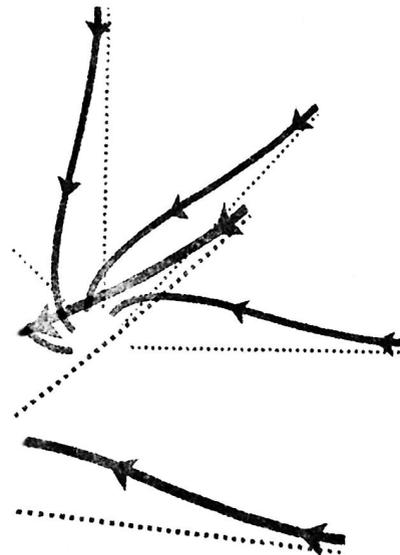
En estos dos casos la ventaja mecánica sería un parámetro adimensional. Si uno de los esfuerzos de entrada o salida es lineal (fuerza) y el otro circular (momento), la ventaja mecánica se define de forma similar, aunque en este caso sí tendría unidades.

Esta relación mide la eficacia de la máquina simple, en el sentido de que cuanto mayor sea el resultado, mayor será la eficiencia de la máquina. Así, por ejemplo, una $V_M = 2$, significa que una máquina permite realizar un determinado trabajo con la mitad del esfuerzo requerido si se hiciera sin el artefacto. Si el resultado o división de la ventaja es menor que uno, entonces la máquina no es eficiente, ya que realiza un mayor esfuerzo para realizar el trabajo.

CAPÍTULO IV

Análisis de aceleraciones

- 4.1 Introducción
- 4.2 Aceleración relativa
- 4.3 Aceleración de Coriolis



4.1 Introducción

Una vez que se ha hecho el análisis de la velocidad, el siguiente paso es determinar las aceleraciones de todos los eslabones y puntos de interés en el mecanismo o máquina. Se deben conocer las aceleraciones para calcular las fuerzas dinámicas con $F = ma$. Las fuerzas dinámicas contribuirán a los esfuerzos en los eslabones y otros componentes.

Primero se desarrolla un método gráfico manual, que es útil como comprobación de la solución analítica más completa y precisa. Luego se deriva la solución analítica para las aceleraciones en los mecanismos de cuatro barras y de manivela-corredora invertidos, como ejemplos de solución a muchos problemas de análisis de la aceleración con la ecuación de lazo vectorial general.



Aceleración

Se define como la tasa de cambio de velocidad con respecto al tiempo.

La velocidad (V, ω) es una cantidad vectorial y también la aceleración. Las aceleraciones pueden ser angulares o lineales. La aceleración angular será denotada como α y la aceleración lineal como A .

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \quad A = \frac{dV}{dt} \quad (4.1)$$

La figura 4.1 muestra un eslabón PA en rotación pura pivotado en el punto A en el plano xy .

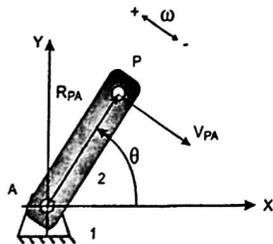


Figura 4.1. Eslabón en rotación pura.

Se tiene interés en la aceleración del punto P cuando el eslabón se somete a una velocidad angular ω y una aceleración angular α , las cuales no tienen necesariamente el mismo sentido. El vector de posición R define la posición del eslabón, y la velocidad del punto P es V_{PA} . Estos vectores se definieron en las ecuaciones siguientes:

$$R_{PA} = p e^{j\theta} \quad (4.2)$$

$$V_{PA} = \frac{dR_{PA}}{dt} = p j e^{j\theta} \frac{d\theta}{dt} = p \omega j e^{j\theta} \quad (4.3)$$

Donde p es la longitud escalar del vector R_{PA} . Se puede diferenciar con facilidad la ecuación para obtener una expresión para la aceleración del punto P :

$$A_{PA} = \frac{dV_{PA}}{dt} = \frac{d(p\omega j e^{j\theta})}{dt} \quad (4.4)$$

$$A_{PA} = j p \left(\frac{d\omega}{dt} + \omega j e^{j\theta} \frac{d\theta}{dt} \right) \quad (4.5)$$

$$A_{PA} = p \alpha j e^{j\theta} - p \omega^2 e^{j\theta} \quad (4.6)$$

$$A_{PA} = A'_{PA} + A''_{PA} \quad (4.7)$$

Observe que hay dos funciones de tiempo en las ecuaciones, que son ω y θ . Así pues, existen dos términos en la expresión para la aceleración: la componente tangencial de la aceleración que implica a α y la componente normal o centrípeta que implica a ω^2 .

A consecuencia de la diferenciación, la componente tangencial se multiplica por el operador complejo j (constante). Esto causa que el vector de aceleración gire 90° con respecto al vector de posición original. Esta rotación de 90° es normalmente positiva, o en sentido contrario al de las manecillas del reloj. Sin embargo, la componente tangencial también se multiplica por α , que puede ser positiva o negativa. Por consiguiente, la componente tangencial de la aceleración gira 90° a partir del ángulo θ del vector de posición en una dirección directa por el signo de α .

Esto simplemente comprueba lo que ya se sabía: la aceleración tangencial siempre ocurre en una dirección perpendicular al radio de rotación y por consecuencia es tangente a la trayectoria del movimiento. La componente normal, o centrípeta, de la aceleración se multiplica por j^2 o -1 . Esto dirige a la componente centrípeta a 180° respecto al ángulo θ del vector de posición original, es decir hacia el centro.

La aceleración total A_{PA} del punto P es la suma vectorial de las componentes tangencial y normal.

4.2 Aceleración relativa

La aceleración relativa hace referencia a la que presenta una partícula con respecto a un sistema de referencia (xyz) llamado referencial relativo o móvil, por estar en movimiento con respecto a otro sistema de referencia (XYZ) considerado éste como referencial absoluto o fijo.

El movimiento de un referencial respecto al otro puede ser una traslación, una rotación o una combinación de ambas (movimiento rototraslatorio).

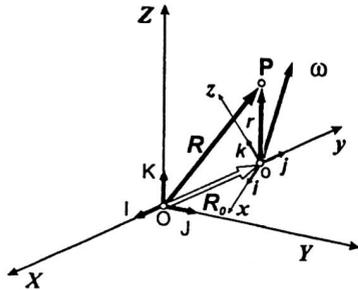


Figura 4.2. Sistema de referencia fijo o absoluto (XYZ) y sistema de referencia móvil o relativo (xyz) en movimiento general (rototraslatorio).

La aceleración a_r de una partícula en un referencial fijo o absoluto y su aceleración a_m , en un referencial móvil o relativo, están relacionadas mediante la expresión:

$$a_r = a_m + a_o + \dot{\omega} \times r + \omega \times (\omega \times r) + 2\omega \times V_M \tag{4.8}$$

siendo:

a_r = La aceleración de la partícula en el referencial fijo (aceleración absoluta)

a_m = La aceleración de la partícula en el referencial móvil (aceleración relativa)

V_M = La velocidad de la partícula en el referencial móvil (velocidad relativa)

a_o = La aceleración del origen del referencial móvil en el referencial fijo (arrastré de traslación)

$\dot{\omega} \times r$ = La aceleración tangencial (arrastré de rotación)

$\omega \times (\omega \times r)$ = La aceleración normal o centrípeta (arrastré de rotación)

$2\omega \times V_M$ = La aceleración complementaria o aceleración de Coriolis

Si la partícula se encuentra en reposo en el referencial móvil, esto es, si $V_M = 0$ y $a_M = 0$, su aceleración en el referencial fijo es la aceleración de arrastre, que viene dada por:

$$a_{aFF} = a_o + \dot{\omega} \times r + \omega \times (\omega \times r) \tag{4.9}$$

Que coincide con la aceleración correspondiente en un punto de un sólido rígido en movimiento.

Podemos expresar la aceleración de la partícula en el referencial fijo en la forma:

$$a_F = a_M + a_{aFF} + a_C \tag{4.10}$$

Traslación: la aceleración de una partícula en un referencial fijo o absoluto a_F y en un referencial móvil o relativo a_M están relacionadas mediante la expresión:

$$a_F = a_M + a_o \tag{4.11}$$

Rotación: la aceleración de una partícula en un referencial fijo o absoluto a_F y en un referencial móvil o relativo a_M están relacionadas mediante la expresión:

$$a_F = a_M + \dot{\omega} \times r + \omega \times (\omega \times r) + 2\omega \times V_M \tag{4.12}$$

4.3 Aceleración de Coriolis

La aceleración de Coriolis depende de la velocidad angular de la Tierra y, como se verá, produce una desviación en el movimiento de una partícula que se mueve con velocidad v' con respecto al sistema de referencia en rotación O' situado sobre su superficie.

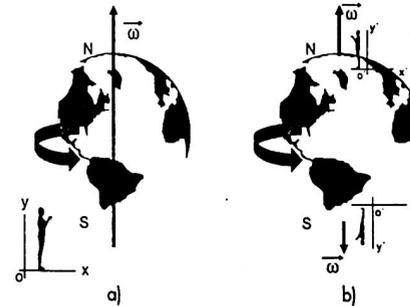


Figura 4.3. Movimiento de rotación de la Tierra visto a) desde un observador en reposo y b) un observador en el hemisferio norte y un observador en el hemisferio sur.

Para los observadores no inerciales, O' , el vector, ω , apunta en sentidos diferentes dependiendo del hemisferio en que se encuentren. Este hecho provocará que el efecto de la aceleración de Coriolis sea diferente en cada hemisferio.

Se analizará cómo percibe un observador en cada hemisferio el movimiento de una partícula que tiene velocidad v' .

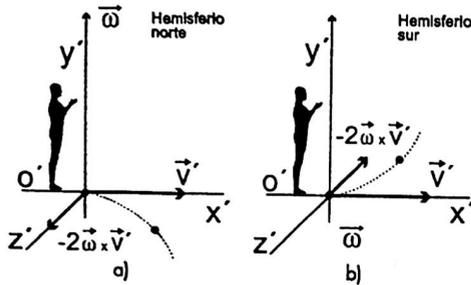


Figura 4.4. Movimiento de una partícula visto a) desde el hemisferio norte y b) desde el hemisferio sur.

Si la Tierra estuviera en reposo, la partícula se movería en línea recta con velocidad v' . Pero como está rotando, desde el punto de vista de los observadores terrestres, la partícula tiene una aceleración (la de Coriolis) que desvía la trayectoria hacia la derecha en el hemisferio norte y hacia la izquierda en el sur.

Un efecto de la aceleración de Coriolis es el sentido de giro de los huracanes, distinto en cada hemisferio. Si la Tierra estuviera en reposo, las masas de aire se dirigirían radialmente hacia el centro de bajas presiones (líneas punteadas en negro en la parte inferior de la figura 4.5).

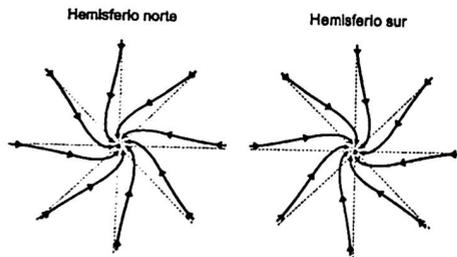


Figura 4.5. Vista de un huracán en ambos hemisferios. En el hemisferio norte gira en sentido antihorario y en el hemisferio sur en sentido horario.

Debido a la aceleración de Coriolis, las masas de aire se desvían hacia la derecha en el hemisferio norte y hacia la izquierda en el hemisferio sur, por lo que el sentido de giro de los huracanes es opuesto en cada hemisferio.

La fórmula de la aceleración de Coriolis es:

$$a_{co} = -2\omega v \quad (4.13)$$

Donde ω es la velocidad angular de rotación del planeta, y v es la velocidad del cuerpo medida por el observador no inercial. El ángulo λ es la latitud del lugar considerado, situado en el hemisferio norte.

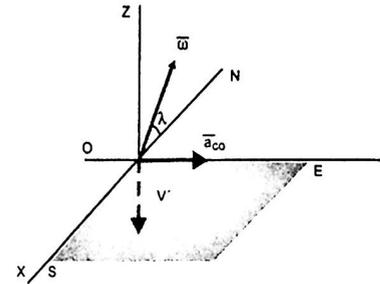


Figura 4.6. Aceleración de Coriolis.

Como podemos apreciar en la figura 4.6, el vector velocidad angular ω forma un ángulo igual a la latitud λ con la dirección norte-sur en el plano local.

La aceleración de Coriolis en el hemisferio norte está dirigida hacia el este y su módulo es:

$$a_x = 2\omega * v * \text{sen}(90 + \lambda) = 2\omega * v * \cos(\lambda) \quad (4.14)$$

A lo largo del eje Z, la aceleración es la de la gravedad es $a_z = -g$.

En el plano local tenemos la composición de dos movimientos:

- Uniformemente acelerado a lo largo del eje Z:

$$a_z = -g \quad (4.15)$$

$$v_z = -gt \quad (4.16)$$

$$z = h - \frac{1}{2}gt^2 \quad (4.17)$$

- Acelerado (aceleración variable) a lo largo del eje Y:

$$a_y = 2\omega g t \cos(\lambda) \quad (4.18)$$

$$a_y = \int_0^t a_y dt = \omega g t^2 \cos(\lambda) \quad (4.19)$$

$$y = \int_0^t v_y dt = \frac{1}{3} \omega g t^3 \cos(\lambda) \quad (4.20)$$

Se ha supuesto que el cuerpo parte del reposo desde la posición $z = h$, $y = 0$.

La aceleración de Coriolis de un cuerpo que cae es máxima en el ecuador $\lambda = 0^\circ$ y es nula en los polos $\lambda = 90^\circ$. En el polo coinciden las direcciones de los vectores velocidad angular de rotación ω y la velocidad v del cuerpo que cae, el producto vectorial de ambos vectores es por tanto, cero.



Ejemplo 4.1

Si estamos situados en el plano del ecuador $\lambda = 0$, y el cuerpo se deja caer (sin velocidad inicial) desde una altura de 100 m, tenemos una desviación $y = 2.2$ cm, que no se puede apreciar a simple vista.

La desviación hacia el sur de un cuerpo que cae desde una altura de 100 m en un punto de latitud $\lambda = 45^\circ$ es $x = 17.2$ cm. Muy pequeña para ser apreciada a simple vista, pero una distancia muy grande en tiro de precisión.

Entonces concluimos que la rotación de la Tierra ejerce un efecto sobre los objetos que se mueven sobre su superficie que se llama "Efecto Coriolis".

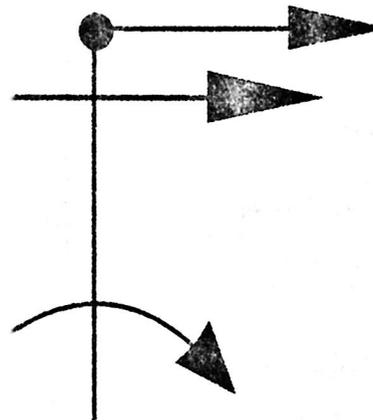
En el hemisferio norte este efecto curva su dirección de movimiento hacia la derecha, y hacia la izquierda en el hemisferio sur. Este efecto se hace más notable en el tiro a grandes distancias. La fórmula para calcular esta aceleración es: $a = 2\omega v \cos(\lambda)$.

Cuanto más cerca del Ecuador estemos, mayor será la desviación de un proyectil.

CAPÍTULO V

Análisis de fuerzas

- 5.1 Definiciones básicas para estudiar las fuerzas estáticas y dinámicas
- 5.2 Fuerzas estáticas y dinámicas
- 5.3 Método de superposición
- 5.4 Método matricial



5.1 Definiciones básicas para estudiar las fuerzas estáticas y dinámicas

A partir de este punto se estudiarán las fuerzas necesarias para producir un determinado movimiento, así como las fuerzas que se originan debido al movimiento de los mecanismos.

- Las fuerzas estáticas son todas las que actúan sobre un cuerpo y que no se deben al término de masa por aceleración. Solamente se pueden dar fuerzas estáticas en mecanismos en movimiento, si se desprecia su masa.
- Las fuerzas dinámicas son las fuerzas debidas al término de masa por aceleración. Los problemas de dinámica pueden ser de dos tipos:
 - Dinámica directa: cuando se conocen las fuerzas y momentos aplicados y se debe determinar la cinemática del mecanismo. Éste es un problema muy complejo que, salvo en casos sencillos, es de difícil resolución.
 - Dinámica inversa: cuando se conoce la cinemática del mecanismo y se deben determinar las fuerzas y momentos a aplicar para lograrla.

En este capítulo se estudiarán los mecanismos planos, por tanto, las fuerzas estarán contenidas en el plano del movimiento.

A continuación, se presenta la definición de algunos términos que se utilizarán en este capítulo.



Fuerza

Es la acción de un cuerpo que actúa sobre otro.

Materia

Es el material o sustancia de la que está hecho el cuerpo.

Masa

Cantidad de materia de un cuerpo.

Inercia

Propiedad de la masa de oponerse a los cambios de movimiento.

Peso

Fuerza de la gravedad que actúa sobre una masa.

Partícula

Cuerpo de dimensiones despreciables.

Cuerpo rígido

Es aquel cuerpo cuyas deformaciones no afectan al cálculo cinemático y dinámico.

Cuerpo deformable

Es aquel cuerpo en el cual se deben tener en cuenta las deformaciones en el cálculo cinemático y dinámico.

Para el estudio de las fuerzas estáticas y dinámicas es necesario recordar las leyes de Newton:

- Primera: si todas las fuerzas que actúan sobre una partícula están equilibradas, la partícula permanecerá en reposo si estaba en reposo, o se desplazará con movimiento rectilíneo constante.
- Segunda: si la suma de las fuerzas que actúan sobre una partícula no están equilibradas, la partícula sufrirá una aceleración en la dirección y sentido de la resultante de las fuerzas.
- Tercera: si sobre un cuerpo actúa una fuerza, este cuerpo devuelve una reacción de igual módulo y dirección, y de sentido contrario a la acción.

5.2 Fuerzas estáticas y dinámicas

Fuerzas aplicadas y fuerzas de restricción

Las fuerzas aplicadas son las fuerzas exteriores que normalmente son conocidas, mientras que las fuerzas de restricción son las que aparecen en los pares de unión de los eslabones y son las encargadas de evitar que el mecanismo se descomponga.

Condiciones para el equilibrio

Para que se dé el equilibrio estático de un mecanismo se debe cumplir en cualquier eslabón o conjunto de eslabones que la suma de fuerzas sea cero y que la suma de momento respecto de un eje sea también cero.

En mecanismos planos se debe cumplir:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma M_z = 0$$

Diagrama de cuerpo libre

El diagrama de cuerpo libre es la esquematización de uno o varios eslabones representando todas las fuerzas que actúan en los eslabones considerados.

Fuerzas de restricción

Las fuerzas de restricción en los mecanismos aparecen en los pares de unión de los diferentes eslabones y tienen la dirección de los movimientos que impide el par. En los mecanismos planos, los pares de unión de los eslabones más comunes son el par giratorio, el eje motriz, el par prismático y el contacto directo.

En el par giratorio, como impide los desplazamientos pero no el giro, las fuerzas de restricción serán F_x y F_y .

En eje motriz, como impide los desplazamientos y el giro, las fuerzas de restricción serán F_x , F_y y M_z .

El par prismático, si se desprecia el rozamiento, impide el movimiento en sentido perpendicular al desplazamiento del par y también impide el giro, por tanto, la fuerza de restricción será perpendicular a la dirección de desplazamiento del par y un momento M_z .

En el contacto directo con deslizamiento o por rodadura, si se desprecia el rozamiento, la fuerza de restricción será perpendicular a la tangente en el punto de contacto.

Elementos de dos y tres fuerzas

En el elemento representado en la figura 5.1 sometido a dos fuerzas F_A y F_B , se debe cumplir que la suma de fuerzas sea nula y la suma de momentos sea igualmente nula.

En la figura 5.1a la suma de fuerzas no es cero.

En la figura 5.1b la suma de fuerzas es cero, pero la suma de momentos no es nula, ya que las fuerzas forman un par.

Para que en un elemento sometido a dos fuerzas la suma de fuerzas y la suma de momentos sean nulas, se debe cumplir que las fuerzas sean iguales en módulo, tengan la misma línea de acción y sentido contrario, tal como se observa en la figura 5.1c.

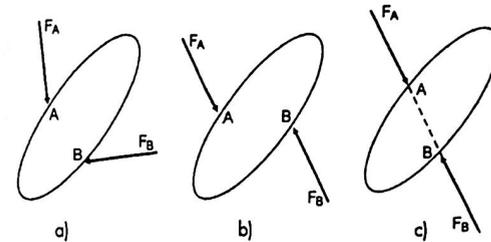


Figura 5.1. Elemento sometido a dos fuerzas.

En el elemento representado en la figura 5.2 sometido a tres fuerzas F_A , F_B y F_C , se debe cumplir que la suma de fuerzas sea nula y la suma de momentos sea igualmente nula.

En la figura 5.2a la suma de fuerzas no es cero. En la figura 5.2b la suma de fuerzas es cero, pero la suma de momentos no es nula, ya que si se toman momentos respecto del punto de corte de las fuerzas F_B y F_C , éste no será nulo, y al ser la suma de fuerzas nula quiere decir que el sistema de fuerzas es equivalente a un par.

Para que un elemento sometido a tres fuerzas esté en equilibrio estático, se debe cumplir que la suma de fuerzas sea cero y que las tres fuerzas se corten en un punto (figura 5.2c). Si la suma de fuerzas es cero puede existir un par, pero si las tres se cortan en punto, el momento respecto de ese punto será nulo, por tanto, no existe un par, ya que el momento de un par es igual respecto de cualquier punto del espacio.

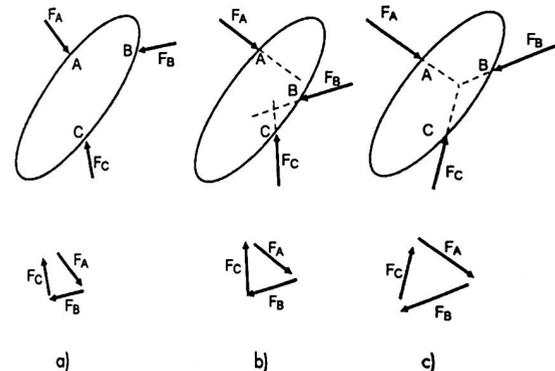


Figura 5.2. Elemento sometido a tres fuerzas.

Elementos de cuatro fuerzas

Para resolver gráficamente el equilibrio estático de un elemento sometido a cuatro o más fuerzas, se debe reducir a un elemento de dos o tres fuerzas a base de sumar previamente algunas a las que está sometido.

Centro de masa de una serie de partículas en el espacio

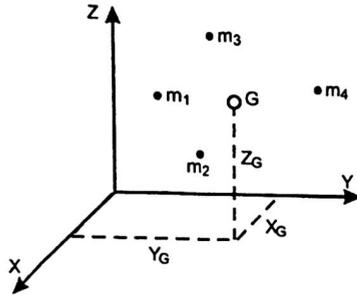


Figura 5.3. Centro de masa de una serie de partículas.

Si se tiene una serie de partículas en el espacio como la representada en la figura 5.3, las coordenadas del centro de masas se determinarán como se describe a continuación:

$$X_G = \frac{\sum m_i \cdot x_i}{\sum m_i} = \frac{(m_1 \cdot x_1) + (m_2 \cdot x_2) + (m_3 \cdot x_3) + (m_4 \cdot x_4)}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} \quad (5.1)$$

$$Y_G = \frac{\sum m_i \cdot y_i}{\sum m_i} = \frac{(m_1 \cdot y_1) + (m_2 \cdot y_2) + (m_3 \cdot y_3) + (m_4 \cdot y_4)}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} \quad (5.2)$$

$$Z_G = \frac{\sum m_i \cdot z_i}{\sum m_i} = \frac{(m_1 \cdot z_1) + (m_2 \cdot z_2) + (m_3 \cdot z_3) + (m_4 \cdot z_4)}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} \quad (5.3)$$

Si las partículas estuvieran en un plano, por ejemplo el plano XY, bastaría con las coordenadas X_G y Y_G para determinar la posición del centro de masas, y si estuvieran alineadas, entonces bastaría con una sola coordenada.

Centroides de figuras geométricas planas compuestas

Los centroides de figuras geométricas planas son importantes, ya que sus posiciones coinciden con los centros de masas de cuerpos de espesor uniforme. La posición de los

centroides de superficies sencillas es conocida o se puede encontrar con facilidad en cualquier libro de texto de mecánica.

Para localizar el centroide de una superficie cualquiera, se debe descomponer ésta en superficies sencillas, donde éstas y los centroides sean conocidos; por ejemplo, la superficie representada en la figura 5.4.

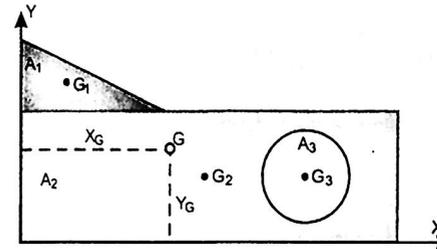


Figura 5.4. Centroide de una superficie compuesta.

Las coordenadas del centroide del conjunto serán:

$$X_G = \frac{\sum A_i \cdot X_{G_i}}{\sum A_i} = \frac{(A_1 \cdot X_{G_1}) + (A_2 \cdot X_{G_2}) - (A_3 \cdot X_{G_3})}{A_1 + A_2 - A_3} \quad (5.4)$$

$$Y_G = \frac{\sum A_i \cdot Y_{G_i}}{\sum A_i} = \frac{(A_1 \cdot Y_{G_1}) + (A_2 \cdot Y_{G_2}) - (A_3 \cdot Y_{G_3})}{A_1 + A_2 - A_3} \quad (5.5)$$

Centroides de figuras geométricas planas limitadas por una función

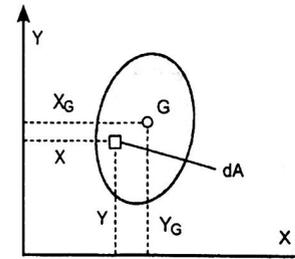


Figura 5.5. Centroide de una superficie limitada por una función.

Si se tiene una figura geométrica plana limitada por una función como en la figura 5.5, para determinar la posición del centroide se pueden aplicar las ecuaciones siguientes:

$$X_G = \frac{\int x \cdot dA}{\int dA} = \frac{1}{A} \int x \cdot dA \quad (5.6)$$

$$Y_G = \frac{\int y \cdot dA}{\int dA} = \frac{1}{A} \int y \cdot dA \quad (5.7)$$

Centro de masa de un cuerpo limitado por una función

Si se tiene un cuerpo limitado por una función como el de la figura 5.6, para determinar la posición del centro de masas se pueden aplicar las ecuaciones siguientes:

$$X_G = \frac{\int x \cdot dm}{\int dm} = \frac{1}{m} \int x \cdot dm \quad (5.8)$$

$$Y_G = \frac{\int y \cdot dm}{\int dm} = \frac{1}{m} \int y \cdot dm \quad (5.9)$$

$$Z_G = \frac{\int z \cdot dm}{\int dm} = \frac{1}{m} \int z \cdot dm \quad (5.10)$$

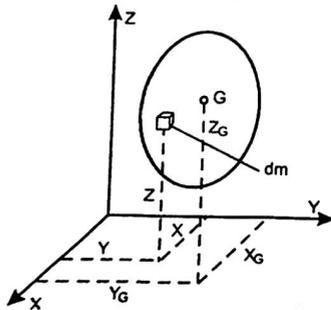


Figura 5.6. Centro de masas de un cuerpo limitado por una función.

Centro de masa de un cuerpo compuesto

Si se tiene un cuerpo complejo éste se puede descomponer en unos más sencillos de los que se conozcan su masa y su centro de masas. Cada cuerpo sencillo se puede tratar como una partícula cuya masa sea la correspondiente al cuerpo y para que su posición sea el centro de masas del mismo.

Las coordenadas del centro de masas del conjunto se pueden calcular con las ecuaciones siguientes:

$$X_G = \frac{\sum m_i \cdot x_{G_i}}{\sum m_i} = \frac{1}{m} \sum m_i \cdot x_{G_i} \quad (5.11)$$

$$Y_G = \frac{\sum m_i \cdot y_{G_i}}{\sum m_i} = \frac{1}{m} \sum m_i \cdot y_{G_i} \quad (5.12)$$

$$Z_G = \frac{\sum m_i \cdot z_{G_i}}{\sum m_i} = \frac{1}{m} \sum m_i \cdot z_{G_i} \quad (5.13)$$

Momentos de inercia superficiales

El momento segundo o momento de inercia de superficie (figura 5.7) es el resultado de las ecuaciones siguientes:

$$I_x = \int y^2 \cdot dA \quad (5.14)$$

$$I_y = \int x^2 \cdot dA \quad (5.15)$$

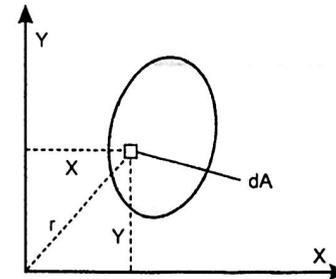


Figura 5.7. Momento de inercia de una superficie.

El momento de inercia polar es el resultado de la ecuación siguiente:

$$J_z = \int r^2 \cdot dA = \int (x^2 + y^2) dA = I_x + I_y \quad (5.16)$$

El radio de giro K es la distancia desde un eje a la que debería estar toda la superficie para que tuviera el mismo momento de inercia respecto de ese eje. En este caso, el momento de inercia sería:

$$I = K^2 A \quad (5.17)$$

Por tanto, el radio de giro será:

$$K = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad (5.18)$$

Para calcular el momento de inercia respecto de unos ejes cualesquiera, se utiliza el teorema de Steiner que relaciona el momento de inercia respecto de dichos ejes con el momento de inercia en relación con unos ejes que pasan por el centroide (figura 5.8).

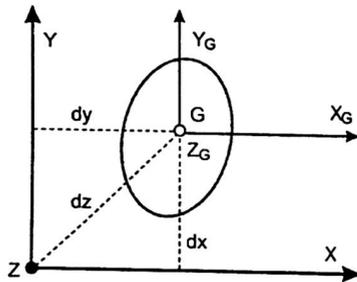


Figura 5.8.
Teorema de Steiner
para superficies.

Las ecuaciones son las siguientes:

$$I_x = I_{x_0} + A \cdot d_y^2 \quad (5.19)$$

$$I_y = I_{y_0} + A \cdot d_x^2 \quad (5.20)$$

$$J_z = J_{z_0} + A \cdot d_0^2 \quad (5.21)$$

Momento de inercia de superficies complejas

El momento de inercia de una superficie compleja respecto de un eje es la suma de los momentos de inercia respecto de ese eje, pero de las superficies elementales en las que se puede dividir la primera.

Lo normal es conocer los momentos de inercia de las superficies elementales respecto de su centroide. En este caso, se aplica el teorema de Steiner para calcularlo respecto del eje deseado.

Momento de inercia de masas

En dinámica, el que tiene utilidad es el momento de inercia de masas. Para calcular el momento de inercia de una masa (figura 5.9) se aplican las ecuaciones siguientes:

$$I_x = \int (y^2 + z^2) dm \quad (5.22)$$

$$I_y = \int (x^2 + z^2) dm \quad (5.23)$$

$$I_z = \int (x^2 + y^2) dm \quad (5.24)$$

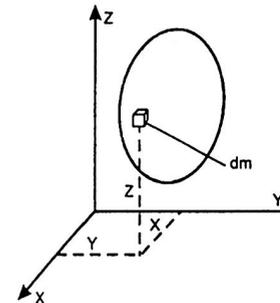


Figura 5.9.
Momento de inercia
de masas.

El radio de giro K es la distancia desde un eje a la que debería estar toda la masa para que tuviera el mismo momento de inercia respecto de ese eje. En este caso, el momento de inercia sería:

$$I = K^2 m \quad (5.25)$$

Por tanto, el radio de giro será:

$$K = \sqrt{\frac{I}{m}} \quad (5.26)$$

Para calcular el momento de inercia respecto de unos ejes cualesquiera se utiliza el teorema de Steiner que relaciona el momento de inercia respecto de unos ejes cualesquiera con el momento de inercia respecto de los ejes que pasan por el centro de masas (figura 5.10).

Las ecuaciones son las siguientes:

$$I_x = I_{x_0} + m \cdot d_x^2 = I_{x_0} + m(Y_G^2 + Z_G^2) \quad (5.27)$$

$$I_y = I_{y_0} + m \cdot d_y^2 = I_{y_0} + m(X_G^2 + Z_G^2) \quad (5.28)$$

$$I_z = I_{z_0} + m \cdot d_z^2 = I_{z_0} + m(X_G^2 + Y_G^2) \quad (5.29)$$

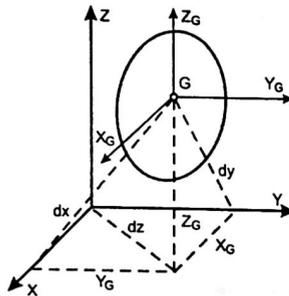


Figura 5.10.
Teorema de Steiner
para masas.

Momento de inercia de masas complejas

El momento de inercia de una masa compleja respecto de un eje es la suma de los momentos de inercia respecto de ese eje de las masas elementales en las que se puede dividir la primera. Lo normal es conocer los momentos de inercia de las masas elementales respecto de su centro de masas. En este caso, se aplica el teorema de Steiner para calcularlo en relación con el eje deseado.

Sentido físico del momento de inercia de masas

Si se tiene una masa puntual como lo muestra la figura 5.11, unida a un eje en reposo con una aceleración angular α , esta masa tendrá una aceleración:

$$A = \alpha \cdot r \quad (5.30)$$

Para conseguir esta aceleración, habrá que aplicarle una fuerza:

$$F = m \cdot A = m \cdot \alpha \cdot r \quad (5.31)$$

Si en lugar de aplicarle la fuerza directamente a la masa se desea aplicar un momento al eje, este momento será:

$$M = F \cdot r = m \cdot r^2 \cdot \alpha = I \cdot \alpha \quad (5.32)$$

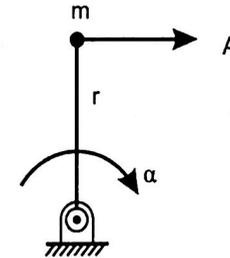


Figura 5.11. Sentido físico del momento de inercia de masas.

En la ecuación (5.32) se aprecia que el momento de inercia representa la oposición a ser acelerada angularmente una masa unida a un eje.

Cálculo de fuerzas

Como se mencionó al inicio del capítulo, se estudiarán mecanismos planos; por tanto, las fuerzas estarán contenidas en el plano del movimiento. Además, se realizará un análisis dinámico inverso; es decir, se supone conocida la cinemática del mecanismo, aceleraciones de los centros de gravedad y aceleraciones angulares de todos los eslabones; sin embargo, se deben determinar las fuerzas y momentos a aplicar para que se produzcan las aceleraciones previstas. También se determinarán las fuerzas de restricción que aparecerán en los pares de unión de los eslabones.

Suponiendo un eslabón como el representado en la figura 5.12 del que se conoce la aceleración de su centro de gravedad y su aceleración angular, para que se cumplan las leyes de la dinámica, habrá que aplicarle una serie de fuerzas cuya resultante será:

$$\bar{R} = m \cdot \bar{A}_G \quad (5.33)$$

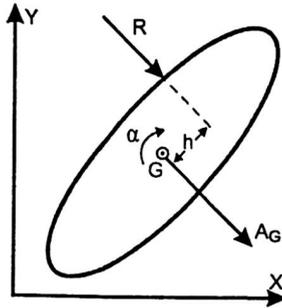


Figura 5.12. Dinámica inversa de un eslabón.

La resultante R tiene la misma dirección y sentido que la aceleración del centro de gravedad, por tanto sus líneas de acción son paralelas.

Asimismo, como el momento de las fuerzas respecto al centro de gravedad G debe ser igual al momento de inercia respecto del eje Z que pasa por G por la aceleración angular, se cumplirá que la línea de acción de la resultante R estará desplazada del centro de gravedad A a una distancia:

$$h = \frac{I_G \cdot \alpha}{R} \quad (5.34)$$

La fuerza R será la resultante de las fuerzas que le realicen los otros eslabones a través de los pares de unión.

Rotación en torno a un punto fijo

El eslabón mostrado en la figura 5.13 que gira alrededor de un punto O con una velocidad angular ω y que tiene una aceleración angular $\omega\alpha$, tendrá una aceleración del centro de gravedad A_G que se puede descomponer en una aceleración normal y en una tangencial cuyos valores serán:

$$A_G^n = \omega^2 \cdot r_O \quad (5.35)$$

$$A_G' = \alpha \cdot r_O \quad (5.36)$$

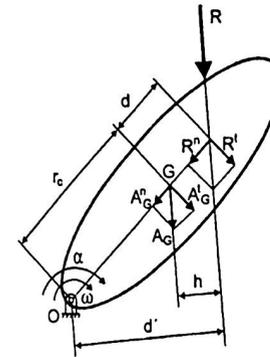


Figura 5.13. Eslabón girando alrededor de un punto fijo.

Para conseguir la aceleración del centro de gravedad A_G se deberá aplicar un sistema de fuerzas cuya resultante sea R , que también se podrá descomponer en una componente normal y en una tangencial, cuyos valores serán:

$$R^n = m \cdot A_G^n = m \cdot \omega^2 \cdot r_G \quad (5.37)$$

$$R^t = m \cdot A_G^t = m \cdot \alpha \cdot r_G \quad (5.38)$$

Como la componente normal R no produce momento respecto de G , se cumplirá:

$$M_G = R \cdot h = R^t \cdot d = I_G \cdot \alpha \quad (5.39)$$

Si el eslabón se mueve debido a un par introducido por el eje de giro, el valor de ese par será:

$$M_O = R \cdot d' = R^t (r_G + d) = m r_G \alpha r_G + I_G \alpha = (I_G + m r_G^2) \alpha = I_O \alpha$$

Según la ecuación (5.39), el par a aplicar en el eje O será el momento de inercia del eslabón respecto de ese punto por la aceleración angular del eslabón.

La justificación del momento a aplicar en el eje que pasa por O puede apreciarse en la figura 5.14, sustituyendo una fuerza por otra fuerza desplazada y un par cuyo valor será la fuerza por la distancia desplazada.

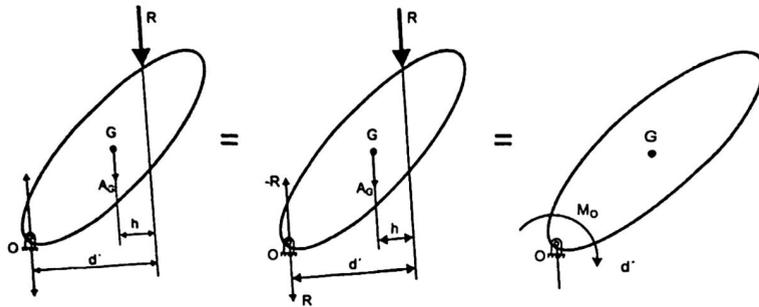


Figura 5.14. Sustitución de una fuerza por una fuerza y un par.

Eslabón de salida en un cuadrilátero articulado

Si se tiene un cuadrilátero articulado en el que el centro de gravedad del eslabón de salida, eslabón 4, coincide con su centro de giro (figura 5.15), resultará que la aceleración del centro de gravedad de dicho eslabón será nula, por lo que la suma de fuerzas que actúen sobre dicho eslabón deberá ser nula también.

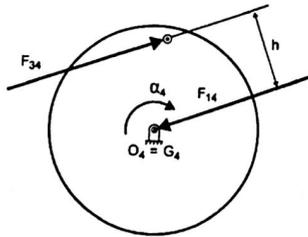


Figura 5.15. Eslabón de salida con el centro de gravedad y punto de giro coincidentes.

Al estudiar el caso de superposición en el que solamente tenga masa el eslabón 4, la fuerza F_{34} tendrá la dirección del eslabón 3. La fuerza aplicada por el eslabón 1, F_{14} , deberá ser paralela, del mismo módulo y sentido contrario a F_{34} . El módulo de estas fuerzas será:

$$|F_{14}| = |F_{34}| = \frac{I_{G_4} \cdot \alpha_4}{h} \tag{5.40}$$

Las fuerzas F_{34} y F_{14} deberán tener el sentido apropiado para que sean un par en el mismo sentido que el de α_4 .

Eslabón de entrada en un cuadrilátero articulado

Al estudiar el caso de superposición en el que solamente tenga masa el eslabón de entrada, eslabón 2, resultará que las fuerzas y pares necesarios para acelerar dicho eslabón se le deberá aplicar el eslabón 1.

Se pueden dar cuatro casos:

$$-1^\circ - G_2 = O_2 \text{ y } \alpha_2 = 0 \tag{5.41}$$

$$-2^\circ - G_2 = O_2 \text{ y } \alpha_2 \neq 0 \tag{5.42}$$

$$-3^\circ - G_2 \neq O_2 \text{ y } \alpha_2 = 0 \tag{5.43}$$

$$-4^\circ - G_2 \neq O_2 \text{ y } \alpha_2 \neq 0 \tag{5.44}$$

En el primer caso, al ser la aceleración del centro de gravedad del eslabón nula y la aceleración angular también nula, no se necesita fuerza ni par alguno para que el eslabón permanezca indefinidamente con el movimiento que tenga.

En el segundo caso, la fuerza a aplicar al eslabón será nula pero se le deberá aplicar un par desde el eslabón 1:

$$\vec{M}_{12} = I_{G_2} \cdot \vec{\alpha}_2 \tag{5.45}$$

En el tercer caso (figura 5.16), al ser la aceleración angular nula, el centro de gravedad tendrá una aceleración normal hacia el punto de giro del eslabón.

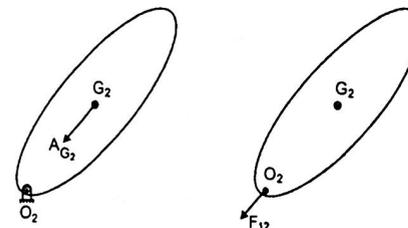


Figura 5.16. Eslabón de entrada con velocidad angular constante.

La fuerza a aplicar por el eslabón 1 en el punto O_2 tendrá la dirección y sentido de G_2 hacia O_2 y su valor será:

$$\vec{F}_{12} = m_2 * \vec{A}_{G_2} \quad (5.46)$$

El cuarto caso (figura 5.17), el centro de gravedad del eslabón de entrada, eslabón 2, tendrá una aceleración \vec{A}_{G_2} . Para conseguir esta aceleración, habrá que aplicarle un sistema de fuerzas cuya resultante sea:

$$\vec{R}_2 = m_2 * \vec{A}_{G_2} \quad (5.47)$$

Ésta debe ser aplicada de forma que el momento de \vec{R}_2 respecto del centro de gravedad del eslabón tenga el mismo sentido que la aceleración angular de dicho eslabón. El valor del descentramiento será:

$$h = \frac{I_{G_2} * \alpha_2}{R_2} \quad (5.48)$$

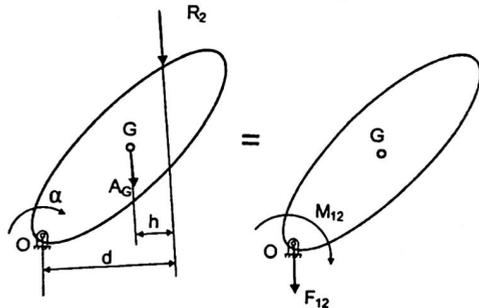


Figura 5.17. Eslabón de entrada con aceleración angular.

En el caso de superposición, en el que se considera que solamente tiene masa el eslabón 2, a dicho eslabón solamente se le pueden aplicar fuerzas desde el eslabón 1, por tanto la resultante R_2 se debe sustituir por una fuerza F_{12} , del mismo módulo, dirección y sentido R_2 que aplicada en O_2 y un momento M_{12} que será el momento de R_2 respecto del punto O_2 cuyo valor será:

$$M_{12} = R_2 * d \quad (5.49)$$

La resolución de este caso también se puede plantear como que se debe aplicar una fuerza en el punto O_2 :

$$\vec{F}_{12} = m_2 * \vec{A}_{G_2} \quad (5.50)$$

y un momento:

$$\vec{M}_{12} = I_{O_2} * \vec{\alpha}_2 \quad (5.51)$$

Caso sencillo de dinámica directa

Los problemas de dinámica directa en los que se conocen las fuerzas o pares aplicados y se debe determinar la cinemática del mecanismo, suelen ser bastante complejos de resolución. No obstante, hay algunos casos sencillos, por ejemplo, cuando se trata de mecanismos formados por ejes y poleas o ruedas dentadas en los que los centros de gravedad se encuentran en los ejes geométricos de los mismos (figura 5.18).

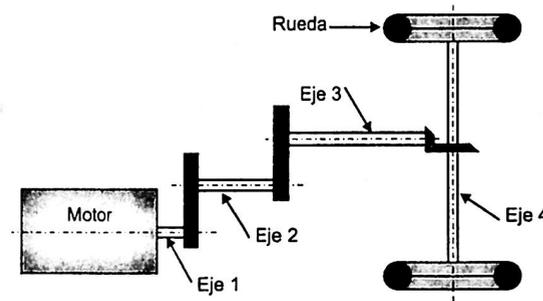


Figura 5.18. Mecanismo formado por ejes y poleas o ruedas.

En una cadena cinemática como la de la figura 5.18, se pueden reducir todos los ejes al eje del motor.

Llamando $\frac{M_i}{j}$ al par a aplicar en el eje i para acelerar angularmente al eje j , se tendrá:

$$M_{11} = I_1 * \alpha_1 \quad (5.52)$$

$$M_{2/2} = I_2 * \alpha_2 \quad (5.53)$$

$$M_{3n} = I_3 \cdot \alpha_3 \tag{5.54}$$

$$M_{4n} = I_4 \cdot \alpha_4 \tag{5.55}$$

Como en este ejemplo, el par motor está aplicado en eje 1, teniendo en cuenta que si se desprecia el rozamiento se conserva la potencia, resultará:

$$M_{12} = M_{22} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1} = M_{22} \cdot i_{21} = I_2 \cdot \alpha_2 \cdot i_{21} \tag{5.56}$$

$$M_{13} = M_{33} \cdot \frac{\omega_3}{\omega_1} = M_{33} \cdot i_{31} = I_3 \cdot \alpha_3 \cdot i_{31} \tag{5.57}$$

$$M_{14} = M_{44} \cdot \frac{\omega_4}{\omega_1} = M_{44} \cdot i_{41} = I_4 \cdot \alpha_4 \cdot i_{41} \tag{5.58}$$

siendo:

$i_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$ la relación de transmisión entre el eje "2" y el eje "1"

$i_{31} = \frac{\omega_3}{\omega_1}$ la relación de transmisión entre el eje "3" y el eje "1"

$i_{41} = \frac{\omega_4}{\omega_1}$ la relación de transmisión entre el eje "4" y el eje "1"

En la figura 5.19 se aprecia que la velocidad del punto C, centro instantáneo de rotación relativo a las dos ruedas, es la misma para ambas, por tanto, se cumple:

$$V_C = \omega_2 \cdot R_2 = \omega_3 \cdot R_3 \tag{5.59}$$

$$i_{32} = \frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{R_2}{R_3} \tag{5.60}$$

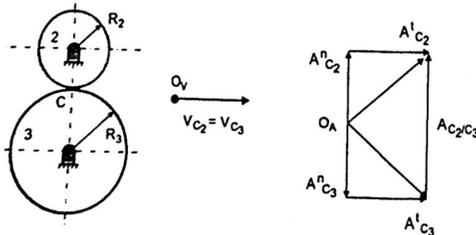


Figura 5.19. Relación entre velocidades angulares y aceleraciones angulares.

Teniendo en cuenta que la aceleración relativa entre los puntos en contacto en una rodadura tiene la dirección de la recta de unión de centros, resulta que las aceleraciones tangenciales de los dos puntos en contacto es la misma y de valor:

$$A_{C_2}' = A_{C_3}' = \alpha_2 \cdot R_2 = \alpha_3 \cdot R_3 \tag{5.61}$$

La relación entre las velocidades angulares de las ruedas será:

$$\frac{\alpha_3}{\alpha_2} = \frac{R_2}{R_3} = i_{32} = \frac{\omega_3}{\omega_2} \tag{5.62}$$

Teniendo en cuenta la relación entre las aceleraciones angulares, las ecuaciones se podrán escribir:

$$M_{12} = M_{22} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1} = M_{22} \cdot i_{21} = I_2 \cdot \alpha_2 \cdot i_{21} = I_2 \cdot i_{21}^2 \alpha_1 \tag{5.63}$$

$$M_{13} = M_{33} \cdot \frac{\omega_3}{\omega_1} = M_{33} \cdot i_{31} = I_3 \cdot \alpha_3 \cdot i_{31} = I_3 \cdot i_{31}^2 \alpha_1 \tag{5.64}$$

$$M_{14} = M_{44} \cdot \frac{\omega_4}{\omega_1} = M_{44} \cdot i_{41} = I_4 \cdot \alpha_4 \cdot i_{41} = I_4 \cdot i_{41}^2 \alpha_1 \tag{5.65}$$

El par a aplicar en el eje 1 será la suma de los pares en dicho eje para acelerarse el mismo y acelerar a los ejes 2, 3 y 4.

$$M = M_{11} + M_{12} + M_{13} + M_{14} = (I_1 + I_2 \cdot i_{21}^2 + I_3 \cdot i_{31}^2 + I_4 \cdot i_{41}^2) \cdot \alpha_1 \tag{5.66}$$

De la ecuación (5.66) se desprende que el conjunto de ejes se puede sustituir, por ejemplo, por un volante colocado en el eje del motor y cuyo momento de inercia sea la suma del momento de inercia de este eje más los de los otros ejes multiplicados por la correspondiente relación de transmisión con el eje motor al cuadrado.

Incluso en un automóvil, como el de la figura 5.20, se puede reducir la masa del automóvil a un momento de inercia colocado en el eje del motor.

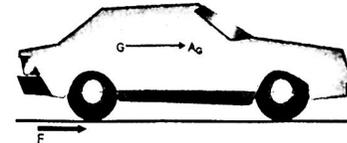


Figura 5.20. Reducción de la masa del automóvil a un momento de inercia.

Si la cadena cinemática desde el motor a las ruedas experimenta una aceleración, el automóvil adquirirá una aceleración lineal que será la angular de las ruedas por el radio de las ruedas:

$$A_G = \alpha_R * R_R = R_R * i_{R/I} * \alpha_1 \quad (5.67)$$

Se debe considerar que para conseguir dicha aceleración, la pista efectuará sobre la periferia de las ruedas una fuerza:

$$F = m_c * A_G \quad (5.68)$$

También debe considerarse que para conseguir esta fuerza, el eje de las ruedas deberá aplicar un par:

$$M_{R/R} = F * R_R = m_c * R_R^2 * i_{R/I} * \alpha_1 \quad (5.69)$$

Finalmente, el par que deberá aplicar el motor en su eje para acelerar la masa del automóvil será:

$$M_{V/R} = F * R_R * i_{R/I} = m_c * R_R^2 * i_{R/I}^2 * \alpha_1 \quad (5.70)$$

De la ecuación (5.70), se desprende que la masa del coche se puede sustituir por un volante cuyo momento de inercia sea I colocado en el eje del motor.

Fuerzas de sacudimiento

En el análisis de fuerzas estáticas, la suma de fuerzas y la suma de momentos que actúan sobre cualquier eslabón debe ser cero. En particular, si la suma de fuerzas y la de momentos que actúan sobre el eslabón fijo son nulas.

En dinámica no ocurre lo mismo, la suma de fuerzas que actúan sobre un eslabón deben ser igual al producto de su masa por la aceleración de su centro de gravedad.

La suma de fuerzas que realiza el eslabón fijo sobre el resto será:

$$\Sigma \vec{F}_{ii} = \Sigma M_i * \vec{A}_{G_i} \quad (5.71)$$

Por el principio de acción y reacción, los eslabones móviles realizarán sobre el eslabón fijo una serie de fuerzas cuya suma será:

$$\Sigma \vec{F}_{II} = -\Sigma M_i * \vec{A}_{G_i} \quad (5.72)$$

A la suma de fuerzas que realizan los eslabones móviles sobre el eslabón fijo se le llama fuerza de sacudimiento, y es una fuerza que tiende a hacer vibrar al chasis de la máquina donde está acoplado el mecanismo y que por tanto interesa minimizarla.

5.3 Método de superposición

5.3.1 Principio de superposición. Fuerzas estáticas

En los problemas de fuerzas estáticas, si se desprecia el rozamiento, existe proporcionalidad entre las fuerzas aplicadas y las fuerzas de restricción; o sea, son problemas lineales. En los problemas lineales, los efectos finales producidos por varias causas son iguales a la suma de los efectos producidos por cada una de las causas. Así, las fuerzas de restricción finales producidas por todas las fuerzas aplicadas serán la suma de las de restricción producidas por cada una de las fuerzas aplicadas (figura 5.21).

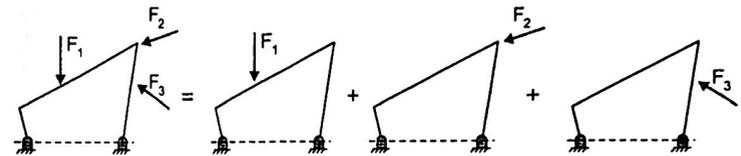


Figura 5.21. Principio de superposición.

5.3.2 Principio de superposición. Fuerzas dinámicas

En los problemas de dinámica inversa se cumple que las fuerzas y momentos que se deben aplicar a un mecanismo, para que tenga una determinada cinemática son iguales a las sumas de fuerzas y de momentos que se deben aplicar para todos los casos, suponiendo que en cada uno de ellos solamente un eslabón tenga masa. El principio de superposición se ilustra en la figura 5.22.

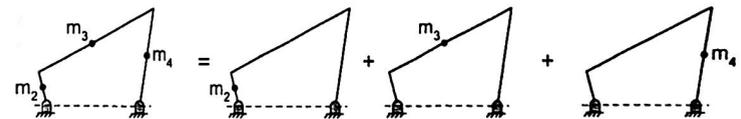


Figura 5.22. Principio de superposición.

5.4 Método matricial

Los métodos de cálculo matricial (CM) de estructuras son un conjunto de métodos que tienen en común organizar toda la información en matrices. En estos métodos, todas las relaciones entre las distintas partes de una estructura dan lugar a sistemas de ecuaciones con un alto número de variables, pero donde no se han realizado suposiciones o simplificaciones en las que se pierda información relevante. Esta generalidad, junto a la estructura de la información en matrices, permite que su planteamiento y resolución pueda ser ejecutada de manera automática por medio de programas de ordenador, lo que ha hecho que en la actualidad sean la práctica habitual en la ingeniería.

En el presente libro se desarrollará el denominado método de la rigidez de cálculo matricial, aplicado a estructuras bidimensionales formadas por barras y vigas. Este mismo esquema puede ser extendido a otras formas de discretizar una estructura o un medio continuo. De hecho, el método de los elementos finitos es la extensión del método de CM, donde se trata con elementos que no son sólo barras, sino volúmenes de distintas formas geométricas que modelan un mayor número de problemas mecánicos o físicos.

En todo el desarrollo del método aceptaremos las hipótesis generales en las que normalmente se desarrolla la teoría de estructura; esto es, comportamiento elástico y lineal del material y estado de pequeños desplazamientos.

5.4.1 Características de los métodos matriciales

En primer lugar, es interesante hacer un breve análisis de las diversas características que presentan estos métodos frente a los clásicos de cálculo de estructuras:

- **Generalidad:** puesto que todas las ecuaciones que describen el comportamiento de la estructura son implementadas en el problema, el CM se puede considerar un método de cálculo general, no está limitado por la aplicación del mismo a una tipología de estructura particular. Esto contrasta con los métodos para estructuras articuladas, en los que se exige que todos los nudos puedan considerarse como articulados, así como con el método de Cross, donde se asume que los efectos de acortamiento de barras son despreciables.
- **Conocimiento:** la aplicación del CM, una vez que sus relaciones ya han sido desarrolladas, requiere un nivel de conocimiento para el operador mucho más básico. No es necesario entender el sentido físico de estas relaciones para aplicarlas. Los métodos particulares exigen un conocimiento preciso del problema estructural a tratar y una toma de decisiones continua sobre la influencia de diversos aspectos con el fin de simplificarlos. En el CM, al no tener que evaluar hipótesis o estimar efectos despreciables sobre el resultado final, la aplicación es directa.
- **Número de ecuaciones:** la diferencia fundamental radica en el número de ecuaciones que intervienen en la resolución del problema. En CM intervienen todas, no se descarta

ninguna, incluso aunque a priori se pueda estimar que su influencia pueda ser despreciable.

El método se establece de manera que automáticamente se tengan en cuenta todos los efectos. La potencialidad de los métodos particulares radica en limitarse a aplicar las ecuaciones significativas con las que se llegaba a una solución muy aproximada a la real, pero con un coste de tiempo y de cálculo mucho menor.

- **Velocidad de cálculo:** al incluirse todas las ecuaciones en CM, el tiempo de cálculo es mucho mayor, por lo que conocidas sus ecuaciones desde hace varios siglos, no resultaron útiles y de aplicación práctica sino hasta mediados del siglo XX. Los métodos particulares estaban desde el principio establecidos para poder aplicarse de manera manual y rápida, bien con ayuda de algún elemento de cálculo (reglas de cálculo) o incluso de manera gráfica (métodos de Maxwell-Cremona, Williot, etc.).
- **Sentido físico del problema:** durante la aplicación de los métodos particulares (articuladas y Cross) se puede entender y seguir sin grandes dificultades el comportamiento estructural del sistema. Ésta es la razón por la que se siguen enseñando en las materias de teoría y cálculo de estructuras: tienen un valor didáctico para comprender el comportamiento de estructuras. Sin embargo, en el CM tenemos finalmente un conjunto de números ordenados en matrices, que tienen una significación pero a la que puede costar más establecer su correspondiente con las características visibles de la estructura.
- **Automatización del método:** ésta es una característica derivada de las anteriores y termina siendo la razón fundamental por la que los métodos matriciales son los que se han implantado actualmente, en particular el denominado método de la rigidez (que se desarrollará en los próximos capítulos). La generalidad del método y el hecho de que se implementen todas las ecuaciones, reducen al mínimo las decisiones previas para modelar el problema matemáticamente. Si se organiza la información de manera que se puedan seguir pasos repetitivos para cada elemento (barra) que intervenga en la estructura, es muy fácil desarrollar un algoritmo de aplicación automática para todos los casos. En eso consiste el método matricial de la rigidez, y tiene como consecuencia que sea muy sencillo implementar programas de ordenador para aplicar el método. Con ello se salva la principal limitación en cuanto a la necesidad de resolución de grandes sistemas de ecuaciones y permite explotar todas las ventajas adicionales que tiene el CM.

5.4.2 Modelización del problema

Aunque el cálculo matricial está pensado para que las ecuaciones finales las resuelva un ordenador, existe un paso fundamental que es responsabilidad del calculista y que no podría ser realizada por la computadora. Se trata de la modelización matemática del problema y de su correcta discretización. El cálculo puede estar bien realizado, pero de nada sirve si el problema no responde a la realidad que pretendemos representar.

En CM, el proceso de modelado y discretización, aunque siempre está presente en los otros métodos de cálculo de estructuras, en este caso es mucho más explícito y repercute de manera muy directa en los resultados que podemos extraer.

El concepto de discretización debe ser establecido de manera precisa. Consiste en la representación del comportamiento de un medio continuo (la estructura) a través de un conjunto finito de variables, en nuestro caso fuerzas aplicadas sobre el sólido y desplazamientos. Este número finito de variables son los desplazamientos en cada uno de los grados de libertad (GDL) de un sistema. Determinar dichos grados de libertad y establecer todas sus relaciones son el punto de partida sobre el cual se resolverá el problema. El CM sólo aportará información en esos GDL, cualquier información adicional exigirá un paso adicional de interpretación de los resultados directos.

Para cada GDL existirá una variable en fuerza y otra en desplazamiento. De ellas, una estará determinada por las condiciones de contorno (de carga o de desplazamiento impuesto) y la otra será la incógnita a despejar. En caso de ser incógnita de fuerza, estaremos hablando de reacciones. Tanto los esfuerzos como cualquier incógnita interna de deformaciones, alargamientos o desplazamientos de puntos internos diferentes de los grados de libertad definidos en el problema, deberán ser derivados posteriormente a partir de los resultados directos obtenidos en cada GDL definido.

5.4.3 Métodos de cálculo matricial

En términos generales, existen dos procedimientos genéricos en mecánica de medios continuos de sólidos deformables para poder establecer el sistema completo de ecuaciones, dependiendo del orden en que las apliquemos.

Las ecuaciones que podemos poner en juego son las de equilibrio, las de comportamiento y las de compatibilidad del problema. Cuando partiendo de las ecuaciones de equilibrio las utilizamos para incorporarlas a las de comportamiento y finalmente el resultado lo introducimos en las ecuaciones de compatibilidad, estamos aplicando el método denominado de la compatibilidad o de la flexibilidad. En términos de las variables implicadas, en este caso llegamos a formular los desplazamientos en función de las cargas aplicadas.

Si seguimos el procedimiento inverso, inicialmente relacionamos deformaciones y desplazamientos aplicando las ecuaciones de compatibilidad para posteriormente aplicar las leyes de comportamiento y, finalmente, las ecuaciones de equilibrio; en ese caso el método se denomina de la rigidez o del equilibrio. En la figura 5.23 se esquematiza brevemente este proceso.

En cálculo matricial, tal y como se verá a continuación en un ejemplo, es posible aplicar ambos procedimientos. Sin embargo, como se desarrollará en los capítulos siguientes, únicamente es posible llegar a un procedimiento automático y sistematizado con el método de la rigidez, siendo éste por tanto el que se ha implantado y generalizado.

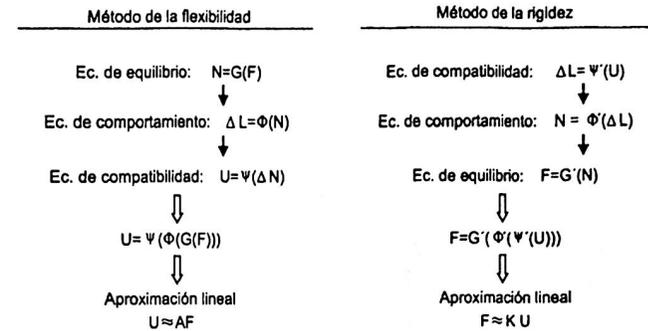


Figura 5.23. Los dos caminos alternativos para plantear las ecuaciones que modelan una estructura: el método de la flexibilidad y el de la rigidez.



Ejemplo 5.1

A continuación se desarrollará un ejemplo donde se puede ver la aplicación de ambos métodos a un mismo problema y cómo éste se puede estructurar en forma matricial.

El problema a estudiar es uno clásico de resistencia de materiales, se trata de una viga en voladizo como la mostrada en la figura 5.24.

El primer paso es la discretización del problema.

Tenemos diversas opciones de discretización, todas ellas válidas. Algunas se muestran en la parte derecha de la figura 5.24. Se puede ver que incluso el número de GDL es variable. A mayor número de GDL, mayor detalle de resultados a cambio de un problema más voluminoso y con mayor tiempo de cálculo. Por cuestiones de claridad en la presentación, decidimos escoger una de las más sencillas: la que aparece en la última fila de la figura 5.24.

El problema estará representado únicamente por tres GDL asociados.

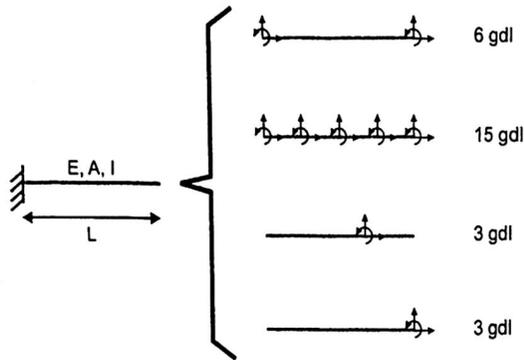


Figura 5.24. (Izquierda) Ejemplo de problema para estudio por los métodos matriciales de flexibilidad y rigidez. (Derecha) Algunas de las opciones posibles para la discretización del problema, donde se indican los GDL elegidos para que entren en el modelo del sistema.

Las soluciones nos permiten plantear las necesidades o limitaciones para el desplazamiento horizontal y vertical del extremo y a su giro. Esta elección nos limita el tipo de problemas que podremos resolver con esta discretización, por ejemplo, las cargas sólo podrán estar aplicadas en ese extremo.

Una vez discretizado el problema, empezamos obteniendo su correspondiente matriz de rigidez K , que relaciona las sollicitaciones \bar{F} y desplazamientos \bar{U} de manera que:

$$\bar{F} = K\bar{U}$$

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}$$

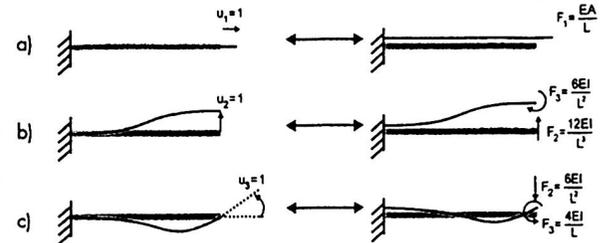


Figura 5.25. Ejemplo de cálculo de matriz de rigidez mediante problemas unitarios.

Donde podemos obtener los valores de la matriz (los números K_{ij}) por el método de inspeccionar cada uno de los problemas unitarios, uno por GDL. Dicho método consiste en plantear los problemas que corresponden con un vector de desplazamiento nulo en todos los GDL menos en uno (donde habrá un desplazamiento unitario) y calcular las sollicitaciones asociadas a dicho desplazamiento. Los valores de esfuerzos así obtenidos se colocan en la columna correspondiente al GDL en el que se aplicó el desplazamiento, y así, columna a columna, se puede obtener la matriz completa.

Para el caso del ejemplo anterior, los tres problemas unitarios se corresponden a los desplazamientos unitarios (uno por cada GDL) representados en la figura 5.25. Si tomamos los esfuerzos de cada uno de dichos problemas unitarios, podemos formar la matriz de rigidez columna a columna. Empecemos con el caso (a), donde $u_1 = 1$ y los otros dos desplazamientos son cero. Si ahora sustituimos en la fórmula de la ecuación 5.74 estos desplazamientos y los valores de las fuerzas que deberíamos aplicar para obtenerlos (ver lado derecho de la figura), tenemos:

$$\begin{pmatrix} EA \\ L \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{11} \\ K_{21} \\ K_{31} \end{pmatrix} \quad \text{(a) } u_1 = 1$$

Es decir, ya hemos determinado los tres valores de la primera columna de la matriz de rigidez. Procediendo de manera idéntica obtenemos los valores de las otras dos columnas (tomar como referencia la figura 5.25):

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{12EI}{L^3} \\ \frac{6EI}{L^2} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{12} \\ K_{22} \\ K_{32} \end{pmatrix} \quad (b) \quad u_2 = 1$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{6EI}{L^2} \\ \frac{4EI}{L} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{13} \\ K_{23} \\ K_{33} \end{pmatrix} \quad (c) \quad u_3 = 1$$

Juntando estos tres últimos resultados obtenemos la matriz de rigidez K completa:

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

Si en cambio hubiéramos elegido plantear el problema mediante la matriz de flexibilidad A , que relaciona esfuerzos y desplazamientos mediante $\bar{U} = A\bar{F}$ el método sería similar, planteando en este caso los distintos problemas de cargas unitarios, calculando los desplazamientos asociados a cada uno de ellos y colocando dichos desplazamientos en cada una de las columnas de la matriz de flexibilidad. El proceso se ilustra en la figura 5.26

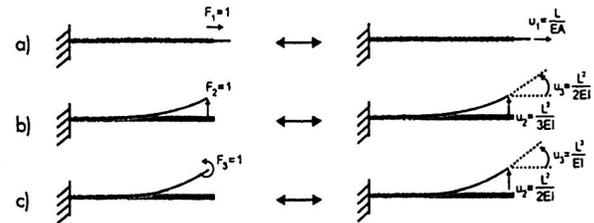


Figura 5.26. Ejemplo de cálculo de matriz de rigidez mediante problemas unitarios.

Esto nos permite crear la matriz columna de esta manera:

$$\begin{pmatrix} \frac{L}{EA} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} \\ A_{21} \\ A_{31} \end{pmatrix} \quad (a) \quad F_1 = 1$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{L^2}{3EI} \\ \frac{L^2}{2EI} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{12} \\ A_{22} \\ A_{32} \end{pmatrix} \quad (b) \quad F_2 = 1$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{L^2}{2EI} \\ \frac{L^3}{EI} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{13} \\ A_{23} \\ A_{33} \end{pmatrix} \quad (c) \quad F_3 = 1$$

Con lo que ya tenemos el valor de la matriz de flexibilidad al completo.

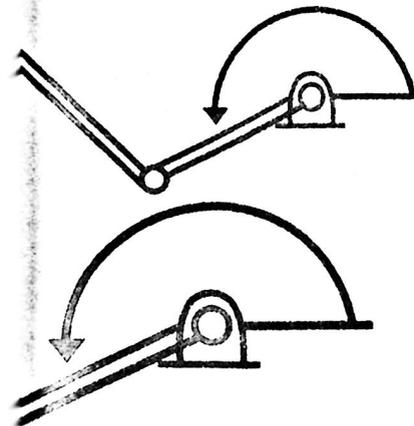
$$A = \begin{bmatrix} \frac{L}{EA} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L^3}{3EI} & \frac{L^2}{2EI} \\ 0 & \frac{L^2}{2EI} & \frac{L^3}{EI} \end{bmatrix}$$

Una vez que hayamos obtenido la matriz de rigidez o de flexibilidad de una estructura, tan simple como la de este ejemplo o arbitrariamente compleja, podemos resolver cualquier problema que combine GDL con desplazamientos conocidos (apoyos, asientos, etc.) con GDL libres cuyos desplazamientos sean incógnitas. Dependiendo de las variables, podría ser mejor aplicar un método u otro, aunque en general los GDL conocidos y las incógnitas estarán intercalados y por tanto siempre habrá que reorganizar la matriz para resolverla, no habiendo ventajas en este sentido entre los métodos de la rigidez y de la flexibilidad.

CAPÍTULO VI

Introducción a la síntesis de mecanismos

- 6.1 Introducción
- 6.2 Tipos de síntesis
- 6.3 Síntesis gráfica, generación de movimiento (dos y tres posiciones prescritas)
- 6.4 Síntesis gráfica, generación de trayectorias



6.1 Introducción

Un mecanismo se puede definir como un conjunto de elementos rígidos (eslabones) ensamblados entre ellos por medio de uniones que les permiten determinados movimientos relativos (pares) y cuyo objetivo es la transformación del movimiento.

Teniendo en cuenta la transformación del movimiento deseada, la síntesis de un mecanismo consiste en la elección de los eslabones y los pares de unión entre ellos para que el conjunto realice el trabajo previsto.

6.2 Tipos de síntesis

La síntesis de mecanismos se puede subdividir y clasificar en muchos apartados, según el criterio utilizado para su clasificación. No obstante, la mayoría de los autores están de acuerdo con realizar inicialmente la división siguiente:

- Síntesis de tipo
- Síntesis de número
- Síntesis dimensional

A la unión de las dos primeras, es decir al conjunto de las síntesis de tipo y de número, también se le llama síntesis estructural o elección del tipo de mecanismo.

Síntesis de tipo: la síntesis de tipo consiste en la elección de eslabones que van a componer el mecanismo. Por ejemplo, elegir si el mecanismo va a estar compuesto por palancas, levas, engranajes, correas, etcétera, o por una determinada combinación de los elementos anteriores.

Síntesis de número: una vez realizada la síntesis de tipo, la de número trata de la elección del número de los elementos seleccionados anteriormente y del número de pares de unión entre ellos, que formarán parte del mecanismo.

Síntesis dimensional: una vez realizadas las síntesis de tipo y de número, la dimensional trata de determinar las dimensiones de los diferentes elementos que componen el mecanismo para que éste realice el trabajo previsto.

Síntesis estructural: una vez hechas las síntesis de tipo y de número, ya está determinado el mecanismo que se va a utilizar; por ejemplo, si se trata de uno de pistón-biela-manivela, o un mecanismo de leva y seguidor, etcétera. Por este motivo, al conjunto de las síntesis de tipo y de número se le denomina síntesis estructural o elección del tipo de mecanismo.

Normalmente, al realizar la síntesis de un mecanismo se entremezclan las de tipo y número, y en realidad lo que se hace es directamente una síntesis estructural. En la mayoría de los casos de síntesis no se inventa un mecanismo, sino que se utiliza uno ya existente, por esta razón la síntesis estructural en sí es la elección del tipo de mecanismo a utilizar.

Otros tipos de síntesis: una clasificación de tipos de síntesis muy utilizados, sobre todo en mecanismos articulados, es la siguiente:

- **Síntesis de generación de funciones:** con este tipo de síntesis se pretende conseguir unos mecanismos en los que el movimiento del eslabón de salida sea una determinada función del movimiento del eslabón de entrada.
- **Síntesis de generación de trayectorias:** con este tipo de síntesis se pretende lograr que un determinado punto del mecanismo describa una trayectoria determinada.
- **Síntesis de puntos de precisión:** aquí se pretende que un determinado punto del mecanismo alcance una serie de posiciones prefijadas.
- **Síntesis de guiado de cuerpo rígido:** se pretende que un determinado eslabón del mecanismo realice un movimiento prefijado.

Los tipos de síntesis mencionados en los apartados anteriores tuvieron gran auge en el siglo XIX y principios del XX. Se diseñaron mecanismos que realizaban toda clase de operaciones matemáticas y dibujaban gran número de figuras geométricas, etcétera. En la actualidad, muchos han caído en desuso debido al control de movimientos logrado por pequeños ordenadores.



Ejemplo 6.1:

Para iniciar la síntesis de un mecanismo se debe analizar el movimiento que se pretende lograr. Para conseguir este movimiento es preciso analizar todos los mecanismos que sean capaces de cumplirlo y elegir el que mejor se ajuste al trabajo a realizar. A continuación se presentan dos ejemplos de movimientos muy característicos en automatismos.

Por ejemplo, si se desea obtener un movimiento rectilíneo alternativo, se podrían utilizar los mecanismos siguientes:

- Un cilindro neumático
- Un cilindro hidráulico
- Una cadena entre dos piñones dentados
- Una leva con seguidor de movimiento rectilíneo
- Un husillo roscado
- Un mecanismo de pistón-biela-manivela

La síntesis estructural consistiría en escoger, por ejemplo, el mecanismo de pistón-biela-manivela por determinadas razones. A partir de este momento, se aplicaría la síntesis dimensional para conseguir la carrera deseada, etc.

Otro ejemplo podría ser el diseño de un mecanismo que realice un movimiento giratorio alternativo, en este caso se podrían utilizar los mecanismos siguientes:

- Un reductor de velocidad
- Una plataforma giratoria movida por medio de una cadena o una correa
- Una leva con seguidor de movimiento giratorio alternativo
- Un mecanismo de manivela-oscilador

En este caso, se escoge el mecanismo de manivela-oscilador.

Del mismo modo que en el caso anterior, ahora se deberá dimensionar el mecanismo para que el movimiento alternativo conseguido coincida con el deseado.

6.3 Síntesis gráfica, generación de movimiento (dos y tres posiciones prescritas)

6.3.1 Dos posiciones prescritas

Supongamos que nos interesa conducir un eslabón en un mecanismo de modo tal que asuma varias posiciones distintas (con separación finita), arbitrariamente prescritas. Para dos posiciones de generación de movimiento, esto puede lograrse mediante rotación simple (figura 6.1) alrededor de un centro de rotación adecuado. Este polo, P_{12} , se encuentra gráficamente.

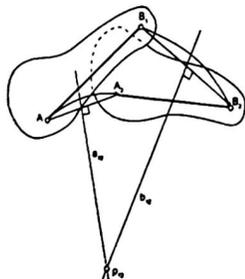


Figura 6.1. Se puede llegar de una a otra de dos posiciones coplanares prescritas de un cuerpo rígido por rotación alrededor del polo P_{12} .

Mediante las normales medias a_{12} y b_{12} a los segmentos de línea que conectan dos posiciones correspondientes de cada uno de los puntos A y B , a saber, A_1, A_2 y B_1, B_2 .

Si sucede que el polo P_{12} se sale del bastidor de la máquina, podríamos usar un eslabonamiento de cuatro barras para guiar el eslabón AB desde la posición 1 a la posición 2 (la figura 6.2). Dos pivotes fijos, cada uno de ellos en cualquier punto a lo largo de las dos normales medias, cumplen con este objetivo. La construcción es la siguiente:

Dibuje la bisectriz perpendicular (o normal media) a A_1, A_2 , la primera y segunda posiciones del punto circular A así llamada porque es posible trazar un arco circular que pase por sus posiciones correspondientes. Cualquier punto a lo largo de esta normal media, digamos A_0 , es un posible pivote fijo o punto central, conjugado con el punto circular. Un eslabón entre un punto central y un punto circular guiará a A desde A_1 hasta A_2 . A continuación se repite esta construcción para otro punto circular B , a fin de obtener B_0 . En la figura 6.2 se muestra uno de los posibles eslabonamientos de cuatro barras que actuarán como generador de movimiento para dos posiciones.

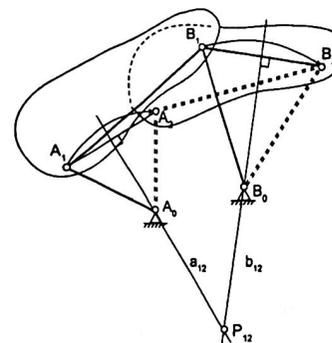


Figura 6.2. Síntesis gráfica de dos posiciones de un mecanismo generador de movimiento de cuatro barras. Los pivotes fijos A_0 y B_0 pueden estar en cualquier punto a lo largo de las normales medias entre A_1, A_2 y B_1, B_2 , respectivamente.

Cabe señalar que la construcción de cada par punto circular-punto central implicó tres decisiones libres. Para dos posiciones prescritas, se puede escoger un punto circular A en cualquier lugar del plano o de su extensión, localizado por dos coordenadas independientes a lo largo de los ejes x y y de un sistema cartesiano fijo en el cuerpo en movimiento, y el punto central conjugado se puede escoger en cualquier punto a lo largo de la normal media de sus posiciones correspondientes.

Por tanto, en el caso ideal hay tres conjuntos infinitos de soluciones (para cada par de punto central y punto circular) para construir un eslabonamiento de cuatro barras. Por ejemplo, si toda la normal media al 2 representa posiciones no deseables para pivotes fijos, podemos unir rigidamente el punto C a A y B mediante un triángulo en el plano del eslabón móvil (o "flotante") y utilizar C como pasador de manivela. En la figura 6.3 se muestra la construcción que produce un eslabonamiento alternativo sustituyendo el eslabón A_1, A_0 de la figura 6.3 por C_1, C_0 .

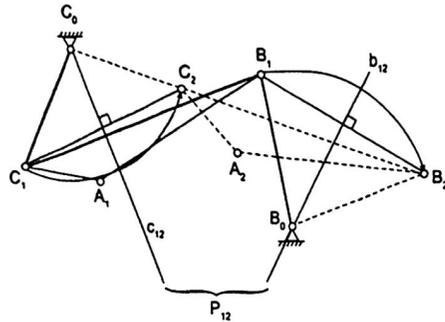


Figura 6.3. Si la normal media de A_1A_2 no contiene lugares apropiados para el pivote de tierra A_0 y se puede localizar otro punto C en el cuerpo en movimiento. Entonces, es posible que la normal media de C_1C_2 produzca un pivote de tierra apropiado C_0 .

6.3.2 Tres posiciones prescritas

Consideremos ahora tres posiciones arbitrarias de un plano, A_1B_1, A_2B_2 y A_3B_3 (figura 6.4). Habrá tres polos asociados a estas posiciones, P_{12}, P_{23} y P_{31} (advirtase que $P_{ij} = P_{ji}$). Aquí, los polos ya no pueden usarse como pivotes fijos, ni siquiera si están accesibles, porque cada uno haría pasar a AB por sólo dos de las tres posiciones prescritas.

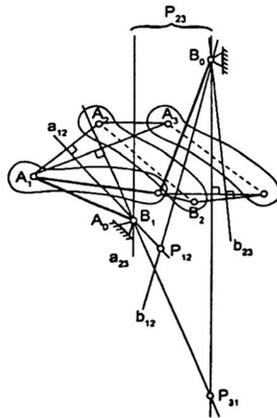


Figura 6.4
Mecanismo de cuatro barras sintetizado geoméricamente (gráficamente) que guía el cuerpo AB de modo que pase por tres posiciones prescritas, A_1B_1, A_2B_2 y A_3B_3 .

Se escogen dos puntos circulares A y B , y se localizan sus tres posiciones correspondientes. Se repite dos veces la construcción de normales medias de la sección anterior para el punto A (a_{12} y a_{23}). Puesto que el punto central para cada par de dos posiciones puede quedar en cualquier lugar a lo largo de su normal media, la intersección de las dos normales medias define el punto central común A_0 de las tres posiciones. En la figura 6.4 se muestra el mecanismo de cuatro barras único que se obtiene de la síntesis para los puntos circulares escogidos A y B .

Observe, empero, que existen dos conjuntos infinitos de posibilidades para la posición de cada punto circular (x_i y y_i para i), y, por tanto, para cada par punto central-punto circular.

En las secciones siguientes se ilustra la forma de construir generadores de trayectorias y de funciones de cuatro barras para tres posiciones. Se utiliza la misma técnica de intersección de las bisectrices perpendiculares, pero sólo después de efectuarse una inversión cinemática. En las próximas secciones se describen estos procedimientos.

6.4 Síntesis gráfica, generación de trayectorias

Se efectúa una construcción muy similar para la síntesis gráfica de un generador de trayectorias de cuatro barras para tres posiciones. Diseñemos un mecanismo de cuatro barras de modo que un punto de trayectoria P en el eslabón acoplador pase por tres posiciones seleccionadas, P_1, P_2 y P_3 (figura 6.5).

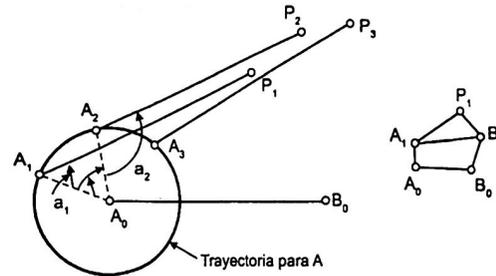


Figura 6.5. Diseño de tres posiciones de un mecanismo generador de trayectoria, a) disposición inicial que indica los parámetros de diseño y b) digrama del mecanismo deseado.

Al diseñar para tres posiciones prescritas, las posiciones de A_0 y B_0 (que definen la longitud e inclinación del eslabón fijo) son opciones libres. Además, la longitud de la manivela de

entrada y la distancia entre A y P son arbitrarias (al aumentar el número de posiciones de diseño, se imponen restricciones a algunas de estas opciones libres). La construcción es la siguiente (figura 6.5):

1. Después de escoger los puntos de trayectoria prescritos, P_1, P_2 y P_3 , seleccione posiciones para los pivotes fijos, pivotes centrales A_0 y B_0 , estableciendo el eslabón fijo.
 2. Escoja una longitud para la manivela y trace la trayectoria de A (un círculo). Escoja el punto para posición de A para la posición P_1 .
 3. Una vez establecida la longitud de AP , localice A_2 y A_3 . A, P y B son todos puntos sobre el acoplador y, por tanto, tienen las mismas separaciones entre sí en todas las posiciones.
 4. La posición de B se encuentra mediante una inversión cinemática (véase la sección 3.1). Esto se logra fijando el acoplador en la posición 1. El resto del mecanismo, incluido el bastidor, debe moverse de modo que el mismo movimiento relativo exista entre todos los eslabones de esta inversión, así como de la disposición original. Las posiciones relativas de B_0 respecto a la posición 1 del acoplador se obtienen mediante la construcción que se muestra en la figura 6.6.
- Gire A_0 alrededor de A_1 una distancia angular $(\alpha_2 - \alpha_1)$ (donde $\alpha_2 = \angle A_0 A_2 P_2$ y $\alpha_1 = \angle A_0 A_1 P_1$ de la figura 6.5) para llegar a A'_0 . Dibuje un arco alrededor de A'_0 con radio $A_0 B_0$. Trace un arco alrededor de P_1 con radio $P_2 B_0$ medido en la figura 6.5. La intersección de estos dos arcos sitúa a B''_0 . La construcción de B''_0 (no se muestra) sigue el mismo procedimiento con A''_0 [girado alrededor de A_1 desde A_0 una distancia angular $(\alpha_3 - \alpha_1)$] como centro de un arco con radio $A_0 B_0$ y con $P_3 B_0$ como radio de un segundo arco desde el centro P_1 .
5. Trace bisectrices perpendiculares a las líneas $B_0 B'_0$ y $B'_0 B''_0$. El punto de intersección sitúa B_1 como centro del círculo que pasará por las tres posiciones relativas de B_0 : B_0, B'_0, B''_0 .

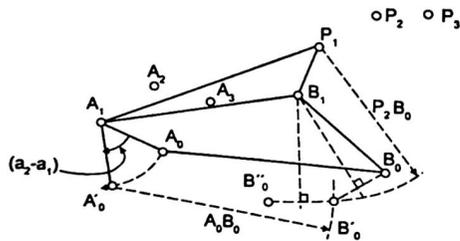


Figura 6.6. Diseño de generador de trayectorias de tres posiciones. Inversión para situar B_1 .

6. Dibuje el mecanismo en las tres posiciones para verificar el diseño.

Si el diseño no es satisfactorio, se pueden repetir estos pasos escogiendo diferentes A_0, B_0 y A_1 .

Cabe señalar que, idealmente, hay seis conjuntos infinitos de eslabonamientos de cuatro barras que realizan esta tarea de generación de trayectoria, ya que la posición de A_0 (coordenadas x y y) y los vectores $A_0 B_0$ y $A_0 A_1$ se escogieron arbitrariamente en el plano de referencia fijo.

Esto equivale a tres conjuntos infinitos de soluciones para cada lado del eslabonamiento generador de trayectorias, en comparación con dos conjuntos infinitos de soluciones para la generación de movimientos. Si el objetivo es generar trayectorias con temporización prescrita (es decir, rotaciones prescritas del eslabón de entrada ϕ_{12} y ϕ_{13} correlacionadas con los puntos de trayectoria), hay dos conjuntos infinitos de soluciones para cada lado, o un total de cuatro conjuntos infinitos para los eslabonamientos de cuatro barras, como se muestra en la sección siguiente.

Debemos señalar aquí un punto importante que es pertinente para todas las técnicas gráficas. En el paso 5, la intersección de las bisectrices perpendiculares situó B_1 . Un pequeño error en las posiciones de B_0, B'_0 o B''_0 produce un error amplificado en la posición de B_1 . De hecho, conforme las líneas $B_0 B'_0$ y $B'_0 B''_0$ se acercan al paralelismo, la amplificación del error es muy grande. El diseñador debe estar consciente de estas desventajas inherentes a la construcción gráfica.

6.4.1 Generación de función

Recordemos lo dicho en el capítulo 2 respecto a que la síntesis cinemática tiene tres tareas usuales: generación de función, de trayectoria y de movimiento. En la generación de función es preciso correlacionar la rotación o el movimiento deslizante de los eslabonamientos de entrada y de salida. La figura 6.7 es una gráfica de una función arbitraria $v=f(x)$. La tarea de síntesis cinemática puede ser diseñar un eslabonamiento que correlacione la entrada y la salida de modo tal que cuando la entrada se mueva una distancia x , la salida se mueva $=f(x)$ para el intervalo $x_0 < x < x_{n+1}$.

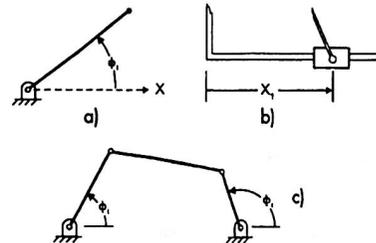


Figura 6.7. Configuración o posición inicial: a) posición inicial de un manivela; b) posición inicial de un deslizador; c) la posición inicial de un eslabonamiento de cuatro barras requiere dos ángulos de un manivela, porque un ángulo de manivela deja dos posibilidades para la otra manivela.

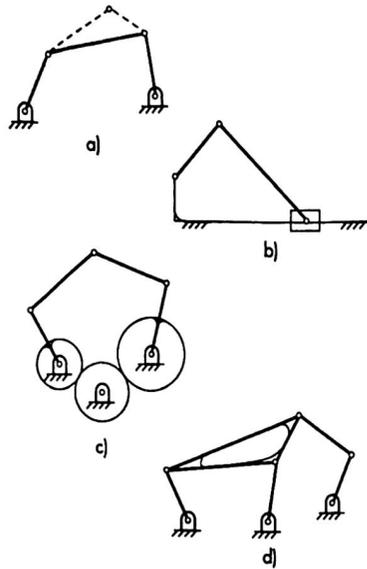


Figura 6.8. Algunos mecanismo de tipo preconcebido: a) eslabonamiento de cuatro barras; b) deslizador-manivela; c) eslabonamiento de cinco barras con engranes, y d) mecanismo Stephenson III de seis eslabones.

Independiente, x_1, x_2, \dots, x_n corresponden a puntos de precisión prescritos P_1, P_2, \dots, P_n en 4 la función $y = f(x)$ en un intervalo de x entre x_0 y x_{n+1} . En el caso de entrada y salida giratorias, los ángulos de rotación ϕ y Ψ (véase la figura 6.8a) son los análogos lineales de x y y , respectivamente. Cuando la entrada gira a un valor del parámetro independiente x , el mecanismo en la "caja negra" hace que el eslabonamiento de salida gire al valor correspondiente de la variable dependiente $y = f(x)$. Esto puede considerarse como el caso sencillo de un computador analógico mecánico.

El subíndice j indica la j -ésima posición prescrita del mecanismo; el subíndice 1 se refiere a la primera posición prescrita (la inicial) del mecanismo, y $\Delta\phi, \Delta x, \Delta\psi$ y Δy son los intervalos de deseados de las variables respectivas ϕ, x, Ψ y y (por ejemplo, $\Delta x = |x_{n+1} - x_0|$, $\Delta\phi = |\phi_{n+1} - \phi_0|$, etc. Puesto que existe una relación lineal entre los cambios angular y lineal.

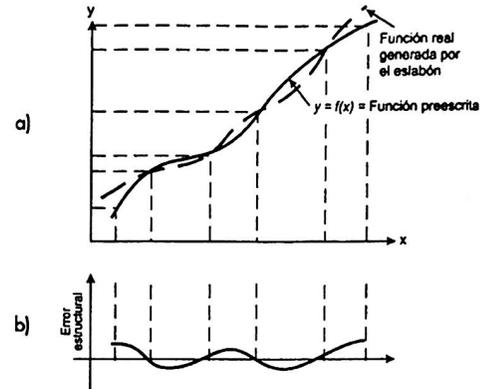


Figura 6.9. Síntesis de generación de función: a) función ideal y función generada y b) error estructural.

$$\frac{\phi_1 - \phi_1^0}{x_j - x_1} = \frac{\Delta\phi}{\Delta x} \quad (6.1)$$

Donde ϕ_1 , es el nivel de referencia para ϕ_r y, por tanto $\phi_1=0$.

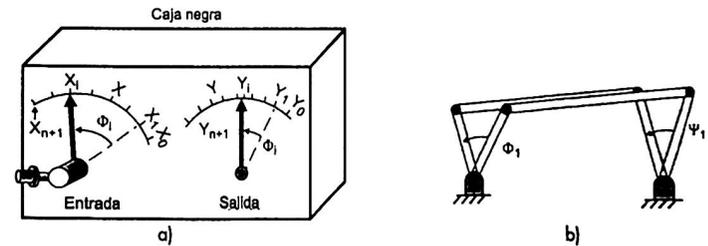


Figura 6.10. Mecanismo generador de función: a) vista exterior y b) diagrama del mecanismo interior.

$$\phi_j = \frac{\Delta\phi}{\Delta x} (x_j - x_1) \quad \psi_j = \frac{\Delta\psi}{\Delta x} (y_j - y_1) \quad (6.2)$$

Estas relaciones también pueden escribirse así:

$$\phi_j = R_\phi(x_j - x_1) \quad (6.3)$$

$$\phi_\psi = R_\psi(y_j - y_1) \quad (6.4)$$

donde R_ϕ y R_ψ son los factores de escala en grados por unidad de variable definidos por:

$$R_\phi = \frac{\Delta\phi}{\Delta x} \quad (6.5)$$

$$R_\psi = \frac{\Delta\psi}{\Delta y} \quad (6.6)$$

El eslabonamiento de cuatro barras no puede generar sin errores una función arbitraria, y sólo puede coincidir con la función en un número limitado de puntos de precisión (figura 6.9a); no obstante, se le utiliza ampliamente en la industria en aplicaciones en las que no es necesaria una alta precisión en muchos puntos, porque es fácil de construir y de mantener. El número de puntos de precisión que se emplean en la síntesis dimensional del eslabonamiento de cuatro barras generalmente varía entre dos y cinco. Muchas veces es deseable espaciar los puntos de precisión a lo largo del intervalo de la función con objeto de minimizar el error estructural del eslabonamiento.

El error estructural se define como la diferencia entre la función generada (lo que el eslabonamiento realmente produce) y la función prescrita para cierto valor de la variable de entrada (figura 6.9b).

Cabe señalar que el primer punto de precisión ($J = 1$) no está al principio del intervalo (figura 6.9). La razón es que se desea reducir los valores extremos del error estructural. También es evidente por la ecuación (6.1) que los ángulos de rotación se miden a partir de la primera posición (por ejemplo: $\phi_1 = 0$).

En la figura 6.11 se muestra un diagrama no a escala de los eslabonamientos de entrada y salida de un mecanismo generador de función de cuatro barras en cuatro posiciones de precisión, e ilustra la relación entre X_j y ϕ_j , así como entre y_j y ψ_j . Las técnicas de síntesis dimensional que describiremos más adelante en este capítulo nos enseñarán a utilizar tales datos de puntos de precisión para la síntesis de eslabonamientos de cuatro barras y otros mecanismos de generación de función.

La "caja negra" de la figura 6.10a podría contener diversos mecanismos diferentes. En este caso, la figura 6.10b muestra un generador de función de eslabonamiento de cuatro barras. En la figura 6.12 se muestra esquemáticamente un ejemplo representativo de generador de función.

Un eslabonamiento de cuatro barras conecta un seguidor de leva, impulsado por la leva, a una barra de tipo de un mecanismo de máquina de escribir. Aquí debemos mover el tipo, primero con ángulos más pequeños y luego más grandes por incremento de rotación de la entrada, a fin de lanzar el tipo contra el rodillo de la platina causando un impacto. Otra aplicación de la generación de función sería un motor en el que las relaciones de mezclado combustible-oxidante podrían variar según la función $y = y(x)$.

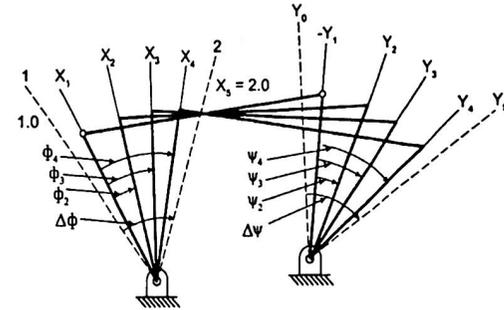


Figura 6.11. Diagrama no a escala de un mecanismo de cuatro barras generador de función con cuatro posiciones de precisión de los eslabones de entrada y de salida x y y $i=1, 2, 3$ dentro del intervalo $\Delta x = X_5 - x_0$ y $\Delta y = y_5 - y_0$. Las rotaciones de entrada ϕ y de salida ψ son los análogos de las variables independiente y dependiente x y y , respectivamente.

Aquí ϕ podría controlar la válvula de combustible mientras que ψ controlaría la válvula de oxidante. Las características de flujo de las válvulas y la relación requerida con diversas tasas de combustible determinarían la relación funcional por generar.

Un ejemplo más es un eslabonamiento para correlacionar las posiciones de dirección de las ruedas delanteras de un vehículo para todo terreno con la velocidad relativa a la que debe girar cada rueda de transmisión independiente con el fin de evitar derrapes. En este caso, la manivela de entrada está conectada al brazo de dirección, mientras que la salida ajusta un potenciómetro que controla la velocidad relativa de las dos ruedas de tracción.

Los generadores de función mecánicos también pueden ser del tipo que se muestra en la figura 6.13, en la que un desplazamiento rectilíneo puede ser el análogo lineal de una variable y la rotación de la manivela puede ser el análogo rotacional de otra variable relacionada funcionalmente. Como se ilustra en la figura 6.9, un generador de función puede tener más de un grado de libertad; una variable de salida puede ser función de dos o más entradas.

Por ejemplo, un eslabonamiento de este tipo podría servir para simular la suma, multiplicación o cualquier otra correlación funcional algebraica o trascendental de diversas variables. En la figura 6.10 se muestra un mecanismo generador de función con seis eslabonamientos y un solo grado de libertad, en el que dos mecanismos de cuatro eslabonamientos se unen en serie.

El objetivo de este eslabonamiento es proporcionar una medida de la velocidad del flujo a través del vertedero donde la entrada es la traslación vertical x del nivel del agua.

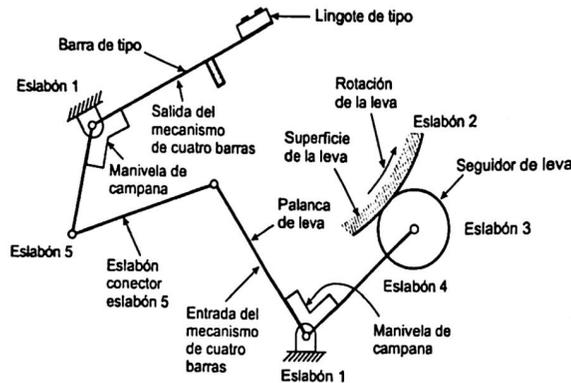


Figura 6.12. Mecanismo de cuatro barras empleado como mecanismo de impresión de impacto en una máquina de escribir eléctrica.

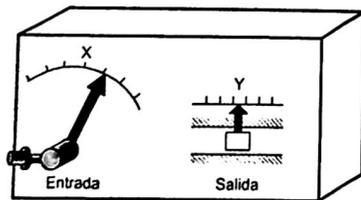


Figura 6.13. Generador de función con entrada giratoria y salida traslacional, análogos de las variables independiente y dependiente de la función $y - (x)$.

6.4.2 Síntesis analítica

Los procedimientos gráficos para la síntesis de mecanismos tienen la ventaja de ser una tarea relativamente simple. Sin embargo, si se pretende elaborar un procedimiento de una síntesis en el que se requiera optimizar el mecanismo para una tarea específica, por ejemplo considerando los ángulos de transmisión, se tendría que obtener varias soluciones que satisfagan la tarea propuesta además de repetir el procedimiento hasta obtener en el diseño, la restricción adicional.

Para satisfacer las restricciones adicionales, se requiere definir un modelo analítico del mecanismo en el que se incluyan las variables de diseño y las variables de libre elección. Dentro de los modelos propuestos para la síntesis analítica, en los últimos ha sido muy popular el modelo algebraico propuesto por Erdman y Sandor. En los siguientes apartados se describirán estos procedimientos.

Representación compleja en la síntesis de mecanismos

En el método propuesto por Erdman y Sandor se representan a los eslabones por un número complejo. La posición de un punto B en relación con otro punto A , puede ser representada por un número complejo. En la figura 6.14 se considera el caso en que la distancia entre dos puntos A y B es constante, y el caso en el que punto B está ubicado sobre un deslizador, con lo que hay variación de la distancia entre los puntos.

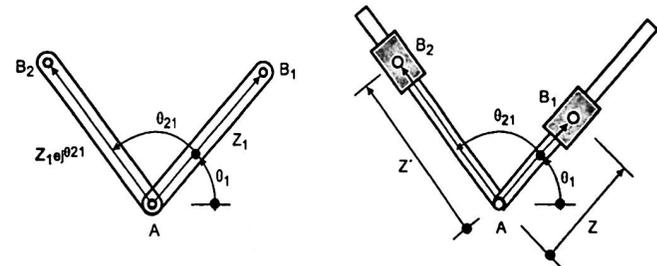


Figura 6.14. Representación compleja de eslabones.

El primer caso, la primera posición del punto B , con respecto al punto A , se puede representar mediante:

$$Z_1 = Z_1 e^{j\theta_1} \quad (6.7)$$

Si no existe cambio de distancia relativa, la forma compleja de representar la posición relativa entre los puntos es dada mediante:

$$Z'_1 = Z_1 e^{j(\theta_1 + \theta_{21})} = Z_1 e^{j\theta_1} e^{j\theta_{21}} = Z_1 e^{j\theta_{21}} \quad (6.8)$$

Como los eslabones tienen movimiento plano, si se utiliza un sistema coordenado fijo en la base del eslabón, el sistema coordenado permanece paralelo al sistema coordenado global, por lo que se puede representar la segunda posición relativa del punto B teniendo en cuenta el ángulo de rotación del eslabón entre las dos posiciones.

En el caso de que la distancia cambie, se puede definir un factor de variación de la amplitud dado por:

$$\rho_{21} = \frac{Z'_1}{Z_1} \quad (6.9)$$

La segunda posición del punto B relativa al punto A, puede ser representada por

$$Z'_1 = Z_1 \rho_{21} e^{j\theta_{21}} \quad (6.10)$$

En las Ec. 6.10 y Ec. 6.7 el término $e^{j\theta_{21}}$ es denominado operador rotacional y gira al vector, desde su posición inicial, por el ángulo θ_{21} sin cambiar la longitud del vector. El factor ρ_{21} representa el factor de estiramiento del vector.

Forma estándar de la diada

La gran mayoría de mecanismos planos pueden ser representados por la combinación de un par de vectores, denominados por Erdman y Sandor como diadas. Por ejemplo, el mecanismo de cuatro eslabones de la figura 6.15 puede ser representado por dos diadas: el lado izquierdo del mecanismo por el par de vectores Z_1 y Z_2 , y el lado derecho es representado por la diada Z_3 y Z_4 . La trayectoria del punto del acoplador se mueve desde la posición P_1 hasta P_2 definido en un sistema arbitrario coordenado complejo por R_1 y R_2 .

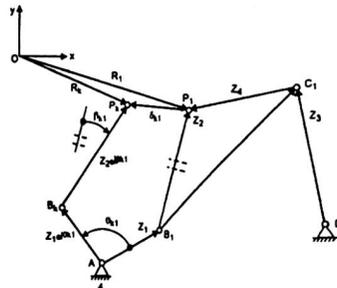


Figura 6.15. Diada estándar de un mecanismo de cuatro eslabones.

Los ángulos de giro de todos los eslabones se miden desde la posición inicial, considerando positivo los giros en sentido antihorario. El ángulo θ es el ángulo de giro del vector Z_1 hasta su segunda posición, y el ángulo de rotación hasta la tercera posición sería θ_{31} . Similarmente, el ángulo β_{k1} representa el ángulo de giro del vector Z_k desde la primera posición hasta la posición k.

En la figura 6.15 se muestra el desplazamiento del punto P entre dos posiciones, P_1 y P_2 , y los ángulos de giro θ_{k1} y β_{k1} . Se desea encontrar los vectores Z_1 y Z_2 para lo que se establece la ecuación de circuito cerrado siguiendo la trayectoria $B_k P_k P_l B_l A$.

$$Z_1 e^{j\theta_{k1}} + Z_2 e^{j\beta_{k1}} - R_k + R_l - Z_1 - Z_2 = 0 \quad (6.11)$$

o

$$Z_1 (e^{j\theta_{k1}} - 1) + Z_2 (e^{j\beta_{k1}} - 1) = \delta_{k1} \quad (6.12)$$

donde el vector de desplazamiento sobre la trayectoria desde P_1 hasta P_k dado por

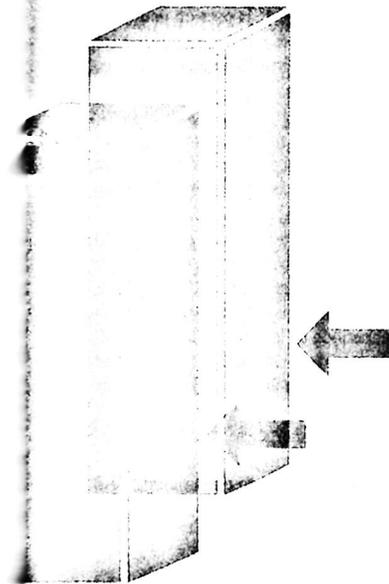
$$\delta_{k1} = R_k - R_l \quad (6.13)$$

La Ec. 6.12 es la ecuación de la diada estándar. Esta ecuación es la suma vectorial del circuito que contiene la primera y la k-ésima posición de la diada formando el lado izquierdo del mecanismo de cuatro eslabones. En esta ecuación, los ángulos θ_{k1} y β_{k1} son prescritos o conocidos. Este requerimiento es consistente con la definición de la tarea de la síntesis cinemática: generación de trayectoria con temporización, guiado de cuerpo o generación de función.

CAPÍTULO VII

Cargas en los elementos mecánicos (impacto, vibración, dinámicas)

- 7.1 Introducción
- 7.2 Cargas en los elementos mecánicos
- 7.3 Tipos de esfuerzos en los elementos mecánicos
- 7.4 Teorías de falla por fatiga
- 7.5 Ajustes y tolerancias



7.1 Introducción

Hasta este momento nos hemos ocupado de estudiar las tensiones y deformaciones producidas por las cargas estáticas, es decir cargas que insumen un tiempo considerable en aplicarse. Las cargas estáticas varían su magnitud de cero a los valores definitivos tan lentamente, que las aceleraciones que en estas condiciones reciben los elementos de las estructuras son despreciablemente pequeñas. Un ejemplo claro de este tipo de carga es la que soporta una columna de un edificio de viviendas, la cual tarda en recibir el total de las cargas gravitacionales aproximadamente dos años, que es el tiempo que usualmente media entre la construcción de la propia columna y la habilitación del edificio.

7.2 Cargas en los elementos mecánicos

7.2.1 Cargas por impacto

Las cargas consideradas hasta ahora han sido estáticas, pero si varían con el tiempo se ha supuesto que se aplican gradual y suavemente, con todas las uniones en contacto continuo. Muchas máquinas poseen elementos sujetos a cargas o a impactos repentinos.

Un ejemplo es el mecanismo manivela-corredera, el cual es el corazón de un motor automotriz. La cabeza del pistón está sujeta a un aumento explosivo de la presión cada dos revoluciones del cigüeñal y cuando el cilindro explota, así como cuando el espacio entre la circunferencia del pistón y la pared superior del cilindro permiten el impacto de tales superficies en el momento en que la carga se invierte en cada ciclo.

Un ejemplo más extremo es un martillo neumático, cuyo propósito es golpear el pavimento y romperlo. Las cargas que resultan del impacto pueden ser mucho mayores que las que resultarían de los mismos elementos que contactan gradualmente. Trate de imaginar clavar un clavo con el martillo; para ello, coloque de forma suave la cabeza de éste sobre aquél, en vez de golpearlo.

Lo que distingue las cargas de impacto de las cargas estáticas es el tiempo de duración de la aplicación de la carga. Si la carga se aplica lentamente, se considera estática; si se aplica con rapidez, entonces es de impacto. Un criterio que sirve para distinguir entre ambas es comparar el tiempo de aplicación de la carga t_i (definido como el tiempo que le toma a la carga para elevarse de cero a su valor pico) con el periodo de la frecuencia natural T_n del sistema. Si t_i es menor que la mitad de T_n , se considera que es de impacto. Si t_i es mayor que tres veces T_n , se considera estática. Entre esos límites hay un área gris donde puede haber cualquier condición.

Se considera que hay dos casos generales de impacto; sin embargo, se verá que uno es el límite del otro. Burr llama a estos dos casos impacto por golpe e impacto por fuerza. El impacto por golpe se refiere a una colisión real de dos cuerpos, tal como en el martilleo o

el estrechamiento del espacio entre las uniones de las piezas. La fuerza de impacto tiene que ver con una carga aplicada repentinamente sin la velocidad de colisión, como en un peso que súbitamente se levanta con un soporte. Tal condición es común en embragues y frenos de fricción. Los casos ocurren en forma independiente o en cualquier combinación.

Las colisiones severas entre cuerpos móviles pueden dar como resultado una deformación permanente de los cuerpos que colisionan, como en un accidente automovilístico. En tales casos, es deseable una deformación permanente para absorber la gran cantidad de energía de la colisión, y proteger a los ocupantes de lesiones más graves. En este caso sólo se está interesado en los impactos que no causan una deformación permanente, es decir los esfuerzos permanecerán en la región elástica. Esto es necesario para permitir el uso continuo de la componente después del impacto.

Si la masa del objeto que golpea m es grande, en comparación con la masa del objeto golpeado m_p , y si el objeto que golpea se considera rígido, entonces la energía cinética poseída por el objeto que golpea se puede igualar con la energía almacenada elásticamente en el objeto golpeado en su deflexión máxima. Este enfoque de energía proporciona un valor aproximado de la carga de impacto. No es exacto porque se supone que el esfuerzo a través del miembro impactado alcanza valores pico al mismo tiempo. Sin embargo, las ondas de esfuerzo que se generan en el cuerpo golpeado viajan a través de éste a la rapidez del sonido y se reflejan a partir de las fronteras. El cálculo de los efectos de tales ondas longitudinales sobre los esfuerzos en medios elásticos da resultados exactos, por lo que es necesario cuando es pequeña la razón entre la masa del objeto que golpea y el objeto golpeado.

Método de la energía

Suponiendo que no hay pérdida de energía por el calor, la energía cinética del cuerpo que golpea se convierte en energía potencial almacenada en el cuerpo golpeado. Si se supone que todas las partículas de los cuerpos combinados llegan al reposo en el mismo instante, entonces, justo antes de rebotar, serán máximos la fuerza, el esfuerzo y la deflexión en el cuerpo golpeado.

La energía elástica almacenada en el cuerpo golpeado será igual al área bajo la curva de fuerza-deflexión. La energía elástica almacenada es el área bajo la curva entre cero y cualquier combinación de fuerza y deflexión. Por la relación lineal, ésta es el área de un triángulo $A = 1/2bh$. De tal manera, la energía almacenada en el punto de deflexión pico por impacto es:

$$E = \frac{1}{2} F_i \delta_i \quad (7.1)$$

Al sustituir la ecuación 7.1

$$E = \frac{F_i^2}{2k} \quad (7.2)$$

7.2.2 Cargas por vibración

En los sistemas cargados dinámicamente, por lo general hay cargas por vibración sobrepuestas a las cargas teóricas pronosticadas con las ecuaciones dinámicas. Tales cargas vibratorias suelen tener diferentes causas. Si los elementos del sistema fueran infinitamente rígidos, se eliminarían las vibraciones, pero los elementos reales, de cualquier material, son elásticos y, por ende, actúan como resortes cuando están sujetos a fuerzas.

Las deflexiones resultantes pueden causar que se generen fuerzas adicionales a partir de las fuerzas inerciales asociadas con los movimientos vibratorios del elemento 0, si las tolerancias permiten el contacto de las uniones para generar cargas de impacto (choque) cuando vibran.

Un estudio completo acerca de los fenómenos vibratorios está más allá del alcance del libro. El tema se introduce aquí sobre todo para alertar al diseñador de máquinas, en cuanto a la necesidad de considerar la vibración como una fuente de carga. Con frecuencia, el único modo para obtener una medida precisa de los efectos de la vibración sobre un sistema es hacer pruebas en prototipos o sistemas de producción bajo condiciones de servicio severas.

En el estudio del factor de seguridad se mencionó que muchas industrias (automotriz, aérea, etcétera) se comprometen en exhaustivos programas de prueba para desarrollar modelos de carga reales para sus equipos. Las técnicas modernas de análisis de los elementos finitos (FEA) y los elementos límite (BEA) también permiten modelar y calcular los efectos de la vibración en un sistema o una estructura.

Incluso, resulta difícil lograr un modelo por computadora de un sistema complejo que sea tan preciso y real como un prototipo. Lo anterior es especialmente cierto cuando los claros (espacios) entre las piezas móviles permiten que haya impactos en las uniones, cuando se invierten las cargas. Los impactos originan fenómenos no lineales muy difíciles de modelar matemáticamente.

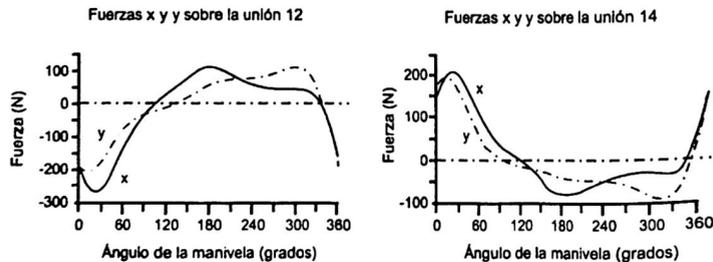


Figura 7.1. Fuerzas dinámicas en un cuerpo rígido calculadas para el mecanismo de cuatro barras.

Frecuencia natural

En el diseño de maquinaria es deseable determinar las frecuencias naturales del montaje, o submontaje, para pronosticar y eliminar problemas de resonancia durante la operación. Cualquier sistema real puede tener un número infinito de frecuencias naturales donde vibrará fácilmente.

El número de frecuencias naturales necesarias o deseables para el cálculo varía según la situación. Para dicha tarea, el enfoque más completo es utilizar el análisis de los elementos finitos (FEA) al descomponer el montaje en un gran número de elementos discretos. Los esfuerzos, las deflexiones y el número de frecuencias naturales que se pueden calcular con esta técnica están limitados básicamente por el tiempo y la disposición de recursos computacionales.

Si no se usa el FEA, se desearía determinar la frecuencia natural mínima, la menor o esencial del sistema, puesto que esta frecuencia por lo general creará la mayor magnitud de vibración. La frecuencia natural esencial sin amortiguamiento ω_n en unidades de rad/s, o f_n en unidades de Hz, se calcula a partir de las expresiones:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (7.3)$$

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \omega_n \quad (7.4)$$

Donde ω_n es la frecuencia natural fundamental, m es la masa móvil del sistema en unidades de masa reales (por ejemplo, kg, g, blob o slug, no lb_m) y k es la constante efectiva del resorte del sistema. (El periodo de la frecuencia natural es su recíproco en segundos, $T_n = 1/f_n$).

La ecuación 7.4 se basa en un modelo agrupado del sistema con un solo grado de libertad. La figura 7.2 presenta un modelo como éste de un sistema simple de leva seguidor consistente en una leva, un seguidor deslizante y un amortiguador simple. El modelo agrupado más sencillo es una masa conectada al suelo a través de un solo resorte y un solo amortiguador. Todas las masas que se mueven en el sistema (seguidor, resorte) están contenidas en m y todos los "resortes", inclusive el resorte físico y la elasticidad de todas las otras piezas se agrupan en la constante efectiva k del resorte.

Constante del resorte: la constante k de un resorte se supone como una relación lineal entre la fuerza F , que se aplica a un elemento y su deflexión resultante δ .

$$k = \frac{F}{\delta} \quad (7.5)$$

Si es posible calcular o deducir la expresión de la deflexión de un elemento, se proporcionará esta relación resorte-constante. El tema se retoma en el capítulo 11. En el ejemplo de la figura 7.2, la deflexión δ del resorte es igual al desplazamiento y la masa.

$$k = \frac{F}{y} \tag{7.6}$$

Amortiguamiento: todas las pérdidas por amortiguamiento, o rozamiento, se agrupan en el coeficiente de amortiguamiento d . Para este modelo sencillo se supone que el amortiguamiento es inversamente igual a la velocidad \dot{y}_{punto} de la masa.

$$d = \frac{F}{\dot{y}} \tag{7.7}$$

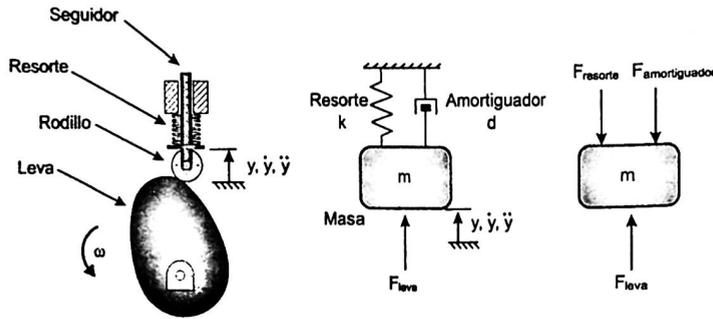


Figura 7.2. Modelo agrupado de un sistema dinámico de leva-seguidor.

La ecuación 7.4 simplifica este modelo, incluso más si se supone que el amortiguamiento d es igual a cero. Si se incluye el amortiguamiento, las expresiones de la frecuencia fundamental natural amortiguada ω_d , en unidades de radián/seg, o f_d , en unidades de Hz, se convierte en:

$$\omega_d = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{d}{2m}\right)^2} \tag{7.8}$$

$$f_d = \frac{1}{2\pi} \omega_d$$

Tal frecuencia de amortiguamiento \dot{E}_d será ligeramente menor que la frecuencia no amortiguada \dot{E}_n .

Valores efectivos: la determinación de la masa efectiva de un modelo agrupado es sencilla, sólo requiere sumar todos los valores de las masas móviles conectadas en las unidades de masa adecuadas. La determinación de los valores de la constante efectiva del resorte y el coeficiente de amortiguación efectivo es más complicada, por lo que no se estudiará aquí.

Resonancia: se puede experimentar una condición llamada resonancia, si la operación o la frecuencia de forzamiento aplicada al sistema son las mismas que cualquiera de sus frecuencias naturales. Es decir, si la velocidad angular de entrada aplicada a un sistema giratorio es la misma que ω_n , o está cercana a ésta, la respuesta vibratoria será muy grande. Lo anterior crea fuerzas grandes y causa fallas. Por lo tanto, es necesario descartar, si es posible, la operación en la frecuencia natural o cerca de ésta.

7.2.3 Fuerzas dinámicas

Si se escribe la ecuación 7.1 para el modelo simple de un grado de libertad (GDL) del sistema dinámico de la figura 7.2, y se sustituyen las ecuaciones 7.5 y 7.6, se tiene:

$$F_d = ma = m\ddot{y}$$

$$F_{leva} - F_{resorte} - F_{amortiguador} = m\ddot{y} \tag{7.9}$$

$$F_{leva} = m\ddot{y} + d\dot{y} + ky$$

Si se conocen los parámetros cinemáticos de desplazamiento, velocidad y aceleración del sistema, esta ecuación se resuelve directamente para la fuerza sobre la leva como una función del tiempo. Si se conoce la fuerza de la leva y se desean los parámetros cinemáticos, entonces se puede aplicar la solución bien conocida de la ecuación diferencial lineal con coeficiente constante.

Aunque se puede seleccionar arbitrariamente el sistema de coordenadas utilizado para un análisis dinámico, es importante notar que tanto los parámetros cinemáticos (desplazamiento, velocidad y aceleración) como las fuerzas de la ecuación 7.8 deben definirse en el mismo sistema de coordenadas.

7.3 Tipos de esfuerzos en los elementos mecánicos

Tensión: hace que se separen entre sí las distintas partículas que componen una pieza, tendiendo a alargarla. Por ejemplo, cuando se cuelga de una cadena una lámpara, la cadena queda sometida a un esfuerzo de tracción, y tiende a aumentar su longitud.



Figura 7.3. Barra aplicada a un esfuerzo de tracción.

Compresión: hace que se aproximen las diferentes partículas de un material, tendiendo a producir acortamientos o aplastamientos. Cuando nos sentamos en una silla, sometemos a las patas a un esfuerzo de compresión, con lo que tiende a disminuir su altura.



Figura 7.4. Barra aplicada a un esfuerzo de compresión.

Cizallamiento o cortadura: se produce cuando se aplican fuerzas perpendiculares a la pieza, haciendo que las partículas del material tiendan a resbalar o desplazarse las unas sobre las otras. Al cortar con unas tijeras un papel estamos provocando que unas partículas tiendan a deslizarse sobre otras. Los puntos sobre los que apoyan las vigas están sometidos a cizallamiento.

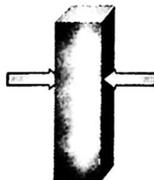


Figura 7.5. Bloque al que se aplica un esfuerzo a cizallamiento.

Flexión: es una combinación de compresión y de tracción. Mientras que las fibras superiores de la pieza sometida a un esfuerzo de flexión se alargan, las inferiores se acortan, o viceversa. Al saltar en la tabla del trampolín de una piscina, la tabla se flexiona. También se flexiona un panel de una estantería cuando se carga de libros o la barra donde se cuelgan las perchas en los armarios.



Figura 7.6. Bloque al que se le aplica un esfuerzo a flexión.

Torsión: las fuerzas de torsión son las que hacen que una pieza tienda a retorcerse sobre su eje central. Están sometidos a esfuerzos de torsión los ejes, las manivelas y los cigüeñales.



Figura 7.7. Bloque al que se le aplica un esfuerzo a torsión.

7.3.1 Concentración de esfuerzos

La concentración de esfuerzos es un obstáculo que los ingenieros debemos enfrentar al diseñar un elemento que requiera cambios súbitos de geometría debido a su aplicación, como son barrenos, cuñas, etcétera. En otras palabras, que tenga concentradores de esfuerzos. Debido a la infinidad de diferentes concentradores de esfuerzos que pueden estar presentes en una placa, por su geometría, posición u otras características, es de vital importancia conocer y entender los conceptos básicos de lo que en sí es la concentración de esfuerzos.

Definiciones

Las fórmulas elementales usadas en el diseño se basan en elementos que tienen una sección transversal constante o que el cambio en ésta es gradual. Estas condiciones, sin embargo, difícilmente se encuentran en la realidad debido a los requerimientos o las características de los elementos de máquinas o estructuras actuales. La presencia de cuñeros, surcos, agujeros, etcétera, provoca modificaciones en la distribución de esfuerzos, por lo que aparecen esfuerzos mayores en algunas zonas. Este fenómeno se conoce como concentración de esfuerzos.

El concepto de concentración de esfuerzos se refiere al estado macroscópico de esfuerzos, y tiene un significado único para problemas en el plano que involucran la definición de esfuerzo promedio. Entonces, si se barrena un agujero en una placa sometida a tensión, el esfuerzo presente en el elemento es constante siempre y cuando se mida una distancia apreciable del agujero, pero el esfuerzo tangencial en el borde del agujero se vería incrementado considerablemente (figura 7.8).

Este cambio o incremento en el esfuerzo en el borde es denominado concentración de esfuerzos. Por lo que es importante terminar el factor de concentración de esfuerzos kt .

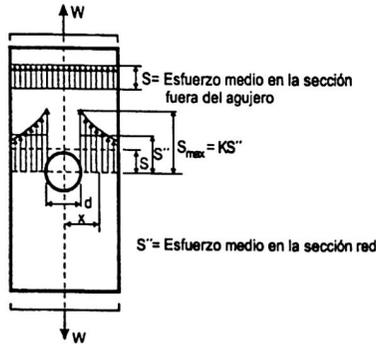


Figura 7.8.
Diagrama de concentración de esfuerzos.

Por el concepto de esfuerzo macroscópico se entiende generalmente el esfuerzo promedio calculado relacionado al volumen de material caracterizado por una estructura muy fina. En términos de requerimientos, este concepto es lo suficientemente preciso para la mayoría de las situaciones de diseño.

Esta situación se presenta no solamente en caso de un agujero, sino donde hay cambios súbitos en la sección transversal, ya que en esas zonas la distribución de esfuerzos tendrá altos gradientes en puntos específicos, ya que cuando la sección transversal es constante, el flujo de esfuerzos es uniforme, pero en donde hay cambios en esta sección transversal, el flujo de esfuerzos se vuelve irregular.

Observemos el siguiente ejemplo. Consiste en un placa con un agujero en el centro, sometida a tensión, a la cual se hace un análisis foto-elástico para determinar la localización de los gradientes en el flujo de esfuerzos.

El espesor de la placa es $t = .125'$ altura $w = 1.5'$ diámetro del agujero $d = .5'$ y fuerza $P = 60$ lb. En la sección A-A, el flujo de esfuerzos es uniforme, tal y como se esperaba, mientras que la sección B-B, el flujo se volvió irregular debido a la presencia del agujero (figura 7.9).

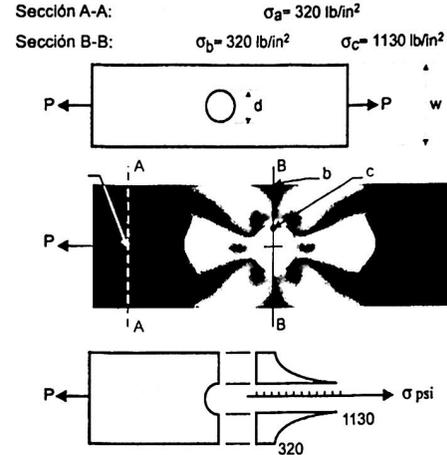


Figura 7.9.
Diagrama de flujo de esfuerzos.

El flujo de esfuerzos que se volvió irregular por la presencia de un agujero u otro cambio en la geometría de la sección transversal puede regularizarse o aproximarse a un flujo uniforme mediante la adición de más agujeros o redondeamientos o diversos métodos.

7.4 Teorías de falla por fatiga

La fatiga de materiales es el deterioro progresivo de los metales que termina produciendo su rotura. La fatiga se genera cuando se aplica un esfuerzo repetitivo al metal. La deformación de un material o un objeto como resultado del esfuerzo se denomina fluencia. El esfuerzo de fatiga de una aleación corriente de acero es de alrededor de 50% del esfuerzo límite y de 75% del esfuerzo elástico, pero puede ser mucho menor en el caso de los aceros más duros tratados térmicamente.

Si el esfuerzo elástico de una viga de metal es por lo general 450 000 N, puede resistir durante siglos un esfuerzo continuo de unos 410 000 N sin que se produzca una deformación apreciable. Un esfuerzo de 360 000 N aplicado y eliminado de forma cíclica podría causar un defecto por fatiga tras millones de aplicaciones. La fatiga no resulta relevante en estructuras de ingeniería civil, en las que el esfuerzo es continuo, pero las piezas de un motor que gira a 3000 revoluciones por minuto pueden recibir un esfuerzo varios millones de veces en pocas horas. Los fallos producidos por la fatiga constituyen la mayoría de los daños estructurales que se producen en aparatos con funcionamiento cíclico, por ejemplo

los motores. Los ingenieros de diseño deben tener en cuenta el esfuerzo de fatiga de una máquina, en lugar del esfuerzo elástico o el esfuerzo límite.

La fatiga de los metales es un problema conocido desde la Segunda Guerra Mundial y tiene mucha importancia en la industria del transporte aéreo. El aumento de la presión en los vuelos con mucha carga a alta velocidad y gran altura causa problemas a los ingenieros, sobre todo durante el diseño de las alas y los motores. Se desconocen los cambios estructurales exactos que se producen como consecuencia de la fatiga.

El daño comienza, por lo general, en el punto donde se concentra la presión y se propaga a lo largo de las capas intercristalinas del metal. La rotura suele presentar estructura cristalina ordinaria excepto en los puntos en que las superficies se han suavizado al rozarse entre sí, después de la rotura de fatiga en los materiales.

El comportamiento de los materiales metálicos en régimen estático es ampliamente conocido y la totalidad de las propiedades necesarias para el diseño están perfectamente caracterizadas (por ejemplo esfuerzos de fluencia, resistencia a la ruptura, elongación, módulo de elasticidad, etc.).

Desde el punto de vista de diseño estático, es suficiente con estos datos de partida para realizar proyectos, ya que se conocen las características de los materiales. Sin embargo, cuando una pieza se somete a esfuerzos variables por efecto de que las fuerzas actuantes lo hagan, o por movimientos de la propia pieza, tanto los procedimientos de diseño estático como las propiedades estáticas del material pierden su valor, debido a que las piezas fallan por haber sufrido un determinado número de ciclos de trabajo. En general, las fallas se producen muy por debajo de los esfuerzos que se pueden considerar aceptables en diseño estático y de forma repentina, sin sufrir ninguna deformación que advierta acerca del fallo del material.

Este fenómeno por el cual los materiales pierden resistencia cuando están sometidos a ciclos de esfuerzos variables en el tiempo se denomina fatiga. Ésta ocurre porque hay deformaciones plásticas cíclicas que provocan cambios irreversibles en la dislocación de la microestructura de los materiales.

En 1860, Wöhler desarrolló diversas máquinas de ensayo para el estudio sistemático del fenómeno. De los ensayos de Wöhler, se pueden extraer dos conclusiones:

- La primera que las fuerzas necesarias para provocar la ruptura con cargas dinámicas son inferiores a las necesarias en el caso estático.
- La segunda es que existe un umbral por debajo del cual las probetas no se rompen, de hecho esto se conoce como el límite de fatiga.

El fenómeno de fatiga se produce por lo general en zonas donde el material es más propenso a sufrir deformaciones plásticas, esto se debe a la presencia de efectos como las inclusiones, porosidades o concentraciones de esfuerzos, los cuales aumentan las probabilidades de formación de fisuras o microgrietas por el efecto cíclico de cargas.

En las zonas donde se inicia la formación de grietas, los materiales pueden soportar cargas mientras no sea excedido el límite elástico de esfuerzo; de lo contrario, se produce

una deformación localizada. En este último caso la grieta puede ser tratada como una perturbación si sus efectos son mínimos, pero si el ataque es severo bajo la acción de esfuerzos aplicados, se puede llegar a formar una zona plástica donde la fragilidad de la misma conduce a la propagación de grietas y falla de las piezas o estructuras mecánicas. Se han realizado análisis microscópicamente, los cuales expresan que los efectos de la fatiga en las fibras de la zona de fractura evidencian la formación de núcleos en el origen de los bordes de grano y planos de deslizamiento.

7.4.1 Etapas del proceso de fallas por fatiga

La historia de una grieta que se desarrolla en un componente sometido a fatiga tiene típicamente tres etapas: una de iniciación, una de propagación estable y finalmente una de propagación acelerada que conduce a la falla del componente.

- **Etapas 1:** corresponde a una fase donde se producen los primeros cambios microestructurales con aumento de la densidad de dislocaciones y formación de microfisuras y posterior localización de las zonas con daño irreversible.
- **Etapas 2:** en ésta se inician las macrogrietas y la formación de fisuras con tamaños similares al tamaño de grano del material, con tendencia a la propagación total de las grietas.
- **Etapas 3:** se produce un proceso de propagación inestable, provocando la fractura o fallo total de la pieza. La magnitud de la concentración de deformación plástica en el extremo de la grieta controla el radio de crecimiento de la misma.

La duración de cada una de las etapas descritas con anterioridad puede variar considerablemente en función del tipo de material, carga aplicada, geometría, temperatura e irregularidades. A menudo resulta difícil distinguir estas etapas antes mencionadas.

7.4.2 Variación de los esfuerzos

Para realizar cálculos de fallas por fatiga es necesario conocer cuando se produce una variación de los esfuerzos a los que está sometida una fibra cualquiera de una pieza, bien sea por cambio de las fuerzas a las que está sometida o por un cambio de posición con respecto a las cargas.

La variación de los esfuerzos en función del tiempo se define por las componentes de esfuerzos con base en una forma senoidal. Tales componentes están expresados por los esfuerzos máximos (σ_{\max}), mínimos (σ_{\min}), alternos (σ_a) y el intervalo de esfuerzos (σ_r).

1. Concepto de la fatiga en los materiales. Planos de falla y concentraciones de esfuerzo son características fundamentales en los esfuerzos por fatiga.

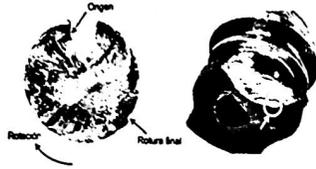


Figura 7.10.
Repercusiones
del esfuerzo por
fatiga.

2. Esfuerzos cíclicos.

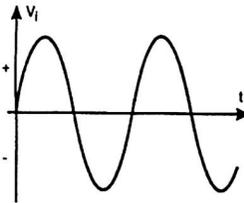
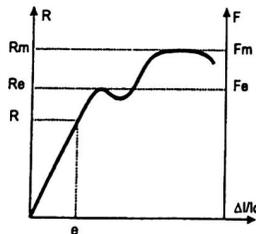


Figura 7.11.
Gráfica
común de
los esfuerzos
cíclicos.

3. Comparación de las fallas por fatiga con respecto a las fallas estáticas.

Las fallas por fatiga suceden a a esfuerzos menores que los de fluencia



Se inician en la zona de concentración de esfuerzos

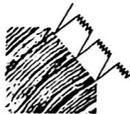


Figura 7.12.
Comparación
de las fallas
por fatiga.

Los esfuerzos se concentran en ciertas zonas de las estructuras y materiales; por tanto, al repetirse el proceso una y otra vez se produce una fractura en el material debido a los esfuerzos ejercidos en la estructura.

- Iniciación de las grietas
- Propagación de las grietas
- Fractura súbita

7.4.3 Mecanismos de falla por fatiga

El proceso de rotura por fatiga se desarrolla a partir del inicio de la grieta y se continúa con su propagación y la rotura final.

Inicio: las grietas que originan la rotura o fractura casi siempre nuclean sobre la superficie en un punto donde existen concentraciones de tensión (originadas por diseño o acabados).

Las cargas cíclicas pueden producir discontinuidades superficiales microscópicas a partir de escalones producidos por deslizamiento de dislocaciones, los cuales actuarán como concentradores de la tensión y, por tanto, como lugares de nucleación de grietas.

Propagación:

- Etapa 1. Se da una vez nucleada una grieta, entonces se propaga muy lentamente y, en metales policristalinos, a lo largo de planos cristalográficos de tensión de cizalladura alta; las grietas normalmente se extienden en pocos granos en esta fase.
- Etapa 2. La velocidad de extensión de la grieta aumenta de manera vertiginosa y en este punto la grieta deja de crecer en el eje del esfuerzo aplicado para comenzar a crecer en dirección perpendicular al esfuerzo aplicado. La grieta crece por un proceso de enroscamiento y agudizamiento de la punta a causa de los ciclos de tensión.

Rotura: al mismo tiempo que la grieta aumenta en anchura, el extremo avanza por continua deformación por cizalladura hasta que alcanza una configuración enroscada. Se alcanza una dimensión crítica de la grieta y se produce la rotura.

La región de una superficie de fractura que se formó durante la etapa 2 de propagación puede caracterizarse por dos tipos de marcas denominadas marcas de playa y estrías. Ambas indican la posición del extremo de la grieta en diferentes instantes y tienen el aspecto de crestas concéntricas que se expanden desde los puntos de iniciación. Las marcas de playa son macroscópicas y pueden verse a simple vista. Las marcas de playa y estrías no aparecen en roturas rápidas.

Velocidad de propagación: los resultados de los estudios de fatiga han mostrado que la vida de un componente estructural puede relacionarse con la velocidad de crecimiento de la grieta. La velocidad de propagación de la grieta es una función del nivel de tensión y de la amplitud de la misma.

$$\frac{da}{dN} = A(\Delta K)^m \quad (7.10)$$

siendo:

A y m = Constantes para un determinado material

K = Factor de intensidad de tensiones

$\frac{da}{dN}$ = Pendiente de la curva de velocidad de crecimiento

El valor de m normalmente está comprendido entre 1 y 6.

$$\Delta K = K_{max} - K_{min} \quad (7.11)$$

o bien:

$$\Delta K = Y\Delta\sigma\sqrt{\pi a} \quad (7.12)$$

Desarrollando estas expresiones a partir de gráficas generadas por ellas mismas se puede llegar a la siguiente ecuación:

$$N_f = \frac{da}{A\pi^{\frac{m}{2}}(\Delta\sigma)^m} \int_{a_0}^{a_c} \frac{1}{Y^m a^{\frac{m}{2}}} da \quad (7.13)$$

siendo:

N_f = Número de ciclos hasta rotura

Y = Parámetro independiente de la longitud de la grieta

m y A = Siguen siendo parámetros definidos por el material

a_c = Longitud crítica de la grieta

a_0 = Longitud de grieta inicial

Factores que intervienen: son diversos los factores que intervienen en un proceso de rotura por fatiga, aparte de las tensiones aplicadas. Así pues, el diseño, tratamiento superficial y endurecimiento superficial pueden tener una importancia relativa.

Diseño: el diseño tiene una influencia grande en la rotura de fatiga. Cualquier discontinuidad geométrica actúa como concentradora de tensiones y es por donde puede nuclear la grieta de fatiga. Cuanto más aguda es la discontinuidad, más severa es la concentración de tensiones.

La probabilidad de rotura por fatiga puede ser reducida evitando estas irregularidades estructurales, o sea realizando modificaciones en el diseño, eliminando cambios bruscos en el contorno que conduzcan a cantos vivos; por ejemplo, exigiendo superficies redondeadas con radios de curvatura grandes.

Tratamientos superficiales: en las operaciones de mecanizado se producen pequeñas rayas y surcos en la superficie de la pieza por acción del corte. Estas marcas limitan la vida a fatiga, pues son pequeñas grietas las cuales son mucho más fáciles de aumentar. Mejorando el acabado superficial mediante pulido aumenta la vida a fatiga.

Uno de los métodos más efectivos es aumentar el rendimiento mediante esfuerzos residuales de compresión dentro de una capa delgada superficial. Cualquier tensión externa de tracción es parcialmente contrarrestada y reducida en magnitud por el esfuerzo residual de compresión. El efecto neto es que la probabilidad de nucleación de la grieta de rotura por fatiga se reduce.

Este proceso se llama "granallado" o "perdigonado". Partículas pequeñas y duras con diámetros del intervalo de 0.1 a 1.0 mm son proyectadas a altas velocidades sobre la superficie a tratar. Esta deformación induce tensiones residuales de compresión.

Endurecimiento superficial: es una técnica por la cual se aumenta tanto la dureza superficial como la vida a fatiga de los aceros aleados. Esto se lleva a cabo mediante procesos de carburación y nitruración, en los cuales un componente es expuesto a una atmósfera rica en carbono o en nitrógeno a temperaturas elevadas. Una capa superficial rica en carbono en nitrógeno es introducida por difusión atómica a partir de la fase gaseosa. Esta capa es normalmente de 1mm de profundidad y es más dura que el material del núcleo. La mejora en las propiedades de fatiga proviene del aumento de dureza dentro de la capa, así como de las tensiones residuales de compresión que se originan en el proceso de cementación y nitruración.

7.5 Ajustes y tolerancias

7.5.1 Tolerancia de fabricación

La tolerancia es un concepto propio de la metrología industrial, que se aplica a la fabricación de piezas en serie. Dada una magnitud significativa y cuantificable propia de un producto industrial (sea alguna de sus dimensiones, resistencia, peso o cualquier otra), el margen de tolerancia es el intervalo de valores en que debe encontrarse dicha magnitud para que se acepte como válida, lo que determina la aceptación o el rechazo de los componentes fabricados, según sus valores queden dentro o fuera de ese intervalo.

El propósito de los intervalos de tolerancia es el de admitir un margen para las imperfecciones en la estructura de componente, ya que se considera imposible la precisión absoluta desde el punto de vista técnico, o bien no se recomienda por motivos de eficiencia: es una buena práctica de ingeniería el especificar el mayor valor posible de tolerancia mientras el componente en cuestión mantenga su funcionalidad, dado que cuanto menor sea el margen de tolerancia, la pieza será más difícil de producir y por tanto más costosa.

7.5.2 Valores de tolerancia

Los valores de tolerancia dependen directamente de la cota nominal del elemento construido y, sobre todo de la aplicación del mismo. A fin de definir las tolerancias, se establece una

clasificación de calidades (normalmente se definen de 01, 1, 2, ..., 16) que, mediante una tabla, muestra para determinados rangos de medidas nominales los diferentes valores máximos y mínimos en función de la calidad seleccionada.

Tabla 7.1. Tabla de valores de calidades.

Calidades	01 1 2 3 4	5 6 7 8 9 10 11	12 13 14 15 16
Campo de aplicación	Calidades y piezas de gran precisión. Elementos de control para procesos de fabricación (calibres y galgas).	Piezas mecanizadas y ajustadas para construcción de máquinas industriales.	Tolernacias de acabados para piezas no ajustadas. Piezas en bruto, laminadas, estiradas, forjadas o fundidas.

7.5.3 Campos de tolerancias

En la tabla 7.2 figuran los 18 grupos de calidades ISO de mecanizado que hay homologados y en cada casilla figura el valor de micras (0,001 mm) que existe entre la cota máxima y la cota mínima de cada valor nominal que se considera.

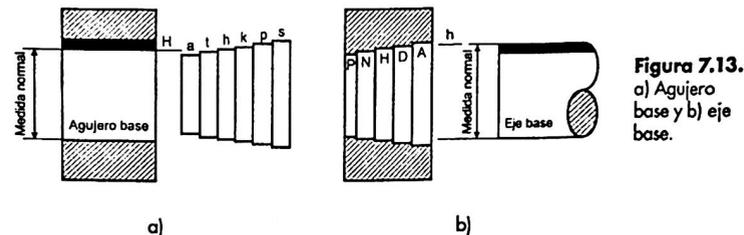
Tabla 7.2. Tabla de campos de tolerancia.

Medidas nominales (en mm)	CALIDADES IT																	
	01	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
De 0 a 3	0.3	0.5	0.8	1.2	2	3	4	6	10	14	25	40	60	100	140	250	400	600
De 3 a 6	0.4	0.6	1	1.5	2.5	4	5	8	12	18	30	48	75	120	180	300	480	750
De 6 a 10	0.4	0.6	1	1.5	2.5	4	6	9	15	22	36	58	90	150	220	360	580	900
De 10 a 18	0.5	0.8	1.2	2	3	5	8	11	18	27	43	70	110	180	270	430	700	1100
De 18 a 30	0.6	1	1.5	2.5	4	6	9	13	21	33	52	84	130	210	330	520	840	1300
De 30 a 50	0.6	1	0.8	2.5	4	7	11	16	25	39	62	100	160	250	390	620	1000	1600
De 50 a 80	0.8	1.2	2	3	5	8	13	19	30	46	74	120	190	300	460	740	1200	1900
De 80 a 120	1	1.5	2.4	4	6	10	15	22	35	54	87	140	220	350	540	870	1400	2200
De 120 a 180	1.2	2	3.5	5	8	12	18	25	40	63	100	160	250	400	630	1000	1400	2500
De 180 a 250	2	3	4.5	7	10	14	20	29	46	72	115	185	290	460	720	1150	1850	2900
De 250 a 315	2.5	4	6	8	12	16	23	32	52	81	130	210	320	520	810	1300	2100	3200

De 315 a 400	3	5	7	9	13	18	25	36	57	89	150	230	360	570	890	1400	2300	3600
De 400 a 500	4	6	8	10	15	20	27	40	63	97	155	250	400	630	970	1550	2500	4000

7.5.4 Ajuste

Se denomina ajuste a la relación mecánica existente entre dos piezas que pertenecen a una máquina o equipo industrial, cuando una de ellas encaja o se acopla en la otra.



Las tareas relacionadas con esta actividad pertenecen al campo de la mecánica de precisión. En mecánica, el ajuste mecánico tiene que ver con la tolerancia de fabricación en las dimensiones de dos piezas que se han de ajustar la una a la otra. El ajuste mecánico se realiza entre un eje y un orificio. Si uno de ellos tiene una medida nominal por encima de esa tolerancia, ambas piezas sencillamente no ajustarán y será imposible encajarlas. Es por eso que existen las normas ISO que regulan las tolerancias aplicables en función de los diámetros del eje y del orificio. Para identificar cuándo el valor de una tolerancia responde a la de un eje o a la de un orificio, las letras iniciales son mayúsculas para el primer caso y minúsculas para el segundo caso.

7.5.5 Tipos de ajuste

Hay varios tipos de ajuste de componentes, según cómo funcione una pieza respecto de otra. Los tipos de ajuste más comunes son los siguientes:

- Forzado muy duro
- Forzado duro
- Forzado medio

- Forzado ligero
- Deslizante
- Giratorio
- Holgado medio
- Muy holgado

Se entiende por ajuste forzado en los diferentes grados que existen cuando una pieza se inserta en la otra mediante precisión y que durante el funcionamiento futuro en la máquina, donde esté montada, no tiene que sufrir ninguna movilidad o giro.

Por ajuste deslizante o giratorio se entiende que una pieza se va a mover cuando esté insertada en la otra de forma suave, sin apenas holgura.

Ajuste holgado es que una pieza se va a mover con respecto a la otra de forma totalmente libre.

En el ajuste forzado muy duro el acoplamiento de las piezas se produce por dilatación o contracción, y las piezas no necesitan ningún seguro a la contra la rotación de una con respecto a otra.

En el ajuste forzado duro las piezas montadas o desmontadas a presión, pero necesitan un seguro contra giro, chaveta por ejemplo, que no permita el giro de una con respecto a la otra.

En el ajuste forzado medio las piezas se montan o desmontan con gran esfuerzo, y necesitan un seguro contra giro y deslizamiento.

En el ajuste forzado ligero las piezas se montan y desmontan sin gran esfuerzo, con mazos de madera, por ejemplo, y necesitan seguro contra giro y deslizamiento.

Los ajustes de piezas deslizantes tienen que tener una buena lubricación y su deslizamiento o giro tiene que ser con presión o fuerza manual.

Las piezas con ajuste giratorio necesitan estar bien lubricadas y pueden girar con cierta holgura.

Las piezas con ajuste holgado son piezas móviles que giran libremente y pueden estar o no lubricadas.

Las piezas con ajustes muy holgados son piezas móviles con mucha tolerancia que tienen mucho juego y giran libremente.

7.5.6 Simbología

Además de los valores de calidad, concretamente para agujeros y ejes, se establecen posiciones relativas en cuanto a los valores nominales de los mismos.

Mediante el símbolo de una letra mayúscula para agujeros y minúscula para ejes, se define la distancia a la que se encuentran los intervalos de tolerancias del nominal.

Para agujeros:

- Las posiciones A, B, C, CD, D, E, F, EF, FG, G dan un diámetro mayor que el nominal.
- La posición H tiene su menor medida en el valor nominal.
- Las posiciones P, R, S, T, U, V, X, Y, Z, ZA, ZB, ZC dan un diámetro menor que el nominal.

Para ejes:

- Las posiciones a, b, c, cd, d, e, f, ef, fg, g, dan un diámetro menor que el nominal.
- La posición h tiene su medida menor que el valor nominal.
- Las posiciones p, r, s, t, u, x, y, z, za, zb, zc dan un diámetro mayor que el nominal.

Para definir un ajuste, se da una combinación de la posición que ocupa la tolerancia respecto a la cota nominal y de la calidad de la misma. Para cada uno de estos valores existe un valor tabulado que define, según el nominal, unos valores determinados.



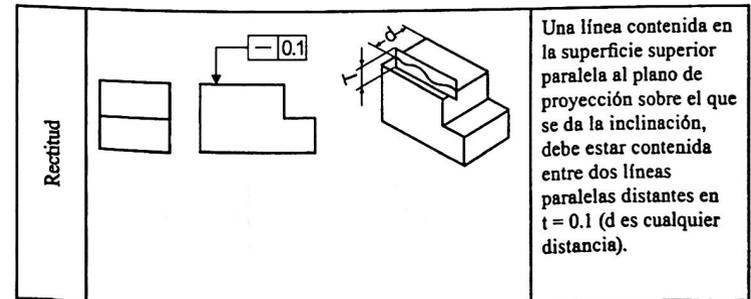
Ejemplo 7.1

Un ajuste 60 H7/g6:
La cota nominal es de 60 mm.

El agujero tiene un ajuste H7 con lo cual sus tolerancias serán:
60H7 -> 60.0/0.025 -> Cota Min. = 60mm; Cota máx. = 60.025mm.

El eje tiene un ajuste de g6 con lo cual sus tolerancias serán:
60g6->60 -0.010/-0.020-> Cota mín. = 59.990 mm; Cota máx. = 60.025 mm.

7.5.7 Tipos de tolerancias



		<p>Cualquier generatriz del cilindro ha de estar comprendida entre dos rectas // separadas entre sí a 0.06 mm.</p>
Planitud		<p>El eje del cilindro ha de estar comprendido en una zona cilíndrica de diámetro 0.06 mm.</p>
Redondez		<p>El contorno del cono debe estar comprendido entre dos circunferencias separadas entre sí 0.06 mm.</p>
Cilindricidad		<p>La superficie considerada debe estar comprendida entre dos cilindros coaxiales separados entre sí 0.07 mm.</p>

Forma de una línea cualquiera		<p>La línea debe estar comprendida entre dos líneas envolventes de círculos de diámetro $t = 0.05$ cuyos centros están situados sobre una línea con la forma geométrica teórica.</p>
Forma de una superficie cualquiera		<p>El contorno del cono debe estar comprendido entre dos circunferencias separadas entre sí 0.06 mm.</p>

Figura 7.14. Tipos de tolerancia de posición I.

Paralelismo		<p>Una línea contenida en la superficie superior paralela al plano de proyección sobre el que se da la inclinación, debe estar contenida entre dos líneas paralelas distantes en $t = 0.1$ (d es cualquier distancia).</p>
-------------	--	---

Perpendicularidad		<p>El eje del cilindro debe estar comprendido en una zona cilíndrica de 0.2 mm de diámetro perpendicular a la superficie A.</p>
Inclinación		<p>La superficie inclinada debe estar comprendida entre dos planos // entre sí, separados 0.1 mm, e inclinados 30° respecto al plano A.</p>
Posición		<p>El eje de cada taladro debe estar situado dentro de un cilindro de diámetro igual a la tolerancia (0.1) estando el eje de dicho cilindro en las posiciones teóricamente exactas.</p>
Concentricidad coaxialidad		<p>El eje del cilindro menor es coaxial respecto al eje de referencia (del cilindro mayor) y debe estar dentro de un cilindro de diámetro $t = 0.2$ cuyo eje coincide con la referencia.</p>

Figura 7.15. Tipos de tolerancia de posición II.

Simetría		<p>El plano de simetría de la ranura debe estar contenido entre dos planos paralelos separados 0.2 mm y colocados simétricamente respecto al plano de simetría indicado por la referencia A.</p>
Alabeo oscilación circular (radial)		<p>La tolerancia de oscilación radial no debe sobrepasar más de 0.1 mm en cualquier plano de medición, durante una vuelta completa, alrededor del eje de referencia A o A-B.</p>
Alabeo oscilación total (radial)		<p>La tolerancia de oscilación total radial no debe sobrepasar más de 0.1 mm, en cualquier punto de la superficie especificada, durante varias revoluciones alrededor del eje de referencia A-B, y con movimiento axial relativo entre la pieza y el instrumento de medida.</p>

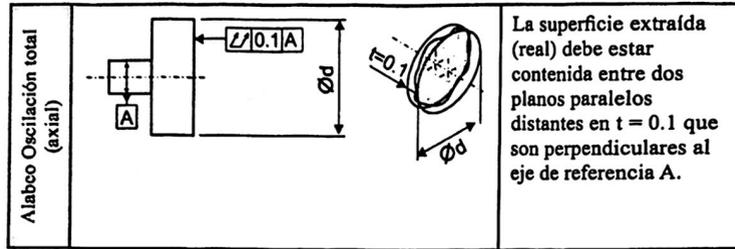
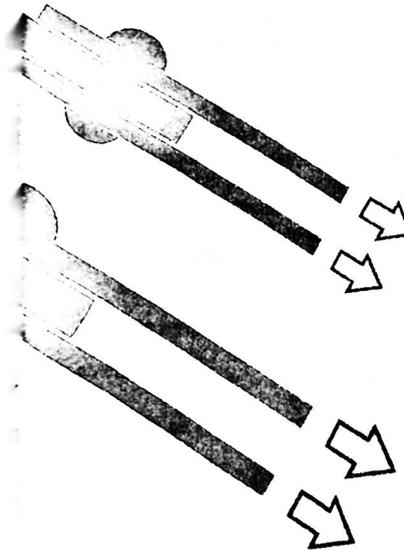


Figura 7.16. Tipos de tolerancia de posición III.

CAPÍTULO VIII

Introducción a las uniones

- 8.1 Introducción
- 8.2 Uniones remachadas
- 8.3 Uniones atornilladas
- 8.4 Uniones soldadas
- 8.5 Uniones pegadas



8.1 Introducción

En los procesos de manufactura existen muchas formas de unir distintos materiales, cada tipo de unión se utiliza dependiendo de qué material se vaya a utilizar. Estas uniones pueden ser ya sea por medio de remaches, soldaduras, pasadores, etcétera. Cada una de estas uniones es utilizada para distintas tareas el uso que tienen éstas.

Elementos de unión: son los que unen los distintos elementos de la máquina.

Elementos de unión fija: dan lugar a una unión que, una vez realizada, no puede ser deshecha:

- Remache
- Soldadura

Elementos de unión desmontable (dan lugar a uniones que pueden ser desmontadas en un momento dado):

- Tornillo
- Pasador
- Grapa
- Presilla

Los edificios de estructura metálica están constituidos por diferentes tipos de elementos, y cada uno de éstos debe estar convenientemente unido a las piezas vecinas de la estructura. Esto implica la utilización de diversos tipos de uniones. Los principales son:

- Los que se producen cuando tiene lugar un cambio de dirección, por ejemplo en las uniones viga-pilar, viga-viga y uniones entre barras en las cerchas.
- Los que se requieren para asegurar tamaños manejables de la estructura de acero a efectos de transporte y montaje; los pilares, por ejemplo, se suelen empalmar cada dos o tres pisos.
- Los que se producen cuando tiene lugar un cambio de componente, lo que incluye la unión de la estructura de acero a otras piezas del edificio, como pueden ser bases del pilar, uniones a núcleos de hormigón y uniones con paredes, forjados y cubiertas.

La figura 8.1 muestra ejemplos de uniones en el contexto de un pórtico de varias plantas.

Las uniones son partes importantes de cualquier estructura metálica. Las propiedades mecánicas de aquéllas influyen en la resistencia, rigidez y estabilidad de la estructura en conjunto.

El número de uniones y su complejidad tienen una influencia decisiva en el tiempo necesario para el análisis estático y el trazado de planos.

La fabricación de uniones, o sea el corte, taladrado y soldadura de barras, cartelas, casquillos y rigidizadores representa gran parte del trabajo del taller. La facilidad con que puedan efectuarse las uniones en la obra es un factor clave en el montaje.

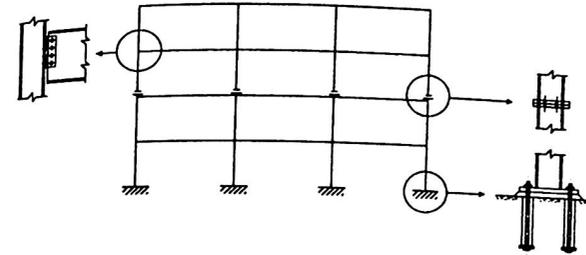


Figura 8.1.
Uniones en un pórtico de varias plantas.

8.2 Uniones remachadas

Remache: es un elemento de fijación que se emplea para unir de forma permanente dos o más piezas. Consiste en un tubo cilíndrico (el vástago) que en su fin dispone de una cabeza. Las cabezas tienen un diámetro mayor que el resto del remache, para que así al introducir éste en un agujero pueda ser encajado. El uso que se le da es para unir dos piezas distintas, sean o no del mismo material.

Aunque se trata de uno de los métodos de unión más antiguos que hay, hoy en día su importancia como técnica de montaje es mayor que nunca. Esto es debido en parte al desarrollo de técnicas de automatización que consiguen abaratar el proceso de unión. Los campos en los que más se usa el remachado como método de fijación son: automotriz, electrodomésticos, muebles, hardware, industria militar, metales laminados, entre otros.

Uniones remachadas: consiste en poner dos piezas debidamente taladradas de modo que los agujeros coincidan uno con otro.

Introducir los remaches en caliente de tal forma que, apretando la cabeza de éste sobre las piezas, sobresalga la cabeza del vástago.

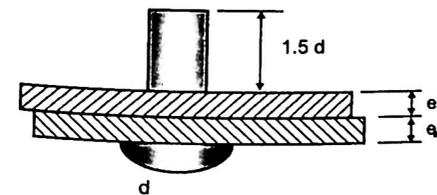


Figura 8.2.
Unión remachada.

Colocado sin remachar, se debe cumplir:

$$L = \sum e + 1.5 d \quad (8.1)$$

Una vez colocado el remache se procede a colocarlo, esto consiste en forjar la parte del vástago que sobresale de la pieza formando una segunda cabeza al roblón o remachado.

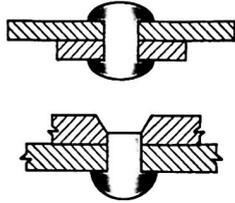


Figura 8.3. Remache colocado.

Es necesario golpearlo para remacharlo, así se impide unir piezas frágiles. De igual forma debe hacerse con materiales de fundición y viteros, debido a que el remache se hace a temperaturas promedio de 850 °C. Sin embargo, no puede usarse en materiales plásticos y metálicos debajo de su punto de fusión, como el P_b y Z_b .

Tipo de material: hierro o acero dulce de gran maleabilidad.

Forma: el vástago de los remaches puede ser de forma cilíndrica, pero la cabeza de distintas formas. Según sus aplicaciones:

- Esférica
- Cónica
- Cabeza hundida

Desventajas frente a la soldadura:

- Es visible
- Existe superposición de planchas

Tipos de uniones:

- Con recubrimiento:



Figura 8.4. Unión con recubrimiento.

- Con sobrejunta:

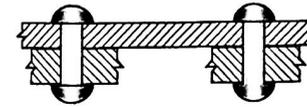


Figura 8.5. Unión con sobrejunta.

- Unión roblonada con recubrimiento y una sola fila:

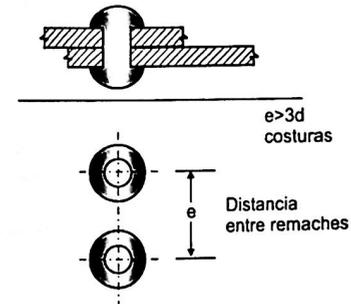


Figura 8.6. Unión roblonada.

- Unión redoblonada con sobrejunta colocada a zigzag. En zigzag mejora la resistencia de la unión, pues se evitan las posibilidades de desgarre:

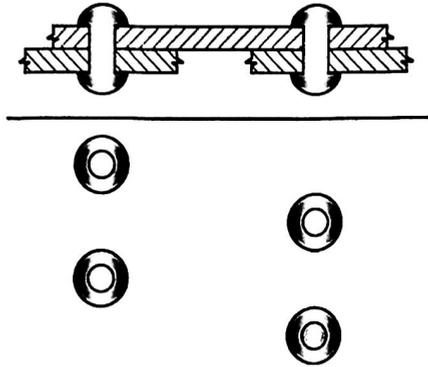


Figura 8.7. Unión redoblada.

Existe un pequeño matiz diferenciativo entre un roblón y un remache. Los roblones están constituidos por una sola pieza o componente, mientras que los remaches pueden estar constituidos por más de uno de ellos. Es común denominar a los roblones remaches, aunque la correcta definición de roblón es para los elementos de unión constituidos por un único elemento.

Las ventajas de las uniones remachadas/roblonadas son:

- Se trata de un método de unión barato y automatizable.
- Es válido para unión de materiales diferentes y para dos o más piezas.
- Existe una gran variedad de modelos y materiales de remaches, lo que permite acabados más estéticos que con las uniones atornilladas.
- Permite las uniones ciegas, es decir, la unión cuando sólo es accesible la cara externa de una de las piezas.

Como principales inconvenientes destacan:

- No es adecuado para piezas de gran espesor.
- La resistencia alcanzable con un remache es inferior a la que se puede conseguir con un tornillo.
- La unión no es desmontable, lo que dificulta el mantenimiento.
- La unión no es estanca.

Los remaches pueden estar sometidos a:

- Corte (figura 8.8)
- Flexión (figura 8.9)



Figura 8.8. Remache sometido a corte.



Figura 8.9. Remache sometido a flexión.

Fallo de mecanismo: en las juntas con un solo remache, los mecanismos básicos de fallo que se presentan son:

- **Fallo por cortadura:** es el fallo por cizalladura, en el cual se produce el corte del roblón o remache. El criterio de dimensionado para evitar este tipo de fallo es:

$$\tau = \frac{F}{N \cdot A} = \frac{F}{N \cdot \frac{\pi d^2}{4}} \leq S_{\tau} \quad (8.2)$$

Siendo N el número de secciones que trabajan a cortante, d el diámetro del remache, y S_{τ} la tensión de fluencia a tracción.

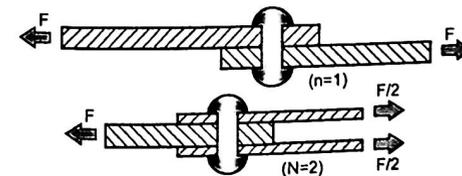


Figura 8.10. Fallo por fractura.

- **Fallo por aplastamiento:** consiste en el aplastamiento de las caras laterales del remache debido a la compresión realizada por las chapas. La distribución de tensiones es compleja, por lo que se considera un modelo simplificado, según el cual la tensión se obtiene considerando, como área resistente a compresión, la proyección diametral del área de contacto. La tensión de aplastamiento más desfavorable estará en la chapa más delgada. El criterio de diseño para evitar este fallo se calcula como:

$$\sigma_{\text{aplastamiento}} = \frac{F}{A_{ap}} = \frac{F}{d \cdot t_{\min}} \leq \sigma_{adm} \quad (8.3)$$

Siendo t_{\min} el espesor de la chapa más delgada, d el diámetro del remache, además se considera la tensión admisible de aplastamiento del doble de la tensión de fluencia.

8.3 Uniones atornilladas

8.3.1 Generalidades

Todas las uniones tendrán una resistencia de cálculo tal que la estructura se comporte satisfactoriamente y sea capaz de cumplir todos los requisitos básicos para el cálculo.

Los tornillos a emplear en uniones de estructuras de acero serán preferentemente de alguno de los grados 4.6, 5.6, 6.8, 8.8 o 10.9. Como norma general, no se utilizarán tornillos de grado inferior al 4.6 ni de grado superior al 10.9 sin demostrarse experimentalmente que son adecuados para la unión en la que se prevé su uso.

Para la designación de los tornillos se define el tipo de tornillo (T o M si es tornillo ordinario, TC o M si se trata de un tornillo calibrado y TR si el tornillo a designar es de alta resistencia), seguido por el diámetro del vástago en la zona de rosca, la longitud total del vástago, y por último una cifra para indicar la calidad del acero.

8.3.2 Clases de tornillos

La calidad del acero empleado en la fabricación de los tornillos marca el tipo de éste. En la tabla 8.1 se muestran los valores nominales del límite elástico f_{yb} y de la resistencia última a tracción f_{ub} del acero empleado en la fabricación del tornillo, los cuales se deben adoptar como valores característicos en los cálculos:

Tabla 8.1. Valores nominales del límite elástico.

Valores nominales del límite elástico f_{yb} y de la resistencia a tracción última f_{ub} de tornillos							
Tipo de tornillo	4.6	4.8	5.6	5.8	6.8	8.8	10.9

f_{yb} (N/mm ²)	240	320	300	400	480	640	900
f_{ub} (N/mm ²)	400	400	500	500	600	800	1000

Los tornillos de clase 8.8 y 10.9 o superior son denominados también “tornillos de alta resistencia”, siendo los “tornillos ordinarios” los demás de clase inferior.

8.3.3 Coeficientes parciales de seguridad

El coeficiente de seguridad γ_M se tomará según los valores siguientes:

- γ_{Mb} = Resistencia de tornillos 1,25
- γ_{Mr} = Resistencia de roblones 1,25
- γ_{Mp} = Resistencia de bulones 1,25
- γ_{Ms} = Resistencia al deslizamiento 1,25 (ELU); 1,1 (ELS)

8.3.4 Agujeros para tornillos

Preferiblemente, los agujeros para alojar los tornillos se realizarán mediante taladros. Sólo se podrán realizar mediante punzonado cuando el diámetro del agujero sea de mayor dimensión que el espesor de la pieza; el espesor de la pieza no debe ser superior a 15 mm y además la unión no debe estar sometida a esfuerzos de fatiga.

Las dimensiones del diámetro de los agujeros serán iguales, en cada caso, a las del vástago del tornillo más:

- 1 mm para tornillos de 12 y 14 mm de diámetro
- 1 o 2 mm para tornillos de 16 a 24 mm
- 2 o 3 mm para tornillos de diámetro de 27 mm o mayores

Los agujeros de los tornillos de 12 y 14 mm también podrán tener una holgura de 2 mm siempre y cuando la resistencia del grupo de tornillos a aplastamiento sea inferior a la de cortante.

En uniones atornilladas resistentes por rozamiento pueden emplearse agujeros a sobre medida o agujeros rasgados, cortos o largos, para facilitar el montaje de las piezas. Para agujeros a sobre medida, el diámetro del taladro será igual al del vástago de los tornillos más:

- 3 mm para tornillos de 12 mm
- 4 mm para tornillos de 14 a 22 mm
- 6 mm para tornillos de 24 mm
- 8 mm para tornillos de 27 mm o mayores

Cuando se desee permitir el movimiento relativo entre las piezas a unir, se suelen emplear agujeros rasgados. La anchura de los agujeros rasgados cortos o largos en dirección normal al esfuerzo será igual al diámetro de los agujeros estándar correspondientes (indicado con d_0 en la figura 8.11). En la dirección del esfuerzo, la distancia e mostrada también en la figura 8.11, para agujeros rasgados cortos será igual a:

- $(d + 4)$ mm para tornillos de 12 o 14 mm
- $(d + 6)$ mm para tornillos de 16 a 22 mm
- $(d + 8)$ mm para tornillos de 24 mm
- $(d + 10)$ mm para tornillos de 27 mm y mayores

Para agujeros rasgados largos será en todos los casos:

$$E = (2,5 * d) \text{ mm} \quad (8.4)$$

siendo:

d = El diámetro del vástago del tornillo correspondiente

Se suelen emplear este tipo de agujeros rasgados largos cuando se quiere permitir el movimiento relativo entre las piezas a unir. No obstante, y para evitar problemas de durabilidad, los agujeros rasgados largos en las caras exteriores de las piezas deben cubrirse con cubre-juntas de dimensiones y espesor apropiados y con agujeros no mayores que los estándares.

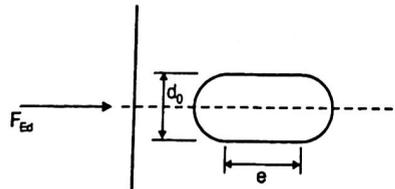


Figura 8.11.
Agujeros rasgados.

8.3.5 Disposiciones en el montaje

La distancia e_1 desde el centro del agujero al extremo frontal según la dirección de la transmisión de la carga será al menos de $1,2 * d_0$.

$$e_1 \geq 1,2 * d_0 \quad (8.5)$$

siendo:

d_0 = El diámetro del agujero

La distancia e_2 del centro del agujero al borde lateral medida normalmente a la dirección de la transmisión de la carga será al menos de $1,5 * d_0$.

$$e_2 \geq 1,5 * d_0 \quad (8.6)$$

Si las piezas están expuestas a un ambiente agresivo u otras influencias corrosivas, entonces las máximas distancias e_1 y e_2 serán al menos de: $40 \text{ mm} + 4 * t$ (siendo t el espesor de la pieza más delgada a unir).

Para otros casos, tomar e_1 y $e_2 \leq 12 * t$; o bien, 150 mm (la más restrictiva).

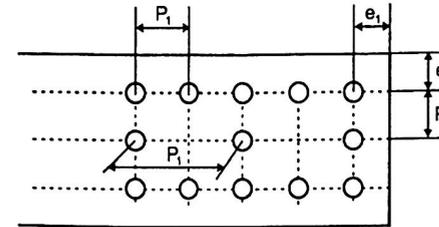


Figura 8.12.
Disposición de los bordes.

8.3.6 Separación entre agujeros

La distancia p_1 entre centro de tornillos en la dirección de la transmisión de la carga será al menos de $2,2 * d_0$.

$$p_1 \geq 2,2 * d_0 \quad (8.7)$$

siendo:

d_0 = El diámetro del agujero

La separación p_2 entre filas de tornillos, medidos perpendicularmente a la dirección de la transmisión de la carga será al menos de $3,0 * d_0$.

$$p_2 \geq 3,0 * d_0 \quad (8.8)$$

En el caso de elementos comprimidos, las separaciones p_1 y p_2 no deberán superar al menor valor de $14 * t$ o 200 mm.

$$p_1; p_2 \leq 14 * t \text{ o } 200 \text{ mm} \quad (8.9)$$

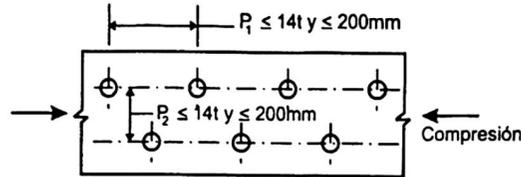


Figura 8.13.
Distancia entre agujeros.

En el caso de elementos traccionados, la separación $p_{1,1}$ entre centros de tornillos en filas interiores puede ser el doble del valor dado para elementos comprimidos, siempre que la separación $p_{1,0}$ en la fila exterior en cada borde no supere el valor dado para los elementos a compresión.

$$p_{1,1} \leq 28 * t \text{ o } 400 \text{ mm, si se cumple que, } p_{1,0} \leq 14 * t \text{ o } 200 \text{ mm} \quad (8.10)$$

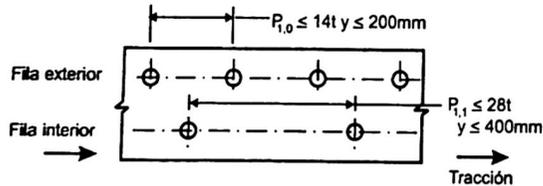


Figura 8.14.
Separación en elementos traccionados.

8.3.7 Categorías de uniones atornilladas

Las uniones atornilladas se clasifican en función de cómo trabajan los tornillos, en cinco categorías. Tres de ellas corresponden a uniones en las que los tornillos están solicitados en dirección normal a su eje (categorías A, B y C); y otras dos (categorías D y E) a uniones en las que los tornillos están solicitados en la propia dirección de su eje; esto es, a tracción.

Categoría A: son uniones en las que los tornillos, bien sean de tipo ordinarios o de alta resistencia, trabajan a cortante y aplastamiento. Si los tornillos son de alta resistencia,

calidades 8.8 o 10.9, no es preciso que estén pretensados ni que las superficies en contacto estén preparadas de manera especial. Su cálculo se efectuará de acuerdo con lo dispuesto en los apartados siguientes.

Por razones de economía, se emplearán habitualmente uniones de esta categoría cuando los tornillos estén solicitados en dirección normal a su eje.

Cuando la pieza esté sometida a fatiga, a impactos o a esfuerzos alternativos, se recomienda que se empleen tornillos de alta resistencia, los cuales estarán pretensados hasta alcanzar el tensado del tornillo, aunque los tornillos pueden seguir calculándose a cortante y aplastamiento.

Categoría B: son uniones realizadas con tornillos de alta resistencia pretensados, con superficies en contacto preparadas, que se desea no deslicen en el estado límite de servicio (ELS). El esfuerzo F_s, E_d a transmitir, deberá cumplir que:

$$F_s, E_d \leq F_s, R_d \quad (8.11)$$

siendo:

F_s, R_d = El valor máximo de resistencia dado

Categoría C: son uniones realizadas con tornillos de alta resistencia pretensados con superficies en contacto preparadas, que se desea no deslicen en el estado límite último (ELU). El esfuerzo F_s, E_d a transmitir, calculado en estado límite último (ELU), deberá cumplir:

$$F_s, E_d \leq F_s, R_d \quad (8.12)$$

siendo:

F_s, R_d = El valor máximo de resistencia dado

En esta categoría se comprobará además que en estado límite último (ELU) se cumple que:

- La unión resiste a cortante y aplastamiento de acuerdo con lo dispuesto. Esta condición podrá considerarse satisfecha si el espesor t_{\min} de la pieza más delgada a unir es superior al valor $d/2,4$ si las piezas son de acero S235 o S275, o bien, superior al valor $d/3,1$ si las piezas son de acero S355.
- El esfuerzo a transmitir, F_s, E_d , es inferior a la resistencia plástica del área neta de la pieza:

$$F_s, E_d \leq A_{\text{net}} * f_y / \gamma_{M0} \quad (8.13)$$

Esta categoría de uniones se empleará cuando, para simplificar el montaje, se utilicen taladros a sobremedida o rasgados en la dirección del esfuerzo a transmitir cuando se estime

que cualquier deslizamiento de la unión pueda deteriorar sensiblemente la resistencia o la rigidez de la estructura, o cuando los tornillos trabajen conjuntamente con cordones de soldadura en uniones híbridas.

Categoría D: son uniones realizadas con tornillos ordinarios o de alta resistencia trabajando a tracción. Si se emplean tornillos de alta resistencia, no es preciso que estén pretensados ni que las superficies en contacto estén preparadas. No se recomienda el uso de uniones de esta categoría cuando hayan de estar sometidas a variaciones frecuentes del esfuerzo de tracción a transmitir, aunque se admite su uso si dichos esfuerzos son debidos únicamente a cargas de viento.

Categoría E: son uniones realizadas con tornillos de alta resistencia pretensados trabajando a tracción. El pretensado mejora la rigidez de la unión en estado límite de servicio y la resistencia a fatiga, aunque esta última dependerá en gran medida de los detalles constructivos y de las tolerancias del ajuste entre piezas. Sólo es preciso preparar las superficies si la unión está sometida a esfuerzos normales al eje de los tornillos, además de a tracción (uniones de categorías E+B o E+C).

En la tabla 8.2 se muestran las distintas categorías de uniones atornilladas vistas anteriormente:

Tabla 8.2. Categorías de uniones atornilladas.

Categoría A	Cortante aplastamiento en T, TR (sin pretensado)
	$F_{v,Sd} \leq F_{v,Rd}$
	$F_{v,Sd} \leq F_{b,Rd}$
Categoría B	Resistente al deslizamiento en ELS (sólo TR)
	$F_{v,Sd,ser} \leq F_{s,Rd,ser}$
	$F_{v,Sd} \leq F_{v,Rd}$
Categoría C	Resistentes al deslizamiento en ELU (sólo TR)
	$F_{v,Sd} \leq F_{b,Rd}$
	$F_{v,Sd} \leq F_{s,Rd}$
Categoría D	Tracción en tornillos ordinarios
	$F_{t,Sd} \leq F_{t,Rd}$
Categoría E	Tracción en tornillos de alta resistencia
	$F_{t,Sd} \leq F_{t,Rd}$

8.3.8 Cálculo de la resistencia de un tornillo

Resistencia a cortante y aplastamiento de un tornillo

Quando un tornillo está solicitado en dirección normal a su eje por un esfuerzo cortante F_v , E_d , este esfuerzo que lo solicita F_v , E_d no podrá ser mayor que el menor de los dos valores siguientes:

- La resistencia a cortante del tornillo, F_v , R_d
- La resistencia a aplastamiento de la pieza en la zona contigua al tornillo, F_v , R_d

Cálculo de la resistencia a cortante (F_v , R_d): si el plano de corte pasa por la parte roscada del tornillo, la resistencia a cortante F_v , R_d viene dada por la expresión siguiente, según la calidad del tornillo:

- Tornillo de grados 4.6, 5.6 y 8.8:

$$F_{v,Rd} = \frac{0.6 * f_{ub} * A_s}{\gamma_{Mb}} \quad (8.14)$$

- Tornillo de grados 4.8, 5.8, 6.8 y 10.9:

$$F_{v,Rd} = \frac{0.5 * f_{ub} * A_s}{\gamma_{Mb}} \quad (8.15)$$

siendo:

- A_s = El área resistente a tracción del tornillo
- f_{ub} = La tensión última a tracción del tornillo
- γ_{Mb} = El coeficiente parcial de seguridad

Por otro lado, si el plano de corte pasa por la parte no roscada del tornillo, la resistencia a cortante F_v , R_d viene dada por la expresión siguiente:

$$F_{v,Rd} = \frac{0.6 * f_{ub} * A}{\gamma_{Mb}} \quad (8.16)$$

En la tabla 8.3 se indica la resistencia a simple cortante en kN de los tornillos de diámetros y grados más usuales, cuando los planos de corte no pasan por la zona roscada del vástago.

Tabla 8.3. Resistencia a simple cortante en kN de los tornillos más usuales.

Grado	Diámetro del tornillo (mm)						
	12	14	16	20	22	24	27
4.6	21.71	29.55	38.60	60.32	72.98	86.86	109.93
5.6	27.14	36.95	48.25	75.40	91.23	108.57	137.41
6.8	32.57	44.33	57.90	90.48	109.48	130.28	164.89
8.8	43.43	59.11	77.21	120.64	145.97	173.72	219.86
10.9	54.28	73.89	96.50	150.80	182.46	217.14	274.82

Cálculo de la resistencia al aplastamiento (F_b, R_d): la resistencia a aplastamiento de la pieza en la zona contigua al tornillo, F_b, R_d viene dada por la siguiente expresión:

$$F_{b, Rd} = \frac{2.5 \cdot a \cdot f_N \cdot d \cdot t}{\gamma_{Mb}} \quad (8.17)$$

siendo:

a = el menor valor de:

$$\frac{e_1}{3 \cdot d_0} \cdot \text{o bien} \quad \frac{p_1}{3 \cdot d_0} - \frac{1}{4} \cdot \text{o bien} \quad \frac{f_{ub}}{f_u} \quad (8.18)$$

siendo:

- d = El diámetro del tornillo
- t = El espesor de la chapa
- e_1 = La distancia al extremo frontal
- d_0 = El diámetro del agujero

- p_1 = La separación entre tornillos
- A_s = El área resistente a tracción
- A = El área de la sección transversal

En la tabla 8.4 se indica la resistencia a aplastamiento de una pieza de 10 mm de espesor contra tornillos de los diámetros más usuales, tomando para las distancias a bordes y entre tornillos los valores que se indican en la misma.

Tabla 8.4. Resistencia a aplastamiento en kN para chapas de 10 mm de espesor.

Diámetros	Distancias mínimas (mm)					Resistencia para aceros		
	d_0	e_1	e_2	p_1	p_2	S 235	S 275	S 355
12	13	25	20	40	40	55.38	66.15	78.46
14	15	30	25	45	45	67.20	80.27	95.20
16	17	35	25	50	50	79.06	94.43	112.0
20	21	40	30	65	65	91.43	109.21	129.52
22	23	50	35	75	75	114.78	137.10	162.61
24	26	50	40	80	80	120.0	143.33	170.0
27	29	60	45	90	90	134.07	160.14	189.93

Resistencia a tracción

Cuando un tornillo está solicitado en la dirección de su eje por un esfuerzo de tracción, F_t, E_d éste no será mayor que el menor de los dos valores siguientes:

- La resistencia a tracción del tornillo, F_t, R_d .
- La resistencia a punzonamiento de la pieza bajo la tuerca o bajo la cabeza del tornillo, B_p, R_d .
- La resistencia a tracción F_t, R_d de un tornillo viene dada por la expresión:

$$F_{t, Rd} = \frac{0.9 \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{Mb}} \quad (8.19)$$

siendo:

- A_s = El área resistente a tracción del tornillo
- f_{ub} = La tensión última a tracción del tornillo
- γ_{Mb} = El coeficiente parcial de seguridad

La resistencia a tracción de elementos, tales como pernos de anclaje, en los que la rosca se fabrique mediante procedimientos que impliquen arranque de viruta, será igual a la dada por la expresión anterior multiplicada por 0.85.

Asimismo, para tornillos de cabeza avellanada, la resistencia a tracción será igual a 70% de la dada por la expresión anterior.

En la tabla 8.5 se indica la resistencia a tracción de los tornillos con cabeza normal de diámetros y grados más usuales.

Tabla 8.5. Resistencia a tracción en kN

Diámetro (mm)	As (mm ²)	Grado			
		4.6	5.6	8.8	10.9
12	84.3	24.28	30.35	48.56	60.70
16	157	45.22	56.52	90.43	113.04
20	245	70.56	88.20	141.12	176.4
22	303	87.26	109.08	174.53	218.16
24	353	101.66	127.08	203.33	254.16
27	456	131.33	164.16	262.66	328.30

Por otro lado, la resistencia a punzonamiento, $B_p R_d$, de una chapa de espesor t , sobre la que actúa un tornillo sometido a tracción, viene dada por la expresión siguiente:

$$B_{p,Rd} = \frac{0.6 \cdot \pi \cdot d_m \cdot t \cdot f_u}{\gamma_{Mb}} \quad (8.20)$$

siendo:

$B_p R_d$ = La resistencia al punzonamiento de la chapa

f_u = La resistencia a tracción del acero de la chapa

d_m = Es el menor diámetro medio entre los círculos circunscrito e inscrito a la tuerca o a la cabeza del tornillo

t = Es el espesor de la placa bajo la cabeza del tornillo o bajo la tuerca

No será preciso comprobar el valor de $B_p R_d$ cuando el espesor de la chapa cumpla la condición:

$$t_{min} \geq \frac{d \cdot f_{ub}}{6 \cdot f_u} \quad (8.21)$$

8.3.9 Torque o par de apriete de tornillos

- **Uniones atornilladas no pretensadas:** para los tornillos de uniones no pretensadas, el par de apriete necesario será aquel que logre la condición de contacto ajustado de las superficies alrededor de la zona de contacto de cada tornillo. La condición de contacto ajustado se considera que es el proporcionado por un operario, utilizando una llave o herramienta normal sin prolongador, o equivalente al punto en que una llave neumática empieza a impactar. Para conseguir una buena condición de contacto es aconsejable proceder a un apretado progresivo de tornillos, desde los más interiores hacia fuera.
- **Uniones atornilladas pretensadas:** para las uniones pretensadas se usarán los tipos de tornillos 8.8 y 10.9 o superiores, de acuerdo con la clasificación indicada. El pretensado se realizará una vez obtenida la condición de contacto ajustado y se realizará de forma ordenada y progresiva entre todos los tornillos que constituyen la unión. El esfuerzo de pretensado (N_0) que debe obtenerse en la espiga del tornillo se corresponde a 70% de la resistencia a tracción (f_u) multiplicada por su área resistente (A_s) de la sección del tornillo:

$$N_0 = 0,7 \cdot f_{ub} \cdot A_s \quad (8.22)$$

Tabla 8.6. Esfuerzo de pretensado mínimo N_0 (kN).

	Diámetro del tornillo (mm)							
	12	16	20	22	24	27	30	36
Tipos de tornillo 8.8	47	88	137	170	198	257	314	458
Tipo de tornillo 10.9	59	110	172	212	247	321	393	572

Este esfuerzo de pretensado debe conseguirse con una llave dinamométrica que indique el par torsor aplicado durante el apriete del tornillo.

Efectivamente, cuando se emplea una llave dinamométrica para aplicar un par que apriete al tornillo, este par induce un esfuerzo de pretensado (N_0) en la espiga del tornillo, esfuerzo que va a depender del diámetro de éste y de un coeficiente que marque el rozamiento entre los componentes de la parte que gira.

Para el caso concreto de un estado de suministro de tuerca y tornillo ligeramente engrasados, el par de apriete o torque que habrá que aplicar con la llave dinamométrica, será el que resulte de aplicar la siguiente expresión:

$$M_t = 0,18 \cdot d \cdot N_0 \quad (8.23)$$

siendo:

M_t = El torque o par de apriete necesario aplicar al tornillo (expresado en Nm)

d = El diámetro del tornillo (expresado en metros)

N_0 = El esfuerzo de pretensado, indicado en la tabla 8.6 según el diámetro y tipo de tornillo

Para otras calidades de tornillos o situaciones de rozamiento y lubricación, en la tabla 8.7 se adjunta una serie de enlaces de fabricantes donde se muestran distintas tablas con los pares de apriete.

Valores procedentes de la Norma CETA 00520-11.69 (Centro de Estudios Técnicos de Automoción).

Tabla 8.7. Para tornillos de acero clase de resistencia 6.8 y límite elástico = 54 kgf/mm₂.

Rosca tornillo (diámetro x paso)	Momentos de apriete M (m/kgf) según coeficiente de rozamiento					
	0.07	0.08	0.1	0.11	0.12	0.14
M6x1.00	0.48	0.54	0.62	0.66	0.7	0.77
M6x0.75	0.05	0.59	0.69	0.73	0.77	0.85
M8x1.25	1.15	1.3	1.5	1.6	1.7	1.9
M8x1.00	1.2	1.4	1.6	1.7	1.8	2
M10x1.50	2.4	2.6	3	3.2	3.4	3.8
M10x1.00	2.6	2.8	3.4	3.6	3.8	4.2
M12x1.75	3.9	4.5	5	2	5.5	6.5
M12x1.50	4.4	4.6	5.5	5.5	6	7
M14x2.00	6	7	8	8.5	9	10
M14x1.50	7	7.5	9	9.5	10	11
M16x2.00	9	11	13	13.5	14	15.5
M16x1.50	9.5	11.5	13.5	14	15	17
M18x2.50	13	15	17.5	18.5	19.5	21.5
M18x1.50	15	17	20	22	24	26
M20x2.50	19	21	25	27	28	30
M20x1.50	21	23	27	29	31	35
M22x2.50	26	28	32	34	37	41
M22x1.50	27	29	35	38	40	44
M24x3.00	34	36	42	45	48	52

M24x2.00	35	39	46	49	52	58
M27x3.00	47	53	63	67	71	78
M27x2.00	54	56	67	71	76	85
M30x3.50	63	73	85	90	95	105
M30x2.00	74	78	95	100	105	120
M33x3.50	89	100	115	120	130	145
M33x2.00	90	105	120	125	135	155
M36x4.00	118	125	150	160	170	185
M36x3.00	123	135	155	165	175	195
M39x4.00	150	160	190	205	220	240
M39x3.00	155	170	200	215	230	255

Tabla 8.8. Para tornillos de acero clase de resistencia 6.8 y límite elástico = 70 kgf/mm₂.

Rosca tornillo (diámetro x paso)	Momentos de apriete M (m/kgf) según coeficiente de rozamiento					
	0.07	0.08	0.1	0.11	0.12	0.14
M6x0.75	0.67	0.7	0.8	0.95	0.9	1
M8x1.25	0.67	0.76	0.9	2.1	1	1.2
M8x1.00	1.5	1.7	2	2.3	2.22	2.4
M10x1.50	1.6	1.8	2.2	4.4	2.4	2.6
M10x1.00	3	3.4	4	4.6	4.4	4.8
M12x1.75	3.4	3.7	4.3	7	4.9	5.5
M12x1.50	5.4	5.5	6.5	7.5	7.5	8.5
M14x2.00	8.5	6	7	11	8	9
M14x1.50	9	9.5	10.5	12	12	13
M16x2.00	13.5	10	11.5	17	13	14
M16x1.50	13	14	16	18.5	18	20
M18x2.50	13.5	14.5	17.5	25	19.5	22
M18x1.50	17	19.5	23	28	26	28
M20x2.50	19.5	22	26	35	30	34
M20x1.50	27	39.30	33	37	37	41
M22x2.50	34	37	35	46	40	45
M22x1.50	36	38	43	49	49	54

M24x3.00	42	47	45	59	52	57
M24x2.00	47	50	55	64	62	68
M27x3.00	62	70	60	85	68	76
M27x2.00	67	74	80	95	90	100
M30x3.50	80	95	85	120	100	110
M30x2.00	90	100	110	130	125	135
M33x3.50	115	125	120	160	140	155
M33x2.00	120	130	150	165	170	190
M36x4.00	145	165	195	210	175	200
M36x3.00	160	170	200	215	220	240
M39x4.00	195	210	250	270	230	255
M39x3.00	205	220	260	280	290	310

Tabla 8.9. Para tornillos de acero clase de resistencia 10.9 y límite elástico = 90 kgf/mm₂.

Rosca tornillo (diámetro x paso)	Momentos de apriete M (m/kgf) según coeficiente de rozamiento					
	0.07	0.08	0.1	0.11	0.12	0.14
M6x0.75	0.82	0.9	1.1	1.2	1.3	1.4
M8x1.25	0.87	0.98	2.6	2.7	2.8	3
M8x1.00	2	2.2	2.7	2.9	3	3.5
M10x1.50	2.1	2.3	5	5.3	5.6	6
M10x1.00	4.1	4.3	5.5	6	6.5	7
M12x1.75	6.8	4.7	8.5	9	9.5	10.5
M12x1.50	7.3	7.5	9	9.5	10	11
M14x2.00	10	8	14	14.5	15	17
M14x1.50	11	12	14.5	15.5	16.5	18.5
M16x2.00	16	12.5	21	23	24	26
M16x1.50	17	18	22	24	25	28
M18x2.50	22	19	29	31	33	36
M18x1.50	26	25	34	36	38	42
M20x2.50	32	28	42	45	48	54
M20x1.50	35	36	45	48	51	57
M22x2.50	42	38	55	59	63	70

M22x1.50	45	47	58	62	66	74
M24x3.00	55	49	71	75	80	90
M24x2.00	60	61	77	81	85	95
M27x3.00	79	65	105	110	115	130
M27x2.00	85	90	110	115	125	140
M30x3.50	100	95	140	150	160	175
M30x2.00	110	120	155	165	175	195
M33x3.50	145	130	195	205	215	240
M33x2.00	150	165	220	235	255	270
M36x4.00	190	195	245	260	280	305
M36x3.00	200	210	260	275	295	325
M39x4.00	250	270	320	345	370	400
M39x3.00	260	285	335	360	385	425

Tabla 8.10. Para tornillos de acero clase de resistencia 12.9 y límite elástico = 108 kgf/mm₂.

Rosca tornillo (diámetro x paso)	Momentos de apriete M (m/kgf) según coeficiente de rozamiento					
	0.07	0.08	0.1	0.11	0.12	0.14
M6x1.00	0.9	1.1	1.3	1.35	1.4	1.5
M6x0.75	1	1.2	1.4	1.5	1.6	1.7
M8x1.25	2.2	2.6	3	3.2	3.4	3.8
M8x1.00	2.4	2.8	3.2	3.4	3.6	4
M10x1.50	4.8	5.5	6	6.5	7	8
M10x1.00	5.2	6	6.5	7	7.5	8.5
M12x1.75	7.8	9	10	10.5	12	13
M12x1.50	8.8	9.5	11	11.5	12	14
M14x2.00	12	14	16	17	18	20
M14x1.50	14	15.5	18	19	20	22
M16x2.00	18	22	26	27	28	31
M16x1.50	19	23	27	28	30	34
M18x2.50	26	30	35	37	39	43
M18x1.50	30	34	40	44	48	52
M20x2.50	28	42	50	54	56	60

M20x1.50	42	46	54	58	62	70
M22x2.50	52	56	64	68	74	82
M22x1.50	54	58	70	76	80	90
M24x3.00	68	72	85	90	95	105
M24x2.00	70	78	95	100	105	115
M27x3.00	94	105	125	135	140	155
M27x2.00	108	115	135	145	155	170
M30x3.50	126	145	170	180	190	210
M30x2.00	148	155	190	200	210	240
M33x3.50	178	200	230	245	260	290
M33x2.00	180	205	230	250	270	310
M36x4.00	236	250	300	320	340	370
M36x3.00	246	270	310	330	350	390
M39x4.00	300	320	380	410	440	480
M39x3.00	310	340	400	430	460	510

8.3.10 Tipos de las uniones atornilladas

Las uniones atornilladas se diferencian de acuerdo con el tipo de elaboración de la unión, así como de su función.

- **Uniones atornilladas directamente:** las piezas que se van a unir están previstas propiamente con roscas interiores y exteriores, y se enroscan entre ellas directamente (directo), sin que se necesiten elementos de unión adicionales.

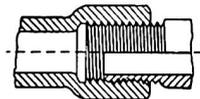


Figura 8.15.
Unión atornillada directa.

- **Uniones atornilladas indirectamente:** las piezas que se van a unir se atornillan a través de elementos de unión (tornillos y tuercas); adicionalmente, se pueden emplear elementos de seguridad y arandelas. Cuando una pieza constructiva ya tiene un roscado interior, se puede realizar esta unión a través del tornillo, sin el empleo de una tuerca; este procedimiento se aplica especialmente en las piezas de trabajo que tienen paredes lo suficientemente fuertes.

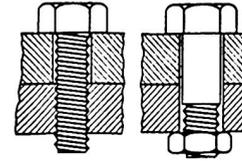


Figura 8.16.
Unión atornillada indirecta.

- **Unión atornillada de fijación:** las piezas constructivas se atornillan directa o indirectamente, con la finalidad de unirse solamente. Como formas de rosca, se emplean principalmente las de punta-roscas de punta métricas ISO o roscas Whitworth, las dos tienen una gran retención automática.

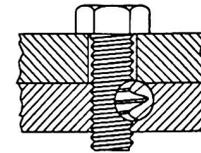


Figura 8.17.
Unión atornillada de fijación (rosca de punta).

- **Unión atornillada de movimiento:** las piezas constructivas se juntan entre sí directamente con la finalidad de unirse con una transmisión de fuerza o de movimiento al mismo tiempo. Como formas de rosca se emplean las de sierra, trapecio o redondas, las cuales tienen una retención automática reducida.

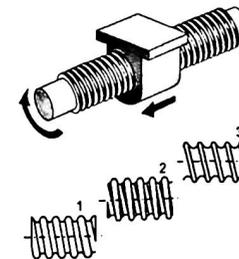


Figura 8.18. Unión atornillada de movimiento: 1) rosca redonda, 2) rosca trapezoidal y 3) rosca sierra.

8.4 Uniones soldadas

8.4.1 Generalidades

Las estructuras se forman mediante conjuntos de chapas o perfiles unidos entre sí con enlaces capaces de soportar los esfuerzos que se transmiten entre las piezas. El objeto principal de la unión es asegurar la mejor continuidad de las piezas, misma que será más perfecta cuanto más uniforme sea la transmisión del esfuerzo.

La transmisión de esfuerzos en las uniones se hace en muchas ocasiones de modo indirecto, ya que para pasar el esfuerzo de una pieza a otra se le obliga previamente a desviarse de su trayectoria normal. En el caso de soldadura a tope, la transmisión es directa.

8.4.2 Diferentes tipos de uniones por soldadura

Se llama soldadura a la unión de dos piezas metálicas de igual o parecida composición, de forma que la unión quede rígida y estanca. Esto se consigue bien por el efecto de fusión que proporciona la aportación de calor, bien por la aportación de otro metal de enlace, o por la combinación de ambos efectos.

Existen cerca de cuarenta sistemas de soldar, pero el más importante para las estructuras metálicas es de soldadura por fusión. En las soldaduras por fusión el calor proporcionado funde los extremos de las piezas y al solidificar se produce la unión.

Existen diferentes tipos de soldadura por fusión, pero los más utilizados son dos:

- Soldadura autógena.
- Soldadura por arco eléctrico, que es la que se utiliza en estructuras metálicas.

Las uniones soldadas se pueden clasificar según la posición relativa de las chapas soldadas:

- Uniones a tope (en prolongación)
- Uniones a tope en T
- Uniones por solape

Dentro de cada tipo, en función de la penetración de la soldadura con respecto al espesor de las chapas unidas, se distinguen en el caso más usual (cordones alargados):

- Soldaduras en ángulo: en ellas no se realiza ningún tipo de preparación en los bordes de la pieza a unir antes de soldar, y la penetración del cordón se debe exclusivamente a la fusión que se genera durante el proceso.
- En uniones a tope antes de soldar se realiza preparación de bordes en las piezas para favorecer la penetración del cordón (en las de poco espesor no es necesaria) y podemos distinguir:

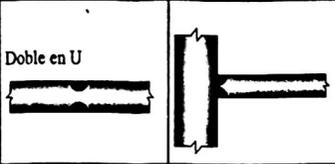
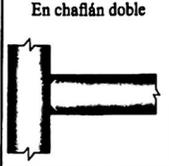
- De penetración completa: cuando la fusión y mezcla entre el material base y el de aportación alcanza a todo el espesor de la unión.
- De penetración parcial, si esta fusión y mezcla no alcanza a todo el espesor.

Estos tipos definidos por la geometría se pueden combinar de la forma indicada en la tabla 8.10. Tanto las disposiciones constructivas como los criterios de cálculo se establecen de forma diferente para los distintos cordones de esta clasificación.

En la tabla 8.11 se clasifican las uniones más utilizadas usualmente.

Tabla 8.11. Tipos comunes de uniones soldadas.

Tipo de soldadura	Tipo de unión		
	Unión a tope	Unión a tope en T	Unión de solape
Soldadura en ángulo			
Soldadura de ojal (o en ranura)			
Soldadura a tope con penetración completa	Sencilla en V 		
	En doble V 		
	Sencilla en U 		

	Doble en U		
Soldadura a tope con penetración parcial		En chafán doble	

- **Uniones a tope:** son las más ampliamente usadas en todos los métodos de soldadura, puesto que cuando se sueldan producen un bajo índice de tensiones y deformaciones. Las uniones a tope, por lo general, se utilizan en las construcciones de chapas de metal. Esas uniones implican un gasto menor de metal base y de metal de aportación, así como un tiempo más corto en la terminación de los trabajos de soldadura. Pueden ser ejecutadas con una resistencia igual a la del metal base. No obstante para la elaboración de las uniones a tope se exige una preparación más adecuada de las piezas. Si se ejecuta a mano la soldadura de chapas metálicas de 4-8 mm de espesor, los bordes pueden ser rectos (o sea sin ninguna preparación). En este caso, las chapas se colocan con una holgura de 1-2 mm.

Podemos soldar a tope y por un solo lado, sin preparación de los bordes, con las chapas cuyo espesor sea de hasta 3 mm; para la soldadura bilateral, ese espesor puede ser de hasta 8 mm. Las planchas con un espesor de 4-26 milímetros, se unen a tope con biselado unilateral de los bordes cuando se les aplica el procedimiento de soldadura manual por arco. Este tipo de preparación de los bordes se denomina en V. Las láminas con un espesor de 12 a 40 mm y más, se sueldan previo biselado bilateral de los bordes, denominado en X.

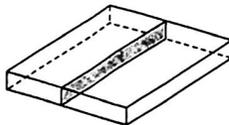


Figura 8.19. Unión a tope.

- **Uniones a solapo o de monta:** tienen sus ventajas cuando se ejecuta la soldadura por arco eléctrico de estructuras de construcción fabricadas de chapas, cuyo espesor no sea mayor de 10-12 mm. Estas planchas no requieren que sus bordes sean especialmente elaborados. Durante tales uniones, se recomienda soldar por las dos caras, puesto que si efectuáramos la soldadura por una sola cara pudiera ocurrir que la humedad se filtrara entre la hendidura de las piezas, con la posterior oxidación del metal en ese sitio.

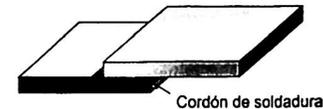


Figura 8.20. Unión a solapo o de monta.

- **Uniones en T:** se usan ampliamente en la soldadura por arco y se efectúan con o sin preparación de los bordes de una cara o de las dos caras. La plancha vertical debe tener el borde base bien elaborado. Cuando los bordes de la plancha vertical se biselan por una o ambas caras, entre las piezas horizontal y vertical se deja una holgura de 2-3 mm para obtener una buena penetración en todo el espesor de la pieza vertical. El bisel en una sola cara se realiza en caso de que la construcción de la pieza no permita efectuar la soldadura en T por los dos lados.

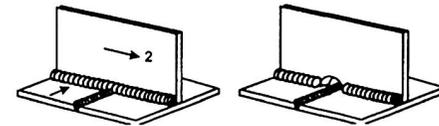


Figura 8.21. Unión en T.

- **Uniones en ángulo:** se usan para la soldadura de diferentes planchas cuyos bordes se han elaborado previamente. Las partes a soldar se colocan en ángulo recto o en otro ángulo, y se sueldan por los bordes. Tales uniones se usan generalmente en la soldadura de depósitos, los cuales habrán de ser sometidos a condiciones de trabajo, con la acción de una presión no conocida de gas o líquido. A veces las uniones en ángulo se sueldan también por la parte interior.

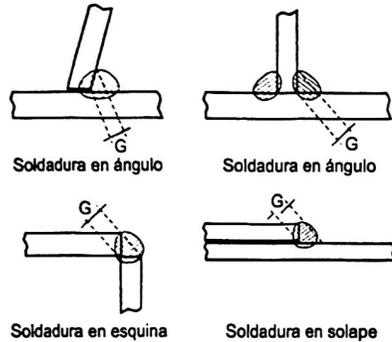


Figura 8.22.
Unión en ángulo.

Cordón de soldadura en ángulo G

- **Uniones de tapón:** se usan cuando la longitud del cordón normal elaborado a solaplo no garantiza una resistencia suficiente. Las uniones de tapón pueden ser de tipo abierto o cerrado. La hendidura se efectúa generalmente con ayuda del corte por oxígeno.

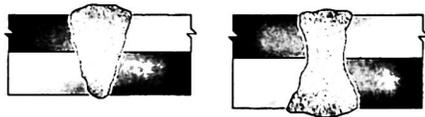


Figura 8.23. Uniones en tapón.

- **Uniones de brida:** las chapas se juntan por sus superficies y se sueldan por los bordes adyacentes.

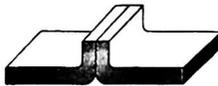


Figura 8.24. Unión en brida.

- **Unión de botones:** con ayuda de los botones se obtienen unas uniones resistentes pero no compactas. En la chapa de arriba se taladra un orificio y luego éste se suelda de modo que la chapa inferior también se suelde. Cuando se aplica el procedimiento de la soldadura automática por arco sumergido, no hay necesidad de taladrar la plancha superior, pues la misma se derrite en todo su espesor mediante la acción del arco eléctrico.

Las uniones a que nos hemos referido son típicas de la soldadura manual por arco. Si se aplican los procedimientos de soldadura oxiacetilénica, soldadura por arco sumergido, soldadura de metales no ferrosos, etcétera, la forma de los bordes puede ser distinta.

8.5 Uniones pegadas

8.5.1 Introducción

Todo lo fabricado por la industria está compuesto por piezas, y éstas han de ser unidas entre sí. A menudo se escogen fijaciones mecánicas, tales como tornillos, remaches, soldadura y pegamentos. Sin embargo, ahora los ingenieros deciden usar adhesivos para la unión. Esta técnica de unión está bien comprobada y es capaz de reemplazar o suplementar los métodos de fijación mecánica, aportando ventajas como reducir el costo, las operaciones de acabados, entre otros.

Sabemos que muchas veces los materiales necesarios para fabricar alguna pieza, o simplemente para cualquier motivo, es necesario unir partes o piezas para obtener la deseada, pero lo cierto también es que por ser los materiales de distintos componentes se requiere de diferentes sustancias para llevar a cabo la unión.

8.5.2 Ventajas de la unión con adhesivos

La adhesión es continua: bajo carga, es más uniforme en la distribución de tensiones sobre el área de unión. Las concentraciones locales de tensiones en juntas soldadas o fijaciones mecánicas son evitadas. Las estructuras adheridas pueden, por consecuencia, ofrecer una vida larga bajo carga.

Estructuras rígidas: la junta adherida aun siendo continua produce una estructura rígida. Alternativamente, si el incremento de la rigidez no es necesario, puede ser reducido el peso de la estructura mientras se mantenga la rigidez requerida.

Aspecto mejorado: las uniones con adhesivo dan una apariencia uniforme a los diseños. No hay protuberancias en las fijaciones, tales como tornillos y remaches, y no hay marcas de soldadura.

Montajes complejos: los montajes complejos no se pueden hacer unidos por otros sistemas son posibles con adhesivos. Las estructuras sándwich son un ejemplo típico.

Materiales distintos: los adhesivos pueden unir diferentes materiales entre sí, materiales que pueden diferir en composición, módulo, coeficiente de expansión o espesores.

Reduce la corrosión: la unión con adhesivos forma una zona sellada. La junta es consecuentemente estanca y menos propensa a la corrosión.

Aislamiento eléctrico: las uniones con adhesivos pueden proporcionar una barrera de aislamiento eléctrico entre las superficies.

Reducción de las concentraciones de tensión: la estructura adherida es una estructura segura porque, debido a las menores concentraciones de tensión, las roturas por fatiga son menos probables. Una rotura por fatiga en una estructura adherida se propagará más lentamente que en una estructura remachada, por que las juntas adheridas actúan como un freno a la rotura.

Materiales sensibles: las uniones con adhesivos no necesitan altas temperaturas. Son un medio adecuado para unir entre ellos materiales sensibles al calor, propensos a la distorsión o a cambiar las propiedades a causa del calor de la soldadura.

Reducción de vibraciones: los adhesivos tienen buenas propiedades de amortiguación. Esta capacidad puede ser útil para reducir ruidos y vibraciones.

Simplicidad: los adhesivos pueden simplificar los procesos de ensamblado con el remplazo de diferentes fijaciones mecánicas por una simple adhesión, o con permitir que varios componentes sean unidos en una operación.

8.5.3 Limitaciones

Resistencia a la temperatura: los adhesivos son la clase de materiales que conocemos por polímeros. No son tan fuertes como los metales. Con el incremento de la temperatura, las resistencias de la adhesión decrecen, y las propiedades de la deformación del adhesivo pasan de elástico a plástico.

Resistencia química: la resistencia de las juntas en un ambiente de servicio depende de las propiedades del polímero con que se ha fabricado el adhesivo. La posible exposición de la estructura a agentes oxidantes debe ser tenida en cuenta cuando seleccionemos el tipo de adhesivo a usar.

Tiempo de endurecimiento: con muchos adhesivos, las máximas resistencias de adhesión no se producen instantáneamente como con una sujeción mecánica o con soldadura. La junta ensamblada debe ser sujeta al menos una parte del tiempo durante el cual las resistencias de la adhesión aumentan.

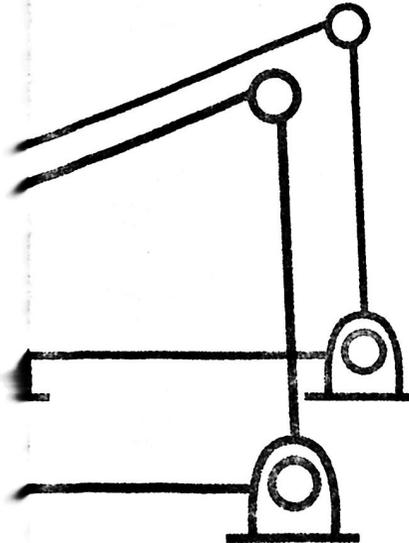
Procesos de control: en consecuencia, para asegurar buenos resultados, puede precisarse el establecer un proceso de control.

Reparación: las uniones no son normalmente fáciles de desarmar para una posterior reparación.

CAPÍTULO IX

Acoplamientos

- 9.1 Introducción
- 9.2 Acoplamiento mecánico
- 9.3 Tipos y clasificación de acoplamientos
- 9.4 Embragues y frenos
- 9.5 Tipos y clasificación de embragues



9.1 Introducción

Los acoplamientos tienen por función prolongar líneas de transmisión de ejes o conectar tramos de diferentes ejes, estén o no alineados entre sí. Si dos ejes se pudieran alinear perfectamente, podrían ser conectados con dos cubos con bridas o pernos. Una vez realizado, se tiene la seguridad de que ninguna de las dos máquinas se moverá sobre la cimentación y que ésta no se asentará. Es un hecho real que siempre habrá alguna desalineación entre un eje impulsor y un eje impulsado, por lo cual deben emplearse “acoplamientos flexibles”. Es decir, el propósito fundamental de los acoplamientos flexibles es transmitir el par de torsión requerido desde el eje impulsor al impulsado y compensar el desalineamiento angular, paralelo o una combinación de ambos, con numerosas funciones complementarias, por ejemplo, proporcionar desplazamiento axial y asimismo restringirlo.

Tal vez los acoplamientos flexibles son las partes peor tratadas de cualquier maquinaria, tanto por lo que respecta al tiempo de selección como al de instalación. A través de una apropiada selección del acoplamiento y de un buen procedimiento de alineación, pueden evitarse altos costos de mantenimiento y pérdida de tiempo en la producción.

Diferentes tipos de acoplos pueden absorber diversas faltas de alineación, la selección de aquel que absorba la desalineación mayor no siempre es la mejor; ya que a veces se produce una desalineación mayor por reducir la potencia transmitida o la vida útil de los acoplamientos. Los catálogos de los fabricantes enumeran información de diseño del cual se podrá elegir el acoplamiento más apropiado y, por lo común, la desalineación máxima para cada uno puede cambiar por varias razones: el asentamiento de la cimentación, el desgaste de los cojinetes y las distorsiones provocadas por vibración y cambios en la temperatura, etc.

9.2 Acoplamiento mecánico

Un acoplamiento mecánico es una serie de aquellos rígidos con ligamentos que forman una cadena cerrada, o una serie de cadenas cerradas. Cada ligamento tiene uno o más ligas, y éstas tienen diferentes grados de libertad (GDL) que le permiten tener movilidad entre los ligamentos. Un acoplamiento mecánico es llamado mecanismo si dos o más ligas se pueden mover con respecto a un ligamento fijo. Los acoplamientos mecánicos son usualmente designados para tener una entrada y producir una salida, por lo que se altera el movimiento, la velocidad, la aceleración, y se aplica una ventaja mecánica. Un acoplamiento mecánico que está designado a ser estacionario es llamado estructura.

Los acoplamientos más simples tienen un grado de libertad (GDL) de uno, lo que significa que hay una entrada de movimiento que produce una salida también de movimiento. La mayoría de los acoplamientos son igualmente planares; es decir, que todos los movimientos toman lugar en un solo plano. Los acoplamientos espaciales (no-planar) son más difíciles de diseñar y por tanto no son tan comunes.

La ecuación de Kutzbach-Gruebler es usada para calcular los grados de libertad (GDL) en los acoplamientos. El número de grados de libertad de un acoplamiento es también conocido como su movilidad.

Una versión simplificada de la ecuación de Kutzbach-Gruebler para los acoplamientos planares es:

$$m = 3(n - 1) - 2j \quad (9.1)$$

m = Movilidad = grados de libertad

n = Número de uniones (incluyendo la unión a tierra)

j = Número de pares cinemáticos de un grado de libertad (pin o bola movable)

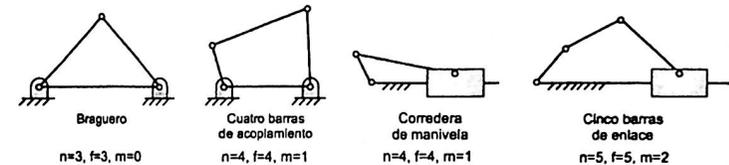


Figura 9.1. Acoplamientos.

9.2.1 Funciones

Los acoplamientos tienen por función prolongar líneas de transmisión de ejes o conectar tramos de diferentes ejes, estén o no alineados entre sí. Para llevar a cabo tales funciones, se dispone de diversos tipos de acoplamientos mecánicos.

9.3 Tipos y clasificación de acoplamientos

De acuerdo con la exactitud de alineación de los árboles que unen, el número de rpm (revoluciones por minuto) y las potencias que transmiten, los acoplamientos pueden ser:

- Acoplamientos rígidos
- Acoplamientos flexibles
- Acoplamientos articulados

9.3.1 Acoplamientos rígidos

Los acoplamientos rígidos se diseñan para unir dos ejes en forma apretada, de manera que no sea posible que se genere movimiento relativo entre ellos. Este diseño es deseable para ciertos tipos de equipos en los cuales se requiere una alineación precisa de dos ejes que puede lograrse; en tales casos, el acople debe diseñarse de tal forma que sea capaz de transmitir el torque en los ejes.

Los acoplamientos rígidos deben emplearse sólo cuando la alineación de los dos ejes puede mantenerse con mucha precisión, no sólo en el elemento en que se instalan, sino también durante la operación de las máquinas. Si surge desalineación angular, radial o axial significativa, aquellas tensiones que son difíciles de predecir: pueden conducir a una falla temprana del eje debida a fatiga, pueden ser inducidas sobre los ejes.

Dificultades como las anteriores son susceptibles de evitarse utilizando acoplamientos flexibles (véanse las figuras 9.2, 9.3 y 9.4).

9.3.2 Acoplamientos flexibles

Los acoplamientos flexibles son diseñados de tal manera que son capaces de transmitir torque con suavidad, en tanto permiten cierta desalineación axial, radial o angular.

Dependiendo del método utilizado para absorber la desalineación, los acoplamientos flexibles pueden dividirse en:

- Acoplamientos de elementos deslizantes
- Acoplamientos de elementos flexionantes

9.3.3 Acoplamientos de elementos deslizantes

Estos tipos de acoplamiento absorben la desalineación o por deslizamiento entre dos o más de sus componentes. Este deslizamiento y las fuerzas generadas por el momento de torsión transmitido generan desgaste. Para dar lugar a una vida adecuada, estos acoplamientos se lubrican, o se emplean elementos hechos de plástico de baja fricción. Los acoplamientos de este tipo tienen dos mitades en virtud de que cada par deslizante de elementos puede absorber sólo desalineación angular; se necesitan dos de estos pares para acomodar la desalineación paralela. Se puede comprender mejor este hecho si se supone que cada par de elementos deslizante es una junta articulada.

Estos acoplamientos se subdividen en:

- **Acoplamientos del tipo de engranaje:** estos acoplamientos constituyen el diseño más universal; pueden fabricarse casi para cualquier aplicación desde unos cuantos caballos de potencia hasta miles de ellos (desde menos de 1 rpm hasta más de 20.000 rpm). Para una aplicación determinada, un acoplamiento de engranaje suele ser más pequeño y

más ligero que el de otro tipo. Estos acoplamientos pueden utilizarse en máquinas con árboles acoplados cerrados o para grandes separaciones entre los árboles conectados. Por otra parte, requieren lubricación periódica (cada seis meses) debido a que el lubricante es sometido a grandes fuerzas centrífugas, son rígidos respecto de la tracción y son más caros que otros tipos de acoplamientos.

Un acoplamiento de engranaje para árboles acoplados cerrados tiene dos mitades unidas con tornillos, cada mitad sólo tiene tres componentes: un cubo, un manguito y un sello. El cubo tiene un juego de dientes externos y se asemeja bastante a un piñón. El manguito tiene un juego de dientes internos para acoplar cortados en tal forma que, cuando se desliza sobre el cubo, se tiene un juego (marca muerta) entre los dientes que se engranan. El sello está instalado en una ranura maquinada en la placa extrema del manguito y sirve a un doble propósito: retener el lubricante y evitar la entrada de polvo o agua al acoplamiento. Los manguitos tienen también uno o dos accesorios o tapones para grasa. Cuando existen grandes separaciones entre los árboles, se introduce un espaciador entre los dos manguitos. Las bridas se conectan con ocho o más tornillos, y se instala un empaque de papel, o anillo, entre ellas para sellar la punta (figura 9.5).

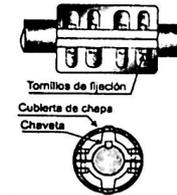


Figura 9.2. Acoplamiento rígido de manguitos.



Figura 9.3. Acoplamiento rígido de platillos.



Figura 9.4. Acoplamiento rígido por sujeción cónica.



Figura 9.5. Acoplamiento tipo engranaje.

- **Acoplamientos de cadena:** los acoplamientos de cadenas sobresalen por su sencillez. Todo lo que se necesita son dos ruedas dentadas y un trozo de cadena doble. Por lo general, se utiliza a baja velocidades, excepto cuando se les agrega una cubierta especial, metálica o de plástico, para contener el lubricante, de lo contrario sería expulsado por la acción de las fuerzas centrífugas. Este tipo se utiliza en aplicaciones acopladas cerradas (véase la figura 9.6).
- **Acoplamiento de rejilla de acero:** este tipo de acoplamiento es semejante en muchos aspectos al de engranaje. Tiene dos cubos con dientes externos, pero con un perfil especial. En vez de manguitos con dientes internos tiene una rejilla de acero que pasa por todos los dientes. Debido a que la rejilla se flexiona un poco bajo la acción del momento de torsión, este tipo es menos rígido respecto de la torsión que el de engranaje. (véase la figura 9.7).

9.3.4 Acoplamientos de elementos flexionantes

Estos acoplamientos absorben la desalineación por la flexión de uno o más de sus componentes. Con el tiempo, esta flexión puede hacer que falle el elemento, el cual deberá remplazarse. Resulta evidente que cuanto menor sea la desalineación que deba absorber el acoplamiento, menor será la flexión que deben sufrir los elementos, por lo que se puede obtener así un servicio más largo sin problemas.

Dependiendo del material utilizado del elemento flexionante, los acoplamientos se pueden dividir en dos tipos:

- Con elemento metálico
- Con elemento elastómero

Aquellos con elemento metálico sólo pueden absorber desalineación en cada punto de flexión. Para absorber desalineación paralela (no alineación), un acoplamiento necesita dos elementos flexionantes. Cuanto mayor sea la distancia entre los elementos, mayor será la no alineación que pueda absorber el acoplamiento.

Aquellos con elemento elastómero, sólo pueden absorber la no alineación de uno de los elementos. Están diseñados para máquinas acopladas que estén próximas entre sí; sin embargo, si se utilizan con un buje especial para centrar, pueden aplicarse en los casos en que existen separaciones grandes entre ejes.

- **Con elementos metálicos:** el elemento flexible no es de una sola pieza, se trata más bien de un paquete de muchos discos estampados, normalmente hechos con acero inoxidable. Los tamaños de un acoplamiento varían desde muy pequeños hasta muy grandes. Con unas cuantas excepciones, no se puede utilizar a altas velocidades. El paquete de discos múltiples ofrece la ventaja de un sistema redundante, y el acoplamiento puede

funcionar incluso después de que han fallado uno o más discos. Sin embargo, el remplazar discos debe hacerse con el paquete como un todo, en vez de remplazar sólo los discos quebrados.

Una desventaja de este tipo es que toleran muy poco error en el espaciamiento axial de las máquinas.

Por otra parte, esta desventaja se convierte en ventaja cuando se requiere un acoplamiento con flotación limitada en los extremos, como es el caso con los motores con cojinete de manguito, cuyo funcionamiento se apoya en su centrado magnético y no tienen cojinetes de empuje (figura 9.8)

- **Con elemento elastómero:** existen muy pocos diseños que utilizan elementos elastómeros: en algunos se tiene caucho, con o sin pliegues, y en otros se tienen plásticos. Cada modelo posee ventajas y desventajas propias, muchas veces la disponibilidad en algunas zonas es particular (determina cuál se utilizará). A continuación, se presentan los tipos más populares (figura 9.9a y b y 9.10).



Figura 9.6.
Acoplamiento de cadena.



Figura 9.7.
Acoplamiento de rejilla de acero.

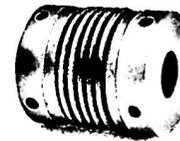


Figura 9.8.
Acoplamiento con elemento metálico.



Figura 9.9a.
Acoplamiento flexible de manguitos de goma.



Figura 9.9b.
Acoplamiento flexible de quijada de goma.



Figura 9.10
Acoplamiento flexible con disco flexible.

9.3.5 Acoplamientos articulados

Los acoplamientos articulados o angulares se utilizan cuando se requiere la transmisión de potencia entre árboles que se cortan con un ángulo determinado o árboles en diferentes posiciones.



Figura 9.11.
Acoplamiento articulado.

Instalación de acoplamiento: los acoplamientos se instalan en dos pasos: primero, cada mitad del acoplamiento se instala sobre su árbol; en segundo lugar, una vez que las máquinas están alineadas, las dos mitades se atornillan entre sí directamente o a través de un espaciador.

Lubricación de acoplamiento: los acoplamientos que incorporan elementos deslizantes requieren lubricación para minimizar el desgaste y en consecuencia incrementar su vida útil. Con unas cuantas excepciones, este tipo de acoplamiento se lubrica con grasas. El uso de lubricantes y procedimientos apropiados recompensan al usuario con una vida de servicio larga y sin problema, no todas las grasas son apropiadas para lubricar los acoplamientos. Los catálogos de los fabricantes listan sólo unas cuantas si no se consideran estas recomendaciones, o con las grasas que se listan deben aplicarse las ideas generales que se mencionan a continuación:

- En virtud de que los acoplamientos se apoyan en el efecto centrífugo para reforzar al lubricante entre las superficies deslizantes, las grasas pesadas no resultan buenas. Las grasas NLGI No.1 resultan lo mejor entre una buena lubricación y un sello adecuado.
- Debido a que el desgaste del acoplamiento disminuye al aumentar la viscosidad del aceite base de una grasa, debe seleccionarse una grasa mezclada con un aceite que tenga una viscosidad no menor que 900 SSU (Segundos Universales Saybolt) a 100° F. Se puede obtener esta información del fabricante de la grasa.
- Ya que las grasas se separan en aceite y jabón cuando se someten a fuerzas centrífugas durante mucho tiempo, y debido a que el jabón utilizado en las grasas no es lubricante, es necesario seleccionar aquellas que tengan muy poco jabón, de preferencia menos del ocho por ciento del peso total.
- Los acoplamientos deben lubricarse cada seis meses, y antes de bombear la grasa nueva debe abrirse y limpiarse para eliminar el lubricante viejo.

Causas generales de fallas en los acoplamientos: en general, las fallas en los acoplamientos se dividen en dos categorías:

- **Fallas debidas a efectos internos:** tales como un maquinado inapropiado o de mala calidad. Los problemas más comunes tienen que ver con la concentricidad, escuadrías de las partes coincidentes y tolerancias sobre los diversos diámetros usados como pilotos. Los materiales defectuosos han contribuido a muchas fallas prematuras de los acoplamientos. Otra causa de fallas debido a defectos internos es el diseño. Si la lubricación es apropiada en el punto exacto donde se requiere, un problema formidable, se admite que es difícil conducir el lubricante al área de extrema presión entre las caras deslizantes en contacto del acoplamiento. Esto es particularmente cierto en donde la carga transmitida es suave y uniforme. Bajo tales condiciones, la presión a través de las superficies deslizantes nunca cesa. Si esta presión es suficiente, la película del lubricante es expulsada por ella, quedando las superficies sin el beneficio de la lubricación. Un acoplamiento de este tipo, aunque esté muy desalineado, no tiene suficiente movimiento para restablecer la película deslizante. Al contrario de lo que podría suponerse, la acción centrífuga no fuerza al lubricante entre las caras en contacto. Para cualquier propósito práctico la presión se cancela debido a que trabaja con y contra las fuerzas causadas por el par. Las fuerzas y presiones desarrolladas por la transmisión del par son muchas veces las fuerzas y presiones causadas por rotación centrífuga, aun a velocidades de acoplamientos extremas.
- **Fallas a condiciones externas:** más allá de la capacidad del acoplamiento. Las más comunes son:

- Selección inapropiada del acoplamiento.
- Desalineamiento excesivo: para realizar una buena alineación deben comprenderse diversas posiciones relativas que pueden tener dos árboles. Éstas son:
 - Desalineación paralela: es la más fácil de comprender, medir y corregir.
 - Desalineación angular: es la más difícil de medir y corregir, rara vez se puede observar desalineación angular pura.
 - Desalineación combinada: es la más probable de encontrar entre dos árboles, y no puede corregirse en un solo paso.

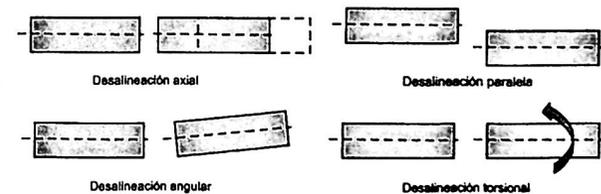


Figura 9.12. Tipos de desalineación.

9.4 Embragues y frenos

9.4.1 Embrague

La misión del embrague es conectar o desconectar el movimiento de giro del cigüeñal a la caja de cambios.

Cuando no se actúa sobre el pedal del embrague, lo que es su posición normal, el movimiento del motor se transmite a la caja de cambios. Al pisar el pedal, el embrague deja de transmitir dicho movimiento. Por tanto, el embrague es el elemento encargado de transmitir la potencia del motor a voluntad del conductor.

Mecánicamente, el embrague se puede considerar como un transmisor de par motor a un régimen de giro.

Las características que debe tener todo embrague deben ser tales que su diseño permita que su trabajo sea progresivo y elástico, para que el movimiento no se transmita brusca-mente o a tirones, y que absorba las variaciones de par del motor.

El embrague va colocado entre el volante del motor y la caja de cambios. Su puesta en funcionamiento puede ser manual, controlado por el conductor por medio de un pedal o palanca, automática, o bien en función del régimen de funcionamiento del motor. Según su forma de actuación, los embragues pueden clasificarse en embragues de fricción y embragues hidráulicos.

9.4.2 Freno

Un freno es un dispositivo utilizado para detener o disminuir la velocidad de algún cuerpo, generalmente un eje de transmisión o tambor. Los frenos son transformadores de energía, por lo cual pueden ser entendidos como una máquina *per se*, ya que transforman la energía cinética de un cuerpo en calor o trabajo y en este sentido pueden visualizarse como "extractores de energía". A pesar de que los frenos son también máquinas, por lo regular se les encuentra en la literatura del diseño como un elemento de máquina y en literaturas de teoría de control como actuadores.

El freno es utilizado por numerosos tipos de máquinas. Su aplicación es especialmente importante en los vehículos, como automóviles, trenes, aviones, motocicletas o bicicletas.

A continuación se presentan los tipos de frenos:

- **Frenos de fricción:** los frenos de fricción están diseñados para actuar mediante fuerzas de fricción, siendo éste el medio por el cual se transforma en calor la energía cinética del cuerpo a desacelerar. Siempre constan de un cuerpo fijo sobre el cual se presiona uno a desacelerar. Son muy utilizados en los vehículos.
- **Frenos de cinta o de banda:** utilizan una banda flexible, las mordazas o zapatas se aplican para ejercer tensión sobre un cilindro o tambor giratorio, que se encuentra solidario

al eje que se pretenda controlar. La banda al ejercer presión, genera la fricción con la cual se disipa en calor la energía cinética del cuerpo a regular.

- **Frenos de disco:** un freno de disco es un dispositivo cuya función es detener o reducir la velocidad de rotación de una rueda. Hecho normalmente de acero, está unido a la rueda o al eje.
- **Frenos de tambor:** el freno de tambor es un tipo en el que la fricción se causa por un par de zapatas o pastillas que presionan contra la superficie interior de un tambor giratorio, el cual está conectado al eje o la rueda.
- **Frenos de llanta:** utilizan como cuerpo móvil la llanta de una rueda. Son muy empleados en bicicletas y existen varios tipos.

Según el tipo de accionamiento:

- **Frenos neumático:** el freno neumático es un tipo de freno cuyo accionamiento se realiza mediante aire comprimido. Se utiliza principalmente en trenes, camiones, autobuses y maquinaria pesada. Utiliza pistones que son alimentados con depósitos de aire comprimido mediante un compresor, cuyo control se realiza mediante válvulas. Estos pistones actúan como prensas neumáticas contra los tambores o discos de freno.

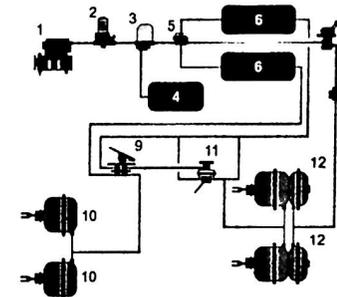


Figura 9.13. Esquema del freno neumático.

- **Frenos mecánico:** son accionados por la aplicación de una fuerza que es transmitida mecánicamente por palancas, cables u otros mecanismos a los diversos puntos del frenado. Se utilizan únicamente para pequeñas potencias de frenado y suelen requerir frecuentes ajustes para igualar su acción sobre las ruedas.

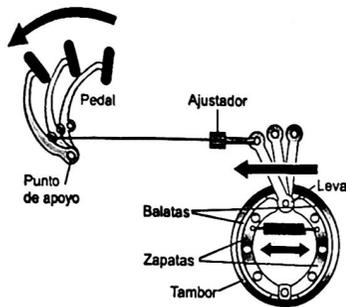


Figura 9.14. Esquema del freno mecánico.

- **Frenos hidráulicos:** el freno hidráulico es el que aprovecha la acción multiplicadora del esfuerzo ejercido sobre un líquido oleoso incompresible. La presión que se ejerce sobre un pistón que actúa sobre el líquido es transmitida a otros pistones que accionan los frenos, con lo cual se logra la misma presión de frenado en los distintos elementos de fricción y se evita la necesidad de realizar diferentes ajustes.

Su principal función es disminuir o anular progresivamente la velocidad del vehículo, o mantenerlo inmovilizado cuando está detenido. El sistema de freno principal, o freno de servicio, permite controlar el movimiento del vehículo, lo detiene si es preciso de una forma segura, rápida y eficaz, en cualquier condición de velocidad y carga en las que rueda. Los frenos deben cumplir los requisitos de inmovilizar al vehículo en pendiente, incluso en ausencia del conductor. Un freno es eficaz cuando al activarlo se obtiene la detención del vehículo en un tiempo y distancia mínimos. La estabilidad de frenada es buena cuando el vehículo no se desvía de su trayectoria. Una frenada es progresiva cuando el esfuerzo realizado por el conductor es proporcional a la acción de frenado.

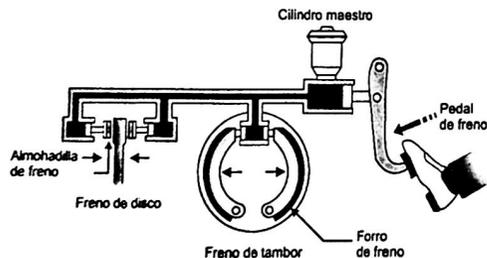


Figura 9.15. Esquema del freno hidráulico I.

- **Frenos eléctricos:** son un dispositivo que permite desacelerar o detener un vehículo mediante accionamiento eléctrico. El más utilizado es el freno eléctrico "ralentizador", que se emplea en los camiones y vehículos pesados para el descenso de pendientes largas, sin fatigar los frenos principales del vehículo.

Su funcionamiento está basado en el principio de la creación de corrientes que nacen en una masa metálica cuando ésta se sitúa en un campo magnético variable. Estas corrientes en forma de torbellino se denominan parásitas o corrientes de Foucault.

En su construcción se emplean unas bobinas cuyas polaridades están alternadas, se instalan en el estátor que está situado entre dos discos solidarios con el eje de la transmisión del vehículo. Estas bobinas, cuando se cierra su circuito eléctrico, crean un campo magnético fijo, y es el movimiento de los rotores lo que produce la variación de velocidad, ya que a mayor velocidad de giro, mayor es la fuerza de frenado generada por el campo electromagnético que atraviesa los discos rotores. La energía cinética del vehículo se disipa en forma de calor a través de unas aletas de refrigeración de las que están provistos los discos del rotor.

La principal ventaja de este sistema de frenado es que al no tener rozamiento entre partes mecánicas, el desgaste y el mantenimiento son mínimos, y permite frenar vehículos muy pesados, como camiones, autobuses o trenes, sin apenas consumo de energía.

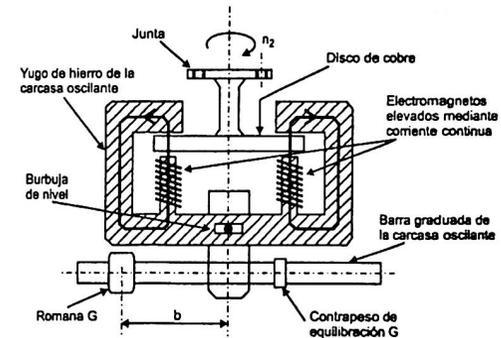


Figura 9.16. Esquema del freno hidráulico II.

- **Frenos dinámicos:** se aplican cuando los motores eléctricos de tracción de un vehículo son usados como generadores para disminuir la velocidad de aquél. Se denomina freno reostático cuando la electricidad generada es disipada en forma de calor por

medio de resistencias, y freno regenerativo cuando la energía producida es devuelta a la línea de alimentación o es almacenada en baterías para uso futuro. El freno dinámico reduce el desgaste de los componentes del sistema de freno convencional y, adicionalmente, puede reducir el consumo de energía.

Durante el frenado, los campos de los motores están conectados al generador principal (locomotora diésel-eléctrica) o a la línea de energía (locomotora eléctrica), mientras que los rotores están conectados a un banco de resistencias o a la línea de alimentación. Las ruedas de la locomotora hacen girar el rotor de los motores, y si los campos están excitados, dichos motores actúan como generadores.

Durante el frenado dinámico los motores de tracción están funcionando como generadores y conectados al banco de resistencias de frenado, las cuales imponen una gran carga en el circuito eléctrico, por lo que se disminuye la rotación de los motores. Si varía la cantidad de excitación en los campos de los motores y la cantidad de resistencia impuesta al circuito por medio del banco de resistencias, se puede frenar en forma efectiva unos 2 o 3 km/h.

Para los motores con imán permanente, el frenado dinámico es fácilmente realizado si se cortocircuitan sus terminales, lo que hace que el motor realice una parada brusca. Este método, sin embargo, disipa toda la energía en forma de calor en el mismo motor, y no puede usarse de otro modo que no sea intermitente y con baja potencia debido a las limitaciones en la refrigeración de los motores. No es adecuado para aplicaciones de tracción.

9.5 Tipos y clasificación de embragues

Existen diferentes tipos de embrague:

- Según el número de disco:
 - Hidráulico. No tiene discos. Se utiliza en vehículos industriales.
 - Monodisco seco.
 - Bidisco seco con mando único.
 - Bidisco con mando separado (doble).
 - Multidisco húmedo o seco.
- Según el tipo de mando:
 - Mando mecánico.
 - Mando hidráulico.
 - Mando eléctrico asistido electrónicamente.
 - Centrifugo.

9.5.1 Embrague de fricción de disco simple

El embrague de fricción disco simple o monodisco consta de las siguientes partes:

- Una tapa metálica unida al volante de inercia del motor mediante tornillos denominada campana, que gira solidaria con él y encierra entre ella y el volante al resto de las piezas.
- Un disco de embrague formado por una placa circular metálica sobre la cual, en su parte periférica, van unidas mediante remaches dos coronas circulares denominadas forros de embrague, constituidos por amianto, aglutinado con resinas sintéticas y dotado de una estructura a base de hilos de cobre o latón. En su parte central lleva un manguito estriado en el interior, dentro del cual se aloja un extremo del eje primario que está estriado exteriormente y se acopla al manguito del disco, con lo que entre ambos hay un grado de libertad.
- Un plato opresor metálico con forma de corona circular de gran espesor, del mismo tamaño que los forros de embrague, construido con acero de gran espesor y que lleva unos soportes sobre los cuales actúan, como se explicará más adelante, las patillas.
- Muelles que se apoyan por uno de sus extremos sobre la campana y, por el otro, sobre el plato opresor. Hay modelos que en lugar de muelles llevan un diafragma de acero.
- Unas palancas de primer género denominadas patillas, generalmente 3 o 4, que tienen su punto de apoyo unido a la campana. Por uno de sus extremos las patillas actúan sobre los soportes del plato opresor y por el otro se apoyan sobre el anillo de patillas.
- Un collarín de empuje formado por un rodamiento axial por cuyo orificio central pasa el eje primario, que se apoya por una cara en el anillo de patillas y por la otra recibe el empuje de una horquilla.
- Un sistema que transmite el movimiento desde el pedal de embrague hasta la horquilla, en unas ocasiones hidráulico y otras a base de varillas y palancas, y dotado en todos los casos de un muelle de recuperación del pedal.

9.5.2 Embragues de fricción de disco doble

El segundo disco de embrague, que da movimiento a la toma de fuerza, se sitúa entre los dos platos opresores, los cuales van unidos mediante unos tornillos que soportan muelles de presión, éstos apoyan por un lado sobre la tuerca del tornillo, y por el otro sobre el segundo plato opresor y hacen que el disco, si no se actúa comprimiendo los muelles, quede oprimido entre ambos.

El volante de inercia lleva unos topes para limitar el recorrido del primer plato opresor, gracias al cual el disco de embrague del eje primario queda oprimido sobre el volante.

Cuando no se actúa sobre el pedal del embrague que está suelto, los muelles empujan contra la carcasa y contra el segundo plato opresor, éste sobre el disco de la toma de fuerza, este disco sobre el primer plato opresor y éste sobre el disco del eje primario, de tal forma

que al moverse el volante y los platos opresores, arrastran a los dos discos de embrague dando a la vez movimiento al eje primario de la caja de cambios y a la toma de fuerza, para lo cual el segundo disco de embrague acciona un eje estriado exteriormente por el interior del cual pasa el eje primario.

Al actuar sobre el pedal del embrague hasta aproximadamente la mitad de su recorrido, las patillas tiran del segundo plato opresor y éste de los muelles, con lo que el eje primario queda libre y no transmite movimiento a la caja de cambios. En contraste con la toma de fuerza, cuyo disco de embrague continúa aprisionado entre los dos discos opresores y sigue girando.

9.5.3 Embrague hidráulico

El embrague hidráulico actúa como un embrague automático que permite transmitir una energía que supera al par resistente cuando alcanza un determinado régimen de giro.

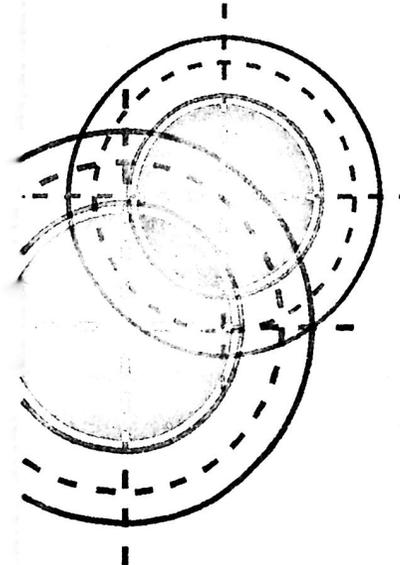
Su funcionamiento se basa en la transmisión de energía desde una bomba centrífuga a una turbina, usando para ello aceite mineral. Su operación se comprende si se suponen dos ventiladores colocados uno frente a otro, uno conectado a la red que impulsa el aire que choca con las aspas del otro y que, sin estar conectado, se pone a girar.

En esencia, consisten en dos coronas giratorias, que tienen forma de semitoroide, provistas de álabes, una de ellas va unida al cigüeñal y actúa como bomba, y la otra, unida al primario de la caja de cambios, actúa como turbina.

CAPÍTULO X

Cojinetes y lubricación

- 10.1 Introducción
- 10.2 Cojinetes
- 10.3 Lubricación de los elementos de máquinas
- 10.4 Cojinetes de contacto deslizante
- 10.5 Cojinetes de contacto rodante
- 10.6 Selección de rodamientos



10.1 Introducción

Cuando un elemento de máquina está soportado por un segundo elemento, y hay un movimiento relativo entre ellos, de tal forma que las superficies en contacto deslizan una sobre la otra, el conjunto constituye un cojinete. Pero comúnmente se ha dado en llamar cojinete al elemento que soporta o sobre el cual se mueve el otro elemento, el cual puede ser un gorrón, un collar de empuje, zapatas, etc.

10.2 Cojinetes

Los cojinetes se clasifican por lo general según el tipo de rozamiento que experimentan y por el tipo de carga que soportan. Según el tipo de rozamiento se distinguen los cojinetes de fricción o de deslizamiento, y los cojinetes de antifricción o de rodadura. Entre los primeros se cuentan los cojinetes de casquillo completo o buje y los de casquillo partido. Entre los segundos los de bolas o rodillos. Para mayor ilustración, en la figura 10.1 se muestran estos dos tipos de cojinetes.

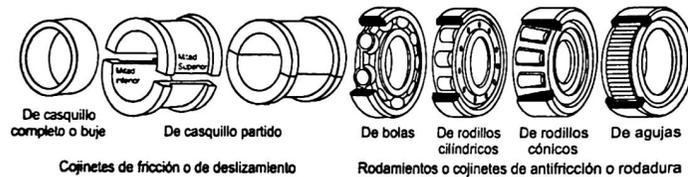


Figura 10.1. Tipos de cojinetes.

Según la carga que soportan, se encuentran:

- **Cojinetes radiales:** soportan cargas radiales transmitidas por ejes horizontales rotantes o gorriones.
- **Cojinetes axiales o de empuje:** soportan cargas axiales transmitidas por ejes verticales rotantes o pivotes.
- **Cojinetes de guías:** soportan cargas de distintos tipos, que guían los elementos móviles con trayectoria rectilínea, como son los patines de deslizamiento, colizas, etcétera. En la figura 10.2 se muestran los distintos tipos mencionados.

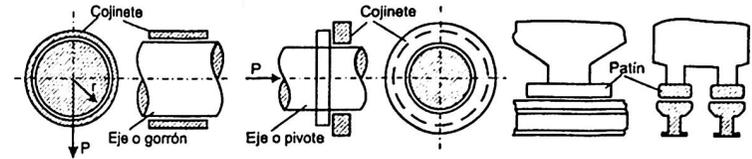


Figura 10.2. Tipos de cojinetes según la carga que soportan.

10.2.1 Lubricación de cojinetes

Desde el momento en que existe un movimiento relativo entre las superficies de contacto, una cierta cantidad de energía será utilizada para vencer la fuerza debido al rozamiento, y si las superficies se tocan entre sí, existirá elevación de temperatura y un desgaste rápido y pronunciado de éstas, con peligro de deformación, arrastre de material, avería, etc.

A fin de reducir el rozamiento, disminuir el desgaste y evitar averías, se coloca entre ambas superficies una sustancia formando un colchón o película que las mantiene separadas y, que al mismo tiempo, tiene muy bajo índice de rozamiento. Esta sustancia recibe el nombre de lubricante, es por lo general líquido o pastoso. De esta manera, se reemplaza el rozamiento entre sólido-sólido por otro entre sólido-líquido o pastoso. En estas condiciones, se dice que los cojinetes trabajan lubricados.

10.2.2 Tipos de lubricantes

Lubricante es toda sustancia que forma una película entre las superficies rozantes de sólidos, impidiendo en cierto grado el contacto directo de éstas entre sí. Los lubricantes pueden ser líquidos, sólidos y gaseosos. Entre los líquidos se encuentra el agua, los aceites lubricantes, etcétera. Como lubricantes sólidos se tiene la grasa (pastoso), el grafito, el disulfuro de molibdeno, etcétera. Los lubricantes gaseosos como el aire trabajan a presión y en muchos casos en compartimentos estancos.

10.2.3 Viscosidad

Es una de las propiedades más importantes de un fluido, y es la resistencia que presenta éste al fluir. Un fluido de baja viscosidad, en las mismas condiciones de presión y temperatura, fluirá más fácilmente que otro de mayor viscosidad. Se define como el frotamiento interno entre las moléculas del fluido cuando deslizan unas sobre otras. Cuanto mayor es este movimiento relativo, tanto mayor es la resistencia interna que ofrece el lubricante. Por causa de la viscosidad, es necesario ejercer una fuerza para obligar a una capa líquida, en

un movimiento laminar, a deslizar sobre otra, o para obligar a una superficie a deslizar sobre otra cuando hay una capa líquida entre ambas. La fuerza necesaria para deslizar una superficie o capa líquida sobre otra es una medida del frotamiento interno del fluido o de su resistencia al cizallamiento.

10.2.4 Lubricación inicial de cojinetes

- Luego de una rectificación se pueden generar fallas sobre las superficies de los cojinetes durante la puesta en marcha, esto por falta de lubricación en el momento del montaje.
- Los arranques en seco generan esfuerzos iniciales sobre los metales, que posteriormente pueden ocasionar fallas mayores.
- El block del motor debe ser lavado meticulosamente, prestando especial atención a las galerías de aceite.
- El cigüeñal debe ser lavado a conciencia usando cepillos y aire comprimido.
- Los conductos de aceite deben estar completamente libres de partículas.
- Se debe prestar especial atención en remover las partículas ferrosas tanto en el cigüeñal como en los cilindros.
- Nunca montar un cojinete en seco.
- Asegurarse de que los componentes asociados con el sistema de lubricación funcionan correctamente.
- Si el filtro de aceite es del tipo removible, es preciso asegurarse de utilizar el reemplazo especificado por el fabricante del motor.
- Luego del ensamble y de la instalación, se debe preparar el sistema de lubricación antes de la puesta en marcha.
- Se debe preparar el motor para la puesta en marcha inicial, primero interrumpir la inyección de combustible en los motores diésel o remover las bujías y desconectar la bobina de ignición en los motores nafteros.
- Luego, hacer girar el motor con el de arranque hasta que la luz de aceite se apague.

10.2.5 Determinación del coeficiente de rozamiento en cojinetes de deslizamiento lubricados

Se analizará la lubricación hidrodinámica de los cojinetes, considerando que la película lubricante formada por el movimiento de las superficies puede ser o totalmente fluida, si la película es lo suficientemente gruesa para mantener totalmente separadas las superficies en movimiento, o semifluida o de película delgada, cuando esta última no tiene el espesor suficiente para mantener completamente separadas las superficies en movimiento, si existe en este caso algún contacto entre las superficies. Cuando el lubricante es introducido a presión entre las superficies, la lubricación se denomina hidrostática, y se obtiene siempre una película gruesa.

Para el caso de película fluida, puede emplearse cualquier lubricante, ya que el mismo sólo se utiliza para separar las superficies. En cambio, en el de película delgada, el lubricante debe tener la propiedad de reducir el desgaste y la fricción del metal de las superficies en contacto y cuando se encuentran en movimiento.

Si se analiza el cojinete de fricción de la figura 10.3, la fuerza normal P que soporta la película de lubricante, debido al rozamiento existente entre capa y capa de fluido al deslizar unas sobre otras, produce la fuerza de rozamiento R . Si se denomina f al coeficiente de rozamiento, la expresión que da R , es:

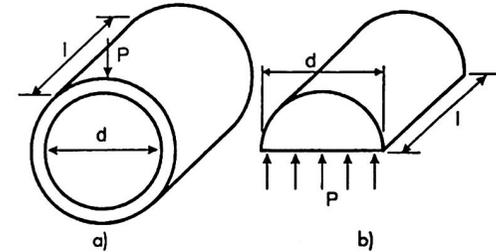


Figura 10.3. Cojinete de fricción.

$$R = p * d \dots \quad (10.1)$$

De la figura 10.3, la superficie S' sobre la que actúa la fuerza P es:

$$S' = l * d \dots \quad (10.2)$$

La presión p producida en la superficie S' por P , es:

$$p = \frac{P}{S'} = \frac{P}{l * d} \dots \quad (10.3)$$

$$P = p * l * d \dots \quad (10.4)$$

Por tanto, resulta:

$$R = f * p * l * d \dots \quad (10.5)$$

La fuerza R obtenida a partir del rozamiento es la misma que la obtenida a partir de la viscosidad, por lo que se tiene:

$$F = R. \quad (10.6)$$

$$\mu S \frac{dv}{de} = f * p \frac{S}{\pi} \dots \quad (10.7)$$

$$f * de = \frac{\mu\pi}{p} dv \dots \quad (10.8)$$

Integrando, obtenemos que:

$$f \int_0^e de = \frac{\mu\pi}{p} \int_0^v dv \dots \quad (10.9)$$

$$f * e = \frac{\mu\pi}{p} v \dots \quad (10.10)$$

$$f = \frac{\mu\pi}{p} v \frac{1}{e} \dots \quad (10.11)$$

como es:

$$v = \omega * r = \frac{2\pi nr}{60} = \frac{\pi nd}{60} \dots \quad (10.12)$$

reemplazando el valor de v en la ecuación C_1 , se tiene:

$$f = \frac{\mu\pi}{p} * \frac{\pi nd}{60} * \frac{1}{e} = \frac{\pi^2 d}{60e} * \frac{\mu n}{p} \dots \quad (10.13)$$

Pero tenemos que K_1 , que es una constante característica de cada cojinete es:

$$K_1 = \frac{\pi^2 d}{60e} \dots \quad (10.14)$$

de lo cual se obtiene que:

$$f = K_1 \frac{\mu n}{p} \dots \quad (10.15)$$

Con esta fórmula podemos obtener el coeficiente de rozamiento en cojinetes lubricados.

10.2.6 Materiales para cojinetes

Las cualidades que deben resumir los materiales usados en la construcción de cojinetes son:

- Capacidad de soportar cargas
- Elevada conductividad térmica
- Bajo coeficiente de rozamiento
- Suavidad de superficie
- Resistencia al desgaste
- Resistencia a la fatiga
- Resistencia a la corrosión

Ningún material reúne por sí solo estas cualidades y es por lo que se recurre a las aleaciones.

El material más utilizado es el bronce, aleación de cobre y estaño, si bien hay otros metales que se usan como cojinetes, unos utilizan como base el estaño y otros el plomo. Se caracterizan porque se ruedan muy pronto dando superficies muy lisas.

10.2.7 Espesor mínimo de la película de aceite

Si la lubricación es fluida, el espesor mínimo de la película de aceite es suficiente para que no se produzca el contacto entre las crestas de las superficies del gorrón y del cojinete. Existen diferentes factores en un cojinete, de los que depende el espesor mínimo de la película lubricante, como son el diámetro del gorrón y cojinete, rugosidad de las superficies en contacto, fuerza soportada por el eje, velocidad de rotación del eje.

Es muy importante el acabado de la superficie, tanto del gorrón como del cojinete, ya que ello determina el espesor de la película de aceite. Cuanto más rugosa es la superficie, más gruesa debe ser la película, lo que implica aumento en los coeficientes de rozamiento fluidos, pérdidas de potencia y calentamientos más elevados.

A fin de evitar o disminuir en la medida de lo posible calentamientos o deterioros de las superficies de los gorriones, que son endurecidos superficialmente para que no sufran un rápido desgaste, las superficies de los cojinetes se construyen de material especial, llamados de antifricción, y son el metal blanco, metal rosado, bronces, y otras denominaciones acordes con la composición de la aleación utilizada. Para estos cojinetes, y de acuerdo con la experiencia, pueden indicarse los siguientes espesores para la película de aceite:

Metal antifricción	Cojines usados en	Espesor de la película lubricante
Metal blanco	Motores de baja revoluciones	≥ 0.019 mm
Bronce, acabado fino	Aviones y automóviles	≥ 0.0025 mm
Metal rosado (Babbitt)	Turbogeneradores	De 0.075 mm a 0.125

Figura 10.4. Espesores para la película de aceite de algunos componentes.

10.2.8 Presión crítica del funcionamiento

Se denomina presión crítica de funcionamiento a aquella que rompe la película de aceite, presentándose entonces una lubricación imperfecta y rozando las superficies metálicas del gorrón y cojinete. La presión crítica dependerá en cada caso de los materiales usados en los cojinetes, y sobre todo del grado de pulimento de las superficies en contacto. No se cuenta con ninguna expresión que dé valores confiables para la presión crítica. Para la lubricación pelicular, Tatarinoff da para la carga de funcionamiento seguro, la expresión empírica:

$$F = \frac{\mu n d^4}{1805 \cdot 10^6 h c} * \left(\frac{L}{d}\right)^2 \dots \quad (10.16)$$

Si el espesor h de la película es $c/4$ y el área A proyectada del cojinete es $L * d$, la presión permisible se la puede obtener dividiendo la carga F dada por la ecuación (10.16) por el área proyectada A , resultando:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{\mu n}{45.2 \cdot 10^7} * \left(\frac{d}{c}\right)^2 * \frac{L}{L+d} \dots \quad (10.17)$$

La presión unitaria permitida con lubricación imperfecta depende de la intensidad del uso, del efecto del desgaste sobre el buen funcionamiento de la máquina y del costo de las reparaciones.

10.2.9 Capacidad de carga y vida de un rodamiento

Los esfuerzos a los que se ven sometidos los rodamientos al funcionar a altas velocidades, soportando cargas combinadas en forma cíclica, rozamientos, impactos, temperaturas, etcétera, hacen que se generen fallas por fatiga superficial de los elementos en contacto.

Por tal motivo, a efectos de establecer parámetros que permitan conocer el comportamiento que tendrá un rodamiento, su velocidad, duración y resistencia dentro de los límites impuestos por la tecnología aplicada, se han definido, basados sobre todo en resultados experimentales, distintos conceptos estadísticos que hay que considerar cuando se elija un cojinete de este tipo.

Así, para establecer la resistencia del mismo se han definido los conceptos de cargas soportadas por el rodamiento, como la capacidad de carga estática, la capacidad de carga dinámica y la carga equivalente, en tanto que para determinar su duración se define el concepto de vida del rodamiento.

10.3 Lubricación de los elementos de máquinas

10.3.1 Fricción

Cualquier pieza por bien terminada y pulida que parezca, tiene rugosidades en su superficie, que se constituyen en áreas de apoyo o interferencia al generar movimientos relativos entre dos objetos. Cuando sucede el movimiento, ocurre deslizamiento en las superficies de apoyo, lo cual genera una pérdida de energía mecánica durante el inicio, desarrollo y finalización del movimiento relativo entre dos cuerpos diferentes en contacto. En general, la fricción se puede entender como la resistencia que en consecuencia de sus irregularidades superficiales oponen dos o más cuerpos en contacto al movimiento.

Un parámetro importante para la medición de la fricción es el coeficiente de rozamiento μ el cual puede ser estático (cuerpos en reposo) o dinámico (cuerpos en movimiento).

Se pueden diferenciar dos estados de fricción:

- **Fricción fluida:** se tiene cuando existe una capa de lubricante líquido en medio de dos elementos sólidos. También puede subdividirse en:
 - **Hidrodinámica:** se logra circulando el lubricante con el movimiento relativo de los cuerpos.
 - **Hidroestática:** cuando las velocidades relativas entre los cuerpos son muy bajas para hacer circular el lubricante, se hace una presión externa para lograr el efecto de lubricación.
- **Fricción sólida:** ésta puede ser de dos tipos:
 - **Pura:** sucede entre dos materiales sin película separadora.
 - **Seca:** ocasionada por el contacto de dos materiales sólidos con una capa de contaminante entre ellos.

10.3.2 Desgaste

Es el cambio dimensional y de forma causado por el deterioro progresivo que sufren las superficies como consecuencia del movimiento relativo entre ellas.

Las causas más comunes de desgaste son:

- Contacto metal-metal: ocasionada por ausencia de una película de lubricante.
- Presencia de partículas abrasivas en el lubricante.
- Zonas con escasa película de lubricante, debido a presiones mal distribuidas.
- Desgaste de origen químico.
- Presencia de sólidos suspendidos en el lubricante.

10.3.3 Tipos de desgaste

- **Desgaste abrasivo:** sucede cuando se tienen partículas sólidas extrañas en el medio de lubricación. Cuando sucede este fenómeno se pueden observar rayaduras en las superficies.
- **Desgaste corrosivo:** Debido a la presencia de productos químicos (o simplemente humedad) que generan corrosión o herrumbre, lo cual hace que las capas externas del material sean más fáciles de separar del material base. Es por este fenómeno que las tuberías metálicas para la conducción de agua han sido reemplazadas por tuberías en PVC.
- **Desgaste pulimentado:** se dan por el normal ajuste de una máquina nueva en consecuencia de un proceso de asentamiento de sus partes, este tipo de desgaste se considera normal y por tanto no es necesario evitarlo. Debido a lo anterior, a la mayoría de las máquinas se les realiza el primer cambio de aceite en un tiempo corto con respecto al que se toma cuando aquella ya ha pasado por el proceso de ajuste.
- **Desgaste adhesivo:** cuando falla la lubricación por algún motivo se pueden presentar pequeñas soldaduras en cada una de las partes, las cuales ocasionan rasgaduras por ruptura.
- **Desgaste por corrientes eléctricas:** generadas por el paso de corrientes eléctricas a través de los componentes mecánicos.
- **Desgaste erosivo:** se presenta la utilización de lubricantes con mayor viscosidad que la necesaria, por la presencia de partículas abrasivas y por excesiva presión del aceite.
- **Desgaste por cavitación:** causado por la presencia de espuma en el lubricante.
- **Desgaste por interferencia:** causado por malos montajes que generan excesiva presión en los elementos, lo que concluye en una escasa circulación de lubricante.

10.3.4 Lubricación

Su principal objetivo es evitar el contacto de partes de forma directa y de esta manera minimizar las pérdidas de energía. Además, puede cumplir la función de refrigerante, control de oxidación y transmisión de potencia en circuitos hidráulicos. En lo posible, se debe garantizar una película de lubricación con un espesor superior a la suma de las alturas de las rugosidades que poseen las superficies metálicas en contacto.

Existen cuatro tipos o regímenes de lubricación:

- **Lubricación límite o de película delgada:** es aquella en la que se tiene un espesor de capa igual o inferior a la suma de la altura promedio de las rugosidades, permitiendo el contacto metálico como se muestra en la siguiente figura.

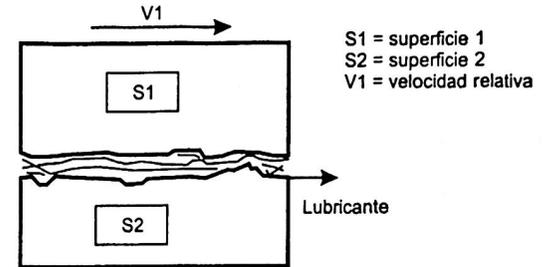


Figura 10.5. Lubricación de película delgada.

- **Lubricación de película llena:** se garantiza que el espesor de la película sea suficiente para no permitir el contacto de superficies metálicas. Se pueden diferenciar dos tipos de lubricación de película llena.
- **Lubricación hidrostática:** utiliza una fuente de energía adicional para suministrar el lubricante a presión.
- **Lubricación hidrodinámica:** es la más utilizada, ya que aprovecha la energía del sistema para su control y suministro, como se muestra en la figura 10.6.

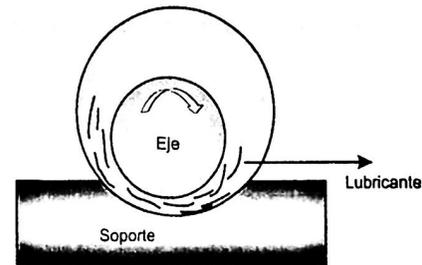


Figura 10.6. Lubricación hidrodinámica.

10.3.5 Tipos de lubricantes

Se pueden dividir bajo tres criterios:

1. Según su estado físico:

- Sólidos: se utilizan en condiciones de trabajo muy severas, algunos de ellos son grafito, bisulfuro de molibdeno y bisulfuro de tungsteno.
 - Semisólidos: básicamente, los podemos asimilar a las grasas.
 - Líquidos: aceites minerales y sintéticos.
- Gaseosos: utilizan gases a presión que circulan entre las superficies.

2. Según su procedencia:

- Minerales: consisten en una base lubricante y un aditivo que se les agrega para darles las propiedades.
- Sintéticos: elaborados a partir de la combinación de varios materiales de bajo peso molecular, para obtener otro de alto peso, con propiedades físicas superiores a las de los derivados del petróleo.
- Grasos: provienen de los animales y se mezclan con los minerales para mejorar algunas de sus propiedades, como la adhesividad.
- Compuestos bituminosos: obtenidos a partir de aceites minerales y asfaltos.

3. Según el servicio:

- Automotrices: son los utilizados para lubricar el motor, caja y diferencial, se clasifican según la norma SAE.
- Industriales.

10.3.6 Propiedades y pruebas fisicoquímicas de los lubricantes

La comprobación del estado de una máquina se puede realizar mediante el análisis fisicoquímico del lubricante, evitando de esta manera tener que desbaratar componentes complejos o críticos en tanto no sea necesario. Por eso, a continuación se mencionan algunas de las pruebas más comunes que se hacen a los lubricantes y se explican brevemente algunas de las más importantes.

• Aceites:

- Viscosidad: los fluidos se pueden considerar compuestos por una serie de capas sucesivas y la viscosidad como la resistencia que oponen a deslizarse unas sobre otras.

La viscosidad se puede determinar midiendo la fuerza necesaria para contrarrestar el desplazamiento de las diferentes capas de fluido.

- Punto de inflamación: cuando se calienta un aceite éste comienza a emanar vapores, si se tiene la cantidad necesaria para que se inflamen, se genera el fluido en el punto de inflamación y, si éste continúa ardiendo, se tendrá el punto de combustión.
- Punto de fluidez: ocurre a la mínima temperatura a la que el lubricante puede fluir luego de ser enfriado.
- Acidez y alcalinidad: algunos aceites tienen propiedades alcalinas que le son conferidas para neutralizar la acidez del combustible o de algunos otros elementos.
- Punto de congelación: es la temperatura a la cual el lubricante se convierte en un cuerpo sólido.
- Poder corrosivo: capacidad que tiene el lubricante para proteger las piezas que lubrica de la oxidación.

La mayoría de las características antes mencionadas son susceptibles de ser cambiadas mediante sustancias conocidas como aditivos.

- **Grasas:** son lubricantes sólidos o semisólidos compuestos esencialmente por espesantes, lubricantes y aditivos.
- Agentes espesantes: pueden ser jabones de aluminio, calcio, sodio, litio o no jabonosos como arcillas tratadas, materiales orgánicos.
- Lubricantes: se utilizan aceites derivados del petróleo, como el naftenico, parafinico o mixtos.
- Aditivos: antioxidantes, inhibidores de herrumbre, de extrema presión antidesgaste y colorantes.

Las propiedades más relevantes de las grasas son:

- Grado de penetración: se mide por la penetración de un cono estándar en una muestra de grasa a una temperatura de 25° C, durante 5 segundos.
- Punto de goteo: es la temperatura a la cual la grasa pasa del estado semisólido al líquido y fluye a través de un orificio especificado por las normas de ensayo.
- Separación de aceite: utilizando un papel filtro sobre el cual se coloca una muestra de grasa, se puede medir la tendencia del aceite a separarse de la grasa.

10.3.7 Aspectos a considerar en la selección de un lubricante

En el momento de seleccionar un lubricante es importante tener en cuenta los siguientes aspectos:

- **Temperatura:** si el sistema está trabajando a temperaturas altas o bajas y si existen variaciones importantes entre éstas (las cuales tendrán efectos sobre el índice de viscosidad).
- **Condiciones ambientales:** si se tiene un medio agresivo o no (demasiada humedad por ejemplo).
- **Presiones:** cuando el valor de éstas es bastante elevado se utilizan lubricantes sólidos, si son normales se trabaja con lubricantes líquidos o lo suficientemente bajas para aplicar grasas.
- **Calidad del medio:** si los residuos de lubricación generan contaminación en el entorno.
- **Velocidad:** si se tienen velocidades altas se pueden utilizar lubricantes de baja viscosidad, a medida que la velocidad disminuye la viscosidad a utilizar debe ser mayor.
- **Carga:** si son muy elevadas se implementan lubricantes de alta viscosidad.

Las grasas encuentran condiciones de utilización adecuadas cuando se tienen las de operación extremas, como son:

- Altas temperaturas.
- Elevadas presiones.
- Cargas de impacto.
- Bajas velocidades + altas presiones.
- Cuando partes de la maquinaria están altamente desgastadas.
- Cuando la reducción de ruido es importante.

10.3.8 Factores nocivos para el desempeño de los lubricantes

El buen desempeño de un medio de lubricación se puede ver negativamente afectado por los siguientes aspectos:

- **Altas temperaturas:** en las especificaciones del fabricante siempre se indica el rango de temperatura en el que trabaja adecuadamente su producto.
- **Contaminación:** con la presencia de sólidos como el polvo, partículas producidas por desgaste, mezclas accidentales con agua o lubricantes de diferentes tipos o fabricantes, se hace necesario cambiar el lubricante.
- **Métodos de aplicación del lubricante:** si el lubricante no es suministrado de la manera adecuada se pueden tener partes o sectores sin lubricar.
- **Incompatibilidad química:** algunos materiales pueden reaccionar químicamente con algunos de los componentes del lubricante, generando óxidos o ácidos.

10.4 Cojinetes de contacto deslizante

El cojinete de deslizamiento es, junto al de rodamiento, un tipo de cojinete usado en ingeniería. Un cojinete de deslizamiento es un cojinete en el que dos casquillos tienen un

movimiento en contacto directo, realizándose un deslizamiento con fricción, aunque se busca que ésta sea la menor posible. La reducción del rozamiento se realiza según la selección de materiales y lubricantes. Los lubricantes tienen la función de crear una película resbaladiza que separe ambos materiales evitando el contacto directo, y con ello el calentamiento y desgaste de las superficies.

Al tocarse las dos partes, que es uno de los casos de uso más solicitados de los cojinetes de deslizamiento, el desgaste en las superficies de contacto limita la vida útil. La generación de la película lubricante que separa por una lubricación completa requiere un esfuerzo adicional para elevar la presión, y que se usa sólo en máquinas de gran tamaño para grandes cojinetes de deslizamiento.

La resistencia al deslizamiento provoca la conversión por parte de la energía cinética en calor, y desemboca en las partes que sostienen los casquillos del cojinete.

- **Cojinete de deslizamiento de relojero:** hay que distinguir entre los cojinetes simples (lubricado o lubricados con grasa), cojinetes hidrodinámicos y cojinetes hidrostáticos. La resistencia al deslizamiento es fricción seca, fricción mixta o fricción líquida.
- **Cojinetes de fricción seca:** en rodamientos con fricción seca se utilizan materiales de baja fricción y combinaciones. A veces, también los hay "autolubricantes" (tal como con una aleación de plomo u hojalata, un plástico como el PTFE o cerámicos). La otra opción de fricción seca es con rodamientos de acero.
- **Cojinetes de fricción líquida:** en cojinetes de fricción, cuando se requiere baja pérdida de energía y durabilidad (por ejemplo, para la conversión de energía en una turbina o en generadores), se aplica la lubricación completa, es decir la fricción fluida. La película lubricante debe estar a presión para separar las superficies de contacto y lograr la resistencia al apoyo de uno sobre el otro. En cojinetes hidrostáticos se dispone de alguna bomba de aceite (por ejemplo en motores de combustión); en cojinetes hidrodinámicos, la presión de la película del aceite de lubricación ubicado entre las dos superficies en contacto se autogenera por su movimiento, pero esto significa que al iniciar y detener el movimiento no hay presión y existe fricción mixta.
- **Cojinetes de fricción mixta:** en los rodamientos lubricados se produce fricción mixta. El lubricante, grasas o aceites (de petróleo) se utilizan, al menos, en algún punto de las superficies de contacto, y tocando sólo las puntas, que establece una reducida resistencia al deslizamiento.

10.5 Cojinetes de contacto rodante

El rodamiento o cojinete de rodadura es un elemento mecánico que se sitúa entre dos componentes de una máquina, con un eje de rotación común, de forma que un componente puede girar respecto al otro.

Se utiliza en las máquinas rotativas como apoyo o soporte de los elementos portadores:

- Soporte de ejes: anillo interior fijo y anillo exterior móvil
- Soporte de árboles: anillo exterior fijo y anillo interior móvil

Se trata de un sistema mecánico diseñado para que los rozamientos originados durante el giro no sean de deslizamiento (cojinetes), sino de rodadura.

El elemento rotativo que puede emplearse en la fabricación del rodamiento puede ser de bolas, de rodillos o de agujas.

En los rodamientos, el movimiento rotativo, según el sentido del esfuerzo que soporta, puede ser axial, radial y axial-radial, etcétera. Un rodamiento radial es el que soporta esfuerzos radiales, que son de dirección normal a la que pasa por el centro de su eje; por ejemplo, una rueda es axial si soporta esfuerzos en la dirección de su eje, ejemplo en quicio y axial-radial si los puede soportar en los dos de forma alternativa o combinada.

La fabricación de los cojinetes de bolas o rodamientos es la que ocupa en tecnología un lugar muy especial, dados los procedimientos para conseguir la esfericidad perfecta de la bola. Los mayores fabricantes de ese tipo de rodamientos emplean el vacío para tal fin. El material es sometido a un tratamiento abrasivo en cámaras de vacío absoluto. El producto final es casi perfecto, también es atribuida la gravedad como efecto adverso.

10.5.1 Características de los rodamientos

Los rodamientos presentan muchas características similares a los cojinetes de fricción:

- Bajo rozamiento
- Tolerancias y acabados muy rígidos
- Necesidad de un montaje preciso
- Sensible a impactos, sobrecargas, humedad, suciedad
- Punto crítico dentro de la máquina, generalmente seleccionado para efectuar el mantenimiento

También existen ciertas ventajas:

- El coeficiente de rozamiento es inferior y además prácticamente independiente de la velocidad y de la carga
- Admite carga axial
- Algunos tipos son autoalineables

Algunas desventajas:

- Precio más elevado
- Montaje más complejo

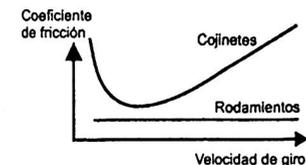
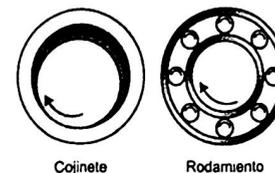


Figura 10.7. Gráfica de comparación entre los cojinetes y rodamientos.

10.5.2 Tipos de rodamientos

- **Rodamientos rígidos de bolas:** son usados en una gran variedad de aplicaciones. Son fáciles de diseñar, no separables, capaces de operar en altas e incluso muy altas velocidades, y requieren poca atención o mantenimiento en servicio. Estas características, unidas a su ventaja de precio, hacen a estos rodamientos los más populares de todos (véase la figura 10.8).

Características:

- Altas velocidades
- Soporta cargas radiales y axiales
- Pérdidas bajas
- Son los más usados

- **Rodamientos con hilera de bolas con contacto angular:** el rodamiento de una hilera de bolas con contacto angular tiene dispuestos sus caminos de rodadura, de forma que la presión ejercida por las bolas es aplicada oblicuamente con respecto al eje. Como consecuencia de esta disposición, el rodamiento es especialmente apropiado para soportar no sólo cargas radiales, sino también grandes cargas axiales, debiendo montarse el mismo en contraposición con otro rodamiento que pueda recibir carga axial en sentido contrario (véase la figura 10.9).

Características: soportan cargas radiales y axiales, una hilera (fuerza axial en un sentido), dos hileras (fuerza axial en ambos sentidos).

- **Rodamientos de agujas:** son rodamientos con rodillos cilíndricos muy delgados y largos en relación con su menor diámetro. A pesar de su pequeña sección, estos rodamientos tienen una gran capacidad de carga y son eminentemente apropiados para las aplicaciones donde el espacio radial es limitado. Este tipo de rodamientos es comúnmente muy utilizado en los pedales para bicicletas (véase la figura 10.10).

Ventajas:

- Cuando el espacio radial es limitado.

- **Rodamientos de rodillos cónicos:** el rodamiento de rodillos cónicos, debido a la posición oblicua de los rodillos y caminos de rodadura, es especialmente adecuado para resistir cargas radiales y axiales simultáneas. Para casos en que la carga axial es muy importante hay una serie de rodamientos cuyo ángulo es muy abierto. Éste debe montarse en oposición con otro rodamiento capaz de soportar los esfuerzos axiales en sentido contrario. El rodamiento es desmontable: el aro interior con sus rodillos y el aro exterior se montan cada uno por separado. Son los de mayor aplicación (véase la figura 10.11).

Características:

- Soportan cargas axiales y radiales en un sentido.
- Adecuados para bajas velocidades (3 o 4 veces menores que las de los radiales de bolas).
- **Rodamientos de rodillos cilíndricos de empuje:** son apropiados para aplicaciones que deben soportar pesadas cargas axiales. Además, son insensibles a los choques, son fuertes y requieren poco espacio axial. Son rodamientos de una sola dirección y por tanto pueden aceptar cargas axiales en una dirección únicamente. Su uso principal es en aplicaciones donde la capacidad de carga de los rodamientos de bolas de empuje es inadecuada. Tienen diversos usos industriales y su extracción es segura, de modo que, rápida y sencillamente, se puede usar cualquier tipo y donde se requiera (véase la figura 10.12).
- **Rodamiento axial:** el rodamiento axial de rodillos a rótula tiene una hilera de rodillos situados oblicuamente, los cuales, guiados por una pestaña del aro fijo al eje, giran sobre la superficie esférica del aro apoyado en el soporte. En consecuencia, el rodamiento posee una gran capacidad de carga y es de alineación manual. Debido a la especial ejecución de la superficie de apoyo de los rodillos en la pestaña de guía, éstos giran separados de la pestaña por una fina capa de aceite. El rodamiento puede, por lo mismo, girar a una gran velocidad, aun soportando una elevada carga. Contrariamente a los otros rodamientos axiales, éste puede resistir también cargas radiales, asimismo la fuerza ejercida es horizontal con la carga aplicada (véase la figura 10.13).

- **Rodamiento de bolas a rótula:** los rodamientos de bolas a rótula tienen dos hileras de bolas que se apoyan sobre un camino de rodadura esférico en el aro exterior, permitiendo desalineaciones angulares del eje respecto al soporte. Son utilizados en aplicaciones donde pueden producirse desalineaciones considerables; por ejemplo, por efecto de las dilataciones, de flexiones en el eje o por el modo de construcción. De esta forma, liberan dos grados de libertad (GDL) correspondientes al giro del aro interior respecto a los dos ejes geométricos perpendiculares al eje del aro exterior. Este tipo de rodamientos tiene menor fricción que otros tipos, por lo que se calientan menos en las mismas condiciones de carga y velocidad, siendo aptos para mayores velocidades (véase la figura 10.14).

- **Rodamientos de rodillos cilíndricos:**

- **Rodamiento de rodillos cilíndricos del tipo NUP:** un rodamiento de rodillos cilíndricos normalmente tiene una hilera de rodillos. Éstos son guiados por pestañas de uno de los aros, mientras que el otro aro puede tener pestañas o no (véase la figura 10.15).

Según sea la disposición de las pestañas, hay varios tipos de rodamientos de rodillos cilíndricos:

- Tipo NU: tienen dos pestañas en el aro exterior y no tienen en el aro interior. Sólo admiten cargas radiales, son desmontables y permiten desplazamientos axiales relativos del alojamiento y eje en ambos sentidos.
- Tipo N: tienen dos pestañas en el aro interior y no tienen en el aro exterior. Sus características son similares al anterior tipo.
- Tipo NJ: tienen dos pestañas en el aro exterior y una pestaña en el aro interior. Puede utilizarse para la fijación axial del eje en un sentido.
- Tipo NUP: tienen dos pestañas integrales en el aro exterior y con una pestaña integral y dos pestañas en el aro interior. Una de las pestañas del aro interior no es integral; es decir, es similar a una arandela para permitir el montaje y el desmontaje. Se utilizan para fijar axialmente un eje en ambos sentidos.

Los rodamientos de rodillos son más rígidos que los de bolas y se utilizan para cargas pesadas y ejes de gran diámetro.

- **Rodamientos de rodillos a rótula:** el rodamiento de rodillos a rótula tiene dos hileras de rodillos con camino esférico común en el aro exterior siendo, por tanto, de alineación automática. El número y tamaño de sus rodillos le dan una capacidad de carga muy grande. La mayoría de las series puede soportar no solamente fuertes cargas radiales, sino también cargas axiales considerables en ambas direcciones. Pueden ser reemplazados por rodamientos de la misma designación, que se dará por medio de letras y números según corresponda a la normalización determinada (véase la figura 10.16).

- **Rodamientos axiales de bolas de simple efecto:** el rodamiento axial de bolas de simple efecto consta de una hilera de bolas entre dos aros, uno de los cuales, el aro fijo al eje, es de asiento plano; mientras que el otro, el aro apoyado en el soporte, puede tener asiento plano o esférico. En este último caso, el rodamiento se apoya en una contraplaca. Los rodamientos con asiento plano deberían, sin duda, preferirse para la mayoría de las aplicaciones, pero los de asiento esférico son muy útiles en ciertos casos para compensar pequeñas inexactitudes de fabricación de los soportes. El rodamiento está destinado a resistir solamente carga axial en una dirección (figura 10.17).
- **Rodamientos de aguja de empuje:** pueden soportar pesadas cargas axiales, son insensibles a las cargas de choque y proveen aplicaciones de rodamientos duros requiriendo un mínimo de espacio axial (figura 10.18).



Figura 10.8.
Rodamientos rígidos de bolas.



Figura 10.9.
Rodamientos con hilera de bolas con contacto angular.

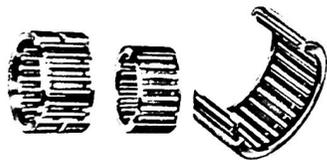


Figura 10.10.
Rodamientos de agujas.



Figura 10.11.
Rodamientos de rodillos cónicos.



Figura 10.12.
Rodamientos de rodillos cilíndricos de empuje.

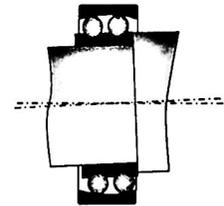


Figura 10.14.
Rodamiento de bolas a rótula.



Figura 10.16.
Rodamientos de rodillos a rótula.

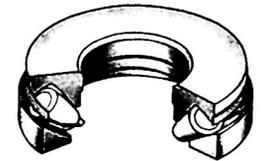


Figura 10.13.
Rodamiento axial.



Figura 10.15.
Rodamientos de rodillos cilíndricos.



Figura 10.17.
Rodamientos axiales de bolas de simple efecto.



Figura 10.18.
Rodamientos de
aguja de empuje.

10.5.3 Fallas de los rodamientos

Entre las principales fallas de rodamientos, destacan:

- Fatiga superficial
- Desgaste
- Picado
- Exfoliación por fatiga
- Incrustación de bolas
- Desgaste de la jaula debido a falta de lubricante

Algunas causas son:

- Falla normal por fatiga superficial
- Cargas excesivas
- Inadecuada lubricación
- Contaminación
- Montaje incorrecto

10.5.4 Materiales de rodamiento

Los elementos rodantes (bola o rodillo) y los elementos soporte (anillo o disco) se fabrican en aceros duros, con alta resistencia a la fatiga y al desgaste, con una dureza del orden de 500-700° Brinell.

Son dos tipos:

- Aceros al temple total: aceros al cromo (1% de carbono y 1.5 % de cromo).
- Aceros de cementación: aceros al cromo-manganeso o al cromo-níquel (0.15 % de carbono).

Los elementos rodantes y las pistas de rodadura tienen un tratamiento superficial especial, pues varía su dureza respecto de la de los soportes.

Las jaulas se realizan en aceros más blandos, poliamida, resina fenólica, latón o bronce. Se fabrican por prensado, mecanizado o forjado.

10.6 Selección de rodamientos

10.6.1 Procedimiento de la selección

Los rodamientos están disponibles en una gran variedad de tipos, configuraciones y tamaños. Para seleccionar el rodamiento más adecuado para una aplicación, es importante considerar una serie de factores.

Por lo regular, se selecciona un tipo de rodamiento provisionalmente, considerando la disposición del conjunto, las condiciones de funcionamiento, el espacio disponible, el costo, etcétera. Posteriormente, se selecciona el rodamiento para satisfacer los requerimientos de vida deseada. Luego se han de considerar además de la vida de fatiga, la vida de la grasa, ruido y vibraciones.

Consideraciones de selección:

- **Espacio disponible:** el espacio disponible para los rodamientos está generalmente limitado. En la mayoría de los casos, el diámetro del eje se ha determinado atendiendo a las especificaciones de la máquina. Por ello, el tipo de rodamiento y sus dimensiones son determinados con base en el diámetro interior del mismo. Por esta razón, todas las tablas están determinadas en relación con los diámetros interiores.
- **Capacidad de carga:** las características magnitud y dirección de las cargas que actúan sobre un rodamiento son muy variables. En general, la capacidad de carga básica que se muestra en las tablas de rodamientos es indicador de la misma. Sin embargo, para determinar el tipo apropiado de rodamiento se tiene que considerar si la carga aplicada es radial o es una combinación de radial y axial. Al comparar rodamientos de las mismas dimensiones, los de rodillos tienen una mayor capacidad de carga que los de bolas, y son superiores cuando se producen cargas de choque.
- **Magnitud de la carga:** éste es normalmente el factor más importante para determinar el tamaño del rodamiento a utilizar. En general, para las mismas dimensiones principales, los rodamientos de rodillos pueden soportar mayores cargas de rodamientos de bolas, y aquellos que están llenos de elementos rodantes pueden soportar mayores cargas que los que tienen jaula. Los rodamientos de bolas son los más usados cuando las cargas son pequeñas o moderadas; los que tienen rodillos son la elección más adecuada para cargas pesadas y ejes de grandes diámetros.
- **Dirección de la carga:** carga radial: con las excepciones de los rodamientos de rodillos cilíndricos sin pestañas en algunos de sus aros (tipo UN y N) y de los rodamientos radiales de agujas, que sólo son adecuados para cargas estrictamente radiales, todos los demás rodamientos radiales pueden soportar tanto cargas radiales como axiales.
- **Velocidad de rotación:** la velocidad máxima de los rodamientos varía dependiendo de su tipo, tamaño, tolerancia, tipo de jaula, método de lubricación, cargas, etcétera. En general, los rodamientos rígidos de bolas, de contacto angular y los de rodillos cilíndricos, son los más adecuados para aplicaciones con altas velocidades.

- **Precisión de funcionamiento:** para los cabezales principales de máquina-herramienta que requieren alta precisión de funcionamiento, o aplicaciones de alta velocidad tales como sobrealimentadores, se utilizan normalmente los rodamientos de precisión clase 5, 4 o 2. Los rodamientos rígidos de bolas, los de rodillos cónicos y los de contacto angular, son los más aconsejables para aplicaciones que requieran alta precisión de funcionamiento.
- **Rigidez:** al aplicar cargas sobre un rodamiento se producen algunas deformaciones elásticas en las áreas de contacto entre los caminos y elementos de rodadura. Los rodamientos de rodillos tienen menos deformación elástica que los de bolas. Además, en algunos casos, se precarga al rodamiento para conseguir mayor rigidez. Este procedimiento se aplica frecuentemente en los rodamientos rígidos de bolas, de contacto angular y los de rodillos cónicos.
- **Desalineación de los aros interior/externo:** debido a la deflexión del eje, errores de montaje y a errores dimensionales, el eje y alojamiento, los aros interiores y exteriores están ligeramente desalineados. En casos donde el desalineamiento será grande, los rodamientos de bolas autoalineantes, los de rodillos esféricos, o con capacidad de autoalineación, son la elección más correcta.
- **Nivel de ruido y par:** los rodamientos son fabricados con una alta precisión. Por ello, el nivel de ruido y par son mínimos. Para aplicaciones que requieren particularmente poco ruido o bajo par, los rodamientos rígidos de bolas y los de rodillos cilíndricos son los más apropiados.
- **Desplazamiento axial:** un eje u otro elemento de máquina va normalmente soportado sobre un rodamiento fijo y un rodamiento libre. Los rodamientos fijos proporcionan enclavamiento axial en ambos sentidos al elemento de la máquina. Los rodamientos más adecuados para este fin son los que absorben cargas combinadas, o los que pueden proporcionar fijación axial en combinación con un segundo rodamiento.
Los rodamientos libres deberán permitir los desplazamientos axiales para que no sufran esfuerzos adicionales como resultado, por ejemplo, de la dilatación térmica del eje. Entre los rodamientos más adecuados figuran los de aguja y los de rodillo cilíndrico con uno de los aros sin pestaña (tipo UN y N); pueden usarse también los rodamientos de rodillo cilíndrico tipo NJ y alguno de los tipos de rodillo cilíndrico llenos de rodillo. Estos rodamientos permiten el desplazamiento axial de los rodillos con respecto a uno de los caminos de rodadura, por lo que tanto los aros interiores como los exteriores pueden montarse con ajuste de interferencia.
- **Montaje y desmontaje:** algunas aplicaciones requieren frecuentes montajes y desmontajes para inspecciones periódicas. Los rodamientos más apropiados para tales aplicaciones son los separables, tales como los de rodillos cilíndricos, rodillos cónicos o de agujas. También los rodamientos de bolas autoalineantes y los tamaños pequeños de rodillos esféricos con agujero cónico pueden ser montados y desmontados fácilmente, mediante la utilización de manguitos.

- **Rodamiento con agujeros cilíndricos:** los rodamientos con agujeros cilíndricos son más fáciles de montar cuando son de diseño desarmable, particularmente se precisan ajustes de interferencia para los dos aros. Se prefieren también cuando se requiere un frecuente montaje y desmontaje de rodamiento. Los aros interiores de estos rodamientos, por ejemplo, los de rodillos cilíndricos, los de rodillos cónicos y los de agujas, se pueden montar independientemente de los aros exteriores. Entre los tipos de rodamientos no desarmables figuran los rígidos de bola, los de bolas a rótulas y los de bolas con contacto angular, así como los rodamientos de rodillo a rótula.
- **Rodamiento con agujeros cónicos:** los rodamientos con agujeros cónicos pueden montarse sobre un eje cónico o sobre un eje cilíndrico usando un manguito de fijación o de desmontaje. Son fáciles de montar y de desmontar.
- **Capacidad de carga y vida:** el tamaño del rodamiento que se utilizará para una determinada aplicación se selecciona inicialmente con base en su capacidad de carga, comparada con las cargas que deberá soportar, y con las exigencias de duración y de fiabilidad requerida por la aplicación en cuestión. La velocidad de carga se expresa en los cálculos por medio de valores numéricos que representan las capacidades de carga nominales básicas de los rodamientos. En las tablas de rodamientos se indican los valores de capacidad de carga dinámica C y de capacidad de carga estática Co de los diferentes rodamientos.
- **Capacidad de carga:** la capacidad de carga dinámica C se usa para los cálculos en que intervienen rodamientos sometidos a esfuerzos dinámicos, es decir, al seleccionar un rodamiento que gira sometido a carga y expresa aquella que puede soportar el rodamiento, alcanzando una vida nominal de 1 000 000 de revoluciones.
Las capacidades de carga de los rodamientos SKF se han determinado de acuerdo con la Norma ISO 281:1990. Los valores están basados en los materiales y las técnicas de fabricación empleadas por SKF en la producción estándar, y son válidas para cargas constantes, tanto en magnitud como en dirección, radiales para rodamientos radiales y axiales centrados para rodamientos axiales.
La capacidad de carga estática Co se usa en los cálculos cuando los rodamientos giran a velocidad muy baja, cuando están sometidos a movimientos lentos de oscilación o cuando están estacionarios bajo carga durante ciertos periodos. Debe tomarse en cuenta cuando, sobre un rodamiento giratorio (sometido a esfuerzo dinámico), actúan elevadas cargas de choque de corta duración.
La capacidad estática se define según ISO 76:1987 como la carga estática a la que corresponde una tensión calculada en el centro de superficie de contacto más cargada entre elementos rodantes y caminos de rodadura de:

- 4600 Mpa para los rodamientos de bolas a rótulas
- 4200 Mpa para todos los demás rodamientos de bolas
- 4000 Mpa para todos los demás rodamientos de rodillos

Esta tensión produce una deformación permanente total del elemento rodante y del camino de rodadura, que es aproximadamente igual a 0.0001 del diámetro del elemento rodante. Las cargas son puramente radiales para rodamientos radiales y cargas axiales centradas para rodamientos axiales.

- **Vida:** la vida de un rodamiento se define como el número de revoluciones (o de horas a una velocidad constante determinada) que el rodamiento puede dar antes de que se manifieste el primer signo de fatiga (desconchado) en uno de sus aros o en uno de sus elementos rodantes.

Sin embargo, los ensayos de laboratorio y la experiencia obtenidos en la práctica han puesto de manifiesto que rodamientos aparentemente idénticos, funcionando en idénticas condiciones, tienen vidas diferentes. Es por tanto esencial para el cálculo del tamaño del rodamiento una definición clara del término vida. Toda la información que lleva SKF sobre capacidades dinámicas está basada en la vida alcanzada o sobrepasada por 90% de los rodamientos aparentemente idénticos de un grupo suficientemente grande. A esta vida se le denomina vida nominal y va de acuerdo con la definición ISO. La vida media de los rodamientos es aproximadamente cinco veces la vida nominal.

Existen otros conceptos de vida de un rodamiento; uno de ellos es la vida de servicio, que es la duración real alcanzada por un rodamiento antes de fallar. El fallo generalmente no se debe en primer lugar a la fatiga, sino al desgaste, la corrosión, el fallo de la obturación, etc.

Otro de los conceptos es la vida especificada, que es la determinada por una autoridad en la materia con base en datos hipotéticos de carga y velocidad suministrados por la misma autoridad. Por ejemplo, esta vida especificada generalmente es una vida L_{10} (vida nominal) requerida.

- **Fórmula de la vida nominal:** el método más simple para calcular la duración de un rodamiento consiste en la aplicación de la fórmula ISO de la vida nominal, es decir:

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^P = L_{10}^{\frac{1}{P}} \dots \quad (10.18)$$

siendo:

- L_{10} = Vida nominal, en millones de revoluciones
- C = Capacidad de carga dinámica, en N
- P = Carga dinámica equivalente, en N

P = Exponente de la fórmula de la vida

$P = 3$ para los rodamientos de bolas

$P = 10/3$ para rodamientos de rodillos

Para rodamientos que funcionen a velocidades constantes, será más conveniente expresar la duración nominal en horas de servicio usando para ello la ecuación:

$$L_{10h} = \frac{1000000}{60n} \left(\frac{C}{P}\right)^P \dots \quad (10.19)$$

siendo:

$$L_{10h} = \text{Vida nominal, en horas de servicio}$$

$$n = \text{Velocidad de giro, en r/min}$$

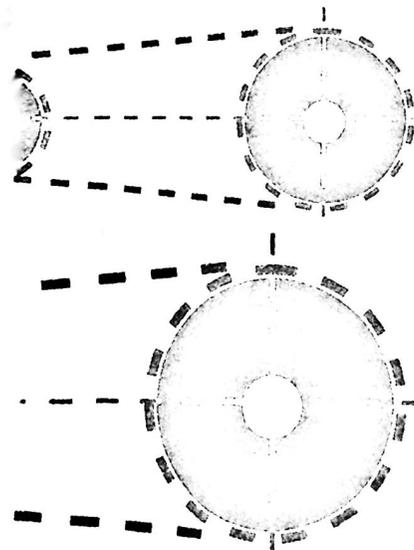
La vida L_{10h} en función de la seguridad de carga C/P y la velocidad de rotación n .

Éstas son las consideraciones para seleccionar un rodamiento, se debe saber para qué serán usados y los requerimientos en función con base en los puntos antes mencionados; tendremos un amplio criterio de acuerdo con el que más se acople a las necesidades de la máquina.

CAPÍTULO XI

Árboles y ejes

- 11.1 Introducción
- 11.2 Conceptos y aplicaciones
- 11.3 Árboles y ejes flexibles
- 11.4 Resortes



11.1 Introducción

Los árboles y ejes son elementos de máquinas, generalmente de sección transversal circular, usados para sostener piezas que giran solidariamente o entorno a ellos. Algunos elementos que se montan sobre árboles y ejes son ruedas dentadas, poleas, piñones para cadena, acoples y rotores. Los ejes no transmiten potencia y pueden ser giratorios o fijos. Por otro lado, los árboles o flechas son elementos que giran soportando pares de torsión y transmitiendo potencia. Las figuras muestran transmisiones por cadenas, por correas y por ruedas dentadas, respectivamente, en las cuales la transmisión de potencia se lleva a cabo mediante árboles, poleas, correas, ruedas dentadas, estrellas y cadenas, entre otros elementos.

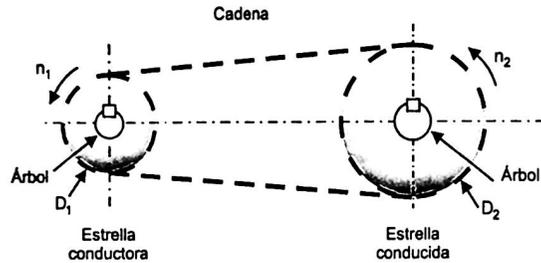


Figura 11.1. Transmisión por cadenas.

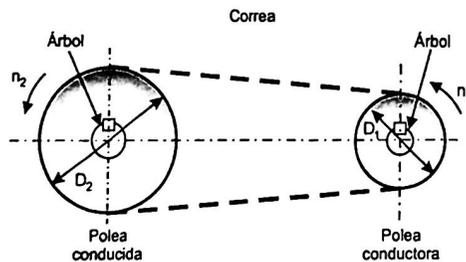


Figura 11.2. Transmisión por correas.

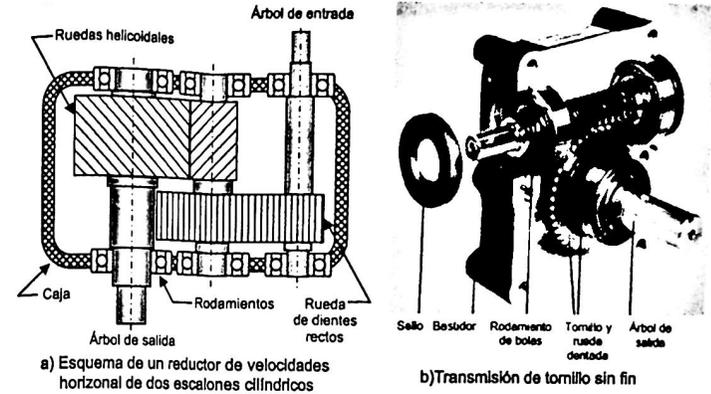


Figura 11.3. Transmisiones por ruedas dentadas.

Los árboles están sometidos a torsión, flexión, carga axial y fuerzas cortantes, y al menos alguna de estas cargas es variable (en un árbol girando sometido a un momento flector constante, actúan esfuerzos normales variables). Como los esfuerzos en los árboles son combinados y variables, debe aplicarse la teoría de fatiga para esfuerzos combinados.

11.2 Conceptos y aplicaciones

11.2.1 Ejes

Son elementos destinados a que una o más ruedas puedan girar libremente, como es el caso de ejes de vagones de ferrocarril y los ejes delanteros de automóviles de tracción a las ruedas traseras.

Los ejes no transmiten potencia y por ello están sometidos únicamente a esfuerzos de flexión, con efecto de fatiga los ejes de vagones y sin efecto de fatiga los ejes de automóviles.

Los ejes pueden ser redondos y giratorios, tal como son los de vagones, o tener cualquier otra forma y ser estacionarios, como es el caso de los ejes de automóviles.

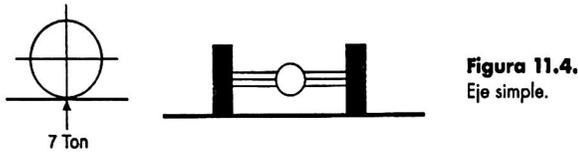
Tipos de ejes:

- **Ejes fijos:** permiten el giro de los elementos mecánicos situados sobre ellos, pero no giran solidariamente con éstos, es decir, los elementos mecánicos giran libremente sobre ellos.

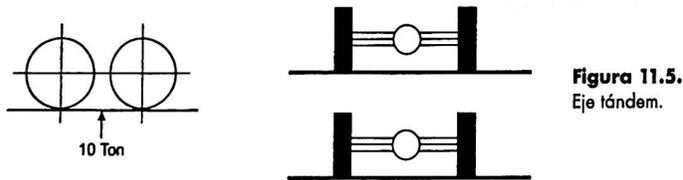
- **Ejes giratorios:** pueden girar solidariamente con algunos de los elementos situados sobre ellos.

Ejes de vehículos:

- **Eje simple:** se denomina eje simple al elemento constituido por un solo eje no articulado a otro, puede ser motriz o no, direccional o no, anterior, central o posterior. El peso máximo admisible para un eje simple de 2 neumáticos es de 7000 kg (15 Kips).



- **Eje tándem:** se denomina eje tándem al elemento constituido por dos ejes articulados al vehículo por dispositivos comunes, separados por una distancia menor a 2.4 metros. Éstos reparten la carga en partes iguales, sobre los dos ejes. Los ejes de este tipo pueden ser motrices, portantes o combinados. El peso máximo admisible para un eje tándem de cuatro neumáticos es de 10 000 kg (22 Kips).



- **Eje tridem:** se denomina eje tridem al elemento constituido por tres ejes articulados al vehículo por dispositivos comunes, separados por distancias menores a 2.4 metros. Éstos reparten la carga sobre los tres ejes. Los ejes de este tipo pueden ser motrices, portantes o combinados. El peso máximo admisible para un eje tridem de seis neumáticos es de 17 000 kg (37 Kips).

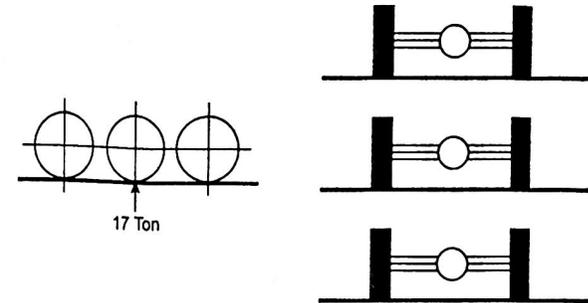


Figura 11.6. Eje tridem.

- **Eje doble:** se denomina eje doble a una combinación de dos ejes separados por una distancia mayor de 2.4 metros. Para la determinación de su peso máximo admisible, se considera como dos ejes simples (11 ton por eje).

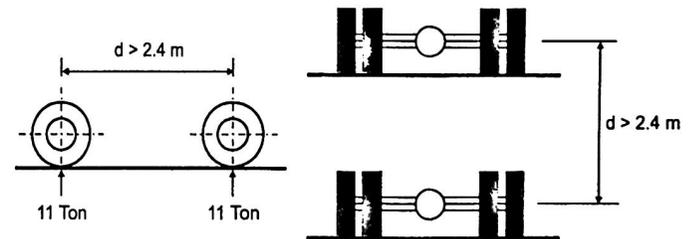


Figura 11.7. Eje doble.

- **Eje triple:** se denomina eje triple a una combinación de tres ejes separados por una distancia mayor de 2.4 metros. Para la determinación de su peso máximo admisible, se considera como tres ejes simples (11 ton por eje).

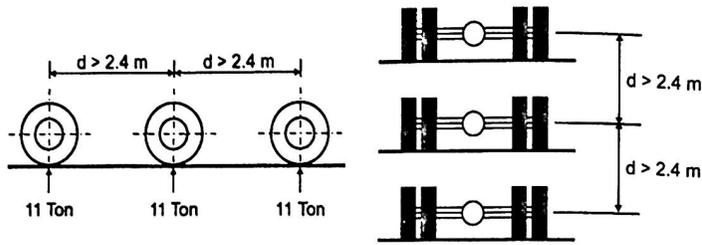


Figura 11.8. Eje triple.

11.2.2 Árboles

Se conocen como árboles a los elementos giratorios encargados de transmitir potencia, estando por ello sometidos, a veces, a esfuerzos de torsión pura y casi siempre a esfuerzos combinados de torsión y flexión.

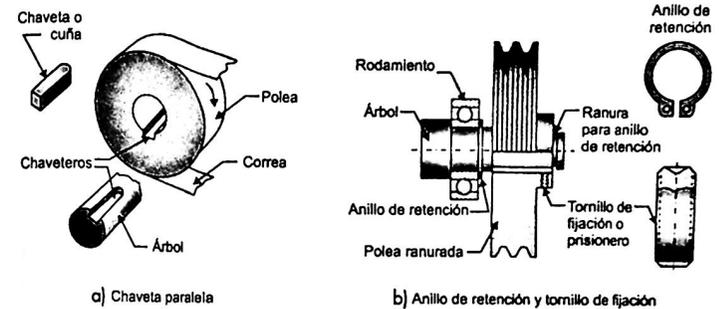
El esfuerzo de torsión se produce al transmitir torque, y la flexión debido a las fuerzas radiales que aparecen según sea la forma en que se transmite la potencia a otro árbol (mediante acoplamientos, cadenas de transmisión, correas planas y trapeciales, por medio de engranajes, etc.).

Los árboles, en general, quedan expuestos a esfuerzos de fatiga, especialmente en flexión. Los árboles casi siempre son redondos y escalonados, aunque también existen árboles acodados como los cigüeñales y árboles flexibles.

Configuración y accesorios de los árboles

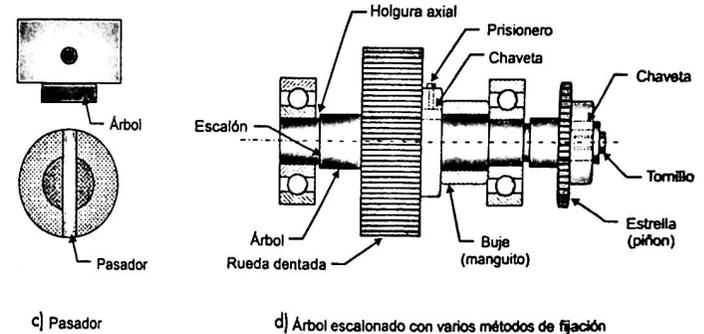
Usualmente, los árboles son cilindros escalonados (figura 11.9d), con el fin de que los hombros o resaltos sirvan para ubicar axialmente los diferentes elementos. Además, los hombros sirven para transmitir cargas axiales. En los árboles se usan diferentes elementos para la transmisión de potencia o para posicionar o fijar las piezas que se montan sobre éstos. Algunos métodos utilizados para transmitir pares de torsión y potencia son las cuñas o chavetas (figura 11.9a), ejes estriados, espigas o pasadores (figura 11.9c), ajustes a presión, ajustes abusados (con superficies cónicas) y conectores ranurados. Para evitar movimientos axiales de las piezas se usan, por ejemplo, hombros, tornillos de fijación o prisioneros (figura 11.9b), anillos de retención (figura 11.9b), pasadores (figura 11.9c), collarines de fijación, tornillos (figura 11.9d) y manguitos (véase la figura 11.9d). Algunos métodos sirven tanto para fijar axialmente las piezas, como para transmitir par de torsión (por ejemplo, los pasadores). Las chavetas y los pasadores actúan

como "fusibles"; es decir, son elementos "débiles" (y baratos) que tienden a fallar en caso de una sobrecarga, protegiendo así las piezas caras.



a) Chaveta paralela

b) Anillo de retención y tornillo de fijación



c) Pasador

d) Árbol escalonado con varios métodos de fijación

Figura 11.9. Configuración de los árboles.

11.2.3 Diámetros normalizados

Para el dimensionamiento de ejes y árboles se dará preferencia, si no existe una buena razón en su contra, a los siguientes diámetros normalizados:

10; 12; 15; 17; 20; 25; 30; 35; 40; 45; 50; 55; 60; 70; 80; 90; 100; 110; 125; 140; 160; 180; 200; etc., aumentando de 20 en 20 mm hasta 500 mm, cuando sobre ellos se deban montar rodamientos.

Para los extremos de árboles de motores eléctricos, reductores de velocidad, motorreductores, en aquellas partes donde se montan acoplamientos, poleas, ruedas de cadenas, ruedas de engranajes y otros elementos afines, los diámetros recomendados son los correspondientes a las cifras normativas DIN 323, series R5, R10, R20 y eventualmente serie R40, que se anotan enseguida:

10; 11; 12; 12,5; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 21; 22; 24; 25; 26; 28; 30; 32; 34; 36; 38; 40; 42; 45; 48; 50; 53; 56; 60; 63; 67; 70; 75; 80; 85; 90; 95; 100; 110; 120; 125; 130; 140; 150; 160; 170; 180; 190; 200; 210; 220; 240; 250; 260; 280; 300; 320; 340; 360; 380; 400; 420; 450; 480; 500.

Siempre que sea posible, para dimensionar los diámetros de los ejes, se dará preferencia a los valores de la serie R5, que son aquellos anotados en tamaño mayor y en negritas. Si lo anterior no es posible, se preferirán los valores de la serie R10, anotados en tamaño mediano y en negrita. Si esto tampoco es posible se usará la serie R20, cuyos valores aparecen anotados en tamaño mediano. Por último, se usarán los valores de la serie R40, anotados en tamaño pequeño.

11.2.4 Materiales para ejes y árboles

Para confección de ejes y árboles, en la mayoría de los casos, en nuestro país se prefieren aceros según norma SAE. De tal manera que, preferentemente, se usan los siguientes aceros:

- SAE 1010 y SAE 1020 para árboles poco cargados o de uso esporádico, donde sea deseable un bajo costo de fabricación o cuando algunas partes de los elementos deban ser endurecidas mediante cementación.
- SAE 1045 es un acero para árboles más corrientemente usado, pues el mayor contenido de carbono le otorga más dureza, mayor resistencia mecánica y un costo moderado. No obstante lo anterior, cuando este acero se endurece por templado sufre deformaciones y baja su resistencia a la fatiga.
- SAE 4140 es un acero al cromo molibdeno bonificado de alta resistencia que se emplea en ejes muy cargados y en donde se requiere alta resistencia mecánica.
- SAE 4340 es un acero al cromo níquel molibdeno bonificado de máxima tenacidad, resistencia a la tracción y torsión, que se aplica a los cálculos para el diseño de árboles.

- DIN St 42 es un acero ordinario con 420 N/mm² de resistencia mínima a la rotura en tracción, que se emplea en árboles y ejes poco cargados o pertenecientes a mecanismos de uso poco frecuente.
- DIN St 50 o DIN St 60 son también aceros ordinarios con 500 N/mm² y 600 N/mm² respectivamente, que se emplean cuando los ejes o los árboles quedan sometidos a mayores sollicitaciones.
- DIN I5Cr3 es un acero de cementación de baja aleación que se usa especialmente para árboles de cajas de cambio de automotrices, con una resistencia a la ruptura en tracción entre 600 y 850 N/mm².
- DIN 15CrNi6 es un acero aleado de cementación con resistencia a la ruptura en tracción entre 900 y 1200 N/mm², usado en la confección de árboles de cajas de cambio fuertemente sollicitados.
- DIN Ck45 o DIN Ck60 son aceros al carbono bonificados con bajo contenido de fósforo y azufre, para la confección de ejes y árboles medianamente sollicitados.
- DIN 34CrMo4 o DIN 37MnSi5 son aceros bonificados, con alta resistencia a la fatiga, aptos para la confección de ejes, árboles, cigüeñales.
- DIN 30CrMoV9 o DIN 36CrNiMo4 son aceros bonificados para la confección de árboles muy fuertemente sollicitados.

El material más utilizado para árboles y ejes es el acero. Se recomienda seleccionar un acero de bajo o medio carbono, de bajo costo. Si las condiciones de resistencia son más exigentes que las de rigidez, podría optarse por aceros de mayor resistencia. Es necesario hacer el diseño constructivo al inicio del proyecto, ya que para poder hacer las verificaciones por resistencia, por rigidez y de las frecuencias críticas, se requieren algunos datos sobre la geometría o dimensiones del árbol. Por ejemplo, para verificar la resistencia a la fatiga en una sección determinada es necesario tener información sobre los concentradores de esfuerzos que estarán presentes en dicha sección, así como algunas relaciones entre dimensiones.

El diseño constructivo consiste en la determinación de las longitudes y diámetros de los diferentes tramos o escalones, así como en la selección de los métodos de fijación de las piezas que se van a montar sobre el árbol. En esta etapa se deben tener en cuenta, entre otros, los siguientes aspectos:

- Fácil montaje, desmontaje y mantenimiento.
- Los árboles deben ser compactos, para reducir material tanto en longitud como en diámetro (recuérdese que a mayores longitudes, mayores tenderán a ser los esfuerzos debidos a flexión y, por tanto, los diámetros).
- Permitir fácil aseguramiento de las piezas sobre el árbol para evitar movimientos indeseables.
- Las medidas deben ser preferiblemente normalizadas.
- Evitar discontinuidades y cambios bruscos de sección, especialmente en sitios de grandes esfuerzos.

- Generalmente los árboles se construyen escalonados para el mejor posicionamiento de las piezas.
- Generalmente los árboles se soportan sólo en dos apoyos, con el fin de reducir problemas de alineamiento de éstos.
- Ubicar las piezas cerca de los apoyos para reducir momentos flectores.
- Mantener bajos los costos de fabricación.
- Basarse en árboles existentes o en la propia experiencia para configurar el árbol (consultar catálogos y analizar reductores y sistemas de transmisión de potencia).

11.3 Árboles y ejes flexibles

11.3.1 Componentes de un eje flexible

Torque: el torque a ser transmitido y el tamaño de núcleo del eje que hace juego (y derivado de lo mismo, la manguera protectora) se pueden determinar con base en la potencia y la velocidad usando la fórmula 11.1. Los valores indicados en las tablas de tamaños aplican para velocidades de 20% de la velocidad máxima y en condiciones de instalación recta. A velocidades mayores, el máximo torque disminuye proporcionalmente lineal.

No debe exceder el torque máximo admisible según lo especificado en la tabla, dado que puede ocasionar una deformación permanente del eje, siendo:

$$Md = \frac{P \cdot 9550}{n} \quad (11.1)$$

Md = Torque máximo permisible (Nm)

P = Potencia (kW)

n = Revoluciones por minuto (RPM)

Dirección de rotación: los ejes flexibles difieren tanto en su construcción como en su dirección de devanado. Un eje con devanado izquierdo (en relación con su capa más exterior) puede transmitir un torque mayor en la dirección de las manecillas del reloj que en la dirección contraria a éstas. Dependiendo de la construcción del eje, éste puede tener aproximadamente la misma fuerza en ambas direcciones.

Geometría en servicio: dado que la geometría en el servicio afecta la potencia transmisible, los ejes flexibles deben instalarse con el mayor radio posible.

Influencia del radio de la curvatura sobre el poder transmisible: los torques y las velocidades indicadas en la tabla son aplicables para operaciones en condiciones relativamente de poca curvatura. Si opera el eje extremadamente curvado, los valores se reducirán por debajo de los indicados.

Radio mínimo de curvatura: es el radio máximo admisible de curvatura en la operación del eje.

Radio en servicio: dado que los ejes flexibles reducen la necesidad de una alineación exacta del motor y la herramienta, se logra la simplificación del diseño de la herramienta. En el caso de desalineación paralela del motor y la herramienta, el radio de curvatura se puede calcular de la siguiente manera:

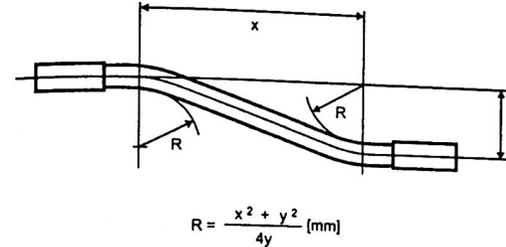


Figura 11.10.
Cálculos de desalineación paralela del motor y herramienta.

Velocidad: la velocidad máxima de un eje flexible está señalada en la tabla. La velocidad admisible está en función de las condiciones de instalación y del torque a ser transmitido.

Guía del eje: como regla, el eje se debe guiar de 20 a 30x el diámetro. No todas las fundas protectoras son adecuadas para todas las aplicaciones (por ejemplo, por calor ocasionado por fricción). Para determinar la relación diámetro del eje al diámetro interior de la funda, como regla se puede suponer que sea de 1:1.2.

Longitud: en la práctica, dependiendo de la aplicación y del diámetro del eje, los ejes flexibles con longitudes de hasta 15 metros han probado su efectividad.

Fundas: en el caso de núcleos rotatorios de alta velocidad y de núcleos de longitud mayor a 5 u 8 cm, es recomendable utilizar una funda protectora para asegurar:

- La protección del personal y los equipos.
- La posibilidad de manipular el eje mientras está operando.
- La protección del núcleo rotatorio y para conservar la lubricación del eje.
- Una guía y apoyo constantes al núcleo. (Los ejes de torsión se pueden asegurar con anillos guía).

Operación suave: que el eje rotatorio no se haga "caireles" durante la operación a carga torsional, la absorción de golpes y de fuerzas de empuje.

Servicio: el servicio requerido depende de las condiciones de trabajo existentes. Bajo uso normal sin condiciones adversas (humedad, calor, polvo, etc.), el núcleo debe limpiarse y engrasarse después de 200 horas de operación aproximadamente. Bajo condiciones extremas, por ejemplo si se moja, lo recomendable es que debe limpiarse y engrasarse después de 50 horas de operación aproximadamente.

11.4 Resortes

11.4.1 Introducción

En el diseño de la mayoría de los elementos mecánicos es deseable que la deformación inducida por el estado de cargas actuante sea lo más baja posible. Sin embargo, los resortes mecánicos cumplen en las máquinas la misión de elementos flexibles, pudiendo sufrir grandes deformaciones por efecto de cargas externas, sin llegar a transformarse en permanentes; es decir, pueden trabajar con un alto grado de resiliencia (capacidad de un material para absorber energía en la zona elástica).

Un resorte mecánico es un elemento de máquina que posee la capacidad de acumular energía mecánica para liberarla oportunamente con el fin de ejercer fuerza, brindar flexibilidad o reducir vibraciones.

La variedad de sus formas es muy amplia y sus aplicaciones, que van desde un simple interruptor eléctrico hasta la suspensión de un transbordador espacial o el mecanismo antivibratorio del telescopio de Monte Palomar, son innumerables.

Los resortes mecánicos, como puede observarse en la figura 11.11, pueden tener formas especiales o bien pueden estar constituidos por láminas metálicas planas o por alambre.

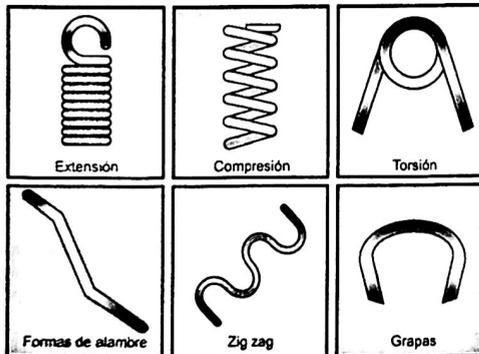


Figura 11.11.
Resortes.

Asimismo, los resortes de alambre pueden tener secciones circulares, elípticas, cuadradas o rectangulares y distintas configuraciones geométricas.

11.4.2 Tipos y aplicación

De acuerdo con las fuerzas o tensiones que puedan soportar, se distinguen tres tipos principales de resortes:

Resortes de tracción: estos resortes soportan exclusivamente fuerzas de tracción y se caracterizan por tener un gancho en cada uno de sus extremos, de diferentes estilos: inglés, alemán, catalán, giratorio, abierto, cerrado o de doble espira. Estos ganchos permiten montar los resortes de tracción en todas las posiciones imaginables.

Resortes de compresión: estos resortes están especialmente diseñados para soportar fuerzas de compresión. Pueden ser cilíndricos, cónicos, bicónicos, de paso fijo o cambiante.

Resortes de torsión: son los resortes sometidos a fuerzas de torsión (momentos).

Existen resortes que pueden operar tanto a tracción como a compresión. También existe una gran cantidad de resortes que no tienen la forma habitual; quizás la forma más conocida sea la arandela *grower*.

Aplicaciones

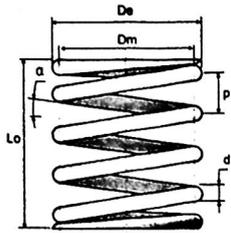
Las aplicaciones de los resortes son muy variadas, entre las más importantes destacan:

- Como elementos absorbedores de energía o cargas de choque, por ejemplo en chasis y topes de ferrocarril.
- Como dispositivos de fuerza para mantener el contacto entre elementos, tal como aparece en los mecanismos de leva y en algunos tipos de embragues.
- En sistemas de suspensión o amortiguación, percibiendo la energía instantánea de una acción externa y devolviéndola en forma de energía de oscilaciones elásticas.
- Como elemento motriz o fuente de energía, como en mecanismos de reloj y juguetes, dispositivos de armas deportivas, etc.
- Como absorbedores de vibraciones.

11.4.3 Diseño de un resorte (helicoidales de compresión y de tensión)

Resortes helicoidales cilíndricos de alambre de sección transversal circular

Resortes para trabajar a compresión: helicoidales de sección transversal circular. En la figura 11.12 se muestra un resorte helicoidal cilíndrico sin carga, donde se tienen sus diversos parámetros y la forma de denotarlos.



De : diámetro exterior
 Dm : diámetro medio
 Lo : longitud libre
 d : diámetro de alambre
 α : ángulo de hélice
 p : paso

Figura 11.12. Resorte helicoidal cilíndrico de alambre de sección transversal circular.

Diagrama de cuerpo libre. La parte seleccionada ejercerá una carga cortante directa y un momento torsor en la otra parte, notándose que el efecto de la carga axial es el de producir una torsión en el alambre.

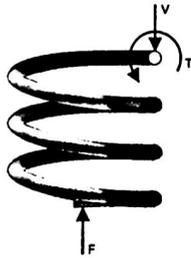


Figura 11.13. Diagrama de cuerpo libre.

Por tanto, de forma general se tiene que:

$$\tau_T = \frac{Fa}{A} \pm \frac{T \left(\frac{d}{2} \right)}{J} \quad (11.2)$$

siendo:

T = Par torsional
 J = Momento polar de inercia
 A = Área de la sección transversal

La distribución de esfuerzos quedará de la siguiente manera:

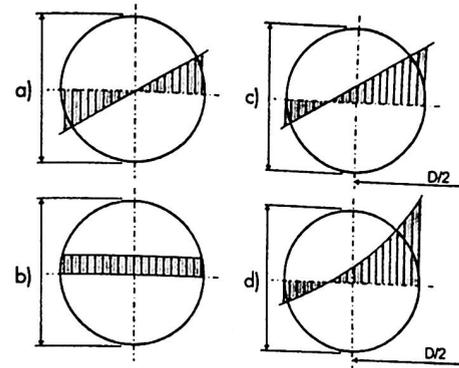


Figura 11.14. a) Efecto de torsión pura, b) efecto de corte puro, c) efectos combinados y d) tomando en cuenta el concentrado de esfuerzos por curvatura.

Sin considerar el efecto de concentración de esfuerzos debido a la curvatura del alambre, se obtiene un esfuerzo cortante máximo en las fibras interiores del resorte de la ecuación:

$$\tau = \frac{8FaDm}{\pi d^3} + \frac{4Fa}{\pi d^2} = \frac{8FaDm}{\pi d^3} \left[1 + \frac{0.5}{(Dm/d)} \right] \quad (11.3)$$

siendo:

Fa = Fuerza axial de compresión
 Dm = Diámetro medio
 d = Diámetro del alambre

Ahora se define el índice del resorte (C) como una medida de la curvatura de las espiras:

$$C = \frac{Dm}{d} \quad (11.4)$$

Siendo K_s un factor de aumento de esfuerzo cortante, definido mediante la ecuación:

$$K_s = 1 + \frac{0.5}{C} \quad (11.5)$$

Reacomodando, nos queda que:

$$\tau = K_s \frac{8FaDm}{\pi d^3} = K_s \frac{8FaC}{\pi d^2} \quad (11.6)$$

Como recomendación práctica puede tomarse para C , el rango de valores dado por:

$$4 \leq C \leq 12$$

Es importante resaltar que el factor de multiplicación para el esfuerzo cortante K_s , sólo considera los efectos debido a corte puro; sin embargo, investigaciones realizadas sobre el particular revelan que el esfuerzo cortante debido a la curvatura del alambre, está concentrado en su mayoría en la parte interna de los resortes; por tanto, al estar sometidos sólo a cargas estáticas, sufrirán fluencia en las fibras interiores, aliviando dicho esfuerzo, por lo que podría despreciarse el efecto de curvatura.

En condiciones de fatiga, el esfuerzo debido a curvatura es significativamente importante y para ello se utiliza un factor K_c , que considera el efecto de la curvatura del alambre, haciendo las veces de un factor de concentración de esfuerzos.

$$K_c = \frac{K_b}{K_s} \quad (11.7)$$

siendo:

K_c = Factor para el efecto de curvatura
 K_b = Factor de Bergsträsser

El factor K_b incluye el efecto cortante directo y cualquier otro debido a la curvatura del alambre, y su valor se determina a partir de:

$$K_b = \frac{4C+2}{4C-3} \quad (11.8)$$

Teniendo que K_c es:

$$K_c = \frac{2C(4C+2)}{(4C-3)(2C+1)} \quad (11.9)$$

Ahora, K_s , K_b y K_c son factores de aumento del esfuerzo aplicado, mediante multiplicación a (τ/I) en la ubicación crítica, con el objeto de calcular el esfuerzo particular. No hay factor de concentración de esfuerzo.

Deflexión de resortes helicoidales

Para el cálculo de la deformación originada en el resorte por el efecto de una carga axial de compresión, se partirá de la expresión para la energía de deformación total:

$$U = \frac{4F_a^2 Dm^3 N}{d^4 G} + \frac{F_a^2 DmN}{d^2 G} \quad (11.10)$$

siendo:

U = Energía de deformación total en un resorte helicoidal
 N = Número de espiras activas o efectivas
 G = Módulo de rigidez del material del alambre del resorte

Luego, la deformación axial en el resorte producida por la carga axial de compresión F puede obtenerse a través de la aplicación del teorema de Castigliano, dado por:

$$y = \frac{dU}{dFa} \quad (11.11)$$

obteniéndose:

$$y = \frac{8FaDm^3 N}{d^4 G} \left(1 + \frac{1}{2C^2}\right) = \frac{8FaC^3 N}{dG} \quad (11.12)$$

siendo:

Y = Deformación axial originada sobre el resorte

De la ecuación anterior, podemos obtener el número de espiras:

$$N = \frac{y d G}{8FaC^3} = \frac{dG}{8KC^3} \quad (11.13)$$

La constante del resorte y que define su característica de funcionamiento primordial, se obtiene de la expresión conocida:

$$K = \frac{Fa}{y} = \frac{FadG}{8FaC^3 N} = \frac{dG}{8C^3 N} \quad (11.14)$$

siendo:

$$K = \text{Constante del resorte}$$

A los resortes de compresión en una gran variedad de aplicaciones, se les debe comprimir hasta el punto de que todas sus espiras se encuentren en contacto, por lo que deben determinarse parámetros como la longitud del resorte sin carga (longitud libre), la longitud del resorte totalmente comprimido (longitud sólida) y la deformación axial necesaria para convertir el resorte en un sólido (deformación al sólido). Dichos parámetros se relacionan a través de:

$$L_o = L_s + y_s \tag{11.15}$$

siendo:

L_o = Longitud libre del resorte

L_s = Longitud sólida

y_s = Deformación al sólido

Para determinar el número de espiras activas es necesario conocer el tipo de terminaciones que tiene el resorte, éstas pueden ser del tipo simple (a), simple y esmerilado (b), cerrado y cuadrado (c), o cerrado y esmerilado (d).

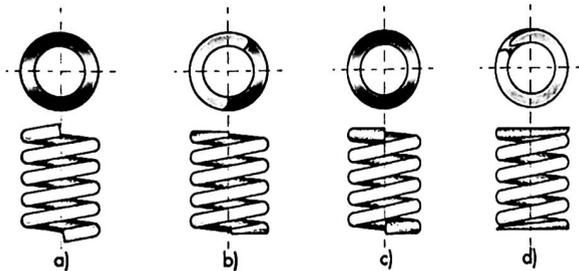


Figura 11.15. Tipos de terminaciones para los extremos del resorte.

La longitud depende del número de espiras totales y del tipo de terminación de los extremos del resorte, los cuales conducen a que algunas de las espiras queden "inactivas". En la tabla se indican algunas características para los tipos de terminaciones comunes en resortes.

Tabla 11.1. Características de terminaciones para resortes.

Tipos de extremo o terminaciones del resorte	Número de espiras totales N_t	Longitud libre L_o	Longitud sólida L_s	Paso del resorte P
Simple o sencillo	N	$P \cdot N + d$	$d \cdot (N_t + 1)$	$\frac{L_o - d}{N}$
Simple y esmerilado	$N + 1$	$P \cdot (N + 1)$	$d \cdot (N_t)$	$\frac{L_o}{N + 1}$
Cerrado o cuadrado	$N + 2$	$P \cdot N + 3 \cdot d$	$d \cdot (N_t + 1)$	$\frac{L_o - 3 \cdot d}{N}$
Cerrado o esmerilado	$N + 2$	$P \cdot N + 2 \cdot d$	$d \cdot N_t$	$(L_o - 2 \cdot d) / N$

Resortes helicoidales cilíndricos de alambre de sección transversal cuadrada y rectangular

Los resortes helicoidales de alambre con secciones transversales cuadrada y rectangular se utilizan en aplicaciones con cargas elevadas, aunque con mayor regularidad donde las limitaciones de espacio los hacen indispensables. Estos resortes son más resistentes que aquellos de alambre de sección circular del mismo tamaño, pero poseen la desventaja de que su normalización es limitada.

Aplicando el teorema de St. Venant para barras no circulares en un resorte de alambre de sección transversal cuadrada, se obtiene:

$$\tau = K_b \frac{2.4FaDm}{b^3} \tag{11.16}$$

siendo:

b = Lado de la sección cuadrada

La deformación axial se determina de:

$$y = \frac{5.57FaDm^3N}{b^4G} \tag{11.17}$$

Análogamente, para un alambre de sección transversal rectangular, el esfuerzo máximo está dado por:

$$\tau = K_B \frac{FDm(3b+1.8t)}{2b^2t^2} \quad (11.18)$$

Donde es sólo válida para relaciones b/t comprendidas en el intervalo $1 < (b/t) < 3$, y con $C > 5$.

t = Dimensión menor de la sección transversal

b = Dimensión mayor de la sección, que debe ser paralela al eje del resorte

La deformación axial se determina de la expresión:

$$y = \frac{2.45FaDmN}{Gt^3(b-0.56t)} \quad (11.19)$$

El índice del resorte se obtiene aproximadamente:

Alambre cuadrado:

$$C = \frac{Dm}{b} \quad (11.20)$$

Alambre rectangular:

$$C = \frac{Dm}{t} \quad (11.21)$$

En general, se considera la mejor alternativa cuando se tiene la necesidad de soportar cargas elevadas o eliminar vibraciones, evitando el uso de resortes de secciones especiales.

Comúnmente se utilizan dos o más resortes helicoidales cilíndricos de alambre de sección transversal circular, donde todos están sujetos a la misma deformación axial como consecuencia de una carga externa aplicada. Esto corresponde a una disposición de resortes en paralelo.

Resortes helicoidales cónicos

Esta clase de resortes puede considerarse como un resorte helicoidal en el que los diámetros de las espiras sucesivas son distintos.

A pesar de no ser de uso muy frecuente, este tipo de resorte posee la cualidad de ser de rigidez creciente a medida que la carga aumenta, es decir una relación decreciente de deformaciones por carga unitaria; y además se emplea en los casos en que resulta difícil o no es conveniente guiar al resorte para impedir el pandeo bajo carga.

Estos resortes se usan exclusivamente para soportar cargas axiales de compresión y se construyen con alambre de sección transversal circular, ocurriendo por lo general el esfuerzo máximo en la espira de menor tamaño, pero dado que el índice del resorte decrece hacia el extremo menor, deberá siempre verificarse el esfuerzo en la espira de menor diámetro:

$$\tau = \left(1 + \frac{0.5}{C}\right) \frac{8FaC}{\pi d^2} \quad (11.22)$$

Donde, para la espiral mayor del resorte poseerá un valor de C mayor que para la espira de menor tamaño y, por tanto, a través de la expresión anterior deberá hacerse la comprobación correspondiente.

La deformación axial está dada por:

$$y = \frac{2NFa(Dm_1 + Dm_2)(Dm_1^2 + Dm_2^2)}{d^4G} \quad (11.23)$$

siendo:

Dm_1 y Dm_2 = Diámetro de las espiras mayor y menor, respectivamente

La constante de estos resortes se determina a partir de:

$$K = \frac{d^4G}{2N(Dm_1 + Dm_2)(Dm_1^2 + Dm_2^2)} \quad (11.24)$$

Resortes helicoidales cilíndricos para trabajar a tracción

Los resortes helicoidales cilíndricos de tracción a diferencia de los de compresión, se bobinan con las espiras cerradas y, por lo general, durante el proceso de conformado se les induce una tracción inicial como resultado del par torsional generado sobre el alambre a medida que se enrolla en el mandril conformador. Por la razón anterior, en la mayoría de los casos a estos resortes se les debe aplicar una determinada carga para que las espiras comiencen a separarse.

Análisis de cargas, esfuerzos y deformaciones

Las expresiones obtenidas para los resortes helicoidales cilíndricos de compresión son aplicables al denominado cuerpo de los resortes de tracción, exceptuando el hecho de que en estos últimos se da margen para una tracción inicial, en caso de existir.

La tracción inicial puede regularse y varía de acuerdo con los tipos de máquinas conformadoras de resortes, donde el intervalo del esfuerzo torsional es debido únicamente al pretensado recomendado, como resultado de la tracción inicial.

En función del índice del resorte los intervalos de tracción inicial para resortes de acero son:

Tabla 11.2. Intervalos utilizados en resortes de acero para los esfuerzos.

Índice del resorte (C)	Intervalo de esfuerzo	
	(Mpa)	(psi)
4	115 - 183	16700 - 26600
6	95 - 160	13800 - 23200
8	82 - 127	1900 - 18400
10	60 - 106	8710 - 15400
12	48 - 86	6970 - 12500
14	37 - 60	5370 - 8710
16	25 - 50	3630 - 7260

Es de hacer notar que si la carga de tracción inicial no supera el valor de la tracción inicial inducida, las espiras del resorte no se separan. Una vez que se separen, podrá aplicarse la ley de Hooke y el esfuerzo cortante en el cuerpo del resorte determinará la carga axial resultante:

$$Fa = Fi + Ky \quad (11.25)$$

siendo:

Fa = Carga axial de tracción

Fi = Tracción inicial o precarga

Además, debe cumplirse que:

$$Fi \leq \frac{\pi \tau_i d^3}{8Dm} \quad (11.26)$$

En caso de no existir Fi , las ecuaciones obtenidas para los resortes helicoidales cilíndricos de compresión se aplican sin modificaciones en todo lo que respecta al esfuerzo cortante en el cuerpo del resorte, a su deformación axial y a su constante.

Los resortes de tracción poseen zonas débiles que aparecen en donde se dobla una espira terminal para formar ganchos o lazos u otros dispositivos, con el objeto de transferir la carga. En dichas zonas existen efectos de concentración de esfuerzos debido al doblez, resultando imposible diseñar los extremos con la misma resistencia que el cuerpo.

Experimentalmente se ha demostrado que el factor de concentración de esfuerzos para lazos o extremos terminales está dado aproximadamente por:

$$K_1 = \frac{4C_1^2 - C_1 - 1}{4C_1(C_1 - 1)}, C_1 = \frac{2r_{m1}}{d} \text{ y } K_2 = \frac{4C_2 - 1}{4C_2 - 4}, C_2 = \frac{2r_{m2}}{d} \quad (11.27)$$

siendo:

K_1, K_2 = Factor concentrador de esfuerzos en el radio medio de la curvatura mayor y menor del extremo, respectivamente

r_{m1} = Radio medio de la curvatura mayor

r_{m2} = Radio medio de la curvatura menor

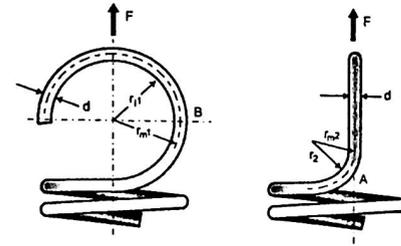


Figura 11.16. Vistas de un gancho de espira completa.

En la región A de la figura 11.16 ocurren principalmente esfuerzos debidos a torsión. En la región B pertenecientes estrictamente al gancho, se suponen esfuerzos normales debido a carga axial y a momento flector.

En la región A los esfuerzos se determinan a partir de:

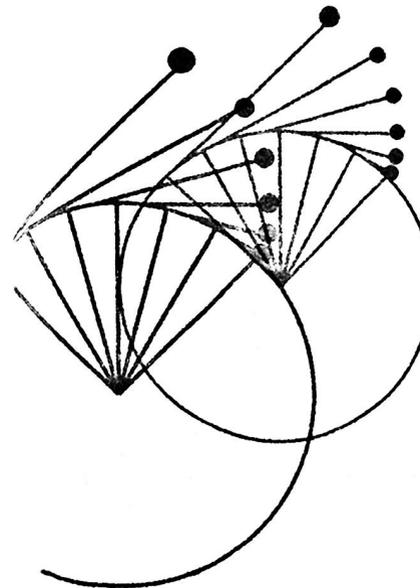
$$\tau = K_2 \frac{8FDm}{\pi d^3} \quad (11.28)$$

En la región B los esfuerzos normales debido a carga axial y a momento flector, obteniéndose:

$$\sigma = K_1 \frac{32Fr_{m1}}{\pi d^3} + \frac{4F}{\pi d} \quad (11.29)$$

CAPÍTULO XII

Clasificación y tipos de transmisión



- 12.1 Introducción
- 12.2 Transmisiones de tipo flexibles
- 12.3 Poleas y bandas
- 12.4 Cadenas
- 12.5 Cables
- 12.6 Transmisiones de tipo rígida
- 12.7 Engranajes de dientes rectos y helicoidales
- 12.8 Engranajes cónicos de dientes rectos y helicoidales
- 12.9 Tornillo sin fin y de potencia
- 12.10 Trenes de engranes

12.1 Introducción

La transmisión de la potencia mecánica mediante un mecanismo se puede clasificar en función de elementos empleados en el sistema; es decir, se tienen dos tipos de transmisiones:

Transmisión directa:

- Engranajes
- Rueda de fricción
- Tornillo sin fin

Transmisión indirecta:

- Rígida: elementos rígidos (de un eslabón a otro)
- Flexible: correa, cadena, cable
- Por fluidos: líquidos o gases

Existen varios tipos de transmisión que a continuación se mencionan:

- Por fricción
- Por banda
- Por cadena
- Por cable
- Por engranes
- Por tornillo sin fin
- Por tornillo globoidal
- Por husillo y tuerca
- Por fluidos (actuadores)

12.2 Transmisiones de tipo flexibles

Los elementos mecánicos flexibles se utilizan para transmitir potencia a distancias comparativamente grandes. Se utilizan también como remplazo de engranes, cojinetes y otros dispositivos de transmisión de potencia relativamente rígidos.

Los elementos mecánicos elásticos absorben cargas de impacto y ayudan a amortiguar y aislar los efectos de las vibraciones.

Los elementos mecánicos flexibles no tienen una vida infinita; cuando se emplean es importante establecer un programa de inspección para protegerlos contra el desgaste, envejecimiento y pérdida de elasticidad.

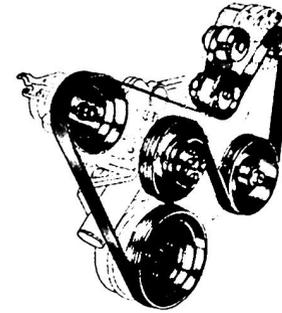


Figura 12.1.
Elemento
mecánico
flexible.

12.3 Poleas y bandas

12.3.1 Poleas

La polea es un dispositivo mecánico de tracción o elevación, formado por una rueda (también denominada roldana) montada en un eje, con una cuerda que rodea la circunferencia de la rueda. Tanto la polea como la rueda y el eje pueden considerarse máquinas simples que constituyen casos especiales de la palanca. Una polea fija no proporciona ninguna ventaja mecánica; es decir, ninguna ganancia en la transmisión de la fuerza: sólo cambia la dirección o el sentido de la fuerza aplicada a través de la cuerda. Sin embargo, con un sistema de poleas móviles (también llamado polipasto) sí es posible obtener una ventaja o ganancia mecánica, que matemáticamente se define como el cociente entre la fuerza de salida (carga) y la fuerza de entrada (esfuerzo). En el caso ideal, la ganancia mecánica es igual al número de segmentos de cuerda que sostienen la carga que se quiere mover, excluido el segmento sobre el que se aplica la fuerza de entrada. El rozamiento reduce la ganancia mecánica real, y suele limitar a cuatro el número total de poleas.

Hay dos clases de poleas:

- **Polea fija:** esta polea está fija a la viga, una polea fija simple es de hecho una palanca de clase primaria con brazos iguales. Sirve únicamente para cambiar la dirección o el sentido de la fuerza, la carga sólo es soportada por un segmento de la cuerda.
- **Polea móvil:** esta polea está unida al objeto y no a la viga, una polea móvil siempre es una palanca de segunda clase que multiplica la fuerza ejercida; la carga es soportada por ambos segmentos de cuerda, porque sólo hace falta una fuerza igual a la mitad del peso para levantar la carga. Sin embargo, hay que tirar de la cuerda a una mayor distancia.

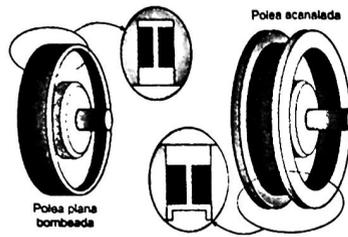


Figura 12.2.
Clases de poleas.

12.4 Cadenas

Entre las diversas cadenas empleadas en transmisiones de potencia, las más usadas son las cadenas de rodillos. Las partes de que consta una cadena de rodillos son las que se presentan en la figura 12.3:

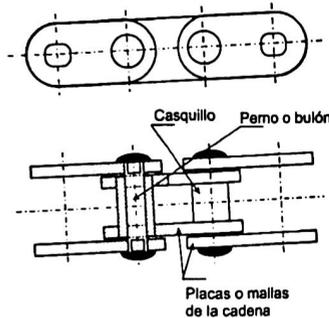


Figura 12.3.
Partes de una cadena de rodillos.

12.5 Cables

El cable mecánico es el empleado para la transmisión mecánica de movimiento o de cargas entre otros elementos mecánicos, como palancas, ruedas, y poleas, etcétera. Los cables mecánicos básicamente realizan su trabajo en tracción o en rotación.

Normalmente suele usarse cable de acero, aunque el avance en los materiales ha hecho que en algunos ambientes corrosivos se utilicen materiales plásticos o sintéticos, como el poliéster o el kevlar.

Materiales de los cables mecánicos:

Metálicos: los materiales metálicos más usados para la fabricación de cables son el acero galvanizado y el acero inoxidable. El cable metálico suele usarse en los casos en los que existen altas cargas de tracción; su construcción puede ser en forma de cordón, formado por varios alambres o por una sola varilla.

Plásticos y fibras sintéticas: los materiales plásticos y sintéticos más comúnmente usados en cables de tracción son: poliéster, kevlar, polietileno de alto módulo y polipropileno de alta resistencia. Estos materiales presentan la ventaja de su resistencia a la corrosión, y algunos de ellos gran resistencia a la intemperie y tienen mucho menor peso que los metálicos. Se diferencian poco de las cuerdas de material sintético, sólo por su mayor densidad y rigidez.

12.6 Transmisiones de tipo rígida

12.6.1 Engranajes

Los engranes sirven para transmitir torque y velocidad angular en variedad de aplicaciones. También existen muchos tipos de engranes: el engranaje recto, que es diseñado para operar en ejes paralelos y con dientes paralelos a las líneas de centro de los ejes, mientras que los engranes helicoidales, los cónicos y los sin fin funcionan con ejes no paralelos.

En la actualidad, los engranes están muy estandarizados por la forma y el tamaño del diente. La Asociación Estadounidense de Fabricantes de Engranajes (AGMA) financia investigaciones para el diseño, los materiales y la manufactura de engranes, en tanto que publica los estándares para su diseño, manufactura y ensamble.

12.6.2 Teoría de los dientes de engrane

La forma más sencilla de transferir movimiento giratorio de un eje a otro es utilizando un par de cilindros en rodamiento. Se trata de cilindros giratorios externos, o bien cilindros giratorios internos.

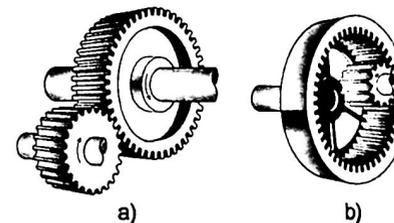


Figura 12.4.
a) Engranajes cilíndricos rectos con contacto externo y b) contacto interno.

Si existe fricción suficiente en el punto de contacto de rodamiento, este mecanismo funcionará bastante bien. No habrá deslizamiento entre los cilindros, hasta que la fuerza de fricción máxima en la junta sea rebasada por las demandas de transferencia de torque.

Las principales desventajas del mecanismo de impulso por rodamiento-cilindro son su relativamente baja capacidad de torque y la posibilidad de deslizamiento. Algunos dispositivos de transmisión requieren trabajar sin fases estrictamente iguales en los ejes de entrada y salida para efectos de coordinación. Lo anterior requiere la adición de dientes de engranaje en los cilindros de rodamiento, que se convierten en engranes y juntos se conocen como engranaje.

Cuando dos engranes se ajustan para formar un engranaje, convencionalmente, al más pequeño de los dos engranes se le llama piñón, mientras que al otro se le llama engrane.

Ley fundamental del engranaje

Conceptualmente, dientes con cualquier perfil evitan un deslizamiento considerablemente alto. Los viejos molinos impulsados por agua y los de viento utilizaban engranes de madera cuyos dientes eran simplemente estacas redondas de madera clavadas en los aros de los cilindros. Aun ignorando lo rudimentario de la construcción, no había posibilidad de transmitir suavemente la velocidad porque la geometría del diente transgredía la ley fundamental del engranaje, la cual establece que la razón de la velocidad angular entre los engranes debe ser constante a lo largo del acoplamiento. La razón de la velocidad angular m_v es igual a la razón entre el radio de paso del engrane de entrada y el del engrane de salida.

$$m_v = \frac{\omega_{sal}}{\omega_{ent}} = \pm \frac{r_{ent}}{r_{sal}} \quad (12.1)$$

Los radios de paso de la ecuación son los de los cilindros de rodamiento, a los cuales se agregan los dientes. El signo positivo o negativo es para considerar grupos de cilindros externos o internos.

Las superficies de los cilindros de rodamientos son los círculos de paso y sus diámetros son aquellos de paso de los engranes. El punto de contacto entre los cilindros permanece sobre la línea de centros, y se conoce como punto de paso.

La razón de torque o ventaja mecánica m_A es el recíproco de la razón de velocidad T_v :

$$m_A = \frac{1}{m_v} = \frac{\omega_{ent}}{\omega_{sal}} = \pm \frac{r_{sal}}{r_{ent}} \quad (12.2)$$

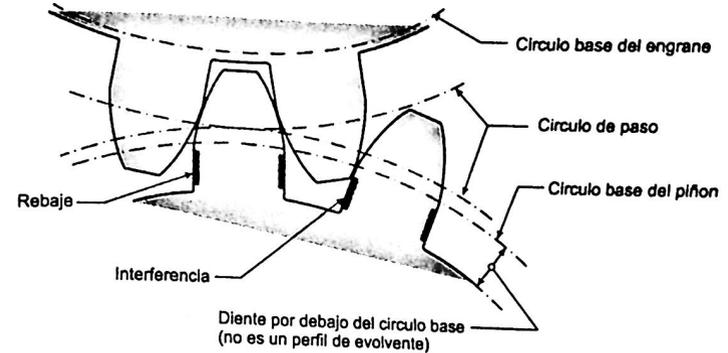


Figura 12.5. Partes de un engrane.

De modo que, un tren de engranes es básicamente un dispositivo para intercambiar torque por velocidad o viceversa. En cualquier caso, en general, es deseable mantener una razón constante entre los engranes conforme giran.

Para cuestiones de cálculo, la razón de engrane m_G se toma como la magnitud de una razón de velocidad o una de torque, que en cualquier caso es >1 .

$$m_G = |m_v| \quad \text{o bien} \quad m_G = |m_A|, \text{ para } m_G \geq 1 \quad (12.3)$$

En otras palabras, la razón del engranaje siempre es un número positivo >1 , sin importar en qué dirección fluya la potencia del engranaje.

La cicloide todavía se emplea como forma para engranes en algunos relojes y cronómetros; no obstante, en la mayoría de los engranes se utiliza la involuta de un círculo para dar forma a sus dientes.

Dientes con forma de involuta

La involuta de un círculo es una curva que se genera desenrollando una cuerda tensa a partir de un cilindro, como se muestra en la figura 12.6. Es importante notar lo siguiente acerca de esta curva involuta:

1. La cuerda siempre es tangente al círculo base.
2. El centro de curvatura de la involuta siempre se encuentra en el punto de tangencia de la cuerda con el círculo base.

3. Una tangente a la involuta siempre es normal a la cuerda, el cual es el radio de curvatura instantáneo de la involuta.

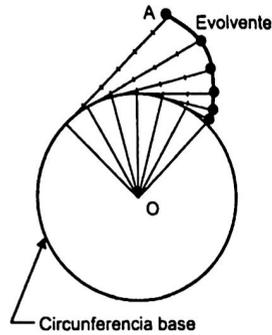


Figura 12.6.
Involuta de círculo.

Los cilindros a partir de los cuales se desenrollan las cuerdas se llaman círculo base de los respectivos engranes.

La porción del diente que queda por encima del círculo de paso es el adéndum, que se identifica como a_p para el piñón a_G ; para el engrane son iguales los dientes de engranes estándar.

Existe una tangente común a ambas involutas en el punto de contacto y una normal común perpendicular a la tangente común. Obsérvese que la normal común, que también es la línea de acción, siempre atraviesa por el punto de paso, independientemente del lugar donde estén en contacto los dos dientes engranados.

El punto de paso tiene la misma velocidad lineal, tanto en el piñón como en el engrane, y se conoce como velocidad en la línea de paso. El ángulo entre la línea de acción y el vector de la velocidad es el ángulo de presión ϕ .

Ángulo de presión

El ángulo de presión ϕ de un engranaje se define como el ángulo entre la línea de acción y la dirección de la velocidad en el punto de paso, de modo que la línea de acción gira ϕ grados en la dirección de giro del engrane impulsado.

Geometría del engranaje

A partir de la observación del comportamiento de la involuta, se puede enumerar la ley fundamental del engranaje de un modo cinemático más formal como: la normal común a

los perfiles de los dientes, en todos los puntos de contacto dentro del engranado se debe pasar siempre por un punto fijo en la línea de los centros, llamado punto de paso.

La razón de velocidad del engranaje es una constante definida por la razón de los radios respectivos de los engranes del punto de paso.

Los puntos de inicio y final del contacto definen el engranado del piñón con el engrane.

La distancia a lo largo de la línea de acción entre estos puntos dentro del engranado se conoce como longitud de acción, como se indica en la figura 12.7.

La distancia a lo largo del círculo de paso dentro del engranado es el arco de acción, los ángulos subtendidos por esos puntos y la línea de centros son el ángulo de aproximación y el ángulo de receso, que sólo se muestran sobre el engrane para efectos de claridad, aunque existen ángulos similares para el piñón.

El arco de acción en los círculos de paso del piñón y del engrane debe tener una longitud de deslizamiento igual a cero entre los cilindros de rodamiento teóricos. La longitud de acción Z se calcula a partir de la geometría del engrane y el piñón.

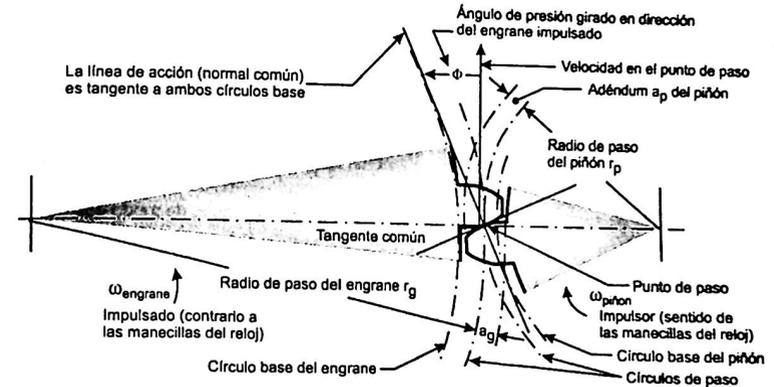


Figura 12.7. Geometría de superficie de contacto en un engrane.

Piñón y cremallera

Si el diámetro de círculo de base de un engrane se incrementa sin límite, el círculo base se vuelve una línea recta. Si la cuerda enrollada alrededor del círculo base que genera la involuta, permanece en su sitio después del alargamiento infinito de radio del círculo base, la cuerda se pivotaría en el infinito y generaría una involuta que se suma a la línea recta. Este engrane lineal se llama cremallera.

Cambio de la distancia entre centros

Cuando en un cilindro se cortan dientes de involuta (o cualquier clase de diente), con respecto a un círculo base específico para crear un solo engrane, todavía no se tiene el par de engranes o un engranaje.

Si la forma del diente no es una involuta, entonces el error de la distancia entre centros provocará una variación u onda en la velocidad de salida, de manera que la velocidad angular de salida no será constante, violando así la ley fundamental del engranaje. Sin embargo, con un diente en forma de involuta, los errores de distancia entre centros no afectan la razón de velocidad.

Tal es la ventaja principal de los dientes en forma de involuta por encima de cualquier forma posible, y es la causa por la que se utiliza casi universalmente en los dientes de los engranes.

Holgura (Juego)

Otro factor que se ve afectado por el cambio en la distancia entre centros C es la holgura entre los engranes.

En servomecanismos, donde los motores impulsan por ejemplo a los controles de superficie de un avión, la holgura causaría un "galope" potencialmente destructivo, por lo que el sistema de control trata de corregir en vano los errores de posición debidos a la holgura "en movimiento" en el sistema impulsor mecánico. Tales aplicaciones requieren engranes antiholgura, que son dos engranes montados espalda con espalda sobre el mismo eje y giran ligeramente uno con respecto al otro con el ensamble, de modo que contrastan la holgura.



Holgura

Medida del juego entre los dientes engranados a lo largo de la circunferencia del círculo de paso.

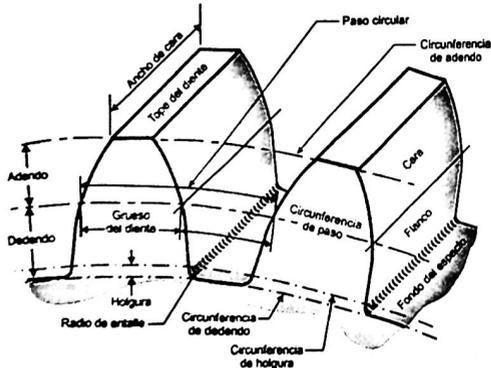


Figura 12.8. Características de los engranes.

Dientes de engranes con perfiles modificados, con adenda largos y cortos para evitar la interferencia y el rebaje.

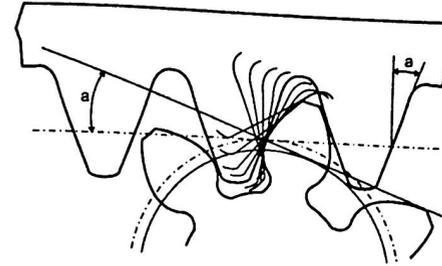


Figura 12.9. Generación del perfil del diente y socavado.

12.7 Engranajes de dientes rectos y helicoidales

12.7.1 Engranaje recto

Es un tipo de engranaje que se caracteriza por tener ejes paralelos y dientes rectos. Consta de una rueda o cilindro dentado empleado para transmitir un movimiento giratorio o alternativo desde una parte de una máquina a otra. El engranaje motriz se denomina piñón, y el conducido rueda. Un conjunto de dos o más engranajes que transmite el movimiento de un eje a otro se denomina tren de engranajes.

Su funcionamiento consiste en que el engranaje motriz (piñón) gira en un sentido gracias a un motor, y al estar en contacto con el segundo engranaje (rueda) hace que éste se mueva en sentido contrario. La velocidad con que gire la rueda dependerá de la velocidad del piñón y de sus diámetros.

Las principales características de un engranaje de dientes rectos son:

Tipo de circunferencia:

- **Circunferencia primitiva:** es una circunferencia hipotética en la que se encontrarían unas ruedas de fricción. Las circunferencias primitivas del piñón y la rueda son tangentes.
- **Circunferencia interior:** su radio va del centro del engranaje a la parte interior de los dientes.
- **Circunferencia exterior:** su radio va desde el centro del engranaje a la parte exterior de los dientes.

Módulo (m): valor del diámetro de una circunferencia que tiene como longitud el valor del paso.

Relación de transmisión:

- Relación de transmisión (i) = número de dientes del piñón: número de dientes de la rueda
- Relación de transmisión (i) = velocidad de la rueda: velocidad del piñón

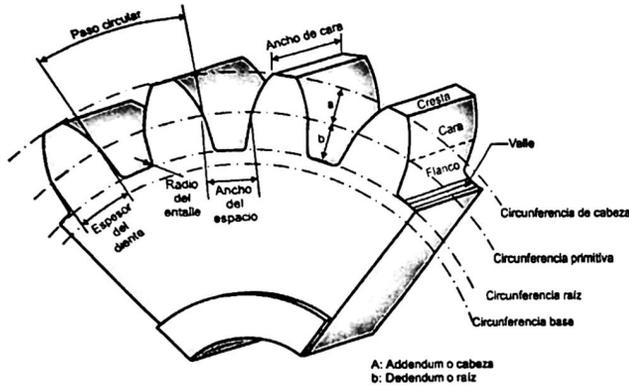


Figura 12.10. Partes de un engrane cilíndrico de dientes rectos.

12.7.2 Carga sobre engranes rectos

El análisis de carga sobre los dientes de engranes en un engranaje se puede realizar aplicando los métodos estándar de análisis de carga.

El piñón entrega un torque T_p al engrane. En el punto de paso la única fuerza que transmite un engrane de diente recto a otro, ignorando la fricción, es la fuerza W que actúa a lo largo de la línea de acción en el ángulo de presión y tiene dos componentes:

$$W_t = \frac{T_p}{r_p} = \frac{2T_p}{d_p} = \frac{2P_d T_p}{N_p} \quad (12.4)$$

y

$$W_r = W_t \tan \theta \quad (12.5)$$

y la fuerza resultante W es

$$W = \frac{W_t}{\cos \theta} \quad (12.6)$$

Dependiendo de la razón de contacto, los dientes pueden estar sujetos a toda o a parte de la carga W , en cualquier ubicación entre la punta del diente y un punto cercano al círculo del dedendum, conforme gira a través del engranaje. La peor condición es cuando la carga actúa en las puntas de los dientes.

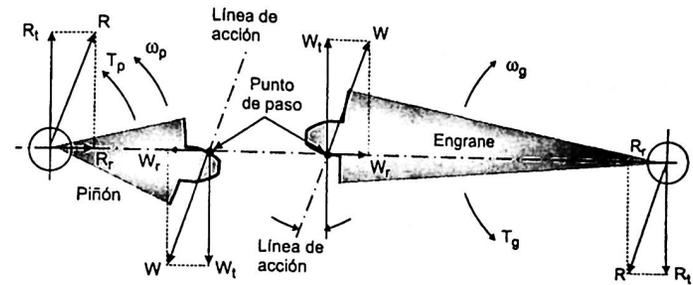


Figura 12.11. Fuerzas sobre el piñón y el engrane de un engranaje.

Esfuerzos en engranes rectos

Hay dos modos de falla que afectan a los dientes de engrane: fractura por fatiga, debida a la variación de esfuerzos de flexión en la raíz del diente, y fatiga superficial en la superficie del diente.

Los dientes de los engranajes diseñados adecuadamente nunca se deberían fracturar en servicio normal; no obstante, es de esperarse que fallen por alguno de los mecanismos de desgaste.

Diseño de engranes rectos

Por lo general, se conocen las razones de engrane así como la potencia y la velocidad, los parámetros a determinar son los diámetros de paso del piñón y del engrane, paso diametral, ancho de la cara y factores de seguridad. Finalmente, se necesita calcular los factores de seguridad tanto de la fatiga como de flexión, como de las fallas de fatiga superficial. Lo anterior se puede investigar en cualquier orden, sin embargo, la mejor

estrategia es de terminar primero los esfuerzos de flexión, ya que el incremento de la fuerza superficial del material ejerce un efecto mayor sobre la vida al desgaste que sobre la resistencia a la flexión.

El incremento del tamaño del diente también produce un efecto mayor de resistencia de éste que sobre la vida al desgaste, además de que la variante del diente es la principal variable en los cálculos.

Antes de que se haga cualquier cálculo, se deben determinar las cargas, es preciso llegar a un equilibrio entre el radio de paso, carga del diente y velocidad. Una vez que se elige un paso diámetro candidato, se tiene que utilizar el diámetro de piñón mínimo aceptable como primera selección, con la finalidad de mantener pequeño el embalaje. Como la resistencia a la flexión del engrane se relaciona directamente con el tamaño del diente que define su paso diametral o módulo, el cálculo del esfuerzo se inicia comúnmente suponiendo valores para el paso diametral, así como para el tamaño de la cara. Se determina el esfuerzo de flexión con las ecuaciones. Después, se elige un material de prueba y se calcula su resistencia corregida a la fatiga por flexión.

Engranaje helicoidal

Pertenecen a la transmisión por engranajes y dentro de este punto a la transmisión de árboles o ejes paralelos.

Los engranajes helicoidales se definen por tener los dientes inclinados respecto de su eje. La forma transversal del diente es exactamente igual que en el caso de los dientes rectos.



Figura 12.12. Engranaje helicoidal.

Se acoplan con una combinación de rodamiento y deslizamiento que inicia el contacto en un extremo del diente y barren contra el ancho de su cara. Lo anterior es muy diferente al contacto entre dientes rectos, el cual ocurre súbitamente a lo largo de una línea que va en una cara del diente en un instante del contacto.

Una consecuencia de tal diferencia es que los engranajes helicoidales funcionan más silenciosamente y con menos vibración debido al contacto gradual del diente.

Engranajes helicoidales cruzados

Sus dientes se deslizan sin rodamiento y tienen un punto de contacto en lugar de la línea de contacto de los engranajes de contacto, lo cual reduce drásticamente su capacidad para transportar carga. Los engranajes no se recomiendan para aplicaciones que deben transmitir grandes torques a mucha potencia.

Geometría del engrane helicoidal

Los dientes se cortan de acuerdo con este ángulo, y el perfil del diente permanece en el plano normal. El paso normal P_n y el ángulo de presión normal ϕ_n se miden en este plano. El plano transversal P_t y el ángulo de presión transversal se miden en el plano transversal.

Fuerzas en un engrane helicoidal

$$W_t = \frac{T_p}{r_p} = \frac{2T_p}{d_p} = \frac{2P_d T_p}{N_p} \quad (12.7)$$

Ahora existe una fuerza que tiende a separar los engranajes axialmente W_r . Con los engranajes helicoidales se deben utilizar cojinetes con capacidad de empuje axial para resistir esta componente.

Algunas veces, los dientes con orientaciones opuestas se cortan simultáneamente sobre los bloques de los engranajes, con una ranura entre ellos para desalojar el cortador. Tales engranajes se conocen como helicoidales dobles. Si se elimina la holgura de la ranura, y los dientes de orientación opuesta se cortan para que funcionen juntos, se les llama engranajes de espina de pescado.

Las componentes de fuerza de un engranaje helicoidal acoplado:

$$W_r = W_t \tan \phi \quad (12.8)$$

$$W_a = W_t \tan \psi \quad (12.9)$$

$$W = \frac{W_t}{\cos \psi \cos \phi_n} \quad (12.10)$$

Otra ventaja de los engranajes helicoidales sobre los engranajes rectos, además de su operación silenciosa, son sus dientes relativamente más fuertes que los de un engranaje con el mismo paso normal, el mismo paso diametral y el mismo número de dientes.

$$N_s = \frac{N}{\cos^3 \psi} \quad (12.11)$$

Lo anterior define un engrane virtual equivalente a un engrane recto con N_v dientes, obteniendo así un diente más fuerte contra la fatiga por flexión y fatiga superficial.

Razón de contacto axial:

$$m_F = \frac{F}{p_x} = \frac{F p_d \tan \psi}{\pi} \quad (12.12)$$

Donde ancho F de la cara y paso axial p_x .

12.8 Engranajes cónicos de dientes rectos y helicoidales

Se fabrican a partir de un tronco de cono, formándose los dientes por fresado de la superficie exterior. Estos dientes pueden ser rectos, helicoidales o curvos. Esta familia de engranajes soluciona la transmisión entre ejes que se cortan y que se cruzan. Los datos de cálculos de dichos engranajes están en prontuarios específicos de mecanizado.

Engranajes cónicos de dientes rectos

Efectúan la transmisión de movimiento de ejes que se cortan en un mismo plano, generalmente en ángulo recto, por medio de superficies cónicas dentadas. Los dientes convergen en el punto de intersección de los ejes. Son utilizados para efectuar reducción de velocidad con ejes en 90° . Estos engranajes generan más ruido que los engranajes cónicos helicoidales. Se utilizan en transmisiones antiguas y lentas. En la actualidad se usan muy poco.

Engranaje cónico helicoidal

Se utilizan para reducir la velocidad en un eje de 90° . La diferencia con el cónico recto es que posee una mayor superficie de contacto. Es de un funcionamiento relativamente silencioso. Además, pueden transmitir el movimiento de ejes que se cortan. Los datos constructivos de estos engranajes se encuentran en prontuarios técnicos de mecanizado. Se mecanizan en fresadoras especiales.

12.9 Tornillo sin fin y de potencia

Se denomina **tornillo sin fin** a una disposición que transmite el movimiento entre ejes que están en ángulo recto.

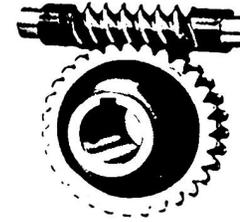


Figura 12.13.
Tornillo sin fin.

Cada vez que el tornillo sin fin da una vuelta completa, el engrane avanza un número de diente igual al número de entradas del sin fin.

El tornillo sin fin puede ser un mecanismo irreversible o no, dependiendo del ángulo de la hélice, junto a otros factores.

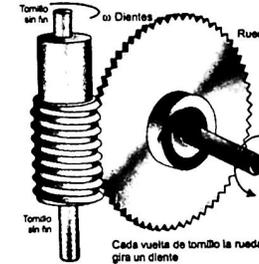


Figura 12.14.
Movimientos del
tornillo sin fin.

Ejemplo 12.1

Supongamos que la rueda tiene 60 dientes. En este caso, el tornillo debe dar 60 vueltas para que el engranaje complete una sola vuelta y, por tanto, la relación de transmisión del mecanismo es:

$$i = \frac{1}{60} \quad (12.13)$$

Este mecanismo no es reversible; es decir, la rueda no puede mover el tornillo porque se bloquea.

Con el tornillo sin fin y la rueda dentada, podemos transmitir fuerza y movimiento entre ejes perpendiculares.

La velocidad de giro del eje conducido depende del número de entradas del tornillo y del número de dientes de la rueda.

El tornillo (sin fin) actúa como elemento de entrada (o motriz) y la rueda dentada actúa como elemento de salida (o conducido), algunos autores le llaman corona. El funcionamiento es muy simple:

Por cada vuelta del tornillo el engranaje gira un solo diente o, lo que es lo mismo, para que la rueda dé una vuelta completa, es necesario que el tornillo gire tantas veces como dientes tiene el engranaje.

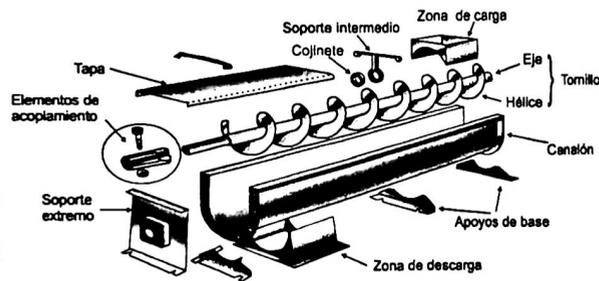


Figura 12.15. Aditamentos y acoplamientos en un tornillo sin fin.

12.10 Trenes de engranes

Un tren de engranes es un conjunto de dos o más engranes acoplados, de modo que un par de engranes, o engranaje, son la forma más sencilla de un tren de engranaje, que generalmente está limitado por una razón de 10:1 aproximadamente.

Existen tipos de trenes de engranes, los cuales son simples, compuestos o epicíclicos. A continuación se revisará brevemente el diseño cinemático de los trenes de engranes.

12.10.1 Clasificaciones y tipos

Trenes de engranes simples

Un tren de engranes simple es aquel donde cada eje tiene sólo un engrane. Cada engranaje contribuye potencialmente a la razón de velocidad total; pero en un caso de tren simple, los efectos numéricos de todos los engranes se cancelan, excepto el primero y el último. La razón de un tren simple siempre es la que hay entre el primero y el último engranes.

Tan sólo se ve afectado el signo de la razón global del tren por los engranes intermedios, los cuales se denominan locos, ya que usualmente no se toma potencia de sus ejes. Si todos los engranes de un tren son de engrane de entrada, si el número de engranes externos del tren es impar, la salida estará en la misma dirección que la entrada, de modo que sólo es necesario un engrane externo loco, de cualquier tipo, para modificar la dirección del engrane de salida sin afectar su velocidad.

Es una práctica común insertar un solo engrane loco para cambiar la dirección; más de uno resulta superfluo. Si se necesita conectar dos ejes separados, se podría usar un tren de engranes simple con muchos engranes, aunque sería mucho más costoso que una transmisión de cadena o banda para la misma aplicación. Si el requerimiento es obtener una razón de engrane mayor de la que se obtendría con un engranaje simple, la ecuación anterior muestra claramente que un tren de engrane simple no ayuda.

Trenes de engranes compuestos

Para obtener una razón de tren mayor de 10:1 se necesita un tren de engranajes compuesto.

Un tren de engranajes compuesto es aquel donde al menos un eje tiene más de un engrane. Éste tendrá una configuración en paralelo o paralelo en serie, en lugar de las conexiones en serie puras del tren de engrane simple.

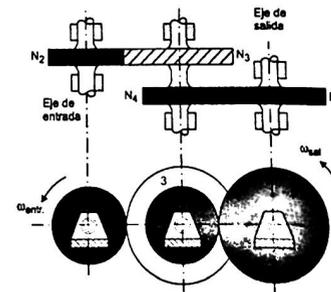


Figura 12.16. Tren de engranajes compuesto.

Trenes de engranes planetarios o epicíclicos

Todos los trenes de engranes convencionales, descritos en las secciones anteriores, son dispositivos de un grado de libertad. Existe otra clase de engranes, los planetarios o epicíclicos, que tienen gran aplicación. Se trata de mecanismos con dos grados de libertad. Se necesitan dos entradas para obtener una salida predecible. En algunos casos, como en el diferencial de un automóvil, hay una entrada (el eje impulsor) y se obtienen dos salidas acopladas por fricción (las dos ruedas de salida).

Los trenes planetarios tienen varias ventajas sobre los trenes convencionales, entre las cuales está el hecho de que se pueden obtener razones de tren más grandes en alojamientos pequeños, la reversión por omisión, así como salidas bidireccionales concéntricas y simultáneas, a partir de una entrada unidireccional. Estas características hacen populares a los trenes de engranes para las transmisiones de automóviles y camiones.

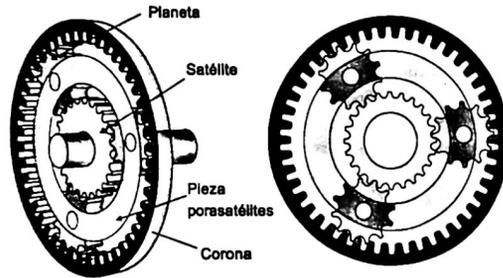


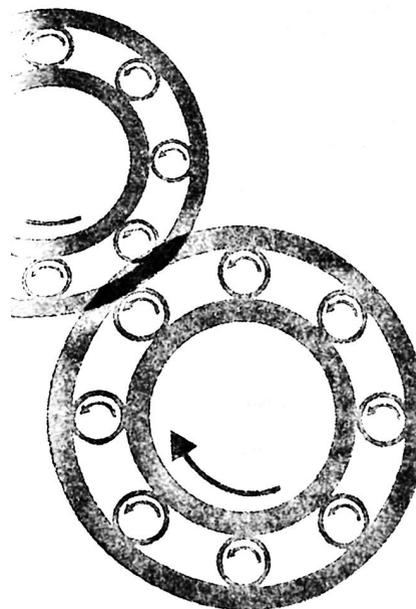
Figura 12.17. Engranaje epicicloidial.

Índice analítico

- aceleración, 27, 72-73
 - de Coriolis, 75-78
 - relativa, 74-75
- acoplamiento mecánico, 188-189
 - de elementos flexionantes, 192-193
 - de elementos deslizantes, 190
 - de cadena, 192
 - de rejilla de acero, 192
 - del tipo de engranaje, 190
 - fallas, 194-195
 - flexible, 190
 - instalación de, 194
 - lubricación de, 194
 - rígido, 190
- adhesivos
 - características, 185-186
 - limitaciones, 186
- ajuste, 147-154
- amortiguamiento, 134
- análisis de velocidad, 53
- árboles 236-237
 - materiales para, 238-240
- biela
 - cigüeñal, 46
 - manivela, 44, 57-59
- cables
 - mecánicos, 259
 - plásticos y fibras sintéticas, 259
- cálculo de la resistencia al
 - aplastamiento, 170
 - cálculo de la resistencia cortante, 168
- cadena, 258
- cargas
 - por impacto, 130
 - por vibración, 132
- centroides, 85-86
- centros instantáneos, 63-64
- cigüeñal, 45
- cinemática, 22
 - diagramas, 28
- cizallamiento o cortadura, 136
- coeficiente de seguridad, 162
- cojinete(s), 204
 - axiales o de empuje, 204
 - de contacto deslizante, 216-217
 - de contacto rodante, 217-218
 - de fricción, 207
 - de guías, 204
 - lubricación de, 205
 - materiales para, 209
 - radiales, 204
 - tipos de, 205
 - viscosidad, 205-209
- compresión, 136
- concentración de esfuerzos, 137-139
- cuerpo
 - deformable, 81
 - rígido, 81
- desalineación
 - angular, 195
 - combinada, 195
 - paralela, 195
- desgaste, 212
 - lubricación, 212-213
 - tipos de, 212
- diagramas cinemáticos, 28-29
 - dinámica directa, 80
 - dinámica inversa, 80
 - diseño, 2
 - centrado en el usuario, 6
 - con perspectiva de género, 7
 - de experiencia, 6
 - de mobiliario, 7
 - de servicios, 7
 - estratégico, 6
 - inclusivo, 6
 - mecánico, 2
 - para la interacción, 7
 - proceso, 4, 7-8
 - sistémico, 7
 - social, 6
- ejes
 - doble, 235
 - fijos, 233
 - flexible, 240-242
 - giratorios, 234
 - materiales para, 238-240
 - simple, 234
 - tándem, 234
 - tridem, 234
 - triple, 235
- elementos
 - de dos y tres fuerzas, 82
 - de cuatro fuerzas, 83
 - de unión, 156
 - de unión desmontable, 156
 - de unión fija, 156
- embrague, 196
 - de fricción de disco simple, 201
 - de fricción de disco doble, 201
 - hidráulico, 202
- engranajes, 42
 - ángulo de presión, 261
 - con cadena, 43
 - cónico de dientes rectos, 270
 - cónico helicoidal, 270
 - cremallera, 263
 - epicicloidial, 274
 - geometría del, 262-263
 - helicoidal, 268-270
 - holgura, 264
 - recto, 265-268
 - trenes de, 272-274
- engranes, 259
 - excéntrica, 46
 - factores de diseño, 3
 - falla
 - por fatiga, 143-145
 - fallo
 - de mecanismo: 161
 - por aplastamiento, 161
 - por cortadura, 161
 - por fractura, 161

- flexión, 137
 freno, 196
 de cinta o de banda, 196
 de disco, 197
 de fricción, 196
 de llanta, 197
 de tambor, 197
 dinámico, 199
 eléctrico, 199
 hidráulico, 198
 mecánico, 197
 neumático, 197
 fricción, 211
 fluida, 211
 sólida, 211
 fuerza(s), 80
 de restricción, 82
 de sacudimiento, 100
 dinámicas, 80, 101, 135
 estáticas, 80, 101
 grados de libertad, 29
 inercia, 80
 involuta, 261-262
 ley fundamental del engranaje, 260-261
 lubricante(s)
 aspecto de, 215-216
 tipos de, 214
 aceites, 214
 grasas, 215
 máquina, 23
 masa, 80
 materia, 80
 mecanismo, 23-24, 37
 clasificación, 37-46
 de cuatro barras, 55-57
 método matricial, 102-105
 momento de inercia
 de masas, 89
 de masas complejas, 90
 de superficies complejas, 89
 movimiento relativo, 24-28
 partícula, 81
 peso, 81
 piñón-cremallera, 44
 polea
 de transmisión, 39
 fija, 258
 simple, 39
 móvil o compuesta, 39, 257
 polipasto, 40
 presión crítica del funcionamiento, 210-211
 regla de Kennedy, 64
 remache, 157
 resonancia, 135
 resistencia a tracción, 171
 resorte(s), 242
 de compresión, 243
 de tracción, 243
 de torsión, 243
 diseño de, 243-246
 helicoidales cilíndricos, 249-251
 helicoidales cónicos, 250
 rodamiento(s)
 axial, 220
 axiales de bolas de simple efecto, 222
 características de, 218
 con hilera de bolas con contacto angular, 219
 de aguja de empuje, 222
 de agujas, 220
 de bolas a rótula, 221
 de rodillos a rótula, 221
 de rodillos cilíndricos de empuje, 220
 de rodillos cilíndricos del tipo NUP, 221
 de rodillos cónicos, 220
 fallas de, 224
 materiales de, 224
 rígidos de bolas, 219
 selección de 225-229
 ruedas de fricción, 40
 segunda ley de Newton, 22
 síntesis
 analítica, 125
 de número, 112
 de tipo, 112
 dimensional, 112
 estructural, 112
 gráfica, 114-127
 soldadura(s)
 a tope con penetración completa, 181
 a tope con penetración parcial, 181
 de ojal, 181
 en ángulo, 180
 teorema de Steiner, 88
 teoría de los dientes den engrane, 259-260
 tolerancia
 campos de, 146
 de fabricación, 145
 valores de, 143
 tornillo(s)
 agujeros para, 163-164
 clases de 162
 sin fin, 270-271
 sin fin-rueda dentada, 43
 tuerca, 44
 torsión, 137
 tracción, 135
 transmisión(es)
 de tipo flexible, 256
 directa, 256
 indirecta, 256
 trinquete, 46
 uniones
 a tope, 182
 a solapo o de mota, 182
 atornilladas, 162
 de fijación, 178
 de movimiento, 179
 directamente, 178
 indirectamente, 178
 categoría A, 166
 categoría B, 166
 categoría C, 167
 categoría D, 167
 categoría E, 167
 pretensadas, 172
 no pretensadas, 172
 de tapón, 184
 de botones, 184
 de brida, 184
 en ángulo, 183
 en T, 183
 pegadas, 185
 remachadas, 157
 soldadas, 179
 tipos de, 158-161
 valores efectivos, 135
 velocidad, 27, 54, 72
 ventaja mecánica, 68-69

Anexo



Factores de conversión

De unidades estadounidenses usuales a unidades métricas

1 blob (bl)	= 175.127 kilogramos (kg)
1 pulgada cúbica (in ³)	= 16.387 centímetros cúbicos (cc)
1 pie (ft)	= 0.3048 metros (m)
1 caballo de fuerza (hp)	= 745.699 watts (W)
1 pulgada (in)	= 0.0254 metros (m)
1 milla terrestre U.S. (mi)	= 1609.344 metros (m)
1 libra fuerza (lb)	= 4.4482 newtons (N)
	= 444822.2 dinas
1 libra masa (lbm)	= 0.4536 kilogramos (kg)
1 libra-pie (lb-ft)	= 1.3558 newton-metros (N-m)
	= 1.3558 joules (J)
1 libra-pie-segundo (lb-ft/s)	= 1.3558 watts (W)
1 libra pulgada (lb-in)	= 0.1128 newton-metros (N-m)
	= 0.1128 joules (J)
1 libra-pulgada-segundo (lb-in/s)	= 0.1128 watts (W)
1 libra/pie ² (lb/ft ²)	= 47.8803 pascales (Pa)
1 libra/pulgada ² (lb/in ²), (psi)	= 6894.757 pascales (Pa)
1 revolución/ minuto (rpm)	= 0.1047 radianes/segundo (rad/s)
1 slug (sl)	= 14.5939 kilogramos (kg)
1 tonelada, corta (2000 lbm)	= 907.1847 kilogramos (kg)

Entre unidades estadounidenses usuales

1 blob (bl)	= 12 slugs (sl)
1 blob (bl)	= 386 libras masa (lbm)
1 pie (ft)	= 12 pulgadas (in)
1 caballo de fuerza (hp)	= 550 libras-pies/segundo (lb-ft/s)
1 nudo	= 1.1515 millas/horas (mph)
1 milla, terrestre U.S. (mi)	= 5280 pies (ft)
1 milla/hora	= 1.4667 pies/seg (ft/s)
1 libra fuerza (lb)	= 16 onzas (oz)
1 libra masa (lbm)	= 0.0311 slug (sl)
1 libra-pie (lb-ft)	= 12 libras-pulgadas (lb-in)
1 libra-pie-segundo (lb-ft/s)	= 0.001818 caballo de fuerza (hp)
1 libra-pulgada (lb-in)	= 0.0833 libras-pies (lb-ft)
1 libra-pulgada/segundo (lb-in/s)	= 0.0218 caballos de fuerza (hp)
1 libra/pulgada ² (lb/in ²), (psi)	= 144 libras/pie ² (lb/ft ²)
1 radián/segundo (rad/s)	= 9.549 revoluciones/minuto (rpm)
1 slug (sl)	= 32.174 libras masa (lbm)
1 tonelada, corta	= 2000 libras masa (lbm)